Journal of the Korean Society of Safety, Vol. 28, No. 1, pp. 74-80, February 2013
Copyright@2013 by The Korean Society of Safety (pISSN 1738-3803) *All right reserved.*

동적능동제어시스템의 FORM기반 구조신뢰성해석

옥승용
한경대학교 토목안전환경공학과
(2013. 1. 4. 접수 / 2013. 2. 16. 채택)

FORM-based Structural Reliability Analysis of Dynamical Active Control System

Seung-Yong Ok
Department of Civil, Safety and Environmental Engineering, Hankyong National University
(Received January 4, 2013 / Accepted February 16, 2013)

Abstract : This study describes structural reliability analysis of actively-controlled structure for which random vibration analysis is incorporated into the first-order reliability method (FORM) framework. The existing approaches perform the reliability analysis based on the RMS response, whereas the proposed study uses the peak response for the reliability analysis. Therefore, the proposed approach provides us a meaningful performance measure of the active control system, i.e., realistic failure probability. In addition, it can deal with the uncertainties in the system parameters as well as the excitations in single-loop reliability analysis, whereas the conventional random vibration analysis requires double-loop reliability analysis; one is for the system parameters and the other is for stochastic excitations. The effectiveness of the proposed approach is demonstrated through a numerical example where the proposed approach shows fast and accurate reliability (or inversely failure probability) assessment results of the dynamical active control system against random seismic excitations in the presence of parametric uncertainties of the dynamical structural system.
Key Words : dynamical structural system, active control system, reliability analysis, probabilistic approach, structural safety

1. 서 론

구조물의 안전성 향상을 위한 방법으로 구조제어시스템에 대한 연구가 최근 20~30년 동안 활발히 진행되어 왔다[1-6]. 이 중 능동제어시스템은 제진효과의 우수성으로 인하여 가장 주목을 받아온 시스템이라 할 수 있다. 하지만 대다수의 연구들이 제어용량 대비 응답저감효과로만 제어성능을 비교하여 왔으며, 보다 유의미한 정량적 평가 연구는 매우 미비한 실정이다. 예를 들어서, 제어력을 많이 사용할수록 높은 제어효과를 발휘하게 되는 것은 자명하나, 이는 결국 비용의 증가를 초래한다. 따라서 제어시스템의 설계란 결국 비용 대비 제어성능의 관계에 있어서 적절한 하나의 최적해를 결정하는 문제가 된다. 기존 연구들에서는 이러한 최적해의 선택에 있어서 정량적인 지표 또는 기준이 연구자별로 다소 주관적이었다고 할 수 있다.

현실 세계에서 실 구조물은 하중뿐만 아니라 구조물의 물성치, 경계조건, 근사화된 해석모델 및 온도변화 등 광범위한 불확실성에 노출되어 있다. 따라서, 제어시스템의 제어성능을 확정론적으로 고려하는 것은 간혹 바람직하지 않은 결과를 초래할 수 있다. 여기서 확정론적으로 고려한다 함은 특정한 몇 가지 하중조건에 대해서 최대응답으로 표현하는 것을 의미하며, 이는 간혹 최악의 경우(worst case), 즉 고려하지 않은 최대하중이 작용하여 최대응답이 발생함으로써 최소제어성능이 발휘되는 경우를 간과할 수 있는 가능성을 갖는다. 따라서 대상 구조물에 발생가능한 다양한 불확실성에 대하여 구조물의 안전성을 나타내는 정량적 지표를 정의하는 것은 매우 유의미한 일이라 할 수 있다. 이 연구에서는 이러한 관점에서 제어시스템의 최적성능을 나타내는 객관적 지표로서 구조물의 신뢰도 지수(반대개념으로 파괴확률)를 고려하고자 한다.

제어시스템의 파괴확률을 평가하는 기존 연구로는[7,8] FORM (first-order reliability method)[9]에 기반한 신뢰성 해석 연구가 거의 유일하다. 이 연구에서는 정량적 지표로서 (1) 확률적 안정성 지표(probabilistic stability measure), (2) 목표성능 지표(objective performance measure) 그리고 (3) 제어장치의 요구수준(control actuation requirement)의 3가지 평가지표를 제시하고 있다. 하지만 안정성 지표는 제어시스템에 요구되는 최소한의 요구성능을 의미하므로, 실제 제어시스템의 성능평가로는 적절하지 않으며, 나머지 두 지표들에서 파괴확률 산정은 최대응답 대신 RMS(root mean

†Corresponding Author: Seung-Yong Ok, Tel: +82-31-670-5282, E-mail: syok@hknu.ac.kr
Department of Civil, Safety and Environmental Engineering, Hankyong National University, 327, Chungang-no, Anseong-si, Kyonggi-do 456-749, Korea

square) 응답을 이용하여 정의되므로 실제 물리적인 의미가 부족하다고 할 수 있다. (참고로, 시간에 대하여 응답이 Gaussian 분포를 따를 때, 평균응답(mean; μ_x)은 0이며 RMS 응답은 응답의 표준편차(standard deviation; σ_x)를 의미한다.) 즉, RMS 응답이 특정 한계치를 초과하는 확률을 의미할 뿐이며, 실제 구조물의 최대변위가 특정 한계치(극한값)를 초과하는 파괴확률은 아니라는 한계를 가진다.

이를 극복하고자 본 연구에서는 시간이력해석을 통한 실제 최대응답(peak response)이 한계치(threshold)를 초과하는 파괴확률을 산정하기 위한 방법을 제안하고자 하며 이를 능동제어시스템이 장착된 구조시스템에 적용하여 구조물의 파괴확률 및 제어장치의 파괴확률로서 전체 시스템의 제어성능을 평가하고자 한다.

2. 능동제어장치를 장착한 구조시스템

2.1. 구조물-능동제어 시스템의 운동방정식

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 지진하중을 받는 단자유도(single-degree-of-freedom; SDOF) 구조물이 대각텐던(diagonal tendon) 형식의 능동제어장치에 의하여 응답제어가 이루어지는 경우를 고려하였다.

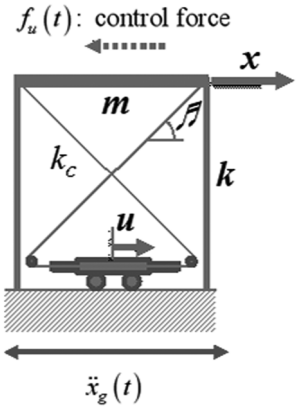

Fig. 1. SDOF structure with active tendon system

$$m\ddot{x}(t)+c\dot{x}(t)+kx(t)=-m\ddot{x}_g(t)+f_u(t) \tag{1}$$

여기서, m, c, k는 각각 구조물의 질량, 감쇠, 강성이며, $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$는 시간 t에서의 구조물 가속도, 속도, 변위 응답이다. 그리고 $\ddot{x}_g(t)$와 $f_u(t)$는 각각 지반가속도 및 제어력을 나타낸다. 주어진 시스템의 경우 제어력 $f_u(t)=-(4k_c\cos\alpha)u(t)$이 된다. 여기서, k_c와 α는 각각 텐던의 축강성과 경사각을 의미하며, $u(t)$는 제어장치의 스트로크이다.

제어력 $f_u(t)$는 제어이론에 의하여 매 순간 실시간으로 결정되는 물리량으로서, 본 연구에서는 LQR제어이론[10]을 적용하여 얻어지도록 고려하였다. 이를 위해서는 시스템의 변위 및 속도응답으로 정의되는 상태벡터 z를 도입함으로써 식 (1)의 시스템 방정식을 상태공간방정식(state-space equation)으로 변환하는 과정이 필요하다.

$$z(t)=\begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\dot{z}&=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{c}{m} \end{bmatrix} z+\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}\ddot{u}_g+\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m} \end{bmatrix} f_u \\ &=A_s z+B_w\ddot{u}_g+B_u f_u\end{aligned} \tag{3}$$

한편, 제어 목표응답은 설계자의 의도에 따라 결정되며, 출력행렬 C_y, D_w, D_u를 이용하여 식 (4)의 형태로서 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned}y&=C_y z+D_w\ddot{u}_g+D_u f_u \\ &=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{c}{m} \end{bmatrix} z+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\ddot{u}_g+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} f_u\end{aligned} \tag{4}$$

여기서, 출력행렬 C_y, D_w, D_u는 목표응답에 따라 다르게 정의되며, 이해를 돕기 위하여 목표응답이 구조물의 변위와 절대가속도($\ddot{x}+\ddot{x}_g$)인 경우를 예로서 제시하였다.

LQR 제어이론에서 주어진 목표 응답을 최소화하는 제어력은 목표응답과 제어력의 가중합으로 정의되는 식 (5)의 성능지수를 최소화하도록 결정된다.

$$J=\frac{1}{2}\int_0^\infty \left[y^{\mathrm{T}}Qy+f_u^{\mathrm{T}}Rf_u\right]dt \tag{5}$$

여기서, 행렬 Q와 R는 목표응답과 제어력간 가중치로서 제어기의 설계변수가 된다. 가중행렬의 결정은 다양한 방법으로 이루어지며[11], 본 연구에서는 제어목표 응답을 구조물의 변위로 선정하고 이에 상응하는 성능지수를 구조물의 변형에너지로서 정의하였다. 따라서 가중행렬 Q는 구조물의 강성 k가 되며, 제어력에 대한 가중치 $R=r\cdot I$의 값에 따라 전체 제어성능 및 제어력의 크기가 결정된다.

한편, 식 (5)의 성능지수를 최소화하는 최적해는 식 (6)의 대수(algebraic) Riccati 방정식의 행렬 해인 S를 이용하여 식 (7)로서 정의되는 제어력이 된다.

$$A_sS+SA_s-SB_uR^{-1}B_u^{\mathrm{T}}S+Q=0 \tag{6}$$

$$f_u(t)=-R^{-1}B_u^{\mathrm{T}}Sz(t)=-\left[k_G c_G\right]\begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \tag{7}$$

따라서 최종적인 구조물-능동제어 시스템의 운동방정식은 식 (8)로 표현될 수 있다.

$$m\ddot{x}+(c+c_G)\dot{x}+(k+k_G)x=-m\ddot{x}_g \tag{8a}$$

$$\begin{aligned}\dot{z}&=(A_s-B_uG)z+B_w\ddot{u}_g \\ &=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{k+k_G}{m} & -\dfrac{c+c_G}{m} \end{bmatrix} z+\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}\ddot{u}_g\end{aligned} \tag{8b}$$

여기서, $G=R^{-1}B_u^{\mathrm{T}}S=[k_G c_G]$는 제어이득행렬로서 제어력에 대한 가중치 행렬 $R=r\cdot\mathrm{I}$, 제어력 위치 행렬 B_u, 대수 Riccati 방정식의 해인 S 행렬의 곱으로 정의된다. 결국 가중치 r의 값이 정해지면 행렬 S 및 제어력 f_u가 결정되며, 전체 시스템의 운동방정식이 식 (8)로서 결정된다. 다음 절에서는 가중치 r값에 따른 제어기 설계 결과를 기술한다.

2.2. 능동제어 시스템의 설계

전술한 바와 같이, 능동제어 시스템의 제진성능은 가중치 r에 따라 달라진다. 여기서는 제어기 설계를 위하여 가중치 r값에 따른 제어성능 및 제어력 경향을 살펴보고자 하였다. 이를 위하여 가중치에 따라 최적 설계된 제어기를 시스템에 적용하고, 실제 지진기록인 El Centro 지진가속도(1940)를 재하한 경우의 최대 응답 및 제어력 결과를 Table 1에 비교 도시하였다. 구조물의 응답으로는 변위 및 가속도를 나타내었으며, 제어시스템이 없는 구조물의 최대응답에 대한 비로서 응답저감효과를 같이 도시하였다. Table 1에서 알 수 있듯이, 가중치 r이 감소함에 따라 제어력은 증가하며 그에 따른 응답의 감소효과도 같이 증가하는 경향을 보이고 있다. 전체적으로 제어력은 약 406~550 kN 수준으로 발휘하면서 제어를 하지 않는 경우에 비하여 변위는 46~55% 정도, 가속도는 44~51% 정도 감소시키고 있음을 관측할 수 있다.

Table 1. Comparative results of control performance between original structure with no control and actively controlled structure

Weight r	Displacement		Acceleration	
	Peak(cm)	Ratio(%)	Peak(g)	Ratio(%)
No control	6.10	-	1.08	-
33	3.28	46.23	0.603	44.25
30	3.22	47.19	0.595	44.96
25	3.11	48.96	0.580	46.34
20	2.98	51.07	0.562	48.02
15	2.81	53.93	0.539	50.17
13	2.72	55.40	0.528	51.21

Weight r	Control force(kN)	Stroke(cm)
No control	-	-
33	406.20	1.255
30	421.09	1.301
25	449.64	1.389
20	484.42	1.497
15	528.35	1.633
13	549.57	1.698

3. 능동제어시스템의 신뢰성해석

3.1. 특정 시각 $t=t_i$에서의 신뢰성 해석

능동제어시스템의 신뢰성 해석을 위해서는 먼저 파괴사건(failure event)을 규정하여야 한다. 이 연구에서는 구조물의 변위응답이 한계치를 초과하는 구조물 파괴와 제어장치의 스트로크가 한계치를 초과하는 제어시스템 파괴의 2가지를 고려하고자 한다. 여기서 다루고자 하는 문제가 지진하중을 받는 구조물의 동적응답 해석문제이므로, 먼저 시간 $t=t_i$에서 구조물의 파괴사건(E_f^i)은 식 (9a)와 같이 표현될 수 있으며, 이에 상응하는 한계상태함수(limit-state function) $g_i(\mathbf{v})$는 식 (9b)가 된다. 제어시스템의 파괴도 동일한 방식으로 정의될 수 있다.

$$E_f^i = E_f(t=t_i) : x(t_i) > x_0 \tag{9a}$$

$$g(t=t_i;\mathbf{v}) = g_i(\mathbf{v}) = x_0 - x(t_i;\mathbf{v}) \tag{9b}$$

여기서, x_0는 변위의 최대 허용치(maximum allowable limit)이며, $x(t_i)$는 시간 $t=t_i$에서의 구조물의 변위응답이다. 그리고 $\mathbf{v}$는 불확실성을 나타내는 확률변수 벡터(random variable vector)로서 구조물의 물성치(질량, 강성, 감쇠 등) 및 불규칙한 지진하중을 모사하는 모델변수 등을 고려할 수 있다.

주어진 한계상태식에 대하여 파괴확률, 즉 시간 $t=t_i$에서 구조물의 응답이 허용치를 초과할 확률은 일반적으로 식 (10)과 같은 다중적분을 통하여 산정된다.

$$P_f(t_i) = P(E_f^i) = \int_{g_i \le 0} f_{PDF}(\mathbf{v})\,d\mathbf{v} \tag{10}$$

여기서, $f_{PDF}(\mathbf{v})$는 확률변수 $\mathbf{v}$의 결합 확률밀도함수(joint probability distribution function; joint PDF)이다. 확률변수 $\mathbf{v}$가 (v_1, v_2)의 2개인 경우를 예로 들면, 파괴영역은 확률분포공간에 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있으며, 파괴확률은 파괴영역에서의 결합 확률밀도함수의 적분값이 된다.

주어진 한계상태식 하의 파괴확률, 즉 식 (10)의 다중적분은 FORM[9]을 적용하여 수치 효율적으로 산정할 수 있다. 다만, FORM의 적용을 위해서는 주어진 확률변수에 대하여 한계상태함수, 즉 식 (9b)의 산정이 이루어져야 하며, 이는 결국 시간 $t=t_i$에서의 응답 $x(t_i;\mathbf{v})$의 산정 여부로 귀속된다. 여기서의 확률변수벡터 $\mathbf{v}$는 구조물의 물성치

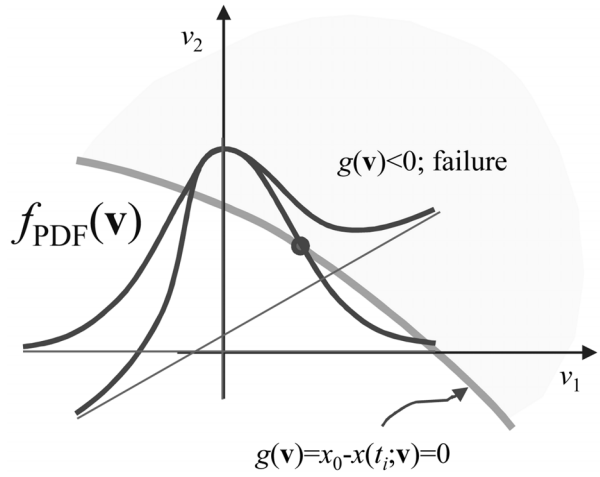

Fig. 2. Limit-state function and failure domain.

뿐만 아니라 하중의 불확실성도 포함한다. Der Kiureghian[12]은 하중의 불확실성을 모사하고자 식 (11)을 도입하였다.

$$w(t) = -m\ddot{x}_g(t) = \mathbf{s}(t)^{\mathrm{T}}\mathbf{u} = \sum_{k=1}^{n} u_k s_k(t) \tag{11}$$

여기서, $s_k(t) = s(t-t_k)$는 지반의 단위충격응답함수(unit-impulse response function) $s(t)$를 이용하여 $s_k(t) = \alpha e^{-\zeta_g \omega_g (t-t_k)} \sin[\omega_g \sqrt{1-\zeta_g^2}(t-t_k)]$로 표현된다. 여기서, a는 지진세기를 나타내는 계수이며, ω_g는 지반의 탁월 주파수(dominant frequency), ζ_g는 지반 감쇠비를 나타낸다. 그리고 u_k는 지진하중의 불확실성을 모사하기 위하여 도입되는 확률변수로서 표준정규분포모델을 따른다[13]. n은 지진하중을 시간 간격 dt로 이산화할 때의 개수이다.

하중모델을 식 (11)로 도입할 때 구조물의 응답은 중첩적분(convolution integral)으로 표현되는 Duhamel 적분법[14]을 이용하여 식 (12)로 표현될 수 있다.

$$x(t) = \int_0^t w(\tau) h(t-\tau) d\tau \tag{12}$$

여기서, $h(t)$는 구조시스템의 단위충격응답함수로서 식 (13)으로 정의된다.

$$h(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta_n \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta_n^2}\, t) \tag{13}$$

여기서, $\omega_n = \sqrt{(k/m)}$는 구조시스템의 고유주파수이며, $\zeta_n = c/(2\sqrt{km})$는 감쇠비이다.

식 (11)을 식 (12)에 대입함으로써 응답은 식 (14)로 표현된다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_0^t w(\tau) h(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^t \sum_{k=1}^{n} u_k s_k(\tau) h(t-\tau) d\tau = \sum_{k=1}^{n} u_k a_k(t) \end{aligned} \tag{14}$$

식 (13)에서 알 수 있듯이, 시스템의 단위충격함수 $h(t)$는 구조물의 물성치인 질량 m, 감쇠 c, 강성 k를 매개변수로 갖게 되며, 이들은 모두 확률변수에 해당한다. 따라서 시스템의 응답은 하중을 모사하는 확률변수 u_i와 시스템의 물성치를 모사하는 확률변수들에 따라 확률론적으로 결정된다. 따라서 이들 확률변수들의 확률분포모델로부터 식 (10)의 파괴확률을 산정하게 된다.

식 (10)의 파괴확률을 산정하기 위하여 FORM 접근법은, Fig. 3에 도시한 바와 같이, 확률변수 벡터 **v**를 표준정규 확률변수(standard normal random variable) **U**로 변환한다[9]. 이에 상응하여 한계상태식도 또한 서로 독립인 표준정규 분포공간(**U**-space)으로 매핑(mapping)된다. 이 때 변환된 **U**-공간에서 원점으로부터 한계상태식까지의 최단거리를 신뢰도 지수 b_{FORM}라 하며, 이는 식 (15)의 최적화 문제의 해가 된다.

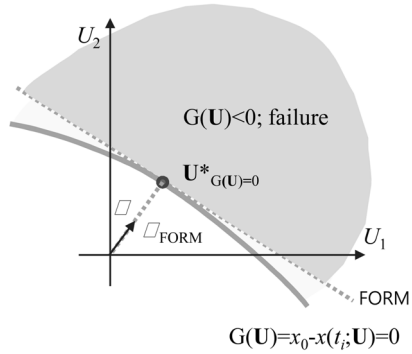

Fig. 3. Approximation of limit-state function in FORM.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} = \|\mathbf{U}\| \\ &\textit{subject to } G(\mathbf{U}) = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

여기서, U-공간으로 변환된 한계상태곡선 상의 점 중 원점으로부터의 최소 거리를 갖는 점을 MPP(most probable point) 라 하며, $\mathbf{U}^*_{G(\mathbf{U})=0}$로 표현한다. 신뢰도 지수는 원점으로부터 MPP까지의 거리이므로 결국 $\beta_{\mathrm{FORM}} = \|\mathbf{U}^*_{G(\mathbf{U})=0}\|$으로 정의되며, 표준정규분포의 누적 확률분포함수(cumulative probability distribution function; CDF)를 이용하여 식 (16)의 파괴확률에 상응되는 반대적 의미의 물리량을 나타낸다. 즉, 파괴확률이 작아질수록 신뢰도지수는 증가한다.

$$P_f(t_i) = P(E_f^i) \cong \Phi(-\beta_i) \tag{16}$$

여기서, $\Phi(\cdot)$는 표준정규분포의 CDF이다. 또한, MPP는 Fig. 3에 도시한 바와 같이 방향벡터 α_i를 이용하여 $\mathbf{U}^*_{G(\mathbf{U})=0} = \beta_{FORM}\alpha_i$으로 표현된다.

3.2. 시간 T_s동안(t=0~T_s)의 신뢰성 해석

전 절에서 산정한 파괴확률은 특별한 한 시점에서의 파괴확률에 해당한다. 하지만 일반적으로 유의미한 파괴확률은 지진발생 시간 동안의 파괴확률을 의미한다. 따라서 지진 발생 후 지속시간을 T_s라 할 때, 시간 [0~T_s] 동안의 파괴확률은 각 시각에서의 파괴사건의 합집합, 즉 식 (17)의 직렬시스템으로 모사된다.

$$P_f(0 \leq t \leq T_s) = P(E_f^1 \cup E_f^2 \cup \cdots \cup E_f^n) \tag{17}$$

식 (17)을 산정하기 위해서는 두 시각 t_i와 t_j에서 발생한 파괴사건간 확률적 의존관계(statistical dependece)를 고려하여야 한다. 이는 상관계수(correlation coefficient)로서 표현되며, 두 파괴사건 사이의 상관계수는 Fig. 4에서와 같이 U-공간에서 MPP간 사이각의 cosine 함수값으로 정의된다.

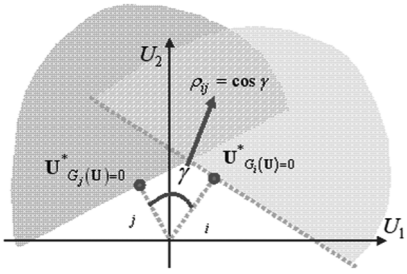

Fig. 4. Correlation coefficient.

FORM 해석은 각 시간별 b_i와 U^*_i를 제공하므로 이로부터 상관계수행렬(correlation coefficient matrix)을 식 (18)과 같이 산정할 수 있다.

$$\mathrm{R} = \{\rho_{ij}\} = \{\alpha_i^{\mathrm{T}}\alpha_j\} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn} \end{bmatrix} \tag{18}$$

이로부터 최종적인 파괴확률은 식 (19)의 다중 정규확률분포(multi-normal probability distribution)가 된다. 이의 산정은 여러 방법들[15-18]이 제시된 바가 있으나, 본 연구에서는 Genz 알고리즘[18]을 적용하였다.

$$\begin{aligned} P_f(0 \leqq t \leqq T_s) &= P(E_f^1 \cup E_f^2 \cup \cdots \cup E_f^n) \\ &= P(\cup_{k=1}^{n}(\alpha_k \mathbf{u} \geqq \beta_k)) \\ &= 1 - P\left[\cap_{k=1}^{n}(\alpha_k \mathbf{u} < \beta_k)\right] \\ &\cong 1 - \Phi(\boldsymbol{\beta}, \mathrm{R}) \end{aligned} \tag{19}$$

4. 수치 예제

4.1. 문제 정의

제시한 기법을 Fig. 1의 능동제어시스템이 장착된 구조물과 제어시스템이 장착되지 않은 구조물에 적용하여 파괴확률 및 제어장치의 파손확률을 산정하였다. 구조물 물성치의 불확실성을 고려하기 위한 확률변수모델은 질량, 기둥강성 및 감쇠계수가 모두 정규분포(normal distribution)를 따른다고 가정하였으며, 평균치는 각각 질량 μ_m=345.6(*ton*), 강성 μ_k=60.0(*MN/m*), 감쇠비 μ_ξ=2%로, 그리고 변동계수(coefficient of variation; c.o.v)는 모두 δ=0.1로 설정하였다. 한편, 하중의 불확실성은 식 (11)에서 기술한 바와 같이, 표준정규분포를 따르는 확률변수 u_k~N(0,1)로 표현된다. 따라서 10초동안 지속되는 지진하중에 대하여 시간간격 0.02초로 이산화하는 경우, 확률변수 u_k는 501개가 되며, 전체 확률변수는 총 504(=3+501)개가 된다.

한편, 케이블의 강성과 경사각은 불확실성이 크지 않다는 판단 하에 확정론적 매개변수로서 k_c=10.0(*MN/m*)과 a=36°로 설정하였다. 또한, 구조물의 파괴를 규정하는 한계상태는 변위 x_0=3.54(*cm*)로, 제어장치의 파괴에 대한 한계상태는 스트로크 u=1.82(*cm*)로 설정하였다. 주어진 한계상태 및 확률변수 모델에 대하여 제어장치가 설치되지 않은 구조물과 능동제어장치가 설치된 구조물의 파괴확률을 산정하여 제어성능을 비교하였으며, 제어시스템의 파괴확률도 덧붙여 산정하였다. 여기서, 비교 대상으로 고려된 제어시스템은 가중치 r=13과 r=33을 사용하여 설계된 제어시스템이다.

4.2. 지진 지속시간 동안의 신뢰성 해석 결과

4.2.1. 특정 시점에서의 파괴확률

전체 지진 지속시간 동안의 신뢰성 해석을 위해서는 각 시점에서의 파괴확률을 모두 산정하여야 한다. 여기서는 첫 번째 단계로 특정 시점에서의 파괴확률 산정결과를 기술한다. 대상 시점은 지진 지속시간의 마지막 순간, 즉 t=10sec인 경우이다.

한편, 기존 불규칙진동론(random vibration)은 하중의 불확실성만 고려할 수 있으며, 시스템의 불확실성을 동시에 고려하기 위해서는 Total Probability Theory를 적용하여 시스템의 확률변수에 대한 적분을 반복수행하여야 한다. 즉, 기존 확률변수(시스템 물성치와 하중의 확률변수)에서 시스템의 물성치는 고정된 값으로 고려하고 하중만 확률변수로서 고려할 때 시스템의 파괴확률을 기존 확률론적 방법으로 산정할 수 있다. 이렇게 산정된 파괴확률은 하나의 물성치가 주어진 상황에서 하중의 불확실성만을 고려한 파괴확률이다. 따라서 이를 식 (20)과 같이 시스템의 물성치의 불확실성(**w**)에 대하여 다시 적분을 수행함으로써 전체 파괴확률을 산정할 수 있다.

$$P_f(t_i) = P(E_f^i) = \int_{\mathbf{w}} p_f(\mathbf{w}) f_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}) d\mathbf{w} \tag{20}$$

여기서 명심할 점은 하중의 불확실성에 의한 파괴확률 $p_f(\mathbf{w})$는 기존 확률론적 방법을 이용하여 산정하여야 한다. 여기서, 기존 확률론적 방법이라 함은 불규칙진동론(random vibration)에 기반한 최초통과확률을 산정하는 문제[19]를 예로 고려할 수 있다.

이에 반해, 이 연구에서 제시하는 기법은 하중뿐만 아니라 시스템의 불확실성도 기존 FORM기법을 적용하여 식 (10)의 단일적분에서 동시에 고려할 수 있다. 본 연구에서는 하중의 불확실성만 고려할 때와 하중뿐만 아니라 시스템의 물성치(질량, 감쇠, 강성)의 불확실성을 동시에 고려할 때 파괴확률 또는 신뢰성이 어떻게 달라지는지를 살펴보았다.

Table 2는 제어장치가 없는 원 구조물과 가중치 r=13과 r=33으로 설계된 제어장치가 설치된 구조물의 t=10sec 시점에서의 파괴확률과 신뢰성지수를 비교 도시한 결과이다. 표에서 관측할 수 있듯이, 원 구조물의 파괴확률이 0.0462(하중의 불확실성만 고려한 경우) 또는 0.0489(하중 및 시스템 불확실성을 함께 고려한 경우)으로 매우 높게 평가된 반면, 제어시스템이 작동하는 구조물의 파괴확률은 각각 2.11×10^{-5}과 7.34×10^{-5} 또는 9.06×10^{-8}과 1.41×10^{-6}으로 합리적인 수준으로 평가되었다. 이는 설계된 능동제어시스템이 구조물의 파괴확률을 큰 폭으로 저감시키고 있

음을 의미한다. 한편, 두 제어시스템 간 제어성능을 비교하면 r=13으로 설계된 제어시스템이 장착된 경우가 r=33으로 설계된 제어시스템이 장착된 경우보다 파괴확률을 2.11×10^{-5}에서 9.06×10^{-8}으로 또는 7.34×10^{-5}에서 1.41×10^{-6}으로 크게 감소시킴으로써 보다 향상된 제어성능을 발휘하고 있음을 관측할 수 있다. 이러한 결과는 Table 1에서 두 제어시스템의 변위응답 저감효과가 46.23%에서 55.40%로 개선된 결과와 비교할 때, 실제 의미는 매우 다름을 보여준다. 즉, 응답저감효과만으로 평가할 때는 두 제어시스템이 약 10%의 성능 차이만을 보임으로써 크게 다르지 않다고 판단할 수 있으나, 시스템 파괴확률의 관점에서는 제어성능이 큰 차이를 보여주게 된다. 이처럼 신뢰성해석결과는 유의미한 정량적 지표를 제공해준다고 할 수 있다.

Table 2. Comparative results of failure probabilities of structure and active control device

Uncertainties		Excitation only(m, c, k: fixed)		Excitation and system parameters	
		x_{max}(cm)	u_{max}(cm)	x_{max}(cm)	u_{max}(cm)
No Control	P_f	0.0462	-	0.0489	-
	β	1.6827	-	1.6556	-
Control (r=33)	P_f	2.11×10^{-5}	3.59×10^{-9}	7.34×10^{-5}	7.31×10^{-9}
	β	4.0946	5.7868	3.7965	5.6658
Control (r=13)	P_f	9.06×10^{-8}	1.01×10^{-5}	1.41×10^{-6}	9.90×10^{-6}
	β	5.2176	4.2624	4.6839	4.2672

제어시스템의 제어성능이 r=13인 경우가 r=33인 경우보다 좋은 관계로 구조물의 파괴확률이 크게 감소되는 반면, 제어장치의 파괴확률은 반대로 크게 증가하는 결과를 얻게 된다. 즉, r=33인 경우, 제어장치의 스트로크(stroke) 과다로 발생하는 파괴확률이 각각 3.59×10^{-9}과 7.31×10^{-9}으로 매우 안전하다고 평가되었으나, r=13인 경우 각각 1.01×10^{-5}과 9.90×10^{-6}으로 크게 증가하는 결과가 관측되었다. 이는 결국 제어성능의 향상이 제어력의 증가를 의미하며 이로부터 스트로크가 비례하여 증가함으로써 제어장치의 파괴 가능성이 증가함을 의미한다. 그러나 파괴확률 수치로부터 확인할 수 있듯이 비록 제어장치의 파괴확률이 반대급부로 크게 증가하였으나, 여전히 그 수준은 충분히 안전한 범위(1.01×10^{-5}, 9.90×10^{-6}) 내에 있다고 할 수 있다.

한편, 세 시스템에서 모두 하중의 불확실성만을 고려한 경우가 시스템의 불확실성을 고려한 경우보다 파괴확률을 저평가하는 결과를 초래할 수 있음을 확인할 수 있다. 따라서 능동제어시스템과 같은 동적시스템의 신뢰성 해석은 반드시 하중의 불확실성뿐만 아니라 시스템의 불확실성을 고려하여야 한다는 것을 알 수 있다.

4.2.2. 지진 지속시간동안의 파괴확률

여기서는 각 시각에서의 신뢰성 해석결과로부터 전체 지진지속시간 동안의 파괴확률을 식 (19)를 이용하여 산정하여 결과를 제시하였다. 비제어시스템의 경우 전체 지진시간 동안의 파괴확률은 $p_f^{unc}(0\leq t\leq 10)=0.05396$으로 산정되었으며, 이는 신뢰도지수 $\beta^{unc}\cong-\Phi^{-1}(p_f^{unc})=1.6076$에 해당한다. 한편, 제어시스템의 파괴확률과 신뢰도지수는 r=13으로 설계된 경우와 r=33으로 설계된 경우에 대하여 Table 3에 수록하였다.

Table 3. Comparative results of reliability analysis of structure and active control device during the earthquake

Uncertainties		Excitation and system parameters	
		x_{max}(cm)	u_{max}(cm)
Control (r=33)	P_f	1.10×10^{-2}	1.46×10^{-6}
	β	2.2892	4.6760
Control (r=13)	P_f	2.96×10^{-4}	2.78×10^{-3}
	β	3.4353	2.7728

전체 지진시간동안 구조물이 파괴될 확률은 r=33으로 설계된 제어시스템의 경우 0.011로 평가되었으며, 이는 실제 구조물에의 적용성을 고려할 때는 거의 채택되기 힘든 수준이다. 이에 반해, r=33으로 설계된 제어시스템은 2.96×10^{-4}의 파괴확률 또는 약 3.44의 신뢰도지수를 보장하는 시스템으로 평가되었다. 일반적인 거더교량의 목표 신뢰도 수준을 b=3.0 정도로 설정하는 설계관행을 고려할 때, 매우 합리적인 수준이라 할 수 있다. 또한, 제어시스템의 파괴확률 또는 신뢰도지수도 2.78×10^{-3} 또는 약 2.77의 수준으로 평가되었다. 제어시스템은 손상이 발생한 경우에는 손쉽게 교체할 수 있다는 점을 고려할 때, 이도 합리적인 수준이라 할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 기존 정적 신뢰성해석기법의 하나인 FORM을 이용하여 동적시스템인 능동제어시스템의 지진하중에 대한 신뢰성해석을 수행하는 방법론을 다루었다. 동적 시스템의 신뢰성해석을 위한 기존 불규칙 진동론은 하중의 불확실성만을 고려하는 경우가 일반적이며, 이 경우에도 한계상태는 최대응답보다는 RMS응답으로 모사되는 한계를 지닌다. 이에 반해, 제시하는 기법에서는 응답의 최대치가 한계상태를 초과하는 보다 현실적인 파괴확률을 산정할 수 있으며, 단일적분만으로도 하중 및 시스템의 불확실성을 동시에 고려할 수 있는 장점을 가진다. 덧붙여, 제시하는 방법에 따른 신뢰성 해석 결과는 제어시스템의 성능을 공학적 의미를 가지는 확률로서 대표할 수 있다는 장점을 가진다. 제시하는 기법의 효율성을 검증하기 위하여 단자유도 시스템을 고려하였으며, 능동제어시스템의 설계는 LQR기법을 적용하였다. 수치해석결과, 제시하는 기법이 하중의 불확실성뿐만 아니라 시스템의 불확실성을 함께 고려함으로써 하중만 고려한 경우 과소평가될 수 있는 파괴확률을 보다 정확하게 산정할 수 있음을 보였다. 또한, 제어시스템의 제어성능이 단순히 응답의 저감효과로만 평가할 때는 공학적 관점에서 유의미한 결과를 얻기 힘든 반면, 제시하는 기법에서는 응답의 파괴확률을 평가함으로써 보다 합리적인 제어기를 설계할 수 있는 정량적 성능지수를 제공해 줄 수 있음을 확인하였다.

마지막으로 본 연구는 단자유도 시스템에서 하나의 한계상태에 대한 요소 신뢰성 해석을 다루고 있다는 한계를 가지며, 실제 구조물에의 적용을 위해서는 다자유도 시스템에 대한 시스템 신뢰성 해석기법에 대한 연구가 필요하며 현재 진행 중임을 밝혀둔다.

감사의 글: 본 연구는 한경대학교 2012년도 학술연구조성비의 지원에 의한 것이며, 그 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1) T. T. Soong, "State-of-the-art Review: Active Structural Control in Civil Engineering", Eng. Struct., Vol. 10, No. 2, pp. 74~84, 1988.
2) Y. Fujino, T. T. Soong and B. F. Spencer, Jr., "Structural Control: Basic Concepts and Applications", Struct. Concr. Proc., ASCE, New York, NY, 2, pp. 1277~1287, 1996.
3) G. W. Housner and T. T. Soong, "Second Generation of Active Structural Control in Civil Engineering", Microcomputers in Civil Engineering, Vol. 11, pp. 289~296, 1996.
4) G. W. Housner, L. A. Bergman, T. K. Caughey, A. G. Chassiakos, R. O. Claus, S. F. Masri, R. E. Skelton, T. T. Soong, B. F. Spencer, Jr. and J. T. P. Yao, "Structural Control: Past, Present, and Future", J. Eng. Mech., Vol. 123, No. 9, pp. 897~971, 1997.
5) B. F. Spencer, Jr. and M. K. Sain, "Controlling Buildings: a New Frontier in Feedback", IEEE Control Systems Maganize, Vol. 17, No. 6, pp. 19~35, 1997.
6) B. F. Spencer, Jr. and S. Nagarajaiah, "State of the Art of Structural Control", J. Struct. Eng., ASCE, Vol. 129, No. 7, pp. 845~856, 2003.
7) B. F. Spencer, Jr., D. C. Kaspari, Jr. and M. K. Sain, "Structural Control Design: a Reliability-based Approach", Proc. American Control Conference, Baltimore, Maryland, WP11-4:00, pp. 1062~1066, 1994.
8) B. F. Spencer, Jr., M. K. Sain, C.-H. Won, D. C. Kaspari and P. M. Sain, "Reliability-based Measures of Structural Control Robustness", Structural Safety, Vol. 15, pp. 111~129, 1994.
9) A. Der Kiureghian, "First- and Second-order Reliability Methods", Engineering Design Reliability Handbook, Edited by E. Nikolaidis, D.M. Ghiocel & S. Singhal, CRC Press, Boca Raton, FL, Chapter 14, 2005.
10) D. E. Kirk, "Optimal Control Theory - an Introduction", Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, pp. 219~222, 2004.
11) A. Alavinasab and H. Moharrami, "Active Control of Structures using Energy-based LQR Method", Computer-Aided Civil and Infrastructure Eng., Vol. 21, pp. 605~611, 2006.
12) A. Der Kiureghian, "The Geometry of Random Vibrations and Solutions by FORM and SORM", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 15, pp. 81~90, 2000.
13) A. Der Kiureghian and C. C. Li, "Non-linear Random Vibration Analysis through Optimization", In: D. Frangopol and R. Rackwitz, Editors, Reliability and Optimization of Structural Systems, Oxford: Pergamon Press, Proceedings of the 7th IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, pp. 197~206, 1996.
14) A. K. Chopra, "Dynamics of Structures - theory and Applications to Earthquake Engineering", 3rd ed., Pearson Prentice Hall, pp. 127~129, 2007.
15) S. Gollwitzer and R. Rackwitz, "An Efficient Numerical Solution to the Multinormal Integral", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 3, No. 2, pp. 98~101, 1988.
16) R. V. Ambartzumian, A. Der Kiureghian, V. K. Oganian and H. S. Sukiasian, "Multinormal Probability by Sequential Conditioned Importance Sampling: Theory and Application", Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 13, No. 4, pp. 299~308, 1998.
17) J. Song and W. H. Kang, "System Reliability and Sensitivity under Statistical Dependence by Matrix-based System Reliability Method", Structural Safety, Vol. 31, No. 2, pp. 148~156, 2009.
18) A. Genz, "Numerical Computation of Multivariate Normal Probabilities", Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol. 1, No. 2, pp. 141~149, 1992.
19) Seung-Yong Ok, Junho Song and Kwan-Soon Park, "Optimal Design of Hysteretic Dampers Connecting Adjacent Structures using Multi-objective Genetic Algorithm and Stochastic Linearization Method", Engineering Structures, Vol. 30, No. 5, pp. 1240~1249, 2008.