

분산응력법을 이용한 곡선수로에서의 천수흐름 해석

송창근* · 서일원** · 김태원*** · 안정규****

Song, Chang Geun*, Seo, Il Won**, Kim, Tae Won***, Ahn, Jungkyu****

Analysis of Shallow Water Flow in Curved Channel Using Dispersion Stresses Method

ABSTRACT

Most of the previous models for analysis of shallow water flow assumed the uniform velocity distributions over the flow depth so that they produced incorrect velocity prediction at meandering part due to the ignorance of secondary current. In this study, the vertical velocity profiles in longitudinal and transverse direction were decomposed as the mean and variation components, which resulted in additional dispersion stresses terms in momentum equations. The proposed model were applied at the channels with 30°, 90°, 270° bends, and shallow water flow in curved channel was analyzed using dispersion stresses. The dispersion stresses acted as a sink or source in the momentum equations, which caused the transverse convection of momentum to shift from the inner bank to the outer bank.

Key words : Curved channel, Secondary current, Velocity profile, Dispersion stresses method, Shallow water equations, Finite element model

초록

기존 대부분의 천수흐름 해석모형에서는 연직방향으로 균일한 유속을 가정하였기 때문에 하천 만곡부에서 이차류의 영향을 고려하지 못하고 부정확한 흐름해석 결과를 도출하였다. 본 연구에서는 종횡방향 유속의 연직분포를 평균값과 이로부터의 변동량으로 분할하여 이 값들을 운동량 방정식에 대입하여 생성되는 추가적인 항인 분산응력을 포함하는 수치모형을 개발하였다. 제안된 모형을 30°, 90°, 270°의 곡률을 가지는 수로에 적용하여 분산응력을 이용한 곡선수로에서의 천수흐름을 수치모의 하였다. 모의 결과, 운동량방정식에 포함된 분산응력항은 생성/소멸과 같은 역할을 하여, 만곡의 내측에서 외측으로 횡방향 운동량을 이동시키게 되므로 분산응력을 포함하지 않는 경우 보다 정확한 수치모의 결과를 제시하는 것으로 밝혀졌다.

검색어 : 곡선수로, 이차류, 유속 분포, 분산응력법, 천수방정식, 유한요소모형

1. 서론

자연하천의 만곡부에서는 원심력, 횡방향 수면경사에 의한 압력차, 난류에 의한 전단력 등의 상호작용으로 인해 수표면에서의 횡방향 유속은 곡률의 외측을 향하고, 바닥 부근에서의 횡방향 유속은 만곡의 내측을 향하여, 주 흐름 방향에 연직인 단면을 따라 Fig. 1과 같은 나선형 흐름인 이차류가 발생한다. Tominaga와 Nezu(1991)는 하천 직선구간 내에서의 이차류는 종방향 유속의 최대 4%

* 정희원 · 인천대학교 안전공학과 조교수 (baybreeze119@incheon.ac.kr)

** 정희원 · 교신저자 · 서울대학교 건설환경공학부 교수 (Corresponding Author · Seoul National University · seoilwon@snu.ac.kr)

*** 정희원 · (주)웹솔루스 전무 (ktw@websolus.co.kr)

**** 서울대학교 건설환경공학부 박사 후 연구원 (ahnjk@snu.ac.kr)

Received February 13, 2013/ revised March 14, 2013/ accepted April 17, 2013

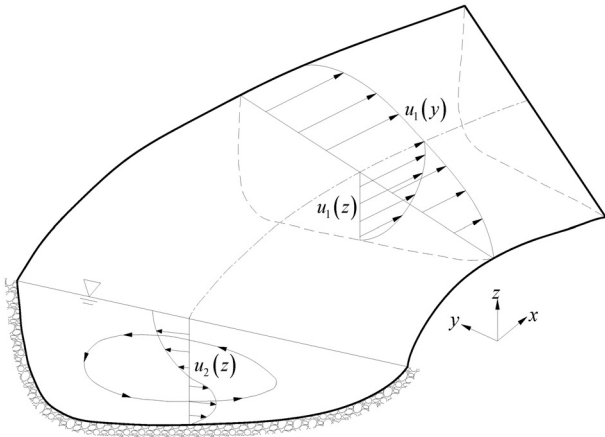


Fig. 1. Velocity Structure for Curved Open-Channel Flow (Song et al., 2012)

정도의 크기를 가진다고 제시하였고, Shiono와 Muto(1998)는 사행하천 내에서의 종방향 유속과 비교하여 이차류의 크기가 대략 10-16% 정도의 값을 갖는다고 주장하였다. 이와 같이 이차류는 주 흐름에 비해 그 크기가 작지만 주 흐름 유속 구조를 변화시키며 유사 이송, 하상 및 제방 침식, 하상 지형 변화 등에 큰 영향을 미친다. 또한 오염확산의 경우 하폭방향으로 완전히 혼합되기 전까지의 분산과정에서 이차류가 미치는 영향은 매우 중요하다.

기존 대부분의 천수흐름 해석모형에서는 연직방향으로 균일한 유속을 가정하였기 때문에 하천 만곡부에서 이차류의 영향을 고려하지 못하고 부정확한 흐름해석 결과를 도출하였다. 따라서 기존의 모형에서는 물리적으로 왜곡된 난류 동점성계수를 입력하여 곡선부에서의 유속구조를 맞추려는 시도가 빈번하였다. 또한 정교한 난류모형을 이용하여 레이놀즈 응력을 계산하였지만 이차류의 효과를 반영하지 않아 만곡부에서의 실제 유속을 올바르게 모의하지 못하는 2차원 모형도 다수 존재한다(Ye와 McCorquodale, 1997; Jia와 Wang, 1998; Wilson 등, 2002).

본 연구에서는 3차원 Reynolds 방정식을 수심 적분하는 과정에서 균일한 유속분포를 가정하여 만곡부에서 이차류가 주 흐름 유속에 미치는 이송의 영향을 무시한 기존 대부분의 연구와는 달리, 종횡방향 유속의 연직분포를 평균값과 이로부터의 변동량으로 분할하여 이 값들을 운동량방정식에 대입하여 생성되는 추가적인 항인 분산응력을 포함하는 수치모형을 개발하였다. 제안된 모형을 30°, 90°, 270°의 만곡부를 포함하는 수로에 적용하여 분산응력을 이용한 곡선수로에서의 천수흐름을 수치모의하고 모의 결과를 수리실험에 의한 측정값 및 타 모형의 모의 값과 비교하였다.

2. 이론적 연구

2.1 이차류 유속분포

이차류 유속분포에 대한 이론식은 여러 연구자들에 의해 제시되었다. Rozovskii(1961)는 주 흐름 방향 유속의 연직분포를 로그함수를 이용하여 정의하고 만곡부에서 나타나는 이차류의 완전발달 횡방향 유속 연직분포식을 하상의 조도에 따라 구분하여 제안하였다. 또한 만곡부에서 주 흐름 방향 이동거리에 따라 이차류의 크기가 증가 및 감소하는 경향을 지수함수를 이용하여 나타냈다. Kikkawa 등(1976)은 수심 평균한 난류 동점성 계수를 적용하여 계산하기 쉬운 형태의 횡방향 유속 분포식을 제안하였고, de Vriend(1977)는 이차류의 3차원적 영향을 천수흐름 해석 모형으로 기술하기 위한 수치모형을 개발하여, 주 흐름과 상호작용하는 이차류의 유속구조에 대한 모형을 제안하였다. Odgaard(1986)는 멱함수를 이용하여 주 흐름 방향 유속의 연직분포를 나타냈으며, 만곡부에서 형성되는 이차류 셀 중심에서부터 발생하는 원심력을 고려하여, 연직방향을 따라 선형적으로 변화하는 횡방향유속 분포를 제안하였다.

Rozovskii(1961)가 제안한 식은 해석적으로 적분하기 어려운 형태의 함수를 포함하며, Kikkawa 등(1976)이 제안한 식을 실험수로에서 측정된 유속자료와 비교해 보면 횡방향 유속의 크기를 과대 산정하는 경향을 보이고 있으며, 유도과정에 있어서 경계조건에 대한 많은 가정을 포함하고 있고 실제 자연하천의 복잡한 지형에 적용하는데 한계가 존재한다. 이차류의 유속구조에 대한 Odgaard(1986)의 제안식은 하상 조도의 영향으로 복잡하게 나타나는 횡방향 유속의 연직분포를 나타내지 못하며, 바닥면에서의 무활동(no-slip condition)을 만족하지 않는 한계점을 지니고 있다.

2.2 이차류 영향 해석 방법

만곡부에서의 이차류 유속 구조를 천수 흐름 해석에 반영하기 위하여 두 가지 방법이 널리 사용되고 있다. 첫 번째 방법은 VAM(2D Vertically Averaged and Moment) 모델에 의한 방법(Ghamry, 1999; Ghamry와 Steffler, 2002; Ghamry와 Steffler, 2005; Vasquez 등, 2006)이고, 두 번째 방법은 본 연구에서 이용한 분산응력을 포함하는 방법(de Vriend, 1977)이다. VAM 방법은 Fig. 2와 같이 x, y, z방향 유속의 연직 분포와 압력 분포를 단순한 선형 형태로 가정하여 이 각각의 분포를 추가적인 매개변수(moments)를 이용하여 모델링하는 기법이다. 따라서 이 방법은 식 (1)과 같은 수심 평균된 연속방정식, 식 (2)의 운동량방정식과 더불어 식 (3)의 운동량방정식에 연직방향 변수를 곱하여 추가적으로 생성되는 운동량 모멘트 방정식(moment of momentum equations)을 연계 해석하여 이차류 유속구조를 반영하는 방법이다.

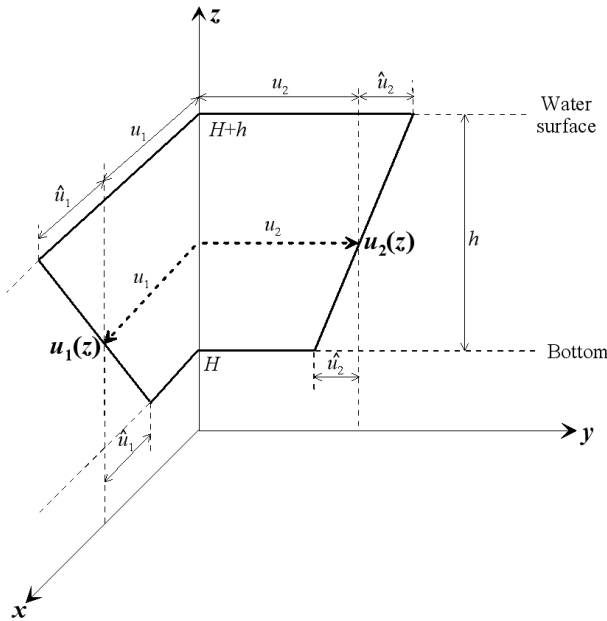


Fig. 2. Linear Vertical Distributions of Horizontal Velocities Used in Moment of Momentum Method

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial q_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{q_i q_j}{h} \right) + gh \frac{\partial}{\partial x_i} (h + H) - \frac{1}{p} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{p} \tau_{bi} - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} (h \hat{u}_i \hat{u}_j) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{q_j \hat{u}_i}{h} \right) + \hat{u}_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{q_i}{h} \right) = \frac{3}{2} \left[\frac{4\tau_{ij}}{hp} \frac{\partial z_m}{\partial x_j} - \frac{4\tau_{iz}}{hp} + \frac{2}{hp} \tau_{bi} \right] \quad (3)$$

여기서, $i, j = 1, 2$; t 는 시간; q_1, q_2 는 각각 x, y 방향으로의 단위 폭당 유량; g 는 중력가속도; h 는 수심; H 는 바닥고; τ_{ij} 는 ij 방향으로 작용하는 연직평균 난류 전단응력; τ_{bi} 는 바닥 전단력; \hat{u}_1, \hat{u}_2 는 각각 수면에서 x, y 방향으로 평균 유속에 비해 초과된 유속의 크기; z_m 은 평균 수심을 나타낸다. 위 식에서 아래 첨자 j 와 k 는 이인슈타인 합표사규칙을 따르며 k 는 i 와 같지 않다. 그러나 이 방법은 천수방정식 이외에 Eq. (3)과 같은 추가적인 두 개의 수송방정식을 더 풀어야 하므로, 계산량이 많고 횡방향 유속의 나선형 연직 분포를 잘 반영하지 못하며, 바닥에서의 무활조건을 만족하지 못하는 단점이 있다.

만곡부에서의 이차류 유속구조를 천수흐름 수치모의에 반영하기 위한 두 번째 방법인 분산응력법은 다음과 같다. 3차원 Navier-Stokes 방정식을 시간 평균하면 3차원 Reynolds 방정식을 얻게 되며, 이를 수심 평균하면 아래와 같은 연직방향으로 평균된 방정식이 도출된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_H^{H+h} u_i(z) dz + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_H^{H+h} u_i(z) u_j(z) dz + gh \frac{\partial (H+h)}{\partial x_i} - \int_H^{H+h} \nu \frac{\partial^2 u_i(z)}{\partial x_j \partial x_j} dz + gn^2 \frac{\sqrt{u_j u_j}}{h^{1/3}} = 0 \quad (4)$$

여기서, h 는 수심; t 는 시간; x_i 는 $i = 1$ 인 경우 x 방향, 2인 경우 y 방향; u_i 는 수심 평균 유속; H 는 하상고; ν 는 난류 동점성 계수; g 는 중력 가속도; n 은 조도계수를 의미한다. 기존의 천수흐름 모형은 연직방향으로 균등한 유속 분포를 가정하므로, Eq. (4)의 수심 적분항이 포함된 첫 번째, 두 번째 및 네 번째 항이 연직평균 유속과 수심으로 표현되어 일반적인 운동량방정식이 된다. 그러나 곡선부에서의 u_i 의 연직방향 분포는 균일하지 않으므로 이를 반영하기 위해 종횡방향 유속($u_i(z)$)을 평균(u_i)과 이로부터의 변동량($u'_i(z)$)의 합으로 정의하고 Eq. (4)에 대입하면 두 번째 항인 이송 가속도항이 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \int_H^{H+h} u_i(z) u_j(z) dz = \frac{\partial}{\partial x_j} (h u_i u_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} \int_H^{H+h} (u_i(z) - u_i)(u_j(z) - u_j) dz \quad (5)$$

위 식의 우변의 첫 번째 항은 수심평균 흐름에 의한 이송 가속도항이며, 우변의 두 번째 항은 수심평균 유속과 연직방향을 따라 변화하는 유속 분포차에 의해 생성되는 분산응력항에 해당한다. 따라서 추가적으로 생성된 분산응력항을 S_{ij} 로 표현하면 Eq. (4)는 다음과 같은 형태로 나타난다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + g \frac{\partial H}{\partial x_j} + g \frac{\partial h}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + gn^2 \frac{u_i \sqrt{u_j u_j}}{h^{4/3}} + \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (6a)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j} \int_H^{H+h} (u_i(z) - u_i)(u_j(z) - u_j) dz \quad (6b)$$

위 식에 나타난 비와 같이 이차류의 영향을 반영하기 위해 분산응력 방법을 사용하는 경우 유속의 연직 평균 값과 변화량의 차가

적분 가능하다면 어떠한 유속분포에도 적용할 수 있는 이점이 있으며, 또한 VAM과 같은 이차류 해석 모형에서 이용하는 부수적인 수송방정식을 풀 필요가 없는 장점이 있다.

천수흐름해석에서 이차류의 영향을 고려하기 위해 분산응력법을 도입한 국내의 연구로는 Kim 등(2009), Kim과 Choi(2009) 및 Song 등(2012)을 꼽을 수 있다. 이들은 모두 de Vriend(1977)가 제안한 로그함수 형태의 종방향 유속의 연직분포식과 비선형 로그함수의 적분 조합형 횡방향 유속의 연직분포 식을 천수방정식에 대입하여 추가적으로 발생하는 분산응력항에 의해 이차류의 영향을 반영하였다. Kim 등(2009)과 Kim과 Choi(2009)는 보존형 천수방정식에 CDG 기법(Ghanem, 1995)을 적용하여 분산응력 유무에 따른 Rozovskii의 180도 만곡수로 및 10 m 길이의 만곡부가 3개 존재하는 Kinoshita 수로에서 개발된 모형을 검증하였다. Song 등(2012)은 동일한 de Vriend의 수학적 모형을 비보존형 천수방정식에 적용하고 SU/PG 기법에 의해 이산화하여, Rozovskii의 만곡수로, 본류와 지류가 90도로 합류하는 실험수로 및 남강댐 하류부 4.7 km 사행 구간에서 개발된 모형을 적용하고 운동량방정식의 각 항에 비해 분산응력항이 가지는 크기 및 지배력을 제시하였다. 그러나 Song 등(2012)의 연구에서는 다양한 사행 각도를 가지는 실험수로에서 분산응력 모형의 유효성 및 적용성을 검증하지 못하였다. 분산응력을 이용하여 이차류의 영향을 해석한 국외 연구는 Flokstra(1977)을 시작으로 Molls와 Chaudhry(1995), Hsieh와 Yang(2003), Begnudelli 등(2010) 등이 있으며, 이들은 종횡방으로 약간씩 다른 연직 유속 분포식을 이용하여 분산응력 기법을 적용하였다. de Vriend(1977)의 수학적 모형에 기초한 분산응력법은 탄탄한 이론적 기반을 가지고 있으며, 바닥에서의 무활조건을 잘 만족시키고, 기존의 실험결과와도 잘 일치하는 장점이 있다 (Song 등, 2012).

3. 분산응력 모형

본 연구에서는 Eq. (6a)에 새롭게 추가된 S_{ij} 를 모형화하기 위해 de Vriend(1977)가 섭동법을 적용하여 유도한 수학적 모형을 이용하였다. de Vriend(1977)에 의해 제안된 직교좌표계에서의 종횡 방향 유속의 연직 유속 분포식은 다음과 같다.

$$u_1(\zeta) = u_1 f_m(\zeta) - h U_1 f_s(\zeta) \quad (7a)$$

$$u_2(\zeta) = u_2 f_m(\zeta) - h U_2 f_s(\zeta) \quad (7b)$$

여기서 u_1 은 x -방향의 수심적분된 유속, $u_1(\zeta)$ 은 x -방향 유속의 연직분포; u_2 는 y -방향 수심평균 유속, $u_2(\zeta)$ 는 y -방향 유속의

연직분포; h 는 수심, $\zeta = (z - H)/h$ 는 바닥으로부터의 무차원 거리를 의미하며, U_1 과 U_2 는 아래와 같이 표현된다.

$$U_1 = \frac{\delta}{2\kappa^2 \|u\|^3} \quad (8a)$$

$$\left[(\|u\|^2 + u_2^2) \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) - u_1 u_2 \left(u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) \right]$$

$$U_2 = \frac{\delta}{2\kappa^2 \|u\|^3} \quad (8b)$$

$$\left[(\|u\|^2 + u_1^2) \left(u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) - u_1 u_2 \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) \right]$$

위 식에서 δ 는 수심 대 곡률반경의 비로 일반적으로 1 이하의 값을 가지며, $\|u\|$ 는 유속의 Euclidian norm이다.

주 흐름 함수 ($f_m(\zeta)$)와 이차 흐름 함수 ($f_s(\zeta)$)는 아래와 같이 정의되며 Chézy 계수 C 에 따라 Fig. 3과 같이 연직방향 유속분포가 변화된다.

$$f_m(\zeta) = 1 + \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} (1 + \ln \zeta) \quad (9a)$$

$$f_s(\zeta) = 2F_1(\zeta) + \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} F_2(\zeta) - 2 \left(1 - \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right) f_m(\zeta) \quad (9b)$$

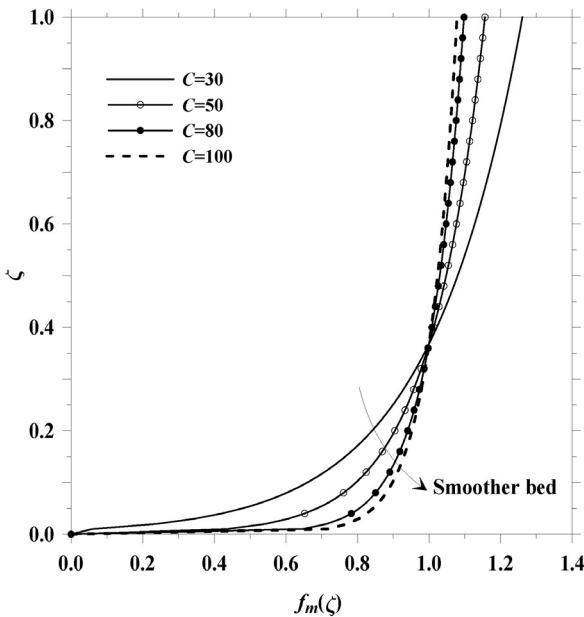
위 식에서 k 는 von Karman 상수 (0.4)이고 $F_1(\zeta)$ 과 $F_2(\zeta)$ 는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$F_1(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln \zeta}{\zeta - 1} d\zeta$$

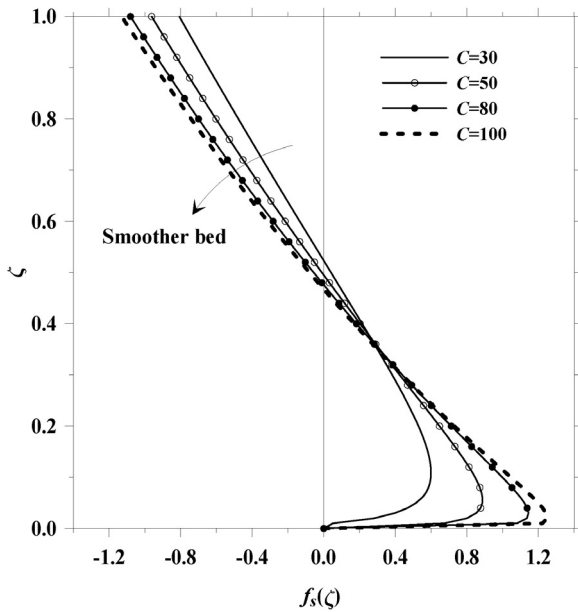
$$F_2(\zeta) = \int_0^1 \frac{\ln^2 \zeta}{\zeta - 1} d\zeta \quad (10)$$

Eq. (7)과 Eq. (9)에 따르면, 연직방향 유속분포는 주 흐름 유속의 로그분포와 Chézy 및 von Karman 상수를 포함하는 비선형 이차 흐름 함수의 결합으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 또한 이차 흐름함수는 사행에 의한 주 흐름의 방향에 수직인 성분과 주 흐름의 종방향 기속에 의해 발생하는 주 흐름방향 이차류 성분으로 구성되어 있다. 이는 유선방향 운동량을 만곡부 내측으로부터 외측으로 이동시켜 외측에서의 주 흐름유속이 증가되는 현상을 반영하기 위한 것이다.

Eq. (7)에 위에서 정의한 유속분포를 포함하고, 이를 다시 Eq. (6b)에 대입하여 텐서형 분산응력을 계산하면 다음과 같은 성분으



(a) Primary Flow Function



(b) Secondary Flow Function

Fig. 3. De Vriend's Primary and Secondary Flow Functions

로 구성된다. 첫 번째 분산응력항 (S_{xx})은 x -방향 유속의 평균값과 변동값의 차의 곱에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$S_{xx} \equiv \frac{1}{h} \int_H^{H+h} (u_1(z) - u_1)^2 dz = \int_0^1 (u_1(\zeta) - u_1)^2 d\zeta$$

$$= u_1^2 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 - 2hu_1 U_1 \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} FF_1 + h^2 U_1^2 FF_2 \quad (11)$$

여기서

$$FF_1 = \int_0^1 (1 + \ln \zeta) f_s(\zeta) d\zeta \quad FF_2 = \int_0^1 f_s^2(\zeta) d\zeta \quad (12)$$

두 번째 성분(S_{yy})은 x -방향과 y -방향 유속의 차에 의해 발생하며 다음과 같이 계산된다.

$$S_{xy} \equiv \int_0^1 (u_1(\zeta) - u_1)(u_2(\zeta) - u_2) d\zeta \quad (13)$$

$$= u_1 u_2 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 - h(u_1 U_1 + u_2 U_2) \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} FF_1 + h^2 U_1 U_2 FF_2$$

마지막 성분 (S_{yy})은 y -방향 유속의 차의 곱에 의해 생성되며 아래와 같다.

$$S_{yy} \equiv \int_0^1 (u_2(\zeta) - u_2)^2 d\zeta$$

$$= u_2^2 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 - 2hu_2 U_2 \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} FF_1 + h^2 U_2^2 FF_2 \quad (14)$$

Eq. (10)과 Eq. (12)에 포함된 적분은 사다리꼴 규칙에 의해 계산할 수 있다.

4. 수치모의

본 연구에서는 이차류의 영향을 분산응력을 이용하여 반영한 Song 등(2012)의 천수흐름 해석 수치모형을 30°, 90° 및 270°의 만곡부를 포함하는 수로에 적용하여 분산응력항의 유무에 따른 곡선수로에서의 흐름특성을 분석하였다. 수치기법으로는 유속과 형상함수 편미분의 내적에 의해 상향 가중된 섭동함수가 유체의 흐름방향으로 작용하게 되어, 천수방정식의 비선형 이송항의 불안정성을 감소시키는 SU/PG 기법(Hughes와 Brooks, 1979; Song과 Seo, 2012)을 적용하였다.

4.1 30도 곡선수로

Fig.4(a)와 같이 측벽경사 1V:2H의 사다리꼴 단면을 가지고 30°의 만곡부를 포함하는 곡선수로에서 분산응력항의 유무에 따른 유속분포를 비교하였다. 220개(종방향 22개 x 횡방향 10개)와 880개(종방향 44개 x 횡방향 20개)의 2가지 격자 해상도에 따른 Sec.1에서의 횡방향 유속값을 Maynard(1996)의 실험자료와 비교하여 Fig. 4(b)에 도시하였다. 220개의 사각망에 의한 결과는 Sec.1에서의 유속값을 과대 산정하므로, 수치모의에 이용한 절점 수와

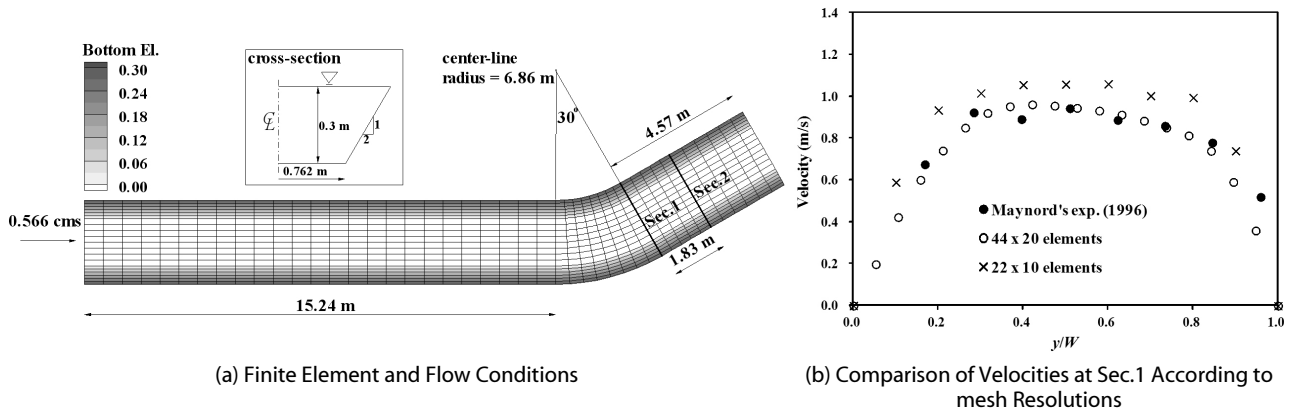


Fig. 4. Geometry, Finite Elements, Flow Conditions and mesh Dependency for 30 Degree Curved Channel

Table 1. Simulation Conditions for Curved Channels

Bend	Element info.		Boundary conditions		Parameters		
	Number of element	Number of node	Q (cms)	h (m)	n	h/R_c	Fr
30°	880	945	0.5660	0.300	0.021	0.0437	0.518
90°	1,728	1,885	0.0985	0.115	0.010	0.0135	0.345
270°	4,312	4,531	0.0235	0.064	0.010	0.0179	0.507

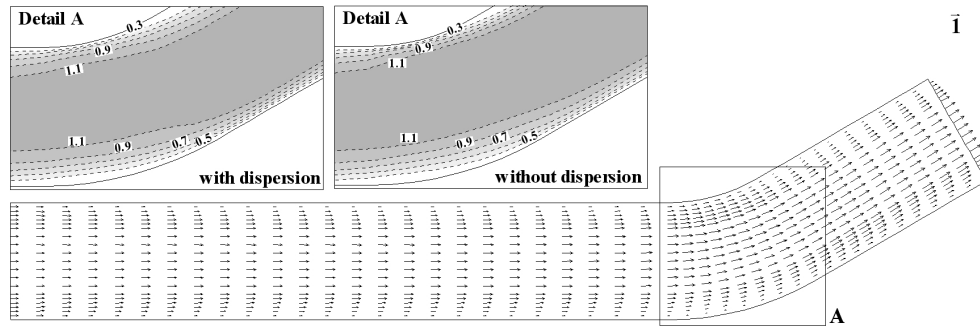


Fig. 5. Velocity Vector and Influence of Dispersion Stresses in Region a for 30 Degree Curved Channel

요소 수는 Table 1 및 Fig. 4(a)에 제시된 격자망과 같이 각각 945개 및 880개로 결정하였다. 30° 수로의 수치모의에서는 벽면경계 조건을 무활(no-slip) 조건으로 부여하여 Maynard(1996)의 실측자료와 Bernard와 Schneider(1992)에 제시된 STREMR 모형의 모의 조건에 보다 근사하도록 하였다. 상류단 유량조건은 0.566 cms, 하류단 수심경계조건은 0.3 m로 입력하였으며 이 경우 Fr 수는 0.518이다. Maynard(1996)의 수리실험조건을 바탕으로 하여 조도계수는 0.021로 설정하였다.

Fig. 5에 유속 벡터도와 30° 만곡부 부근에서의 등유속도를 도시하였다. 무활조건을 입력하였기 때문에 상류단 경계면에 부여된 균일한 유속분포가 점차 포물선형으로 나타나는 것을 알 수 있다. A 영역의 등유속도를 확대한 그림에서 분산응력을 포함한

경우, 1.0 m/s의 최대 유속선이 만곡부 외측으로 보다 편향되어 나타났다. 이는 Sec. 1과 Sec. 2에서 좌안으로부터 우안 방향으로의 횡방향 거리(y)를 수로 폭(W)으로 나누어 무차원화(y/W)하고 횡방향 유속분포를 도시한 Fig. 6에서 보다 명확하게 확인할 수 있다. Fig. 6(a)의 Sec. 1에서 점선으로 표시한 분산응력을 포함하지 않은 경우에 비해 실선으로 표시한 분산응력을 포함한 경우의 유속 분포가 보다 만곡부 외측으로 이동하여 검은 점으로 표시한 Maynard(1996)의 수리실험 결과와 잘 일치하였다. 이와 같은 현상은 만곡부를 통과한 후 직선부에 해당하는 Sec. 2에서도 동일하게 나타났다(Fig. 6(b)). 30도 수로 모의에서는 Bernard와 Schneider(1992)에 제시된 STREMR 모형의 수치모의 결과를 이용하여 횡방향 유속분포를 비교하였다. STREMR 모형은 이차류

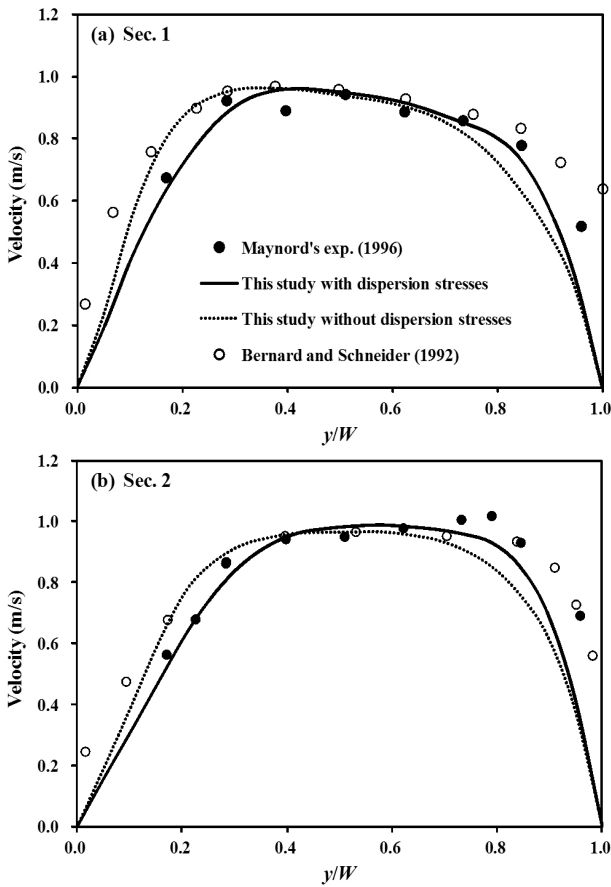


Fig. 6. Velocity Comparisons Along the Transverse Sections of 30 Degree Curved Channel

의 영향을 단순히 유선방향 와도에 관한 경험 이송식에 의해 계산하여, 분산응력을 포함한 본 모형에 비해 만곡부에서 흐름이 외측으로 편향되는 유속구조를 올바르게 반영하지 못하였으며, 수로의 좌안과 중앙 부근에서 분산응력을 포함하지 않은 본 연구의 모의 결과와 유사한 유속값을 보였다.

4.2 90도 곡선수로

제안된 모형의 두 번째 적용사례로 Fig. 7(a)와 같이 폭 2.34 m의 직사각형 단면을 가지고 두 개의 90° 만곡부를 포함하는 수로에서의 수치모의 결과를 수리실험 결과 및 타 모형 모의결과와 비교하였다. 432개(종방향 72개 x 횡방향 6개)와 1,728개(종방향 144개 x 횡방향 12개)의 2가지 격자 해상도에 따른 Sec.7에서의 횡방향 유속값을 Chang(1971)의 실험자료와 비교하여 Fig. 7(b)에 도시하였다. 432개의 사각망에 의한 결과는 Sec.7 단면의 중앙 및 외측에서 유속값을 과대 산정하고, 성근 격자 크기에 의해 분산응력에 의한 횡방향 운동량 전달을 올바르게 반영하지 못하므로, 수치모의에 이용한 절점 수와 요소 수는 Table 1 및 Fig. 7(a)에 제시된 1,885개 및 1,728개로 결정하였다. 상류단 유량조건은 0.0985 cms, 하류단 수심경계조건은 0.115 m로 입력하였으며 이 경우 Fr 수는 0.345이다. 수로의 벽면에는 활동 경계조건을 부여하였으며, Chang(1971)의 수리실험조건을 바탕으로 하여 조도계수는 0.010으로 설정하였다.

두 번째 만곡부 유입지점의 측선(Sec.5)을 포함하여 4개의 횡방향 측선에서의 유속분포를 Fig. 8에 나타냈다. Chang(1971)의 수리실험 결과와 분산응력 유무에 의한 본 연구의 수치모의 결과, 이차류의 영향을 VAM 방법으로 반영한 Ghamry와 Steffler(2002)의 결과를 비교하였다. 모든 결과에서 공통적으로 두 번째 만곡부의 시점(Sec.5)부터 만곡부 정점(Sec.9)까지는 수로 내측의 유속이 빠르게 분포하다가 Sec.11부터는 점차 균일한 유속으로 변화되어 가는 것을 이 그림에서 확인할 수 있다. 분산응력 유무에 따른 유속을 비교해 보면 Sec.9인 만곡부 정점에서는 두 결과가 유사하게 나타났으나, 만곡부 유입부에 해당하는 Sec.5와 Sec.7에서는 분산응력을 무시한 경우 수로 내측에서는 유속이 낮게 나타나고 외측에서는 높게 나타나 분산응력을 포함한 경우에 비해 유속 경사가 완만하게 분포하였다. 분산응력을 포함한 본 연구의 모형과 Ghamry와 Steffler(2002)의 모의 결과를 비교해 보면 Sec.5와 Sec.7의 좌안과 Sec.9와 Sec.11의 우안에서의 유속이 서로 매우 유사하게

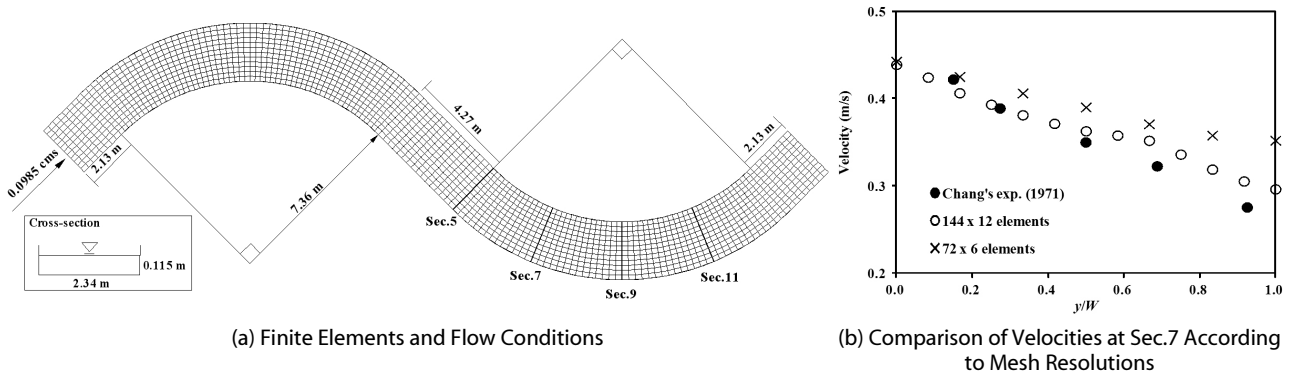


Fig. 7. Geometry, Finite Elements and Flow Conditions for 90 Degree Curved Channel

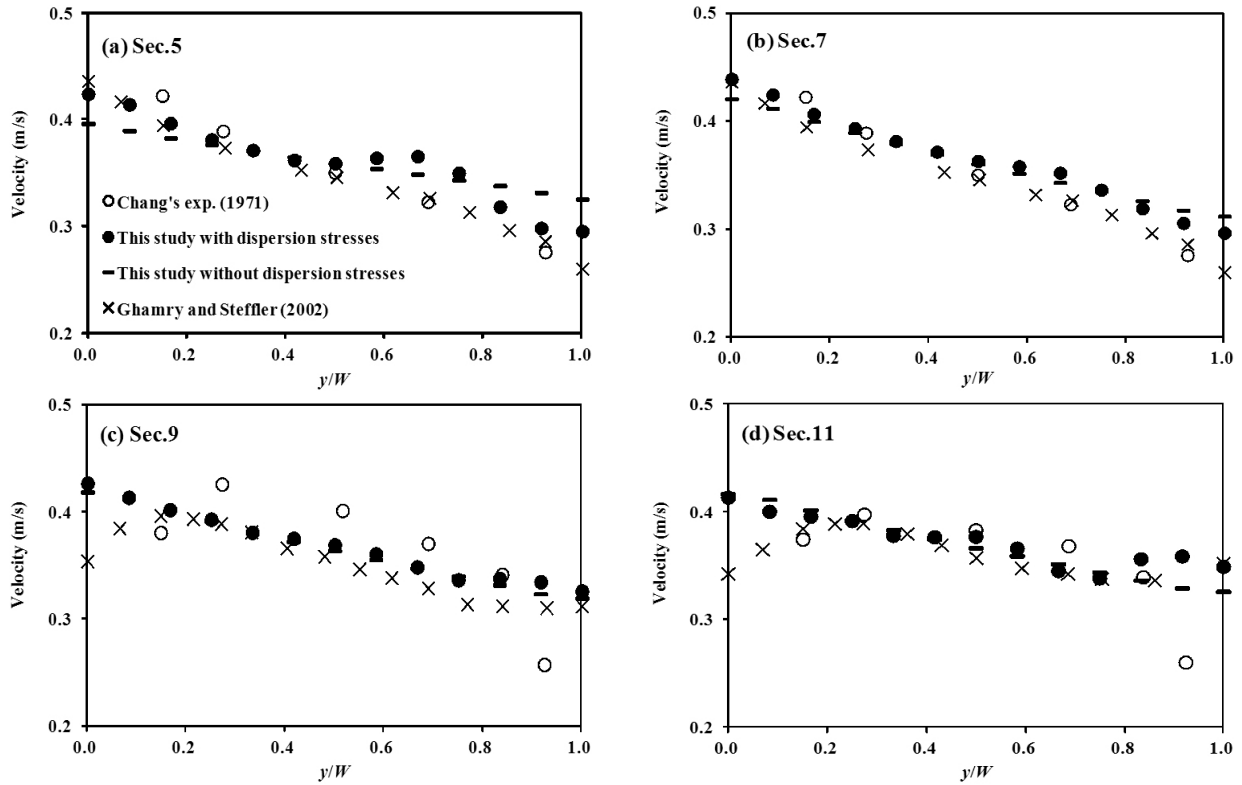


Fig. 8. Velocity Comparisons Along the Transverse Sections of 90 Degree Curved Channel

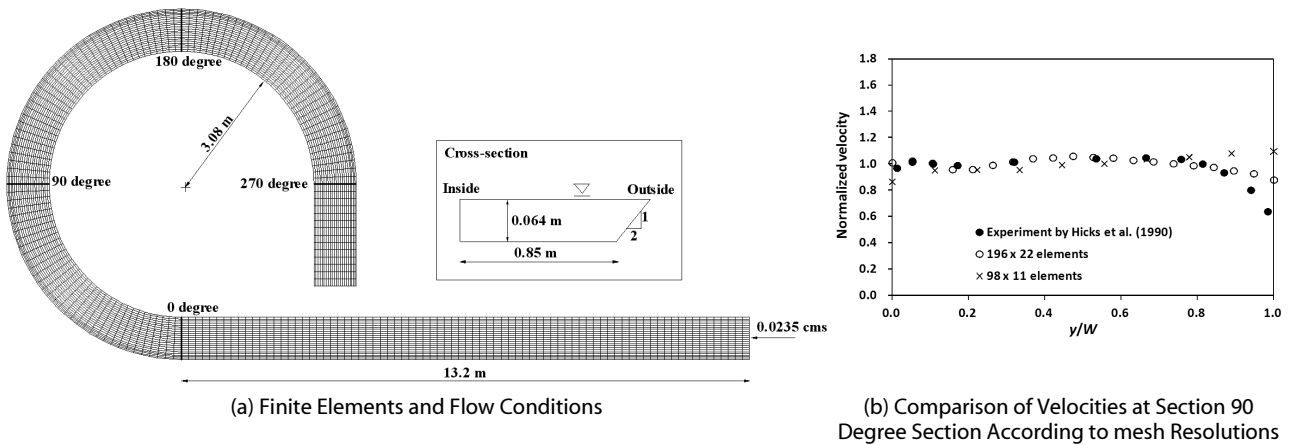


Fig. 9. Geometry, Finite Elements and Flow Conditions for 270 Degree Curved Channel

나타났지만, Sec.7의 수로 내측과 Sec.11의 중앙 부분에서 본 연구에 의한 모형의 모의결과가 Chang(1971)의 수리실험 결과에 보다 근사하였다. 또한 Sec. 9의 중앙부분에서 유속이 높게 나타나는 현상을 VAM 모형에 비해 상대적으로 정확하게 예측하였다. VAM 모형은 이차류의 3차원적 유속 구조를 반영하기 위해 10개의 방정식을 풀어야 하는 번거로움이 있고 계산시간도 오래 걸리는 단점이 있다.

4.3 270도 곡선수로

본 모형의 세 번째 적용사례로 Fig. 9(a)와 같이 외측 벽면 경사 1V:2H의 사다리꼴 단면을 가지고 270°의 만곡부를 포함하는 수로에서 분산응력법의 유무에 따른 유속분포를 비교하였다. 1,078개(종방향 98개 x 횡방향 11개)와 4,312개(종방향 196개 x 횡방향 22개)의 2가지 격자 해상도에 따른 90도 단면에서의 횡방향 유속값을 Hick 등(1996)의 실험자료와 비교하여 Fig. 9(b)에 도시하였다.

1,078개의 사각망에 의한 모의 결과 90도 단면의 내측 및 중앙부에서의 유속을 과소 산정하고 외측에서는 과대 산정하며, 또한 4,312개 격자망의 경우에 비해 분산응력에 의한 횡방향 운동량의 전달이

정확하게 반영되지 못하므로, 수치모의에 이용한 절점 수와 요소 수는 Table 1 및 Fig. 9(a)에 제시된 4,531개 및 4,312개로 결정하였다. 상류단 유량조건은 0.0235 cms, 하류단 수심경계조건은 0.064

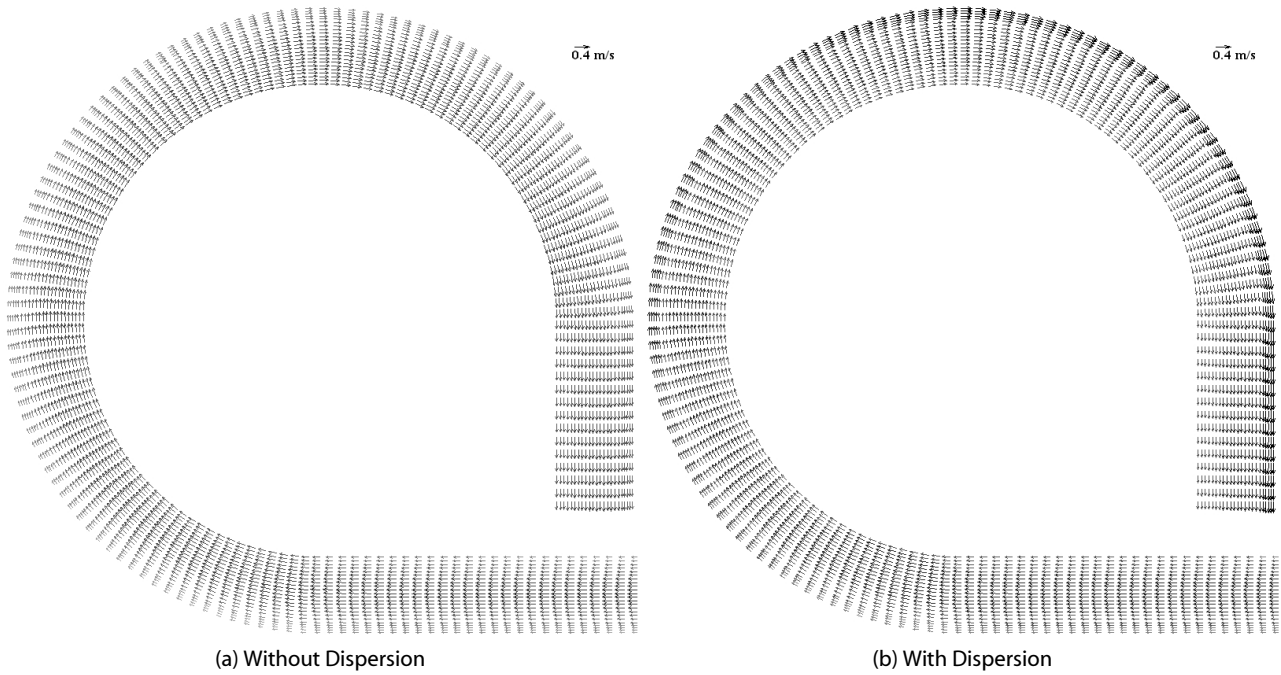


Fig. 10. Velocity Vector for 270 Degree Curved Channel

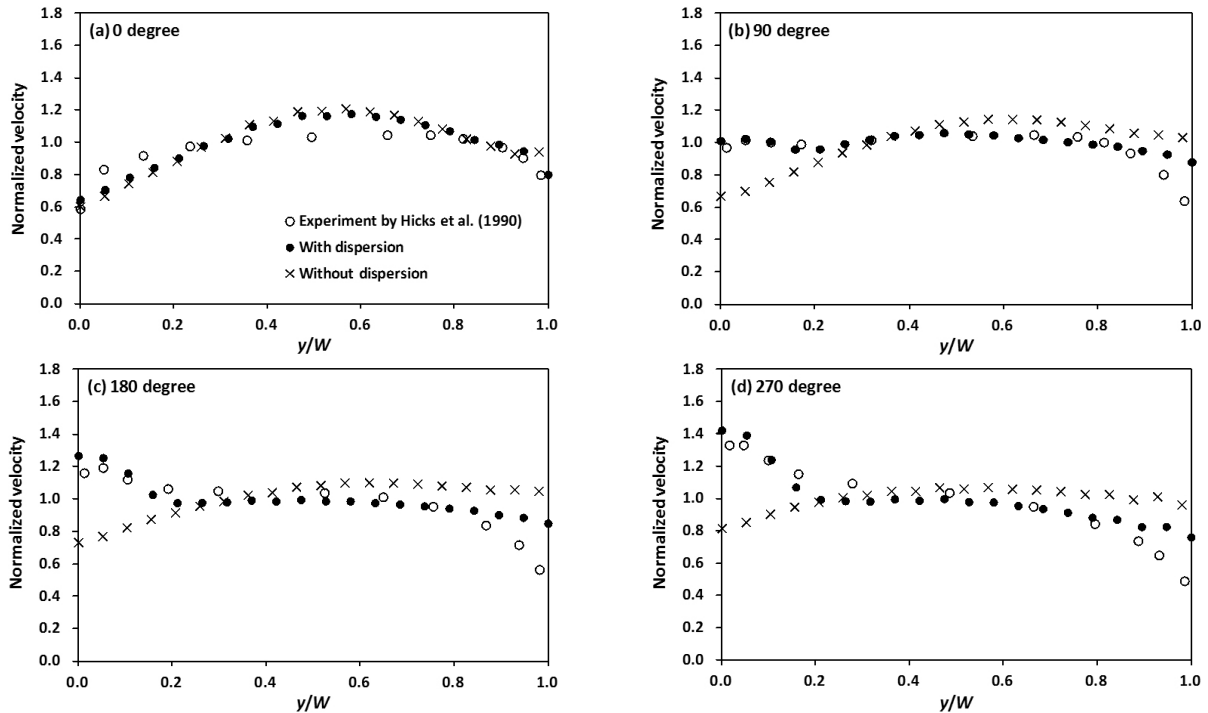


Fig. 11. Velocity Comparisons Along the Transverse Sections of 270 Degree Curved Channel

m로 입력하였다. 또한 Hicks 등(1990)의 실내 수리실험 조건을 바탕으로 조도계수는 0.010으로 설정하였다.

Fig. 10에 만곡부에서의 유속 벡터도를 도시하였다. 분산응력을 포함하지 않은 경우 만곡이 시작되는 0°부터 수로 내측의 유속이 빠르게 분포하여 만곡이 종료되는 270°까지 수로 우측의 유속이 빠르게 나타났고, 곡선부 종료 이후부터 점차 균일한 유속이 분포함을 알 수 있다. 반면 분산응력을 포함한 경우에는 만곡부 유입지점인 0° 이후 수로 내측의 유속이 빠르게 나타났지만, 90° 지점 이전에 균일한 유속이 발생하였고, 이후부터는 오히려 수로 외측의 유속이 빠르게 나타나 하류단까지 계속 이어졌다. Fig. 11에는 270°의 만곡부를 4등분하는 측선인 0°, 90°, 180° 및 270°에서의 횡방향 유속분포를 수록하였다. 수로 좌안으로부터 내측 방향으로의 횡방향 거리(y)를 수로 폭(W)으로 나누어 무차원화(y/W)한 변수를 가로축에 사용하였고, 세로축은 단면평균 유속으로 무차원화한 값을 이용하였다. 만곡이 시작되는 0°에서의 횡방향 유속분포를 비교한 Fig. 11(a)에서는 분산응력의 유무에 관계없이 수로 내측의 유속이 다소 높게 나타나는 유사한 결과를 보였다. 그러나 분산응력을 무시한 경우에는 90°와 180°에서도 여전히 우안측($y/W=1$)의 유속이 높게 나타났다. 반면, 분산응력을 고려한 경우에는 90°에서 수로 폭에 걸쳐 거의 균일한 유속이 발생하여 Hicks 등(1990)의 수리실험결과와 보다 근사하였으며, 180° 및 270° 측선에서도 $0 \leq y/W \leq 0.2$ 에 해당하는 수로 외측의 유속이 빠르게 나타나 분산응력이 없는 수치모의 결과에 비해 수리 실험결과와 잘 근사하였다. 하지만 두 결과 모두 90도 단면 이후부터 수로 우측 벽면 근처에서 수리실험 결과에 비해 유속을 과대 산정하였다. 분산응력을 포함한 경우에도 원심력에 의해 흐름이 가속되는 부분의 유속은 비교적 잘 예측하였지만 반대측 벽면 근처에서의 유속을 다소 과대 산정하였다. 그러나 분산응력을 포함하지 않은 경우에 비해 횡방향 운동량 분배 기작이 작용하여 우안에서의 유속을 과대 산정하는 것을 줄일 수 있었다. 벽면 경계조건을 무할조건으로 부여하여 수치모의를 수행한 경우 이와 같은 현상은 발생하지 않았지만, 수로 중앙부에서 유속을 과대 산정하는 단점이 있었다. 운동량방정식에 포함된 분산응력항은 생성/소멸과 같은 역할을 하여, 만곡의 내측에서 외측으로 횡방향 운동량을 이동시키게 되므로 분산응력을 포함하는 경우 보다 정확한 수치모의 결과를 얻을 수 있었다.

5. 결론

본 연구에서는 3차원 Reynolds 방정식을 수심 적분하는 과정에 서 균일한 유속분포를 가정하여 만곡부에서 이차류가 주 흐름 유속에 미치는 이송의 영향을 무시한 기존 대부분의 연구 및 모형과

는 달리 종횡방향 유속의 연직분포를 평균값과 이로부터의 변동량의 합으로 정의하고, 이 값들을 운동량방정식에 대입하여 생성되는 추가적인 항인 분산응력을 포함하는 수치모형을 개발하였다. 유속 분포에 대한 수학적 모형으로는 탄탄한 이론적 기반을 가지고 있으며, 바닥에서의 무할조건을 잘 만족시키고, 기존의 실험결과와도 잘 일치하는 장점이 있는 de Vriend(1977)의 제안식을 이용하였다.

제안된 모형을 30°, 90°, 270°의 곡률을 가지는 수로에 적용하여 모의결과를 수리실험 결과 및 타 수치모형 모의 결과와 비교하였다. 30도 곡선수로 모의 결과, STREMR 모형(Bernard와 Schneider, 1992)의 경우 이차류의 영향을 단순히 유선방향 와도에 관한 경험 이송식에 의해 계산하여 분산응력을 포함한 본 모형에 비해 만곡부에서 흐름이 외측으로 편향되는 유속구조를 올바르게 반영하지 못하였으며, 90도 곡선수로 모의 결과 분산응력을 무시한 경우 수로 내측에서는 유속이 낮게 나타나고 외측에서는 높게 나타나 분산응력을 포함한 경우에 비해 유속 경사가 완만하게 분포하였다. 270도 곡선수로 모의 결과 분산응력을 포함하지 않은 경우 만곡이 시작되는 0°부터 만곡이 종료되는 270°까지 수로 내측의 유속이 빠르게 나타났고, 곡선부 종료 이후부터 점차 균일한 유속이 분포하였으나, 분산응력을 포함한 경우에는 만곡부 유입지점인 0° 이후 수로 내측의 유속이 빠르게 나타났지만, 90°지점 이전에 균일한 유속이 발생하였고, 이후부터는 오히려 수로 외측의 유속이 빠르게 나타나 하류단까지 계속 이어져서 수리실험결과와 근사하였다. 본 연구의 수치모의 결과, 운동량방정식에 포함된 분산응력항은 생성/소멸과 같은 역할을 하는 것으로 판단되며, 이는 만곡의 내측에서 외측으로 횡방향 운동량을 이동시켜서 분산응력을 포함하지 않는 경우보다 정확한 수치모의 결과를 제공하는 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 건설교통기술촉진연구사업 기술사업화 과제와 건설기술혁신사업(11기술혁신C06)의 연구비지원에 의해 수행되었습니다. 본 연구는 서울대학교 공학연구소 및 건설환경종합연구소의 지원으로 수행되었습니다.

References

- Begnudelli, L., Valiani, A. and Sanders, B. F. (2010). "A balanced treatment of secondary currents, turbulence and dispersion in a depth-integrated hydrodynamic and bed deformation model for channel bends." *Adv. Water Resour.*, Vol. 33, pp. 17-33.
- Bernard, R. S. and Schneider, M. L. (1992). *Depth-averaged numerical modeling for curved channels*, Technical Report

- HL-92-9, Waterways Experiment Station, US Army Corps of Engineers.
- Chang, Y. C. (1971). *Lateral mixing in meandering channels*, Ph.D. Thesis, Univ. of Iowa.
- Flokstra, C. (1977). "The closure problem for depth-averaged two-dimensional flows." *Proc. 18th IAHR*, pp. 247-256.
- Ghamry, H. K. (1999). *Two dimensional vertically averaged and moment equations for shallow free surface flows*, Ph.D. Thesis, Univ. of Alberta.
- Ghamry, H. K. and Steffler, P. M. (2002). "Effect of applying different distribution shapes for velocities and pressure on simulation of curved open channels." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 128, No. 11, pp. 969-982.
- Ghamry, H. K. and Steffler, P. M. (2005). "Two-dimensional depth-averaged modeling of flow in curved open channels." *J. Hydraul. Res.*, Vol. 43, No. 1, pp. 44-55.
- Ghanem, A. H. M. (1995). *Two-dimensional finite element modeling of flow in aquatic habitats*, Ph.D. Dissertation, University of Alberta, Edmonton, Alberta.
- Hicks, F. E., Jin, Y. C. and Steffler, P. M. (1990). "Flow near sloped bank in curved channel." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 116, No. 1, pp. 55-70.
- Hsieh, T. Y. and Yang, J. C. (2003). "Investigation on the suitability of two-dimensional depth-averaged models for bend-flow simulation." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 129, No. 8, pp. 597-612.
- Hughes, T. J. R. and Brooks, A. (1979). *A multidimensional upwind scheme with no crosswind diffusion. Finite Element Methods for Convection Dominated Flows*, T. J. R. Hughes, eds., AMD Vol. 34, New York, pp. 19-35.
- Jia, Y. and Wang, S. S. Y. (1998). "Numerical model for channel flow and morphological change studies." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 125, No. 9, pp. 924-933.
- Kikkawa, H., Ikeda, S. and Kitagawa, A. (1976). "Flow and bend topography in curved open channels." *J. Hydraul. Engrg., Div.*, Vol. 102, No. 9, pp. 1327-1342.
- Kim, T. B. and Choi, S. U. (2009). "Simulation of flow characteristics in a Kinoshita meandering channel using the depth-integrated 2D numerical model." *Proc. 35th KSCE conference*, pp. 691-694 (in Korean).
- Kim, T. B., Choi, B. W. and Choi, S. U. (2009). "A depth-integrated numerical model considering the secondary flows in the channel bend." *Proc. 2009 KWRA conference*, pp. 555-559 (in Korean).
- Maynard, S. T. (1996). *Open-channel velocity prediction using STREMR model*, Technical Report HL-96-5, Waterways Experiment Station, US Army Corps of Engineers.
- Molls, T. and Chaudhry, M. H. (1995). "Depth-averaged open-channel flow model." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 121, No. 6, pp. 453-465.
- Odgaard, A. J. (1986). "Meander flow model. I: Development." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 112, No. 12, pp. 1117-1136.
- Rozovskii, I. L. (1961). *Flow of Water in Bends of Open Channels*, Israel Program for Scientific Translations.
- Shiono, K. and Muto, Y. (1998). "Complex mechanisms in compound meandering channel with overbank flow." *J. Fluid Mech.*, Vol. 326, pp. 221-261.
- Song, C. G. and Seo, I. W. (2012). "Numerical simulation of convection-dominated flow using SU/PG scheme." *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 32, No. 3B, pp. 175-183 (in Korean).
- Song, C. G., Seo, I. W. and Kim, Y. D. (2012). "Analysis of secondary current effect in the modeling of shallow flow in open channels." *Adv. Water Resour.*, Vol. 41, pp. 29-48.
- Tominaga, A. and Nezu, I. (1986). "Three-dimensional turbulent structure in a straight open channel flow with varying boundary roughness." *Proc. of 3rd Asian Congress of Fluid Mech.* pp. 608-611.
- Vasquez, J. A., Millar, R. G. and Steffler, P. M. (2006). *Vertically-averaged and moment of momentum model for alluvial bend morphology*, River, Coastal and Estuarine Morphodynamics, G. Parker and M. H. García, eds., Taylor & Francis, pp. 711-718.
- De Vriend, H. J. (1977). "A mathematical model of steady flow in curved shallow channels." *J. Hydraul. Res.* Vol. 15, No. 1, pp. 37-54.
- Wilson, C. A. M. E., Bates, P. D. and Hervouet, J. M. (2002). "Comparison of turbulence models for stage-discharge rating curve prediction in reach-scale compound channel flows using two-dimensional finite element methods." *J. Hydrol.*, Vol. 257, pp. 42-58.
- Ye, J. and McCorquodale, J. A. (1997). "Depth-averaged hydrodynamic model in curvilinear collocated grid." *J. Hydraul. Engrg.*, Vol. 123, No. 5, pp. 380-388.