

# 목표가용도를 고려한 다계층 시스템의 최적 중복 설계

정일한\*†

\* 국방기술품질원 창원센터

## Optimization of Redundancy Allocation in Multi Level System under Target Availability

Il-Han Chung\*†

\* Changwon Center, Defence Agency for Technology and Quality

### Abstract

**Purpose:** System availability and life cycle cost are often used to evaluate the system performance and is influenced by the operation and maintenance characteristic. In this paper, we propose the method to improve life cycle cost and satisfy the target availability through redundancy allocation.

**Methods:** We consider the redundancy is available at all items in multi level system. Thus, we assume that sub-assembly, module, components can be duplicated. Simulation and genetic algorithm are employed to optimize redundancy allocation.

**Results:** Target availability is higher, the life cycle cost is increased. In addition, the items for redundancy are selected at higher level in multi level system if target availability is higher.

**Conclusion:** We could know that target availability affects the duplication number of items and the selection of redundancy items. For further study, we will consider new optimization algorithms to compare with the proposed GA algorithm and improve optimization performance.

**Key Words:** Redundancy, Availability, Multi Level, Genetic Algorithm

• Received 26 July 2013, revised 16 August 2013, accepted 25 August 2013

† Corresponding Author(xgenius@pusan.ac.kr)

© 2013, The Korean Society for Quality Management

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-Commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## 1. 서론

시스템 가용도는 시스템의 성능을 평가하기 위한 주요 척도로 사용되며, 가용도에 따라 시스템의 운용 특성과 정비 특성이 변화하게 된다. 가용도를 향상시키기 위해서는 두 가지 측면에서 접근을 할 수 있다. 첫 번째는 시스템을 구성하는 각 부품의 신뢰도를 향상시키는 것이다. 이는 시스템의 부품을 구성할 때 동일한 기능을 가지는 부품들 중 높은 신뢰도를 갖는 부품으로 구성하는 것으로 높은 비용을 요구하게 된다. 두 번째는 각 부품의 고장이 발생하였을 경우 빠르게 정비가 가능하도록 하는 것으로 시스템에 부품을 구성할 때 고장일 발생하였을 경우 손쉽게 교환이 가능하도록 정비성을 고려하는 것이다. 본 연구에서는 시스템의 신뢰도 향상 및 정비 시간을 단축시키기 위하여 모듈 중복을 활용한 가용도 향상 방안에 대하여 다룬다.

중복 구조는 시스템 신뢰도를 향상시키는데 많이 활용된다. 그러나, 중복 설계를 활용할 경우 부피, 무게, 비용 등 다양한 자원에 대한 제약도 또한 가지게 된다. 이러한 자원에 대한 제약하에 시스템의 신뢰도를 최대화시키는 중복 설계 문제는 잘 알려진 조합 (combinatorial)이다. 이러한 중복 설계 문제와 관련하여 다양한 문제들이 동적계획법 (Woodhouse 1972), 라그랑주 승수(Misra 1972), 유전알고리즘(Coit and Smith 1996, Coit and Smith 1998, Yun and Kim 2004, 김재윤과 신경석 2004, Yun et al. 2007), 시뮬레이션과 어닐링(Yun et al. 2006), 개미집단 알고리즘(Zhao et al. 2007, Nahas et al. 2007) 등을 활용한 최적화 방법이 제시되었다. 대부분의 중복 설계와 관련된 연구에서 중복 구조의 대상은 시스템의 최하위 부품을 고려하고 있으며, 이에 대한 최근 연구들은 Kuo and Prasad(2000)에서 찾아 볼 수 있다.

모듈 중복은 시스템에서 중복 구조의 대상을 최하위 부품, 서브시스템, 시스템 등 시스템을 구성하고 있는 전체 수준을 대상으로 하고 있다. 일반적으로 부피, 무게, 비용 등 모든 조건이 동일한 상태에서는 시스템의 최하위 부품에 대한 중복 설계가 신뢰도 측면에서 유리하다. 그러나, 모듈 중복은 시스템 설계를 단순화시킬 수 있으며, 고장이 발생하였을 경우 시스템에서 교환하는 시간을 단축시킬 수 있는 장점을 가지고 있다. Yun et al.(2006), Yun and Kim(2004) 그리고 Yun et al.(2007)에서는 이러한 모듈 중복을 활용하여 신뢰도를 최대로 하는 중복할당문제를 다루었다.

본 연구에서는 시스템의 설계 단계에서 현 설계가 시스템이 목표로 하는 가용도를 만족하는지를 확인하고 설계 대안을 최적화하기 위하여 Yun and Kim(2004)에서 적용한 모듈 중복 모형을 고려하여 목표가용도하에 수명주기비용을 최소화 하는 중복할당 문제를 다룬다. 본 문제에 대한 최적화 방법으로는 시뮬레이션과 유전알고리즘을 활용하며, 이에 대한 적용 방법과 절차를 설명한다. 수치예제를 통해 다양한 경우에 대한 실험을 실시하고 실험결과에 대하여 설명한다.

## 2. 다계층 시스템 중복 설계 모형

Figure 1에 나타난 시스템은 3수준에 10개의 부품을 가지는 시스템을 나타낸다. 시스템은 A, B 2개의 서브시스템으로 구성되어 있으며, 서브시스템 A와 B는 1개의 모듈과 1개의 부품으로 구성되어 있다. 중복 설계와 관련된 대부분의 연구는 최하위 부품인  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $B_{21}$ ,  $B_{22}$  등의 부품을 중복 대상으로 고려하고 있다. 그러나, 본 연구에서는 Figure 1에 나타난 모듈, 서브시스템, 시스템 등 시스템 내의 모든 품목을 중복 설계의 대상으로 고려한다.

Figure 1에서 나타낸 바와 같이 본 연구에서는 모든 품목이 중복 설계시 고려 대상이 되지만, 시스템의 직계에서는 단 한 개의 수준만이 중복 대상으로 선정되어지는 것을 가정한다. 즉, 직계인 A1-A-S에서 중복은 A1, A, S 중 하나

만이 중복 대상이 될 수 있다. 예를 들어, Figure 2와 같이 A1과 A가 동시에 중복 대상이 될 수 없음을 가정한다.

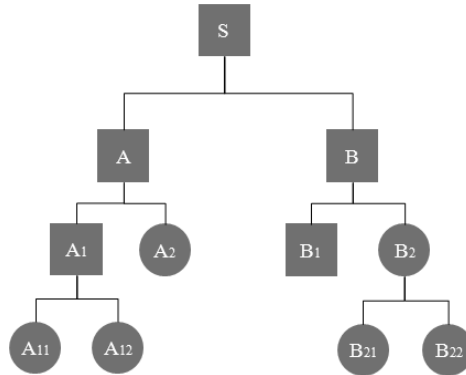


Figure 1. Structure of multi level system

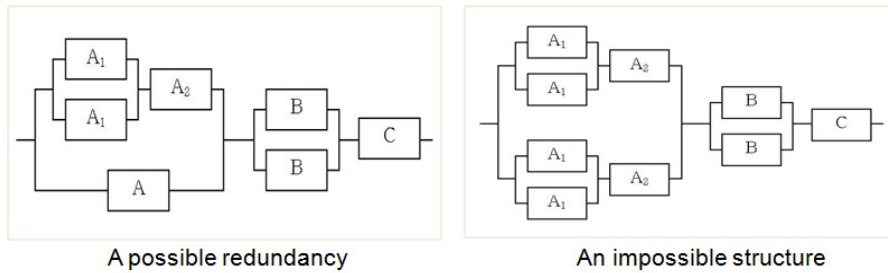


Figure 2. Possible and impossible redundancy structure

제안된 모형을 설계하기 위해 몇 가지 용어에 대한 정의가 필요하다. 우선 ‘품목’은 시스템, 서브시스템, 모듈, 부품을 나타내는 공통된 의미로 사용되며, 기타 다른 용어는 Yun and Kim(2004)에서 사용되는 용어를 활용한다.

### 3. 다계층 시스템의 가용도 산출

기 호

- $R_i$  : i 품목을 교체하는데 소요되는 시간
- $R_{ij}$  : i 품목의 j번째 부품을 교환하는데 소요되는 시간
- $F_{ij}$  : i 품목의 j번째 부품이 고장인 경우 ‘1’ 아니면 ‘0’
- $S_i$  : i 품목을 교환하는데 소요되는 준비시간
- $J_j$  : 품목 j의 조상 품목의 집합
- $C_s$  : 시스템 수명주기비용
- $A_s$  : 시스템 가용도
- $A_T$  : 시스템의 목표 가용도
- $b_r$  : 가용한 자원 r의 양
- N : 총 품목 수

- $n_r$  : 자원 종류 수
- $x_i$  : 품목 j에 할당된 중복 수
- $y_j$  : 0 또는 1
- $g_{rj}(x_j)$  : 품목 j로 인해 소모되는 자원 r의 양.

가용도는 일반적으로 고유가용도, 성취가용도, 운용가용도로 구분하고 있으며, 본 연구에서는 고유 가용도를 고려한다. 즉, 시스템의 예방정비는 고려하지 않으며, 시스템에 고장이 발생하였을 경우 즉시 정비가 가능한 것으로 가정한다. 산출 방법은 식(1)과 같다.

$$A_i = MTBF / (MTBF + MTTR) \tag{1}$$

시스템에 고장이 발생한 경우 시스템내의 고장이 발생한 모든 품목을 교환하게 되며, 그때 교환 대상은 Figure1에서 설명한 시스템의 직계에서 중복 대상이 되는 품목이 교환이 된다. 즉, A1-A-S의 직계선 상에 A가 중복 대상인 경우 시스템에 고장이 발생했고 품목 A의 상태 역시 고장인 경우 품목 A1과 A2가 교환되는 것이 아니라 A가 교환되는 것으로 가정한다. 이는 시스템의 복구 시간을 단축시키기 위해서 모듈 단위로 교환이 가능하게 하는 것으로 복구 시간은 단축시킬 수 있으나 품목의 교환에 따른 비용은 증가하게 된다.

시스템을 복구하기 위해서는 모든 고장 난 품목들을 교환해야 하며, 고장 난 i 품목의 수리 시간은 식(2)와 같이 준비시간과 교환시간의 합으로 나타난다. 따라서, 시스템의 총 수리시간은 식(3)와 같이 나타낼 수 있다.

$$R_i = S_i + \sum_{j=0}^{x_i} F_{ij} R_{ij}, \text{ if } \sum_{j=0}^{x_i} F_{ij} > 0 \tag{2}$$

$$R_{sys} = \sum_{j=0}^N R_j \tag{3}$$

### 4. 목표가용도를 고려한 수명주기비용 최소화

앞에서 설명한 다계층 시스템의 중복설계와 가용도를 바탕으로 목표가용도를 고려한 수명주기비용 최적화 모형은 식(4)~(8)과 같이 나타낼 수 있다. 본 연구에서 각 부품의 고장은 통계적으로 독립인 것으로 가정한다.

$$\text{Min } C_s \tag{4}$$

$$\text{s.t. } A_T \leq A_s \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^n y_i g_{ri}(x_i) \leq b_r, r = 1, 2, \dots, n_r \tag{6}$$

$$y_j + \sum_{k \in j_r} y_k = 1 \tag{7}$$

$$y_i = 0 \text{ or } 1, \forall i \tag{8}$$

모든  $x \geq 1$ 이고 정수 j 하위품목을 나타낸다.

식(4)에 나타난 바와 같이 본 연구에서 목적함수는 시스템의 수명주기비용이며, 목표 가용도와 관련하여 식(5)과 설계비용, 무게, 부피 등 가용한 자원과 관련하여 식(6)이 제약조건으로 있다. 식(7)에서  $y_j$ 와  $y_k$ 는 해당 품목이 중복 대상으로 사용이 되면 '1', 그렇지 않으면 '0'의 값을 가진다. 즉,  $x_i \times y_i$ 가 시스템에서 실제로 사용되는 i 품목에 대한 수량이 된다.

## 4.1 최적화 프로세스

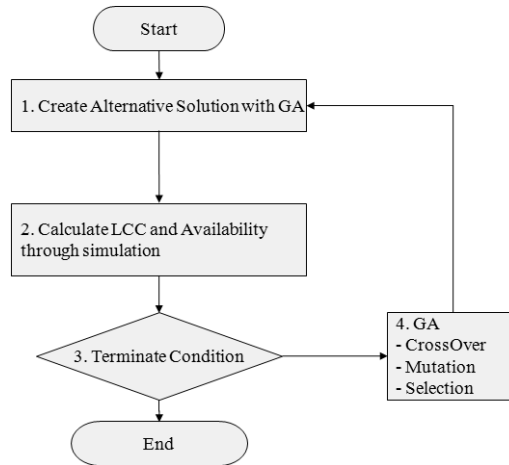


Figure 3. Optimization process

목표가용도를 고려한 수명주기비용 최적화를 위해 Figure 3과 같은 최적화 프로세스를 제안한다. 본 연구에서는 수명주기비용 및 가용도 산출은 시뮬레이션을 통해 산출하고 있으며, 해의 최적화를 유전 알고리즘을 활용한다.

## 4.2 유전알고리즘

유전알고리즘은 확률적 최적화 기술로 Gen과 Cheng(1996)는 신뢰도 최적화를 포함한 조합 문제(combinatorial problems)에 대해 기술하고 있다. 본 연구에서는 Yun and Kim(2004)이 제안한 유전알고리즘에서 해의 표현, 초기 모집단 생성, 교차 연산, 돌연변이 연산에 대하여 동일하게 적용하고, 염색체 평가 및 선별 방법은 본 연구에 적합한 방법을 제안한다.

### 4.2.1 해의 표현

유전자는 중복할당 수와 지시 변수의 쌍의 벡터 형태로 정의된다. 즉, 유전자에 인덱스  $k$ 는 염색체의 순서를 나타내고 인덱스  $i$ 는 품목을 나타낸다.

### 4.2.2 초기 모집단

염색체의 초기 모집단은 임의의 생성 방법으로 생성된다.  $x_{ki}$ 는 1과 최대 할당 가능값 사이에서 임의로 선택되어지고, 각 염색체는 제약조건 식(7)을 만족하게 임의로 생성된다.

### 4.2.3 염색체 평가

모집단을 임의의 생성 방법으로 생성하게 되면 제약조건 식(5)~(7)를 어기는 염색체를 생성할 수도 있다. 실행 불가능해는 현 불가능해 염색체에 벌금을 추가함으로써 해를 다룰 수 있다.

그러나,  $y$  값이 완전히 임의로 선택이 될 경우 염색체의 대부분이 제약조건 식(7)을 어기게 되며, 해당 염색체에 대해서는  $y$  값이 얼마나 실행 불가능한 해인지를 판단하기 어렵다. 따라서, 생성된 염색체에서 제약조건 식(5)와 (6)

은 벌금 함수로 제어를 하고, 제약조건 식(7)을 만족시켜야 한다.

자원 제약에 대한 벌금 함수는 식(9)와 같이, 목표 가용도 제약에 대한 벌금 함수는 식(10)와 같이 산출하며, 염색체 평가 함수는 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$PR_{kr} = \max \left\{ \sum_{j=1}^N \alpha_{kj} g_{rj} (m_{kj}) / b_r, 1 \right\} \quad (9)$$

$$PA_k = \max \{ A_T / A_{sys}, 1 \} \quad (10)$$

$$Eval(v_k) = C_s \times \prod_{r=1}^{n_r} PR_{kr} \times PA_k \quad (11)$$

#### 4.2.4 교차연산자

교차는 서로 다른 두 염색체의 유전 인자들이 결합하여 자손을 생산하는 과정으로 본 연구에서는 Yun and Kim(2004)에서 활용한 것과 동일한 단순 일점교차 방법을 사용한다. 일점교차 과정에서 제약식(7)을 어길 경우에는 아래 절차에 따라 적합한 염색체로 만들게 된다.

단계 1 : 교환된 두 개의 유전자를 재교환하고 각 염색체에서 교환하고자 하는 유전자의 직계 중 y가 1인 유전자를 찾는다.

단계 2 : 두 개의 유전자 중 높은 수준에 있는 품목을 선택하고 두 염색체에서 선택된 품목의 모든 자손 품목을 교환한다.

#### 4.2.5 돌연변이

돌연변이 연산자는 유전알고리즘에서 해의 국부최적화를 예방하고, 다양한 해의 탐색을 가능하게 한다. 제약조건 (7)을 만족시키기 위하여 다음 절차를 따른다.(yun and kim)

단계 1 : 유전자를 임의로 선택한다.(선택된 유전자를 Gene1로 나타낸다.)

단계 2 : 선택된 유전자의 y값이 1이면 (x,y) 값을 (random[1,max<sub>i</sub>],1)로 변경한다.

단계 3 : 선택된 유전자의 y값이 0이면, 제약식(7)을 만족시키기 위해 다음 절차를 따른다.

3.1 Gene1의 직계 중에 조상 품목의 유전자의 y값이 1인 경우 단계 3.1.1과 3.1.2를 따른다.(조상 품목의 유전자를 Gene2로 나타낸다.)

3.1.1 Gene2의 y 값을 0으로 설정한다.

3.1.2 Gene2의 자식 유전자에 대하여 (x,y) 값을 (random[1,max<sub>i</sub>],1)로 변경한다.

3.2 Gene1의 직계 중에 자손 품목의 유전자의 y값이 1인 경우 단계 3.2.1과 3.2.2를 따른다.

3.2.1 Gene1에 대하여 (x,y) 값을 (random[1,max<sub>i</sub>],1)로 변경한다.

3.2.2 Gene1의 자손 품목 유전자의 y 값을 0으로 변경한다.

#### 4.2.6 선별

본 연구에서는 Top-Pop-Size 선별 방법을 사용한다. Top-Pop-Size 선별 방법은 현세대의 유전자와 돌연변이, 교차된 유전자로부터 가장 적응도가 좋은 유전자를 Pop-Size 만큼 선별해서 다음 세대로 보내게 된다. 따라서, 해의 탐색 범위가 넓은 경우에 빠른 수렴을 하는데 효과적인 것으로 알려져 있다. 유전알고리즘은 정해진 세대 수 만큼 반복을 수행하고 종료된다.

## 5. 수치예제

Table 1의 데이터의 데이터를 갖는 Figure 4와 같은 직렬 구조의 시스템을 대상으로 다계층 시스템에서의 최적 중복 설계에 대한 실험을 한다.

Table 1. Input data

	Unit	Parent	MTBF	Setup Time	MTTR	Price	Add Cost
	1					72	2
1	11	1	143	5	0.5	26	2
2	12	1	400	4	1	13	3
3	13	1	200	6	0.2	21	2
4	111	11	200	11	3	5	3
5	112	11	1000	10	4	6	4
6	113	12	1000	12	2	5	4
7	121	12	500	13	6	6	4
8	122	12	2000	10	7	7	4
9	131	13	500	13	3	8	3
10	132	13	333	15	4	7	4

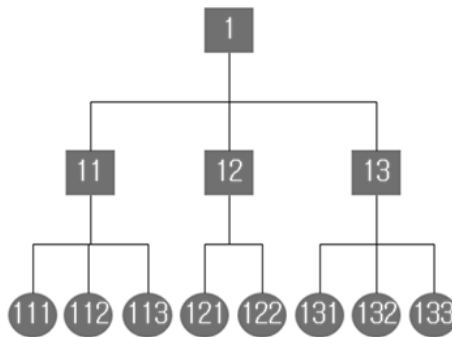


Figure 4. System structure for example

시스템 설계에 대한 한계 비용을 100, 목표 가용도가 0.85, 0.90, 0.95 세 가지 경우에 대한 최적화 결과는 Table 2와 같이 나타났다. 목표가용도가 증가함에 따라 수명주기비용이 같이 증가하고 있음을 Table 2로 부터 알 수 있다.

Table 2. Experiment result

$A_T$	$C_s$	$A_s$	Design cost
0.85	524	0.864	70
0.9	830	0.905	93
0.95	1868	0.956	90

Figure 5는 목표가용도가 0.85인 경우 중복할당 결과로 교환 대상의 모든 품목이 최하위 품목으로 결과가 나타났다.

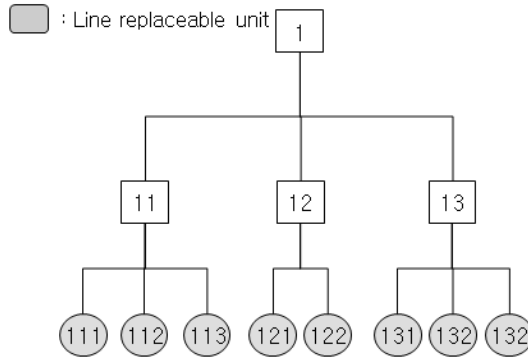


Figure 5. Result of system structure at target availability 0.85

그러나, Figure 6과 7에서 가용도가 증가함에 따라 교환대상이 모듈 품목으로 바뀌고 있음을 알 수 있다. 이는 목표가용도를 만족시키기 위해 정비시간이 다소 적은 모듈 품목이 중복 및 교환 대상으로 선정되었음을 알 수 있다.

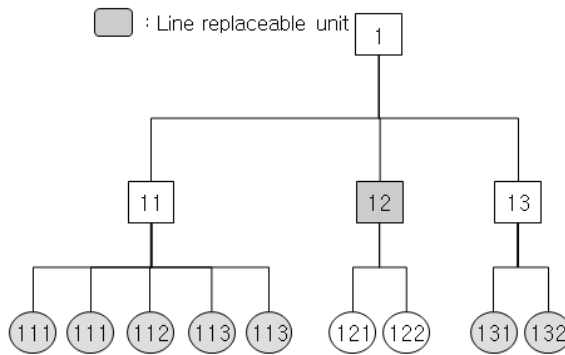


Figure 6. Result of system structure at target availability 0.90

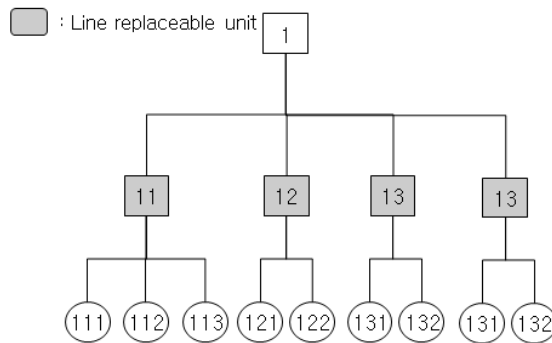


Figure 7. Result of system structure at target availability 0.95



## 6. 결 론

본 연구에서는 다계층 시스템에서 모든 품목에 대하여 중복 대상이 가능하게 하는 모듈 중복 모형을 다루었다. 특히, 가용도 측면에서 중복 설계 문제를 다루었으며, 중복 할당시 중복 대상 품목이 시스템 고장 발생시 교환이 가능한 정비 대상 품목으로 고려하였다. 또한, 목표 가용도하에 수명주기비용을 최소로 하는 중복할당 방법을 제안하였으며, 이를 최적화하기 위하여 시뮬레이션과 유전알고리즘을 활용하였다. 수치예제를 통해 목표가용도가 높아지면 정비시간을 단축시키기 위해서 중복설계에서 모듈 중복을 선택하는 경우가 많아지고, 이로 인해 수명주기비용이 증가함을 알 수 있었다. 본 연구에서는 직계선 상에 한 개의 품목만이 중복이 가능한 것으로 가정하였으나, 추후 연구에서는 직계 중에 다양한 품목이 중복 가능하게 하는 모형을 고려할 수 있으며, 가용도를 고려하기 위하여 시스템의 예방정비 및 검사 주기 등을 함께 고려한 연구가 필요하다고 하겠다.

## REFERENCES

- Coit, D. W., and Smith, A. E. 1996. "Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm." *IEEE Transactions on Reliability* 45(2):254-266.
- Coit, D. W., and Smith, A. E. 1998. "Redundancy allocation to maximize a lower percentile of the system time to failure distribution." *IEEE Transactions on Reliability* 47(1):79-87.
- Gen, M., and Cheng, R. 1996. *Genetic algorithms and engineering design*. John Wiley and Sons.
- Kim, J. Y., Shin, K. S. 2004. "Optimum redundancy design for maximum system reliability: A genetic algorithm approach." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 32(4):125-139.
- Kuo, W., and Prasad, V. R. 2000. "An annotated overview of system-reliability optimization." *IEEE Transactions on Reliability* 49(2):176-187.
- Kuo, W., Hwang, C. L., and Tillman, F. A. 1978. "A note on heuristic methods in optimal system reliability." *IEEE Transactions on Reliability* 27(5):320-324.
- Misra, K. B. 1972. "Reliability optimization of a series-parallel system." *IEEE Transactions on Reliability* 21:230-238.
- Nahas, N., Nourelfath, M., and Ait-Kadi, D. 2007. "Coupling ant colony and the degraded ceiling algorithm for the redundancy allocation problem of series-parallel system." *Reliability Engineering and System Safety* 92:211-222.
- Woodhouse, C. F. 1972. "Optimal redundancy allocation by dynamic programming." *IEEE Transactions on Reliability* 21(1):60-62.
- Yun, W. Y., and Kim, J. W. 2004. "Multi-level redundancy optimization in series systems." *Computers & Industrial Engineering* 46:337-346.
- Yun, W. Y., and Song, Y. M., and Kim, H. G. 2007. "Multiple multi-level redundancy allocation in series systems." *Reliability Engineering and System Safety* 92:308-313.
- Yun, W. Y., Chung, I. H., and Kim, H. G. 2006. "Redundancy optimization in multi-level system with SA algorithm." *Proceedings of the 2nd Asian International Workshop*:185-192.
- Zhao, J. H., Liu, Z., and Dao, M. T. 2007. "Reliability optimization using multi objective ant colony system approaches." *Reliability Engineering and System Safety* 92:109-120.

