

## 論文

## 평면 비행중인 항공기의 쌍곡선 위치 추정 연구

조상훈\*, 강자영\*\*

## Hyperbolic Location Estimation of Aircraft with Motion in a Plane

Sanghoon Jo\* and Ja-young Kang\*\*

## ABSTRACT

Multilateration(MLAT) may complement secondary surveillance radar and also act as a real-time backup for the ADS-B system. This System is using time difference of arrival (TDOA) and based on triangulation principle. Each TDOA measurement defines a hyperbola describing possible aircraft locations. The accuracy in MLAT system depends on the positional relationship of the receiver and aircraft. There are various algorithms to localize aircraft based on TOA estimation. In this paper, we use least square method and extended Kalman filter and compare their results. Study results show that the extend Kalman filter provides a better performance than the least square method.

**Key Words** : Multilateration(다변측정감시시스템), TDOA(도달시간차이), Least Square Method(최소제곱법), Extended Kalman Filter(확장칼만필터)

## 1. 서 론

Multilateration(MLAT)은 물리적으로 제한된 영역과 지역에서 항공기의 효율적인 운항과 정밀한 위치 측정을 위한 지상기반의 새로운 항공 감시 시스템으로 항공기에서 방출한 신호를 수신기에서 받아 위치를 추정한다. 데이터 갱신 주기는 1초 이하이기 때문에 4초 이상의 갱신 주기를 갖는 레이더에 비해 목표물 추적 오차를 상당히 감소시킬 수 있으며, 기존 시스템과 호환성도 매우 좋다. 또한 MLAT는 공항, 지상 등 근거리에서 항공기 및 이동체를 감시할 수 있는 시스템과 터미널 및 항로에서 항공기를 감시할 수 있는 광역 다변측정시스템(Wide Area Multilateration, WAM)으로 분류하여 시스템을 제공할 수 있다. 이러한 장점들로 미국과 유럽 등에서는 MLAT

연구를 활발히 진행하고 있으며, 우리나라에서도 최근 MLAT에 대한 연구를 정부차원에서 추진하고 있다.[1-3]

MLAT로 표적의 위치를 계산하기 위해서는 적어도 3개 이상의 수신기가 필요하고, 3차원 위치를 측정하기 위해서는 4개 이상의 수신기가 필요하다. 항공기의 위치 추정에는 각 수신기에서 수신한 신호의 도달시간차(Time Difference Of Arrival, TODA)를 사용한다. MLAT 중앙처리장치는 각 신호의 도달시간차를 계산하고, 수신된 결과를 축적하여 항공기의 위치를 추정한다.[4]

MLAT는 수신기를 추가할수록 항공기 위치에 대한 정확성과 가시거리에 대한 제한을 줄일 수 있으며, 전반적인 감시용량을 증가시킬 수 있다.[5] MLAT의 정확도는 수신기와 항공기의 위치 관계에 따라 달라지며, 도달시간차로 항공기의 위치를 추정할 수 있는 여러 가지 알고리즘이 존재한다.[6-8] 본 논문에서는 MLAT 시스템의 TDOA 위치추정 방법에 최소자승법과 확장칼만 필터 알고리즘을 적용하여 평면 비행중인 항공기 위치추정에 미치는 영향을 살펴보았다.

2013년 06월 08일 접수 ~ 2013년 06월 21일 심사완료  
논문심사일 (2013.06.14, 1차), (2013.06.19, 2차)

\* 한국항공대학교 항공체계시험인증연구센터  
연락처, E-mail : shjo@kau.ac.kr

경기도 고양시 덕양구 항공대학로 76

\*\* 한국항공대학교 항공체계시험인증연구센터

## II. 위치 추정 모델

### 2.1 TDOA기반 위치추정

MLAT는 항공기에서 각각의 수신기에 신호를 보내 생기는 전파의 도달시간차를 이용하여 위치를 추정한다. TDOA 위치추정의 기본 이론은 항공기와 수신기의 도달시간차로부터 그려지는 쌍곡선을 이용하여 거리차를 알아낸다.

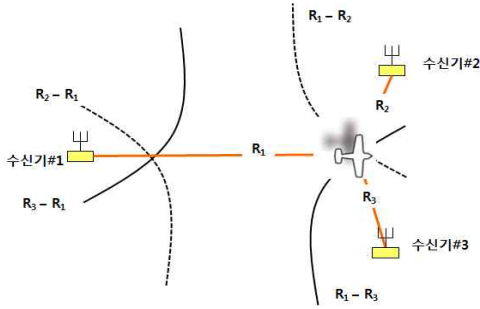


Fig 1. TDOA 개념도

두 지점 사이의 거리를 정의하는 방정식은 다음 식(1)과 같다.

$$d_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (1)$$

여기에서,  $x_i, y_i, z_i$ 는 각각의 수신기 위치를 나타내고,  $N$ 개의 수신기  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ 로 표현하였으며,  $x, y, z$ 는 항공기의 위치를 의미한다. 신호를 방출하는 항공기와 수신기 사이의 거리는 방출된 신호가 표적에 도달하는 시간을 측정하여 식(2)와 같이 계산한다.

$$ct_i = R_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (2)$$

여기에서,  $t_i$ 는  $i$  번째 수신기 전파가 항공기에 도달한 시간을 의미한다.  $c$ 는 전파속도로 빛의 속도  $3 \times 10^8 \text{m/s}$ 로 구할 수 있으며, 항공기와 두 수신기 간 관계식은 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$ct_{ij} = R_{ij} = c(t_i - t_j) = R_i - R_j \quad (3)$$

항공기 고도정보는 2차 감시 레이더나 ADS-B를 통해 받는다면 3개의 수신기로도 항공기의 위치를 결정할 수 있다. 각 수신기와의 관계식은

비선형 방정식으로 선형화를 통해 결과 값을 찾는 것이 가장 적절한 방법이다.

### 2.2 Least Square 위치추정 알고리즘

본 논문에서는 TDOA에서 유도한 관계식을 테일러급수(Taylor series)를 통해 선형화 하였다. 테일러급수를 사용하는 방법은 복잡도가 크지 않아 알고리즘 구현이 용이하다.

TDOA 방법을 통한 항공기의 실제 위치와 두 수신기 간의 거리 차는 다음 식(4)와 같이 나타낼 수 있고,

$$R_{ij} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} - \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2} \quad (4)$$

추정된 항공기의 위치와 두 수신기 간의 거리를 식(5)와 같이 정의할 때,

$$\hat{R}_{ij} = \sqrt{(x_i - \hat{x})^2 + (y_i - \hat{y})^2 + (z_i - \hat{z})^2} - \sqrt{(x_j - \hat{x})^2 + (y_j - \hat{y})^2 + (z_j - \hat{z})^2} \quad (5)$$

항공기 위치 추정 오차로 인한 거리 차에 대한 관계식은 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta R_{ij} = R_{ij} - \hat{R}_{ij} \quad (6)$$

식(6)을 선형화된 Matrix 형태로 바꾸면, 다음 식(7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta R_{ij} = H \Delta X \quad (7)$$

여기서,  $\Delta R_{ij}$ 는  $[\Delta s_1 \Delta s_2 \Delta s_3 \dots \Delta s_k]^T$ 로 나타내었고,  $\Delta s_k$ 는 다음 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta s_1 &= \Delta R_{12} = R_{12} - \hat{R}_{12} \\ \Delta s_2 &= \Delta R_{13} = R_{13} - \hat{R}_{13} \\ \Delta s_3 &= \Delta R_{32} = R_{32} - \hat{R}_{32} \\ \Delta s_4 &= \Delta R_{34} = R_{34} - \hat{R}_{34} \\ &\vdots \\ \Delta s_k &= \Delta R_{ij} = R_{ij} - \hat{R}_{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

그리고  $\Delta X$ 는  $[\Delta x \Delta y \Delta z]^T$ 이고, 관측행렬  $H$ 는 (9)과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial s_1}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial s_1}{\partial \hat{z}} \\ \frac{\partial s_2}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial s_2}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial s_2}{\partial \hat{z}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial s_k}{\partial \hat{x}} & \frac{\partial s_k}{\partial \hat{y}} & \frac{\partial s_k}{\partial \hat{z}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

위의 식으로 부터 다음 식(10)의 최소제곱법 (Least Square)을 반복적으로 수행함으로써 항공기의 위치를 찾을 수 있다.

$$Z = (H^T H)^{-1} H^T \Delta s_k \quad (10)$$

### 2.3 Extended Kalman Filter 위치추정 알고리즘

칼만필터(Kalman Filter)는 시스템 모델을 기초로 최소자승법을 사용하여 오차공분산을 예측하고, 예측과 추정을 반복한다. 이러한 값의 차이를 보정함으로써 추정값을 계산한다.[9]

확장칼만필터(Extended Kalman Filter, EKF)는 칼만필터의 선형적 가정을 완화하여 일반적인 시스템에도 사용할 수 있도록 확장한 개념으로 선형적 모델과 비선형 모델에도 적용 가능하고, 높은 Tracking 능력을 갖고 있는 알고리즘이다.[9] 또한, 대상 시스템의 상태변수를 찾기 위한 추정 기법으로 위성 궤도추정, 자세결정, 관성항법, GPS를 혼합한 항법 등에 효율적인 알고리즘이다.

본 논문에서는 확장칼만필터에서 사용되는 알고리즘 표현을 참고문헌[3]과[10]을 참조하여 각 단계에 따라 정리해 보았다. 대상시스템의 방정식은 식(11), (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}) + \omega \quad (11)$$

$$P_k = A P_{k-1} A^T + Q \quad (12)$$

여기에서  $\hat{x}_k$  와  $P_k$ 는 상태변수의 예측값과 추정오차 공분산을 의미하고,  $f$ 는 시스템의 동역학 모델,  $\omega$ 와  $Q$ 는 프로세스 잡음 및 측정 잡음을 의미한다. 칼만필터의 예측값은 이전 추정값에 시스템 모델변수인  $A$ 와  $Q$ 가 결정적인 영향을 미친다. 칼만 이득  $K_k$ 는 식 (13)을 사용하여 구할 수 있다.

$$K_k = P_k H^T (H P_k H^T + R)^{-1} \quad (13)$$

식 (11)에서 구해진 칼만 이득 이용하여  $k$  번째 예측된 상태로 정리하면 다음 식 (14)와 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k + K_k C \quad (14)$$

여기서  $C$ 는 실제 관측값과 예측된 값의 차이로  $(z_k - H \hat{x}_k)$ 를 나타낸다.  $k$  번째 상태 예측이 끝나면, 오차 공분산을 마지막으로 계산한다.

$$P_k = P_k - K_k H P_k \quad (15)$$

## III. 시뮬레이션 분석

### 3.1 시뮬레이션 고려사항

본 연구는 모두 MATLAB을 통해 수행하였다. 물리적 공간은 Fig2와 같이 15,000×12,000m의 범위 위 4개의 수신기를 배열하였고, 항공기 항적데이터는 실제 Mode-S 전파를 수신하는 항적데이터를 사용할 수 없으나 Cessna 172 기종을 운항 기종으로 설정하였으며, 평균 90knot로 운항하는 상황을 가정하였다.

또한, 본 논문의 시뮬레이션은 고도 정보를 제외한 평면 비행중인 항공기의 위치를 고려하였다. 초기 항공기의 위치는 (3,235, 5,500)로  $x$  좌표를 3,235m에서 출발하여 12,835m로 이동하도록 설정하였고, 데이터 Tracking은 2초단위로 설정하여 항적데이터를 생성하였다. 각 수신기 좌표는 Table 1과 같이 설정하였다.

Table 1. 수신기 위치(단위: m)

구분	좌표(x,y)
수신기#1	(7,000, 8,500)
수신기#2	(13,500, 6,300)
수신기#3	(7,000, 1,000)
수신기#4	(1,200, 6,300)

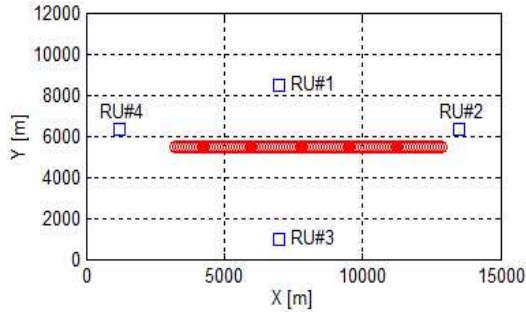


Fig 2. 항공기 항적 데이터와 수신기 위치

시뮬레이션에서 항공기의 초기 근사 값은 항공기가 운항하는 항로의 기본 위치를 토대로 실제 위치와 유사한 근사 위치로 설정하였다.

수신기에 대한 시간 오차는 Mode-S 전파에 대한 오차 값을 계산하여 생성하였다. Mode-S의 일반적으로 펄스의 길이(tr)는 70ns이고, Signal to Ratio는 18dB이다. 이러한 값을 전파 오차의 표준편차를 구하는 일반적인 공식 (16)을 통하여  $6.2(6.2 \times 10^{-9} \text{sec})$ 를 표준편차로 하는 Gaussian Random Number를 생성하였다.[11]

$$\sigma_{SNR} = \frac{tr}{\sqrt{2 \times SNR}} = \frac{70}{\sqrt{2 \times 10^{1.8}}} = 6.2ns \quad (16)$$

본 논문의 시뮬레이션에서는 시간차에 대한 다양한 Random 변수를 고려하기 위하여 동일 루트를 따라 각각의 시뮬레이션을 1번 수행하였을 경우와 500번 수행하였을 경우를 분석하여 오차 값의 절대평균을 그래프로 나타내었다.

### 3.1.1 Least Square 시뮬레이션 설정

수신기 간의 구성은 fig3과 같이  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{32}$ ,  $R_{34}$ 로 배열하였고, 따라서 각 수신기 간 관계식은 (17)와 같이 나타난다.

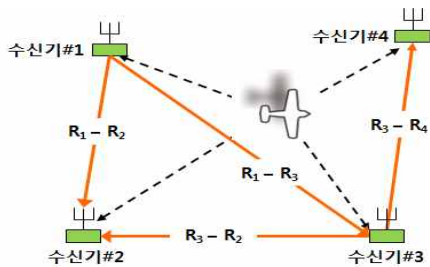


Fig 3. 수신기 구성 개념도

$$\begin{aligned} R_{12} &= \sqrt{(x_1 - \hat{x})^2 + (y_1 - \hat{y})^2} - \sqrt{(x_2 - \hat{x})^2 + (y_2 - \hat{y})^2} \\ R_{13} &= \sqrt{(x_1 - \hat{x})^2 + (y_1 - \hat{y})^2} - \sqrt{(x_3 - \hat{x})^2 + (y_3 - \hat{y})^2} \\ R_{32} &= \sqrt{(x_3 - \hat{x})^2 + (y_3 - \hat{y})^2} - \sqrt{(x_2 - \hat{x})^2 + (y_2 - \hat{y})^2} \\ R_{34} &= \sqrt{(x_3 - \hat{x})^2 + (y_3 - \hat{y})^2} - \sqrt{(x_4 - \hat{x})^2 + (y_4 - \hat{y})^2} \end{aligned} \quad (17)$$

식(9)의 H Matrix는  $4 \times 2$  행렬로 식(18)과 같이 나타난다.

$$\begin{bmatrix} \frac{(\hat{x}-x_1)}{R_1} & \frac{(\hat{x}-x_2)}{R_2} & \frac{(\hat{y}-y_1)}{R_1} & \frac{(\hat{y}-y_2)}{R_2} \\ \frac{(\hat{x}-x_1)}{R_1} & \frac{(\hat{x}-x_3)}{R_3} & \frac{(\hat{y}-y_1)}{R_1} & \frac{(\hat{y}-y_3)}{R_3} \\ \frac{(\hat{x}-x_3)}{R_3} & \frac{(\hat{x}-x_2)}{R_2} & \frac{(\hat{y}-y_3)}{R_3} & \frac{(\hat{y}-y_2)}{R_2} \\ \frac{(\hat{x}-x_3)}{R_3} & \frac{(\hat{x}-x_4)}{R_4} & \frac{(\hat{y}-y_3)}{R_3} & \frac{(\hat{y}-y_4)}{R_4} \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 3.1.2 Extended Kalman Filter 시뮬레이션 설정

본 논문에서 대상 항공기의 경우, 일정 방향, 일정 속도로 운항한다고 가정하였다. 항공기의 상태는 위치와 속도로 주어지며, 상태벡터는  $X = [x \text{ 좌표 } y \text{ 좌표 } x \text{ 축속도 } y \text{ 축속도}]^T$ 로 설정하였다. 따라서  $A$ 는 다음과 같이 모델링 하였다.

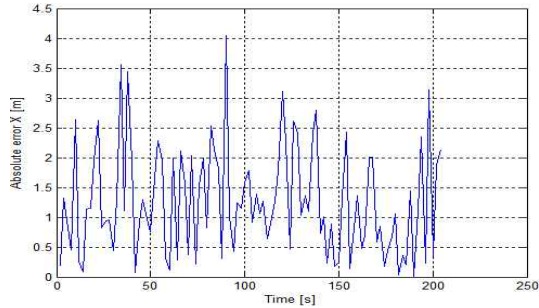
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

측정 모델의 경우 TDOA로 측정되는 값을 출력으로 설정하였고, 오차는 식(16)에서 도출한 값을 설정하여  $R$  Matrix에 적용하였다.

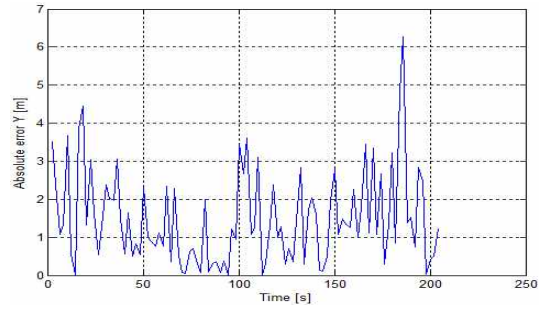
## 3.2 시뮬레이션 결과 분석

### 3.2.1 Least Square 시뮬레이션 결과

Fig 4는 3.1에서 제시한 시뮬레이션의 고려사항을 바탕으로 Least Square 알고리즘을 1회 분석하여 항적데이터와 추정 데이터의 절대오차를 시간에 따라 나타내었고, Fig 5는 Least Square 알고리즘을 500회 분석한 데이터의 평균 절대오차이다.

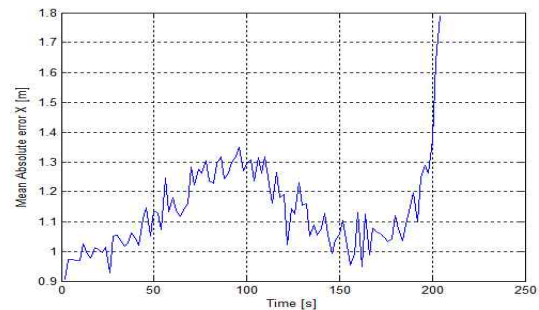


(a) x 좌표 절대오차

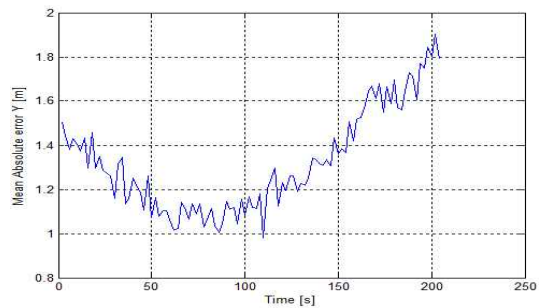


(b) y좌표 절대오차

Fig 4. 1회 분석한 Least Square 추정 데이터의 절대오차



(a) x 좌표 평균 절대오차

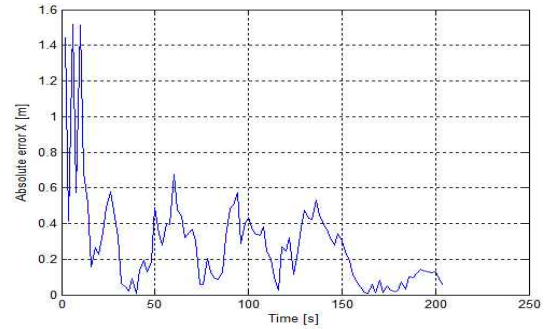


(b) y 좌표 평균 절대오차

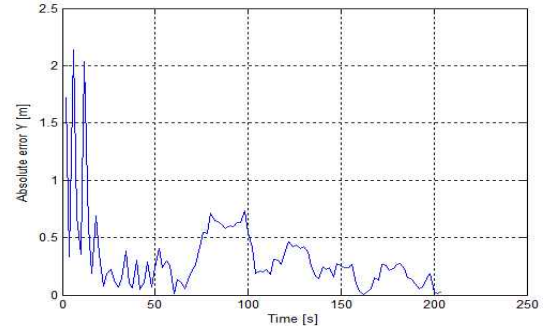
Fig 5. 500회 분석한 Least Square 추정 데이터의 평균 절대오차

3.2.2 Extended Kalman Filter 시뮬레이션 결과

Fig 6는 3.1에서 제시한 시뮬레이션의 고려사항을 EKF 알고리즘으로 1회 분석하여 항적데이터와 추정 데이터의 절대오차를 시간에 따라 나타내었고, Fig 7는 EKF 알고리즘을 500회 분석한 데이터의 평균 절대오차이다.

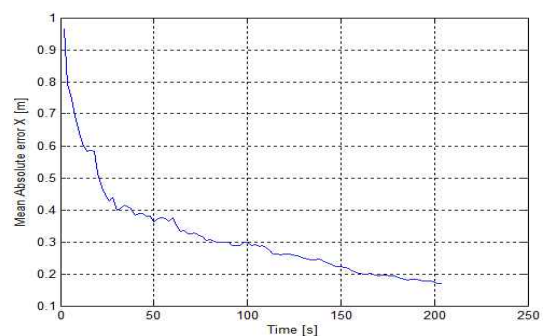


(a) x 좌표 절대오차

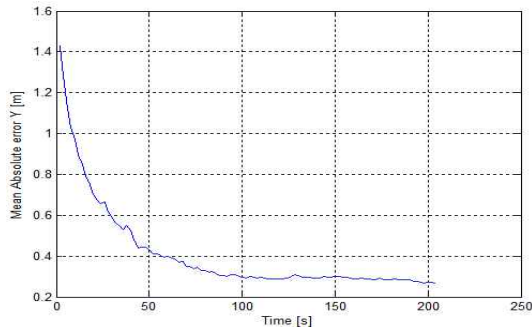


(b) y좌표 절대오차

Fig 6. 1회 분석한 EKF 추정 데이터의 절대오차



(a) x 좌표 평균 절대오차



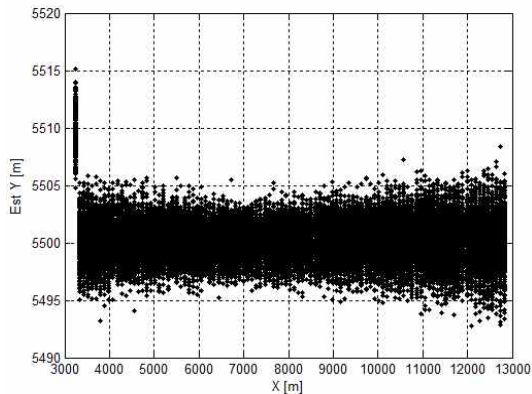
(b) y 좌표 평균 절대오차

Fig 7. 500회 분석한 EKF 추정 데이터의 평균 절대오차

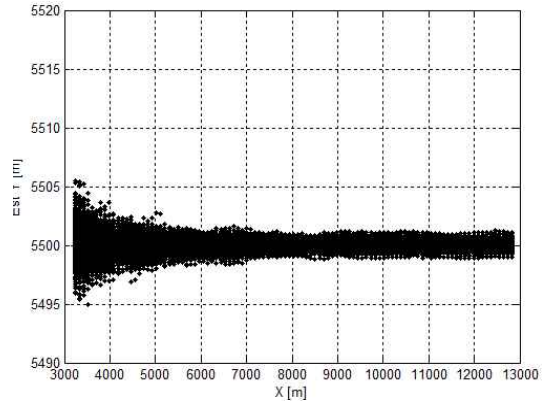
3.2.3 시뮬레이션 결과 비교

Fig4와 Fig6의 데이터 오차를 비교하였을 때, Least Square 알고리즘은 EKF 알고리즘에 비해 오차의 크기가 2m정도 더 발생하였고, 오차의 범위를 줄이지 못하는 것을 확인할 수 있었다. 이와 마찬가지로 시간차에 대한 다양한 Random 변수를 고려하기 위하여 수행한 다수의 시뮬레이션 결과(Fig5와 Fig7)에서도 오차의 크기와 범위가 더 크게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

또한, Least Square 알고리즘과 EKF 알고리즘의 위치 추정 데이터를 비교한 다음의 Fig8 그래프에서 확인할 수 있듯이 EKF 알고리즘이 운항하는 항공기의 위치 추정에 더욱 효과적인 것을 확인할 수 있었다.



(a) Least Square 알고리즘의 위치 추정 데이터



(b) EKF 알고리즘의 위치 추정 데이터

Fig 8. Least Square와 EKF 알고리즘 위치 추정 데이터 비교

IV. 결 론

본 논문에서는 레이더 설치가 곤란한 지역에 대안으로 설치하거나 위성항행시스템을 보완할 수 있는 시스템인 MLAT의 위치추정 방법인 TDOA를 기반으로 최소자승법과 확장칼만필터 알고리즘이 미치는 영향을 분석해 보았다.

시뮬레이션에는 15,000×12,000m의 범위의 구역을 임의로 설정하여 4개의 수신기로 도달시간차를 계산하였다. 항공기 항적데이터는 평균 90knot로 운항하는 상황을 가정하여 생성하였으며, 시뮬레이션은 평면 비행중인 항공기의 위치를 추정하기 위해 2차원으로 수행하였다. 초기 항공기의 위치에서 x 좌표를 따라 이동하는 상황을 분석하였다.

분석 결과, 확장칼만필터를 적용한 알고리즘이 최소제곱법 알고리즘을 사용한 것 보다 오차의 범위와 크기가 낮게 측정되어 더 우수한 것으로 분석되었으며, 확장칼만필터 알고리즘은 재귀적으로 동작하여 바로 이전 시간에 추정된 값을 토대로 현재의 값을 추정하고 바로 이전 시간 외의 측정값이나 추정값은 사용하지 않기 때문에 위치 추정에 더욱 효과적이었다.

향후 연구에서는 MLAT 시스템이 설치된 공항에서 실제 데이터를 이용한 시뮬레이션이 필요하고, MLAT 시스템을 도입할 경우, 확장칼만필터 알고리즘을 적용하여 수신기의 최적 위치를 찾는 방안과 한정된 감시구역에서 요구하는 시스템의 정확도를 만족시키기 위한 방안 및 위치를 추정하는 데 필요한 수신기의 수를 결정하는 방안에 대해서도 고려해 보아야 할 것이다.

## 후 기

본 논문은 한국항공대학교 교비학술지원연구 (과제번호: 2010-01-006, 연구기간: 2010.10.01. ~ 2011.09.30.)의 일환으로 연구되었습니다.

## 참고문헌

- [1] Werner Langhans, Proven Multilateration and ADS-B Surveillance Solutions, 2009.
- [2] 김장환, 한재현, 강자영, "모드-S 다변측정법을 이용한 항공감시기술 분석 및 전망", 한국항공운항학회 제18권 제3호, 2010.
- [3] 조상훈, "GNSS 대안항법시스템 요구사항 및 적용기술에 관한 연구", 한국항공대학교 석사학위논문, 2013.
- [4] 조상훈, 강승은, 강자영, 고상호, "GNSS 대안항법시스템 요구사항 및 기술분석", 한국항공운항학회 제20권 제3호, 2012.
- [5] Inna M. Konchenko, Felix J. Yanovsky, "Influence of Multilateration Surveillance System Arrangement on The Target Localization", pp. 29~30, 2009.
- [6] G. Galati, M. Gasbarra, M. Leonardi, "Multilateration Algorithms for Time of Arrival Estimation and Target Location in Airports", European Radar Conference 2004, Amsterdam. pp. 293-296, 2004.
- [7] R. Bucher, D. Misra, "VHDL model of the exact solution for three dimensional hyperbolic positioning system" VLSI Design, 2002. Vol. 15 (2), pp. 507-520, 2002.
- [8] Xi Hu, Mark L. Fowler, "Sensor selection for Multiple Sensor Emitter Location Systems", IEEE Aerospace Conference, Montana, March, 2008, IEEEAC paper 1354, pp. 1-10, 2008.
- [9] Wikipedia, "kalman Filter", 2013.
- [10] 김성필, "MATLAB 활용 칼만필터의 이해," 도서출판 아진, 2010.
- [11] Yekaterina Trofimova, "Multilateration Error Investigation and Classification. Error Estimation", Transport and Telecommunication 2007, Volume 8, No 2, pp. 28-37, 2007.