

# 다중 파괴모드를 고려한 사면의 시스템 신뢰도해석

## System Reliability Analysis of Slope Considering Multiple Failure Modes

조 성 은<sup>1</sup> Cho, Sung-Eun

### Abstract

This work studies the reliability analysis of a slope that considers multiple failure modes. The analysis consists of two parts. First, significant failure modes that contribute most to system reliability are determined. The so-called barrier method proposed by Der Kiureghian and Dakessian to identify significant failure modes successively is employed. Second, the failure probability for the slope is estimated on the basis of the identified significant failure modes and corresponding design points. For reliability problems entailing multiple design points, failure probability can be estimated by the multi-point first-order reliability method (FORM), Ditlevsen's bounds method, and Monte Carlo simulation. In this paper, a comparative study between these methods has been made through example problems. Analysis results showed that while a soil slope may have a large number of potential slip surfaces, its system failure probability is usually governed by a few significant slip surfaces. Therefore, the most important step in the system reliability analysis for a soil slope is to identify all the significant failure modes in an efficient way.

### 요 지

본 연구에서는 다중 파괴모드를 고려한 사면의 신뢰도해석에 대하여 연구한다. 해석은 크게 두 부분으로 나뉜다. 첫 번째, Der Kiureghian과 Dakessian이 제안한 barrier method를 사용하여 시스템 신뢰도에 크게 영향을 미치는 중요 파괴모드를 연속적으로 탐색하여 찾아낸다. 둘째로, 찾아낸 중요 파괴모드들과 이에 해당하는 설계점들을 바탕으로 사면의 파괴확률을 계산한다. 다중 파괴모드를 갖는 사면의 신뢰도해석에서 파괴확률은 다중점 일차신뢰도법, Ditlevsen의 구간해법 및 몬테카를로 시뮬레이션 등을 이용하여 평가할 수 있다. 본 연구에서는 예제 해석을 통하여 이들 방법들의 비교연구를 수행하였다. 해석결과는 토사사면에 많은 수의 잠재적인 파괴면이 존재할 수 있지만, 사면의 시스템 파괴 확률은 소수의 중요 파괴면에 의해 지배된다는 것을 보여준다. 따라서 토사사면의 시스템 신뢰도해석을 위해서 가장 중요한 단계는 모든 중요 파괴모드를 효율적인 방법에 의해서 탐색하여 결정하는 것이다.

**Keywords :** Slope stability, System reliability, Failure mode, Multi-point FORM, Monte carlo simulation

### 1. 서 론

사면에는 무수히 많은 잠재적 파괴면이 존재한다. 임의의 개별적인 파괴면을 따라 발생하는 파괴를 파괴모드라고 하면 사면안정 문제는 잠재적인 파괴면 중 하나

만 파괴되어도 사면이 파괴된다는 의미에서 무수한 파괴모드를 가지는 연속시스템(series system)으로 볼 수 있다. 그러나 사면안정 문제에 있어서, 시스템 신뢰도(system reliability)를 정확하게 결정하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 시스템 파괴확률을 평가하기 위해서 대

<sup>1</sup> 정회원, 한경대학교 토목안전환경공학과 조교수 (Member, Assistant Prof., Department of Civil, Safety, and Environmental Engrg., Hankyong National Univ., Tel: +82-31-670-5149, Fax:+82-31-678-4674, drsecho@hanmail.net)

\* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2014년 3월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

개 임계파괴면의 파괴확률을 사용한다. 이 방법은 다른 파괴면에 대한 파괴확률들이 매우 큰 상관성을 가진다는 가정을 바탕으로 한다(Chowdhury and Xu, 1995).

파괴모드들이 높은 상관관계를 갖는 경우에는 파괴모드가 무한히 많이 존재할지라도 최대 파괴확률을 주는 파괴면 이외의 파괴면들이 시스템 파괴확률에 기여하는 바는 매우 작을 수 있다(Cornell, 1967). 그러나 Cornell(1971)이 언급한 바와 같이, 잠재적 파괴면들 사이의 상관성이 크지 않을 때에는 사면의 전체 파괴확률은 어떠한 개별적인 파괴면을 따른 파괴확률보다 클 수 있다. 따라서 몇몇 연구자들은 여러 개의 파괴면들을 분석함으로써 사면의 시스템 신뢰도를 고려하였다.

Ditlevsen의(1979) 구간해법은 한계평형법에 의한 사면의 시스템 파괴확률의 계산에 널리 사용되어 왔다(Oka and Wu, 1990; Chowdhury and Xu, 1995; Low et al., 2011; Ji and Low, 2012). Griffiths and Fenton(2004), Huang et al.(2010)은 유한요소법에 의한 사면의 시스템 파괴확률을 계산하기 위해 MCS(Monte Carlo Simulation)를 사용하였다. Hong and Roh(2008), Cho and Park(2009), Cho(2010)는 모든 가상 파괴면들에 대한 최소안전율의 함수로 시스템의 한계상태를 정의함으로써 사면의 시스템 신뢰도를 다루었다. Ching et al.(2009)은 Fellenius 방법을 이용하여 원호 파괴면에 대한 사면의 파괴확률을 효과적으로 계산하기 위하여 중요도추출법(importance sampling technique)에 근거한 방법을 제안하였으며 단일 모드만을 고려하는 First-Order Reliability Method(FORM)의 결과와의 비교를 통하여 FORM 결과가 파괴모드의 수에 의존하는 파괴확률을 과소평가할 수 있다고 결론지었다. Kim and Kim(2011)은 선형계획법에 의한 최적화를 이용하여 다중 파괴모드에 대한 사면 시스템의 파괴확률을 산정한 바 있으며, Cho(2013)는 다중 파괴모드를 고려하는 다중점 일차신뢰도법(multi-point FORM)에 의하여 사면의 시스템 신뢰도를 다루었다. Zhang et al.(2013)은 사면의 시스템 신뢰도해석을 위하여 Hassan and Wolff(1999)의 방법을 이용하여 중요 파괴모드를 결정하였다. 이들은 결정된 파괴모드들에 대한 반응면(response surface)을 구성하고 이를 이용하여 MCS를 수행함으로써 사면의 시스템 파괴확률을 구하였다.

본 연구에서는 다수의 파괴모드를 고려하는 사면의 신뢰도해석에 대하여 논한다. 본 연구에서 고려되는 신뢰도해석은 두 단계로 구성된다. 먼저 시스템 신뢰도에 크게 기여하는 중요 파괴모드를 결정하기 위하여 Der

Kiureghian and Dakessian(1998)이 제시한 barrier method를 사용하여 중요 파괴모드와 해당하는 설계점들(design points)을 연속적으로 탐색한다. 다음은 탐색된 중요 파괴모드를 이용하여 사면의 파괴확률을 평가하기 위한 신뢰도해석을 수행한다. 다수의 설계점이 연관된 신뢰도해석 문제의 경우 파괴확률은 multi-point FORM, Ditlevsen의 구간해법, MCS 등에 의하여 평가할 수 있으며 본 연구에서는 예제 해석을 통하여 이들 방법들의 비교연구를 수행하였다.

## 2. 결정론적 사면안정 해석

한계평형해석법은 활동면을 따라 파괴가 일어나려는 순간에 있는 토체의 평형조건으로부터 안정성을 해석하는 방법으로 사면의 안정성은 안전율을 근거로 하여 판단한다. 안전율은 주어진 활동면에 대한 흙의 전단강도를 현재 파괴면 상에 유발된 전단응력으로 나눈 값이다. 한계평형해석법에 의한 사면안정 해석은 부정정 문제로 미지수의 수가 방정식의 수보다 많다. 따라서 해를 얻기 위해서는 미지수의 수와 방정식의 수의 차이를 보완할 수 있는 개수만큼의 가정이 필수적이며, 이와 같은 가정에 따라 여러 해석방법이 제안되었다.

한계평형법을 사용하여 안전율을 산정하면서 최소안전율을 주는 임계단면을 찾는 방법에 대해서 최근까지 많은 연구들이 진행되어 왔다. 본 연구에서는 Bishop의 간편법에 대해서 최적화 기법을 적용하여 원호 임계단면을 탐색할 수 있도록 하였다.

원호형상의 가상활동면을 찾기 위한 최적화 수식형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다(Kim and Lee, 1997).

$$\min_{surface} F_s(x_c, y_c, R) \quad (1)$$

여기서,  $F_s$ 는 안전율(목적함수),  $x_c$ 와  $y_c$ 는 원호활동면의 중심좌표,  $R$ 은 원호형상의 가상활동면의 반경이다.

Fig. 1에서 보는 바와 같이 원호 가상활동면은 단지 3개의 형상변수들에 의하여 정의될 수 있다. 그러나 실용적으로 가상활동면은 원호형태를 갖는 일련의 절점들로 표현되는 직선들의 집합체로 구성된다. 원호 가상활동면에 대한 식 (1)과 같은 비구속 최적화문제의 해를 찾기 위하여 본 연구에서는 최적화변수에 대한 목적함수의 미분값인 민감도를 요구하는 방법 중 그 효율성이 널리 알려진 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)

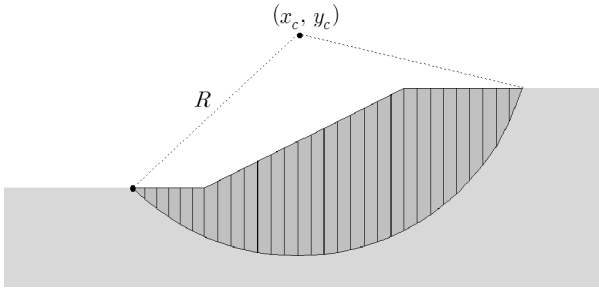


Fig. 1. Circular potential slip surface

알고리즘을 사용하였다(Bazaraa et al., 1993).

### 3. 신뢰도해석

#### 3.1 사면안정의 한계상태함수(limit state function)

신뢰도해석 문제는 종종 기본 랜덤변수들로 이루어진 벡터  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 로 정식화 된다. 랜덤변수들에 의해 한계상태를 나타내는 한계상태함수  $g(\mathbf{x})$ 가 정의된다. 한계상태는 설계변수의 공간에서 안전과 파괴의 경계(즉,  $g(\mathbf{x}) = 0$ )를 정의한다. 이때 파괴확률은 다음과 같이 표현되는 다차원 적분식으로 정의된다.

$$P_f = P[g(\mathbf{x}) \leq 0] = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{x}}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n \quad (2)$$

여기서,  $f_{\mathbf{x}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 는 기본 랜덤변수들  $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 결합확률밀도함수(joint probability density function)이며, 파괴영역에 대하여 적분을 수행한다.

대부분의 실제 문제의 경우, 한계상태함수를 나타내는 기본 랜덤변수들의 결합확률밀도함수를 정의하고 물리적 거동을 나타내는 복잡한 적분영역에 대하여  $n$ 차의 다중적분을 수행하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 식 (2)를 계산하기 위하여 MCS 같은 시뮬레이션 기법이나 FORM 혹은 Second Order Reliability Method (SORM) 같은 근사화 방법이 사용되어진다.

#### 3.2 일차 신뢰도법(FORM)

일차 신뢰도법은 구조물의 성능을 평가하는 수단으로 널리 사용되어져 왔다. 신뢰도해석은 관심 대상인 각 변수를 평균, 표준편차 및 확률분포로 표현되는 불확실

한 양으로 취급한다.

식 (2)의 일차 신뢰도 평가는 랜덤변수  $\mathbf{x}$ 를 비상관 표준 정규 변수  $\mathbf{u}$ 로 변환하는 변환함수  $T$ 를 적용하여 수행한다.

$$\mathbf{u} = T(\mathbf{x}) \quad (3)$$

표준정규 공간에서 확률밀도는 원점 주위로 회전 대칭을 이루며 원점으로부터 반경 혹은 접선 방향으로의 거리에 따라 기하급수적으로 감소한다. 따라서 원점으로부터 최단거리인 한계상태면 위의 점인 설계점(design point)  $\mathbf{u}^*$ 가 표준정규공간에서 가장 파괴가능성이 크며 한계상태면은 이점에서 근사화된다.

$$P[g(\mathbf{x}) \leq 0] \approx \Phi(-\beta) \quad (4)$$

여기서,  $\beta$ 는 원점에서 설계점까지의 거리로 정의되는 신뢰도지수(reliability index)이고  $\Phi$ 는 표준정규누적분포함수이다.

이와 같이 파괴확률을 구하기 위하여 한계상태함수를 설계점에서 선형으로 근사화하는 FORM은 한계상태함수가 설계점에 가까운 영역에서 비선형이 심하지 않으면 식 (2)를 식 (4)로 적절하게 근사화할 수 있다.

표준정규 공간에서 설계점을 결정하는 과정은 일차 신뢰도법에서 많은 노력을 필요로 하는 부분이다. 설계점의 결정은 표준정규 공간에서 원점으로부터 한계상태면의 점까지의 최소거리를 구하는 것으로 다음과 같이 비선형 구속 최적화 문제의 해를 구하는 문제로 귀결된다.

$$\text{minimize } \|\mathbf{u}\| \quad \text{subject to } G(\mathbf{u}) = 0 \quad (5)$$

일반적으로, FORM 근사화는 한계상태함수가 하나의 광역적인(global) 설계점만을 갖는 경우에 대하여 합리적인 결과를 준다. 그러나 이는 한계상태함수 표면에 다른 지역적인(local) 설계점들이 존재하는 경우에는 적용되지 않는다. 이 경우에는 시스템의 총 파괴확률에 복수의 설계점들이 중요한 기여를 하게 되며, 이들 중 한 점이 고려되지 않는다면 상당한 오차가 발생하게 된다. FORM 적용에 있어서, 설계변수에 대한 목적함수와 제한조건의 미분 값을 사용하는 전통적인 구배 기반의 최적화 기법(gradient-based optimization)은 단지 하나의 설계점만을 찾을 수 있으며 그 밖의 잠재적인 설계점에

대해서는 아무런 정보도 제공하지 못한다.

#### 4. 중요 파괴모드의 탐색

전통적인 구배 기반의 최적화 기법들에 의하여 관련된 전체 설계점들을 찾아내는 것은 간단하지 않은 일이다. 다중 설계점을 갖는 문제를 다루기 위해서는 먼저 모든 설계점들을 찾아내야 한다.

중요 파괴모드들을 결정하는 간단한 방법은 관련 랜덤변수들을 재현하여 각각의 재현된 물성치에 대하여 사면안정해석을 수행함으로써 파괴모드를 결정하는 시뮬레이션 방법이다. 이러한 과정은 충분한 파괴모드가 탐색될 때까지 반복된다. 이 방법은 직관적이고 간단하지만 계산에 많은 노력을 필요로 한다. 뿐만 아니라, 모든 중요 파괴모드들을 탐색할 수 있다고 보장하기가 어렵다. Zhang et al.(2011)은 사면의 시스템 신뢰도해석에 대하여 많은 수의 잠재적인 파괴면을 고려하기 위해 시뮬레이션 기법을 사용하였다. Ji and Low(2012)는 층상 지반으로 이루어진 사면의 가능한 파괴모드들을 결정하기 위하여 Hassan and Wolff(1999)가 사용한 방법을 도입하였다. 이 방법은 다른 층의 전단강도는 평균값으로 유지한 채 하나의 지층의 전단강도를 평균값 이하로 반복적으로 저하시키며 사면안정해석을 수행하여 임계파괴면을 탐색하는 방법이다. 이 방법은 기존의 방법이 하나의 반응면만 고려하던 것을 여러 파괴모드를 고려할 수 있도록 여러 개의 반응면을 생성하여 사면의 확률론적 해석에 사용하는 방법이나 경험에 의한 직관적인 방법으로 이론적 근거가 결여된 단점이 있다. Cho(2013)는 확률론적 사면안정해석에서 중요 파괴모드를 체계적이고 정확하게 탐색할 수 있는 탐색기법에 대하여 연구하였다.

본 연구에서는 Cho(2013)의 연구결과를 참고하여 FORM 해석과정에서 최적화기법에 의해 중요 파괴모드를 정확하게 탐색하고 이들 파괴모드를 고려한 MCS를 수행하여 기존해석의 정확도를 향상시키고 해석시간을 단축하는 방법에 대하여 연구하였다.

##### 4.1 Barrier optimal method

사면의 전체 파괴확률에 크게 기여하는 중요 파괴모드는 작은 값의 신뢰지수를 가지므로 수치적으로 최적화 알고리즘을 이용하여 식 (5)를 풀면 구할 수 있다. 본 연구에서는 다중 설계점을 찾기 위하여 Der Kiureghian

와 Dakessian(1998)이 제안한 barrier method를 사용한다. 이 방법의 핵심은 기지의 설계점 주변에 장벽(barrier)을 생성함으로써 한계상태함수를 수정하여 표준적인 최적화기법을 수행하는 것이다. 최적화 이론에서 문제에 대한 복수의 해를 찾기 위하여 흔히 사용되는 이 방법은 이미 발견된 해의 주변에 장벽을 설치하여 최적화 알고리즘이 새로운 해를 찾게 하는 것이다.

신뢰도해석 문제에서 목적함수는 원점으로부터 한계상태면의 거리이다. 초기 해 주변의 장벽은 원점으로부터 멀리 떨어지도록 한계상태를 주변으로 이동시킴으로써 설치될 수 있다. 이후의 장벽은 새로운 해를 찾도록 순차적으로 설치될 수 있다. Der Kiureghian과 Dakessian (1998)은 다중 설계점을 찾기 위하여 다음과 같은 barrier function을 제안하였다.

$$B_i(\mathbf{u}) = \begin{cases} s_i(r_i^2 - \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_i^*\|^2)^2, & \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_i^*\| \leq r_i \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (6)$$

여기서,  $r_i$ 는 한계상태함수를 수정하기 위해 기지의 설계점 주변에 설치하는 팽창부(bulge)의 반지름,  $s_i$ 는 양의 축척계수(scale factor),  $\mathbf{u}_i^*$ 는  $i$ 번째 해의 벡터형태이다.

#### 5. 파괴확률의 평가

일단 다중 설계점들이 성공적으로 탐색되었다면 파괴확률을 평가하기 위하여 시스템 신뢰도방법을 이용할 수 있다.

##### 5.1 다중 파괴모드에 대한 시스템 신뢰도해석

사면은 잠재적인 파괴모드 중 어느 하나라도 파괴되면 사면이 파괴되는 연속시스템(series system)이므로 사면안정 문제에서 M개의 파괴모드가 존재한다면 사면의 파괴는 다음과 같이 표현된다.

$$F = \bigcup_{i=1}^M F_i \quad (7)$$

여기서  $F_i \equiv g_i(\mathbf{x}) \leq 0$ 는  $i$ 번째 시스템 요소의 파괴 사건,  $g_i(\mathbf{x})$ 는  $i$ 번째 한계상태함수,  $F$ 는 시스템의 파괴 사건이다.

다중 설계점을 갖는 연속시스템의 총 파괴확률은 FORM에 의해서 각각의 설계점에 접하는 초평면(hyperplane)

과 관련된 파괴영역의 합집합과 교집합에 의하여 계산될 수 있다. 따라서 총 파괴확률은 다음과 같이 계산된다(Barranco-Cicilia et al., 2009).

$$P_f = P_f\left(\bigcup_{i=1}^M F_i\right) = \sum_{i=1}^M P_i - \sum_{i=1}^M \sum_{i=1j>i}^M P_{ij} + \sum_{i=1}^M \sum_{i=1j>ik>j}^M P_{ijk} - \dots \quad (8-1)$$

$$P_{12\dots M} \approx \Phi_M(-\beta_1, -\beta_2, \dots, -\beta_M; \mathbf{R}) \quad (8-2)$$

여기서  $\beta_i$ 는  $i$ 번째 설계점과 관련된 신뢰지수,  $\Phi_M(-\beta_1, -\beta_2, \dots, -\beta_M; \mathbf{R})$ 는 상관행렬  $\mathbf{R} = [\rho_{ij}]$ 를 갖는  $M$ 변량의 표준정규누적분포함수(standard normal cumulative distribution function),  $\rho_{ij}$ 는 두 초평면 사이의 상관계수로 표준정규공간(standard normal space)에서 각각의 랜덤변수의 설계점에서 한계상태 함수의 변동에 대한 기여도를 나타내는 방향 코사인의 내적으로 계산될 수 있다.  $M$ 요소에 대한 결합파괴확률(joint failure probability)  $P_{12\dots M}$ 은 다변량 정규 적분으로부터 계산될 수 있으며 연속시스템에 대한 효과적인 적분방법들이 개발되어져 왔다(Hohenbichler and Rackwitz, 1983; Kang and Song, 2008). 본 연구에서 누적확률분포는 다변량정규분포의 누적확률을 계산하는 Matlab 함수인 mvncdf함수를 사용하였다. 사건의 교집합의 확률은 일반적으로 매우 작기 때문에 근사적으로 식 (8-1)에서 2차 이상의 고차항들은 보통 무시할 수 있다(Barranco-Cicilia et al., 2009).

혹은, 개별 사건들이 통계적으로 독립일 때 많은 수의 요소에 대하여 사건들의 교집합의 확률을 계산하는 것은 어렵기 때문에 연속시스템의 파괴확률  $P_f$ 는 다음과 같은 상하한계를 이용한 이중구간해법에 의해 근사화할 수 있다(Ditlevsen, 1979).

$$P_1 + \sum_{i=2}^M \max\left(0, P_i - \sum_{j=1}^{i-1} P_{ij}\right) \leq P_f \left(\bigcup_{i=1}^M F_i\right) \leq P_1 + \sum_{i=2}^M \left(P_i - \max_{j<i} P_{ij}\right) \quad (9)$$

널리 사용되는 Ditlevsen(1979)의 구간해법은 다음과 같은 결합확률  $P_{ij}$ 의 하한과 상한을 갖는다.

$$\max(a, b) \leq P_{ij} \leq a + b \quad \text{for } \rho_{ij} \geq 0 \quad (10)$$

$$0 \leq P_{ij} \leq \min(a, b) \quad \text{for } \rho_{ij} < 0 \quad (11)$$

여기서

$$a = \Phi(-\beta_i) \Phi\left(-\frac{\beta_j - \rho_{ij}\beta_i}{\sqrt{1-\rho_{ij}^2}}\right) \quad (12)$$

$$b = \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho_{ij}\beta_j}{\sqrt{1-\rho_{ij}^2}}\right) \quad (13)$$

## 5.2 Monte Carlo Simulation(MCS)

사면에서의 확률론적 접근은 사면의 확률론적 거동을 결정하거나 신뢰성을 평가하기 위한 것이다. 사면안정해석 문제는 지반의 거동이 강한 비선형성을 가지며 물성의 변동성이 크다는 특징을 가지고 있다. 특히 사면의 신뢰성해석은 수많은 잠재파괴면이 존재하므로 시스템 신뢰도해석(system reliability)의 문제가 되어 어려움을 야기한다. 이 경우 제안된 많은 확률론적 방법 중 정확한 시스템 신뢰도의 해를 얻을 수 있는 유일한 보편적인 방법은 MCS이다. MCS는 파괴확률 뿐 아니라 지반구조의 거동에 대한 평균, 표준편차, 확률밀도함수 및 누적확률분포 등의 정보를 평가할 수 있으므로 주어진 시스템에 대한 보다 폭 넓은 정보를 제공해주나 해석에 많은 시간과 노력이 소요된다는 단점이 있다.

## 6. 예제해석

본 장에서는 예제해석을 통하여 시스템 신뢰도해석의 적용성을 논한다. FORM 접근법을 통하여 얻어진 다중 파괴모드들과 관련된 설계점들에 대한 신뢰지수들은 사면에 대한 시스템 신뢰도해석에서 파괴확률을 평가하기 위하여 사용되었다. 적용된 방법들의 유효성을 검토하기 위하여 지반 물성의 통계적 정보에 근거한 데이터 샘플을 사용한 MCS에 의하여 계산한 파괴확률과 비교하였다. 다중 설계점의 탐색을 위하여 Haukaas and Der Kiuregian(2001)에 의하여 개발되고 Bourinet et al. (2009)에 의하여 수정, 발전된 FERUM(Finite Element Reliability Using Matlab)을 FORTRAN으로 작성한 사면안정해석 프로그램과 직접적으로 연동하여 사용하였다.

### 6.1 예제 1: 비배수 포화점토 사면의 해석

본 예제는 Fig. 2와 같이 단단한 지층 위에 놓인 두층

의 점성토로 구성된 사면을 해석한다. 이 문제는 Ching et al.(2009), Low et al.(2011), Ji and Low(2012), Cho (2013)에 의하여 다루어진 바 있다. 사면에서 각층의 비배수 전단강도는 서로 독립적인 랜덤변수들로 고려한다. 단위중량은  $19\text{kN/m}^3$ 로 가정한다. Table 1은 사면 지반의 통계학적 물성치를 나타내며 랜덤변수들은 대수

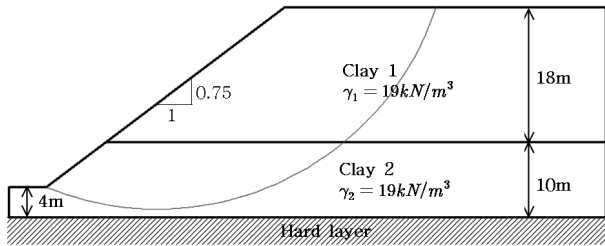


Fig. 2. Example 1: Cross section and searched deterministic critical slip surface ( $F_s = 1.992$ )

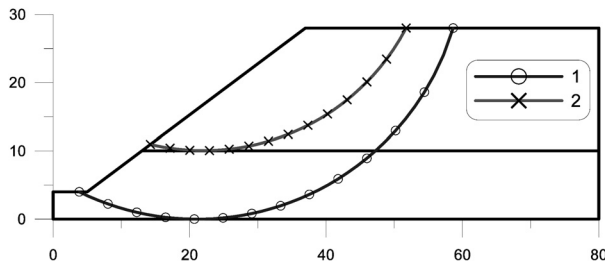


Fig. 3. Example 1: Identified failure modes

Table 1. Example 1: Statistical properties of random variables

Slope layers		Undrained strength $c_u$ (kPa)	
		Mean	COV
Clay 1	Lognormal	120	0.3
Clay 2	Lognormal	160	0.3

Table 2. Example 1: Identified significant failure modes

Failure mode no.	Reliability index	Failure probability	Design point		Correlation coefficient
			$u^*$	$x^*$	
1	2.896	$1.890 \times 10^{-3}$	-1.280	78.95	$\rho_{12} = 0.422$
			-2.598	71.48	
2	2.796	$2.585 \times 10^{-3}$	-2.796	50.58	
			0.0	153.25	

Table 3. Example 1: Results of system reliability analysis

Method	Failure probability $P_f$
System reliability bounds on $P_f$	0.431%~0.439%
$P_f$ by multi-point FORM	0.436%
$P_f$ by Monte Carlo simulation	0.415%
$P_f$ by Monte Carlo simulation based on representative slip surfaces	0.41% (mode 1+2) (mode 1: 0.16%, mode 2: 2.55%)

정규분포를 따른다고 가정하였다.

비배수 전단강도의 평균값에 근거한 결정론적 사면안정해석의 결과, 최소안전율은 1.992였으며 이때 결정론적 임계파괴면은 Fig. 2와 같이 하부점토층을 통과하는 깊은 파괴의 형태를 보였다. 그러나 barrier method를 연계한 FORM에 의해 결정된 최소 신뢰지수 또는 최대 파괴확률과 연관된 확률론적 임계파괴면(Fig. 3의 파괴면 1)은 결정론적 임계파괴면과 일치하지 않았다. FORM에 의한 신뢰지수는 2.796이며 파괴확률은  $2.585 \times 10^{-3}$ 였다(Cho, 2013).

비배수 전단강도 공간( $c_{u1} - c_{u2}$  공간)에서 중요 파괴모드를 탐색하는 과정과 탐색결과에 대한 자세한 논의는 Cho(2013)에 제시되어 있으며 본 연구에서는 시스템 신뢰도해석의 비교에 그 결과를 활용하였다. Fig. 3은 탐색된 설계점들에 해당하는 파괴면들을 보여주며 파괴면 1과 파괴면 2가 뚜렷하게 구별되는 별개의 파괴모드임을 알 수 있다.

Table 2는 두 파괴모드에 대한 FORM 결과를 나타내며 신뢰지수의 크기가 비슷하여 시스템 파괴확률에 이들 파괴모드가 기여하는 정도가 비슷한 것을 추측할 수 있다. Table 3은 탐색된 파괴모드에 근거하여 계산한 시스템 파괴확률의 결과이다. 각 설계점들의 결합기여도를 고려한 multi-point FORM 근사에 의한 파괴확률은  $4.356 \times 10^{-3}$ 이다.

Multi-point FORM으로부터 계산된 파괴확률은 구간해법에 의한 범위( $4.31 \times 10^{-3} \sim 4.39 \times 10^{-3}$ ) 안에 존재한다. 이는 multi-point FORM과 구간해법 모두 각각의 설계점과 연관된 파괴확률을 평가하는데 FORM에 의한 일차의 근사화를 적용하기 때문이다.

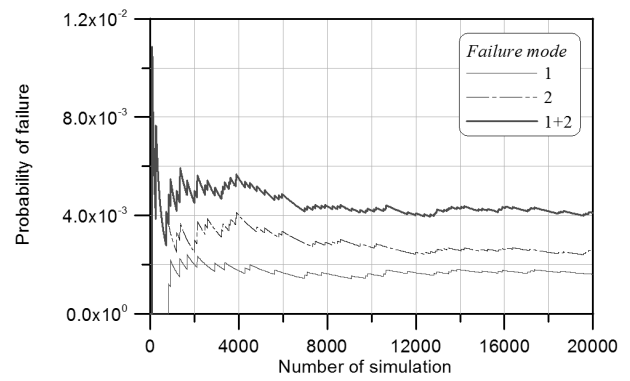
계산된 시스템 파괴확률에 대한 검증은 MCS에 의해 가능하다. 랜덤변수를 확률론적 분포에 따라 샘플링하고 각각의 샘플링에 대하여 임계파괴면과 최소안전율을 계산하는 결정론적 사면안정해석 과정을 반복하여 수행함으로써 파괴확률을 계산할 수 있으며 이로부터 계산된 파괴확률은  $4.15 \times 10^{-3}$ 이다.

Multi-point FORM과 구간해법에 의한 파괴확률은 MCS에 의한 파괴확률보다는 약간 크게 나타났는데 이는 두 방법 모두 복수의 파괴모드를 고려하지만 그 효과는 한계상태함수에 대한 일차 근사(first-order approximation)에 머물기 때문이다.

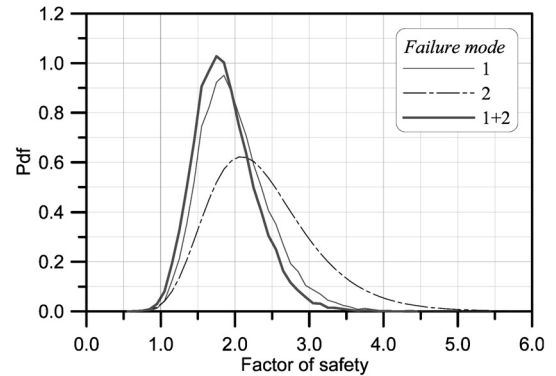
이러한 한계에 의한 오차를 줄이기 위해서는 탐색된 중요 파괴모드와 연관된 파괴확률을 보다 정확하게 구할 필요가 있다. 이를 위해 본 연구에서는 MCS를 수행함에 있어 매번 파괴면을 탐색하지 않고 이미 탐색된 중요 파괴모드에 해당하는 고정된 파괴면만을 고려하는 방법을 추가로 적용하였다. 이때 계산된 파괴모드 1의 파괴확률은 0.16%, 파괴모드 2에 대한 파괴확률은 2.55%이며 파괴모드 1과 파괴모드 2를 함께 고려한 총 파괴확률은 0.41%로 매회 파괴면을 탐색하는 MCS에 의한 값과 거의 일치하는 결과를 얻었다. FORM에 의한 근사화의 오차는 Table 2의 각 파괴모드에 대한 파괴확률과 비교해 보면 명확해진다.

해석결과는 많은 사면의 잠재적인 파괴면 중 중요 파괴모드들만이 시스템 파괴확률에 기여하는 것을 단적으로 보여준다. 사면안정해석에서 대부분의 계산시간이 임계파괴면을 탐색하기 위한 반복계산에 소요되므로 중요 파괴면만을 고려하는 MCS는 매번 파괴면을 탐색하는 MCS에 비해 해의 정확도를 유지하면서도 계산시간을 획기적으로 단축시켜 준다.

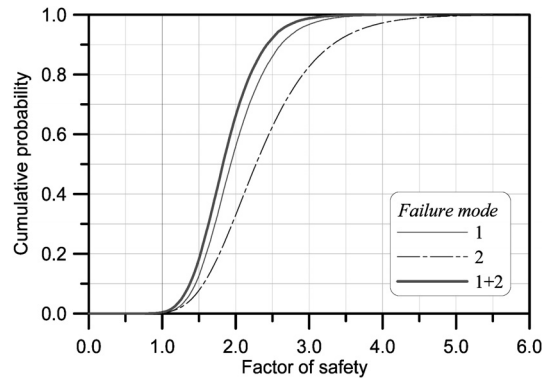
Fig. 4는 중요 파괴모드만을 고려한 MCS의 결과를 나타낸 것이다. Fig. 4(a)는 고려되는 파괴모드별로 시행 횟수에 따른 파괴확률의 수렴을 나타낸 것으로 파괴모드 1과 2를 함께 고려한 시스템 파괴확률은 각각의 단일 파괴모드만을 고려한 파괴확률보다 훨씬 크게 계산됨을 알 수 있다. Fig. 4(b)는 안전율의 확률밀도함수를 나타낸 것으로 전체 시스템(mode 1+2)의 안전율분포는 파괴모드 1의 분포와 유사하지만 확률밀도함수의 1보다 작은 부분을 적분한 것이 파괴확률임을 고려하면 파괴모드 1과 파괴모드 2가 파괴확률에 기여하는 정도가 유사함을 알 수 있다. Fig. 4(c)는 고려되는 파괴모드별 누적확률분포를 나타내고 있다.



(a) convergence of the probability of failure



(b) probability density function



(c) probability distribution of the factor of safety

Fig. 4. Example 1: Results of the Monte Carlo simulation based on representative slip surfaces

## 6.2 예제 2: 점토층 상부의 성토사면 해석

본 예제에서는 Ng(2005)에 의해 연구되고 Zhang et al.(2011)에 의해 재해석된 사면에 대하여 해석을 수행하였다(Fig. 5). 사면은 두 개의 점토층 위에 성토된 제방으로 Table 4에 불확실 변수에 대한 통계적 정보를 나타내었다.  $c_1$ 과  $\phi_1$ 은 성토체의 점적력과 내부마찰각을 나타내고  $c_{u1}$ 와  $c_{u2}$ 는 두 점토층의 비배수전단강도를 나타낸다. 여기서  $c_1$ ,  $\phi_1$ ,  $c_{u1}$ ,  $c_{u2}$ 는 서로 독립인 랜덤변수들로 고려한다. 점토층 1, 점토층 2와 성토제방의 단위

중량은 각각 15.5, 14.0, and 17.0kN/m<sup>3</sup>이다.

전단강도의 평균값에 근거한 결정론적 사면안정해석에 의한 안전율은 0.901로 계산되었으며 이에 해당하는 결정론적 임계파괴면은 Fig. 5에 나타난 바와 같이 하부의 점토층 2를 통과한다. Fig. 6은 탐색된 파괴모드들을 보여주며, 2개의 중요파괴모드가 존재하는 것으로 탐색되

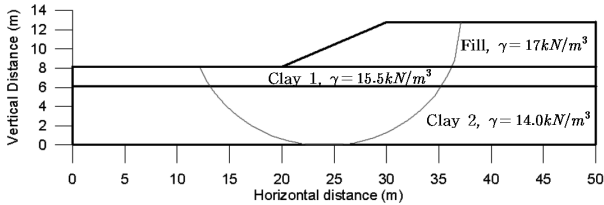


Fig. 5. Example 2: Cross section and searched deterministic critical slip surface ( $F_s = 0.901$ )

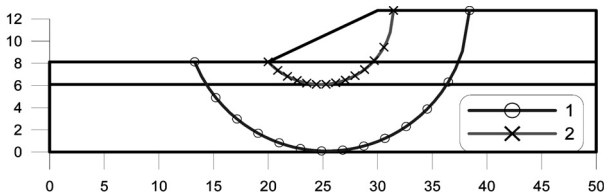


Fig. 6. Example 2: Identified failure modes

Table 4. Example 2: Statistical properties of random variables

	Fill		Clay 1	Clay 2
	$c_1$	$\phi_1$	$c_2$	$c_3$
Distribution	Normal	Normal	Normal	Normal
Mean	20	26	10	16
COV	0.2	2.1	0.2	0.2

Table 5. Example 2: Identified significant failure modes

Failure mode no.	Reliability index	Failure probability	Design point		Correlation coefficient
			u*	x*	
1	0.795	$2.134 \times 10^{-1}$	-0.076	19.70	$\rho_{12} = 0.253$
			0.003	26.01	
			-0.2	9.60	
			-0.768	13.54	
2	1.468	$7.103 \times 10^{-2}$	-0.02	19.92	
			-0.03	25.92	
			-1.5	7.00	
			0.008	16.03	

Table 6. Example 2: Results of system reliability analysis

Method	Failure probability $P_f$
System reliability bounds on $P_f$	24.059 %~26.090%
$P_f$ by multi-point FORM	25.784%
$P_f$ by Monte Carlo simulation	26.23%
$P_f$ by Monte Carlo simulation based on representative slip surfaces	26.33% (mode 1+2) (mode 1: 21.19%, mode 2: 7.51%)

었다. Table 5는 이들 두 개의 파괴모드에 대한 FORM 해석결과를 나타내며 신뢰지수는 0.795와 1.468이다. 가장 위험한 파괴면에 대한 파괴확률은  $2.134 \times 10^{-1}$ 이다. 두 파괴 모드 사이의 상관계수는 0.253이므로  $\Phi_2(-\beta_1, -\beta_2; \rho) \approx 2.659 \times 10^{-2}$ 이다. 따라서 두 설계점의 결합기여도를 고려하면 multi-point FORM에 의해 근사화된 시스템 파괴확률은  $P_f = \Phi(-\beta_1) + \Phi(-\beta_2) - \Phi_2(-\beta_1, -\beta_2; \rho) \approx 2.578 \times 10^{-1}$ 이다.

시스템 파괴확률은 가장 위험한 파괴면에 해당하는 파괴확률보다 컸다. 그러나 차이는 크지 않았는데 이는 파괴모드 2에 해당하는 신뢰지수의 크기가 파괴모드 1에 해당하는 신뢰지수보다 훨씬 커서 파괴모드 1이 시스템 파괴확률에 기여하는 정도가 훨씬 크기 때문이다.

시스템 신뢰해석의 결과를 Table 6에 나타냈다. Multi-point FORM 결과는 Ditlevsen의 구간해법에 의한 하한과 상한의 범위 내(24.059 %~26.090%)에 놓인다. 마찬가지로 두 시스템 신뢰도해석 방법이 모두 각각의 설계점에 대한 파괴확률의 계산에 FORM에 의한 근사화를 적용하고 있기 때문이다.

시스템 신뢰도해석의 유효성을 검증하기 위하여 MCS를 수행하였으며 두 개의 설계점에 근거한 multi-point FORM의 근사화에 의한 파괴확률(25.784%)이 MCS의 결과(26.23%)와 비교해 비슷함을 알 수 있다. 해석 시간을 현격하게 줄일 수 있는 주요 파괴면만을 고려한 MCS에 의한 파괴확률은 26.33%로 매번 파괴면을 탐색하는 MCS와 비교해도 거의 일치하는 결과를 주어 중요 파괴모드만 효율적으로 탐색할 수 있다면 사면의 시스



템 신뢰도해석에 매우 효율적인 방법임을 보여주었다. 차이가 작기는 하지만 두 종류의 MCS에 의한 파괴확률들은 예제 1에서와 같이 Ditlevsen의 구간해법에 의한 범위 내에 놓이지 않았다.

Fig. 7은 중요 파괴모드만을 고려한 MCS의 결과를 나타낸 것이다. Fig. 7(a)는 고려되는 파괴모드별로 시행 횟수에 따른 파괴확률의 수렴을 나타낸 것으로 파괴모드 1의 파괴확률이 파괴모드 2의 파괴확률보다 크게 계

산됨을 알 수 있다. Fig. 7(b)는 안전율의 확률밀도함수를 나타낸 것이고 Fig. 7(c)는 누적확률분포를 나타낸 것으로 파괴모드 1이 전체 시스템의 파괴확률에 기여하는 정도가 파괴모드 2의 경우보다 큼을 명확하게 보여주고 있다.

예제 2에 대하여 CPU 시간(Intel Core 2 Quad CPU, 2.5GHz PC 사용)을 측정된 결과 매번 파괴면을 탐색하는 기존 MCS의 결과 145.03초가 소요되었으나 중요 파괴모드만을 고려하는 MCS 경우에는 파괴모드 1과 파괴모드 2에 대하여 각각 1.26초와 1.34초가 소요되어 계산시간이 획기적으로 단축되었다.

## 7. 결론

본 연구에서는 다중 파괴모드를 고려한 사면의 시스템 파괴확률에 대하여 연구하였다. 시스템 신뢰도에 중요한 기여를 하는 중요 파괴모드들은 barrier method에 의하여 연속적으로 탐색하였다. 탐색된 중요 파괴모드들에 근거한 사면의 파괴확률은 다중점 일차신뢰도법, Ditlevsen의 구간해법 및 MCS 등을 이용하여 평가하였다. 복수의 중요 파괴모드를 갖는 층상의 지반으로 이루어진 사면에 대한 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) Barrier method에 의하여 사면의 층상 지반과 지반 물성의 변동으로 인하여 발생하는 복수의 중요 파괴모드를 효과적으로 고려할 수 있었다. 확률론적 사면안정 해석에서 시스템 파괴확률은 multi-point FORM과 중요 파괴모드만을 고려하는 MCS에 의해 효과적으로 평가할 수 있었다. 사면안정해석에서 대부분의 계산시간이 임계파괴면을 탐색하기 위한 반복계산에 소요되므로 중요 파괴면만을 고려하는 MCS는 매번 파괴면을 탐색하는 MCS에 비해 해의 정확도를 유지하면서도 계산시간을 획기적으로 단축시켜 준다.
- (2) 전통적인 사면의 신뢰도해석은 복수의 설계점이 존재할 수 있다는 사실을 간과하기 때문에 적용에 있어서 단지 하나의 파괴모드를 기반으로 한다. 이 경우에 복수의 설계점이 존재한다면 하나의 파괴모드(즉, 가장 위험한 임계파괴면)와 연관된 파괴확률은 다중 파괴모드를 고려한 시스템 파괴확률보다 작다. 특히, 복수의 중요 파괴모드의 신뢰도지수들의 값이 비슷한 크기를 갖는 경우에는 각각의 파괴모드가 시스템 파괴확률에 미치는 영향이 비슷하므로

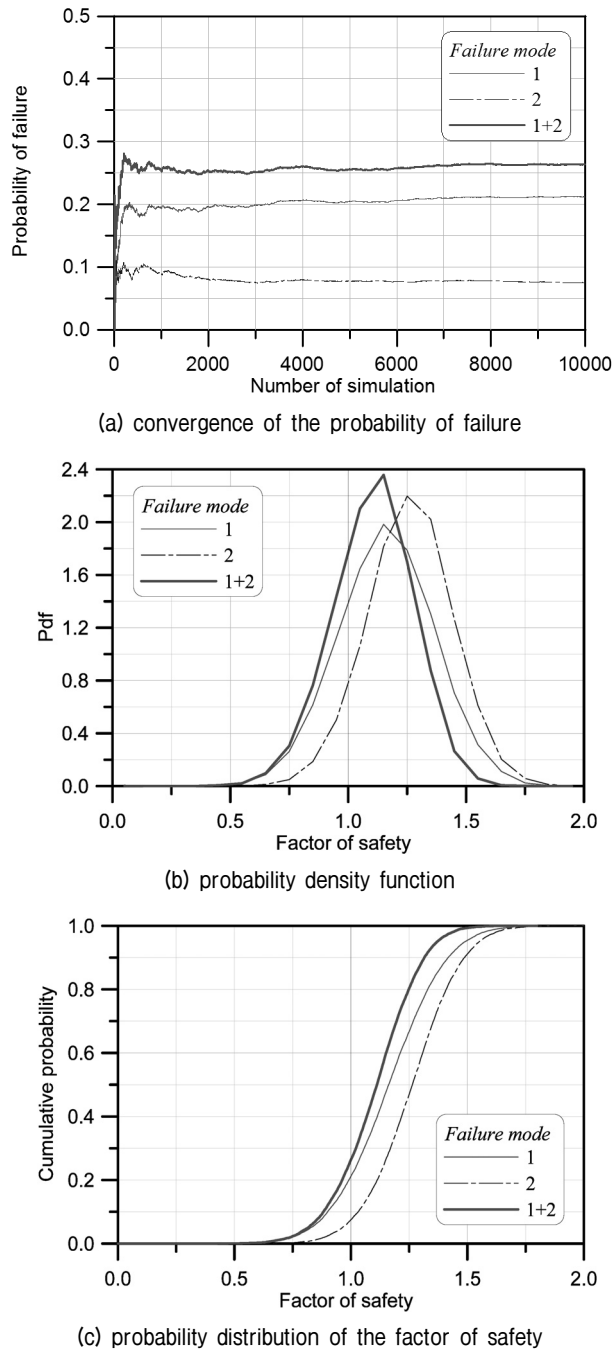


Fig. 7. Example 2: Results of the Monte Carlo simulation based on representative slip surfaces

단지 하나의 파괴모드만을 고려하면 사면안정 평가에서 큰 오차를 유발하게 된다.

- (3) 사면안정 문제에는 매우 많은 잠재적인 파괴모드가 존재한다. 해석결과에 의하면 사면의 시스템 신뢰도해석은 탐색된 복수의 중요 파괴모드에 근거하여 multi-point FORM, 구간해법, 중요 파괴모드 만을 고려하는 MCS에 의해 효과적으로 수행될 수 있으며 이는 많은 잠재적인 파괴모드 중 오로지 중요한 소수의 파괴모드만이 시스템 파괴확률에 기여함을 의미한다. 따라서 사면의 시스템 신뢰도해석에서 모든 중요 파괴모드를 효과적으로 탐색하는 것은 매우 중요하다.

### 감사의 글

본 연구는 국토교통부/국토교통과학기술진흥원 건설기술연구사업의 연구비지원(13건설기술S01)에 의해 수행되었습니다.

### 참 고 문 헌

1. Kim, H. K. and Kim, S. S. (2011), "Slope Stability Analysis Considering Multi Failure Mode", *Journal of the Korean Society for Railway*, Vol.14, No.1, pp.24-30.
2. Cho, S. E. and Park, H. C. (2009), "Probabilistic Stability Analysis of Slopes by the Limit Equilibrium Method Considering Spatial Variability of Soil Property", *Journal of Korean Geotechnical Society*, Vol.25, No.12, pp.13-25.
3. Barranco-Cicilia, F., Castro-Prates de Lima, E., and Sudati-Sagrilo, L. V. (2009), "Structural reliability analysis of limit state functions with multiple design points using evolutionary strategies", *Ingeniería Investigación y Tecnología*, Vol.10, No.2, pp.87-97.
4. Bazarraa, M. S., Serali, H. D., and Shetty C. M. (1993), *Nonlinear programming*, 2nd Ed., John Wiley and Sons.
5. Bourinet, J. M., Mattrand, C., and Dubourg, V. (2009), "A review of recent features and improvements added to FERUM software", *In Proc. of the Tenth International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR'09)*, Osaka, Japan.
6. Ching, J., Phoon, K. K., and Hu, Y. G. (2009), "Efficient evaluation of reliability for slopes with circular slip surfaces using importance sampling", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.135, No.6, pp.768-777.
7. Cho, S. E. (2010), "Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.136, No.7, pp.975-984.
8. Cho, S. E. (2013), "First-order reliability analysis of slope considering multiple failure modes", *Engineering geology*, Vol.154, pp.98-105.
9. Chowdhury, R. N. and Xu, D. W. (1995), "Geotechnical system reliability of slopes", *Reliability Engineering and System Safety*,

- Vol.47, No.3, pp.141-151.
10. Cornell, C. A. (1967), "Bounds on the reliability of structural systems", *Journal of the Structural Division (ASCE)*, Vol.93, No.1, pp.171-200.
11. Cornell, C. A. (1971), "First-order uncertainty analysis of soils deformation and stability", *In Proc. of the First International Conference on Application of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering*, Hong Kong, pp.130-144.
12. Der Kiureghian, A. and Dakessian, T. (1998), "Multiple design points in first and second-order reliability", *Structural Safety*, Vol.20, pp.37-49.
13. Ditlevsen, O. (1979), "Narrow reliability bounds for structural systems", *Journal of Structural Mechanics*, Vol.7, No.4, pp.453-472.
14. Griffiths, D. V. and Fenton, G. A. (2004), "Probabilistic slope stability analysis by finite elements", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.130, No.5, pp.507-518.
15. Hassan, A. M. and Wolff, T. F. (1999), "Search algorithm for minimum reliability index of earth slopes", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.125, No.4, pp.301-308.
16. Haukaas, T. and Der Kiureghian, A. (2001), "A computer program for nonlinear finite element analysis", *In Proc. of the Eighth International Conference on Structural Safety and Reliability*, Newport Beach, CA.
17. Hohenbichler, M. and Rackwitz, R. (1983), "First-order concepts in system reliability", *Structural Safety*, Vol.1, 177-188.
18. Hong, H. P. and Roh, G. (2008), "Reliability evaluation of earth slopes", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.134, No.12, pp.1700-1705.
19. Huang, J., Griffiths, D. V., and Fenton, G. A. (2010), "System reliability of slopes by RFEM", *Soils and Foundations*, Vol.50, No.3, pp.345-355.
20. Ji, J. and Low, B. K. (2012), "Stratified response surfaces for system probabilistic evaluation of slopes", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.138, No.11, pp.1398-1406.
21. Kang, W. H. and Song, J. (2008), "Evaluation of multinormal integral and sensitivity by matrix-based system reliability method", *In Proc. of the Tenth AIAA Nondeterministic Approaches Conference*, Schaumburg, IL.
22. Kim, J. Y. and Lee, S. R. (1997), "An improved search strategy for the critical slip surface using finite element stress fields", *Computers and Geotechnics*, Vol.21, No.4, pp.295-313.
23. Low, B. K., Zhang, J., and Tang, W. H. (2011), "Efficient system reliability analysis illustrated for a retaining wall and a soil slope", *Computers and Geotechnics*, Vol.38, No.2, pp.196-204.
24. Ng, K. S. (2005), *Reliability analysis on the stability of slope*, M.Sc. Thesis, Universiti Teknologi Malaysia, Kuala Lumpur, Johor Bahru, Malaysia.
25. Oka, Y. and Wu, T. H. (1990), "System reliability of slope stability", *Journal of Geotechnical Engineering (ASCE)*, Vol.116, No.8, pp.1185-1189.
26. Zhang, J., Zhang, L. M., and Tang, W. H. (2011), "New methods for system reliability analysis of soil slopes", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.48, No.7, pp.1138-1148.
27. Zhang, J., Huang, H. W., Juang, C. H., and Li, D. Q. (2013), "Extension of Hassan and Wolff method for system reliability analysis of soil slopes", *Engineering geology*, Vol.160, pp.81-88.

(접수일자 2013. 7. 5, 수정일 2013. 8. 30, 심사완료일 2013. 9. 2)