



컨볼루션 기법을 이용한 영역이 제한된 비정규 확률문제의 신뢰성 해석

Reliability Analysis of the Non-normal Probability Problem for Limited Area using Convolution Technique

이현만* · 김태곤* · 최 원** · 서 교***† · 이정재***

Hyunman Lee · Taegon Kim · Won Choi · Kyo Suh · JeongJae Lee

ABSTRACT

Appropriate random variables and probability density functions based on statistical analysis should be defined to execute reliability analysis. Most studies have focused on only normal distributions or assumed that the variables showing non-normal characteristics follow the normal distributions. In this study, the reliability problem with non-normal probability distribution was dealt with using the convolution method in the case that the integration domains of variables are limited to a finite range. The results were compared with the traditional method (linear transformation of normal distribution) and Monte Carlo simulation method to verify that the application was in good agreement with the characteristics of probability density functions with peak shapes. However it was observed that the reproducibility was slightly reduced down in the tail parts of density function.

Keywords: convolution, limited area, non-normal distribution, reliability analysis

1. 서 론

안전에 대한 신뢰도를 Mayer (1926)가 확률론적 관점에서 접근한 이래로, 구조 분야에서 하중의 평가, 응력의 산정, 부재의 크기결정과 같은 분석에 대하여 확률론을 적용하고 있다 (Kim, 1991). 특히 배수갑문과 같이 해안에 위치한 구조물은 그 특성상 조위, 파랑, 염해와 같은 변동성이 있는 외부환경의 영향을 받는다. 이와 같은 경우에는 하중함수와 저항함수가 갖는 변량의 불확실성 (uncertainty)이 크므로, 신뢰성 해석에 기반을 둔 불확실성의 정량화가 중요하다 (Bong et al., 2012).

구조물의 신뢰도는 대상 시스템이 목표로 하는 성능에 만족 여부를 나타내는 성능지수로 표현할 수 있으며, 성능지수는 구조물이 파괴되는 과정을 나타내는 한계상태식과 한계상태식에 포함되는 변수를 확률로 처리하여 얻어진다 (Shin and Park, 2005). 따라서 한계상태식에 적용되는 확률변수의 설정과 확률변수의

조합이 만들어 내는 적절한 확률분포를 결정하는 것이 성능지수의 정확도를 결정하게 된다.

그러나 확률변수의 확률분포 (probability distribution)를 정확하게 구하기 위해서는 많은 자료와 시간이 필요하므로 정규분포 (normal distribution)로 가정하여 처리한다. 분포 형태가 밝혀진 경우에도 복잡한 확률계산을 피하기 위하여 등가의 정규분포로 치환하여 계산 하는 경우가 많다. 전자의 예로는 배수갑문에 작용하는 하중으로 조위, 파랑, 내수위가 정규분포를 따른다고 가정하거나 (Kim, 1991), 케이스식 방파제의 신뢰성 해석을 실시하면서 조위변화에 의한 전면 수심을 정규분포로 가정한 Lee (2008)의 경우가 대표적인 사례라 할 수 있다. 후자의 예로 Cho et al. (2004)은 우리나라 조위자료의 발생확률 밀도 함수를 쌍봉형 정규분포함수 (double-peak normal distribution)로 제안하고, 조위의 확률밀도함수를 등가의 정규분포로 변환하여 분석한 신뢰도와 정규분포로 가정하여 분석한 결과를 비교·분석하는 연구를 수행하였다. 정규분포로 변환하거나 가정한 경우에는 확률변수의 범위가 음의 무한대 ($-\infty$)에서 양의 무한대 ($+\infty$)까지 정의되므로 음수의 값이 존재할 수 없는 강우량, 유출량 같은 변수를 나타내는 데는 한계가 있다 (Jeong et al., 2008). 또한 경계를 갖지 않는 정규분포와 같은 분포형은 꼬리 (tail)부분의 영향 때문에 재현기간 10,000년 혹은 100,000년의 수위와 같은 아주 작은 확률을 가지는 값의 모의발생으로 계산되는 파괴확률은 비현실적인 경우가 많다 (Moon, 2003). 이와 같은 문

* 서울대학교 농업생명과학대학 지역시스템공학전공
 ** Department of Human Nutrition, Food and Animal Sciences, University of Hawaii
 *** 서울대학교 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부
 † Corresponding author Tel.: +82-2-880-4591
 Fax: +82-2-873-2087
 E-mail: kyosuh@snu.ac.kr

2013년 7월 9일 투고
 2013년 8월 6일 심사완료
 2013년 9월 2일 게재확정

제에 대하여 Jeong et al. (2008)은 조위 자료의 빈도분포 함수에서 꼬리 부분의 재현성이 떨어짐을 지적하면서 분포 양끝단의 일정 범위를 제거한 이중절단 (doubly truncated) 기법을 제시한 바 있으나, 분포함수의 계산이 어렵다는 점에서 한계를 갖는다. 따라서 비정규 분포를 다루는 공학문제는 모수적 확률모델로는 한계가 있고, 비정규형 확률분포를 고려할 수 있는 방법이 정립될 필요가 있다.

가장 대표적인 신뢰도 평가방법으로 Monte Carlo Simulation (MCS)이 널리 알려져 있으며, 간단한 계산과정과 정밀한 해를 얻을 수 있다는 장점이 있으나, 해석시간이 많이 소요되는 단점이 있다 (Kim et al., 2005). 이와 같은 단점을 극복하고 효과적인 확률 계산을 위해 Youn et al. (2010)은 PERT (Project Evaluation and Review Technique) 네트워크의 직·병렬로 연결된 노드의 「완료시간-확률」 분포 결합을 위해 컨볼루션 기법을 제안하였으며, Nam et al. (2012)은 농업용 저수지의 용수공급 취약성 평가를 위하여 공급량과 수요량을 각각 확률분포로 산정한 후 컨볼루션 기법을 이용하여 신뢰성 해석에 적용한 바 있다. 그러나 일반적으로 알려져 있는 확률분포함수를 이용하여 해석하여, 구조물의 저항문제나 조위의 변화와 같이 변수가 음수가 될 수 없으며 일정한 영역내에 분포 (bounded probability distribution)하는 확률문제에 대해서는 적용하기 어렵다. 예를 들어, 배수갑문의 내수위와 외수위차에 의한 안정성 문제는 외수위가 쌍분형 정규분포로 알려져 있는 전형적인 비정규분포형태를 지니고 있으며, 조위가 지면보다 낮아 질 수 없는 변역 폭이 한정된 문제이므로 기존 연구 결과를 그대로 적용하기에는 한계가 있다.

따라서 본 연구에서는 비정규분포 확률변수를 가지는 신뢰성 문제에서 변수의 변화 영역이 한정되는 경우에 대한 신뢰성 문제를 컨볼루션 방법을 이용하여 해결하는 방안을 제시하고, 그 적용성을 판단하기 위하여 정규분포 상사에 의한 방법과 MCS를 이용하여 비정규분포를 해석한 방법과 비교분석하고자 한다.

II. 이론의 전개

1. 컨볼루션에 의한 조건부 확률 해석

복수의 독립적인 확률사상이 결합되는 사건에서 결합확률 분포는 컨볼루션 (convolution) 기법을 이용하여 계산한다. 시스템의 안전에 대한 신뢰성은 하중보다 시스템이 갖는 저항이 클 경우에 안전하다고 정의되며, 이를 확률적 관점에서 살펴보면 Fig. 1과 같이 도시할 수 있다. 하중변수 L 과 저항변수 R 은 서로 독립이며, 두 변수는 확률분포를 갖는다.

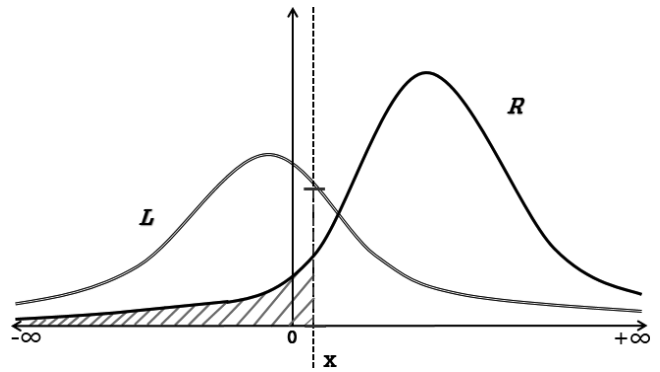


Fig. 1 Schematic diagram of convolution calculation

위험도라는 관점에서 하중변수 L 이 저항 변수 R 보다 큰 경우에 파괴되었다고 평가되므로, 임의의 하중이 x 일 때를 가정하면 파괴확률은 Fig. 1에서 점선으로 표시한 부분의 면적과 같다. 하중변수 L 에서 x 하중이 발생할 확률은 $P_L(x)$ 로 정의하고, $L \geq R$ 인 경우의 확률 P_f 는 빗금 친 면적과 같으므로, 전체 사건에 대한 파괴 확률은 빗금 면적과 $P_L(x)$ 의 곱이 되며, 정리하면 식 (1)과 같다.

$$P_f(x) = \left(\int_{-\infty}^x P_R(\tau) d\tau \right) \times P_L(x) \quad (1)$$

여기서 $P_f(x)$ 는 임의하중 x 에 대한 파괴확률, $P_R(\tau)$ 는 임의 하중 τ 에 대한 저항발생확률, $P_L(x)$ 는 임의하중 x 에 대한 하중발생확률을 의미한다. 파괴확률 $P_f(x)$ 를 구성하는 확률 변수항을 함수 $f(x)$, $g(x)$ 로 식 (2), (3)과 같이 치환 하였다.

$$f(x) = \int_{-\infty}^x P_R(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$g(x) = P_L(x) \quad (3)$$

임의의 하중 x 가 양의 무한대 ($+\infty$)에서 음의 무한대 ($-\infty$)까지 변하는 경우, 전체 파괴확률 P_f 는 식 (4)와 같다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \times g(x) dx \quad (4)$$

식 (4)을 다시 정리하면, 서로 독립인 확률 분포 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여, 식 (5)과 같이 결합 확률분포인 컨볼루션 결과에 대하여 0보다 작은 면적을 구한 결과와 같게 된다.

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} P_f(x) dx &\Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \times g(x) dx & (5) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^x P_R(\tau) d\tau P_L(x) dx \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 P_R(\tau+t) P_L(\tau) dt dx \\
 &= \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) g(-\tau) d\tau \\
 &= \int_{-\infty}^0 f(t) \otimes g(-t) dt
 \end{aligned}$$

2. 확률에 의한 신뢰성 해석

시스템의 신뢰도 (reliability)는 하중과 저항간의 상호작용에 의하여 결정되는데, 저항이 하중과 동일하거나 초과할 확률을 의미한다. 반면, 하중이 저항을 초과할 확률을 위험도 (risk)로 정의하는데 (Nam, 2013), 위험도란 시스템이 설계된 기능을 수행하지 못할 확률을 의미하며, 파괴는 시스템에 작용하는 하중 (L)이 저항능력 (R)을 초과하는 상태로 정의한다 (Yang et al., 1999).

$$Z = R - L \quad (6)$$

여기서, $R > L$ 이면 시스템이 안전한 경우이고 $R < L$ 이면 파괴, $Z = 0$ 즉, $R = L$ 인 경우는 안전과 파괴의 경계가 된다. 신뢰도 해석을 하고자 할 때 시스템을 구성하는 R과 L의 분산특성이 변화함에 따라 시스템의 안전도가 달라질 수 있다. 시스템의 위험도 계산에 있어서 R의 분산 특성에 따라 달라지는 파괴확률을 설명하기 위하여 Fig. 2와 같이 나타냈다. 동일한 평균값을 나타내는 정규분포의 경우 분산을 고려하면, 분산의 크기에 따라 파괴확률 즉, $(Z = R - L) < 0$ 인 경우가 달라진다.

확률분포 A, B, C와 파괴기준선이 만나는 점을 a, b, c로 정의하면, 임의의 하중 x에 대하여 확률분포 A, B, C의 파괴확률은 식 (7)과 같이 정리된다.

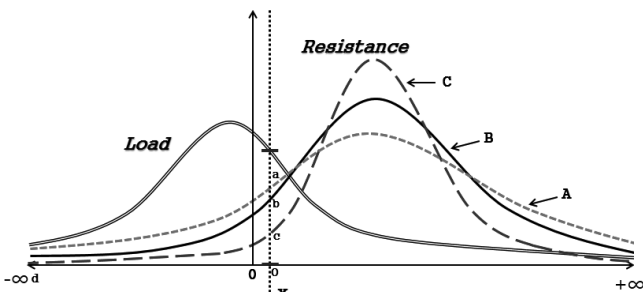


Fig. 2 Change of the P_f according to change of variance

$$\begin{aligned}
 P_{f(A)}(x) &= \int_{-\infty}^x P_A(\tau) d\tau \times P_L(x) & (7) \\
 P_{f(B)}(x) &= \int_{-\infty}^x P_B(\tau) d\tau \times P_L(x) \\
 P_{f(C)}(x) &= \int_{-\infty}^x P_C(\tau) d\tau \times P_L(x)
 \end{aligned}$$

식 (7)에서 저항 변수가 임의의 하중 x보다 작을 확률은 저항 확률변수의 면적과 같으므로, $\Delta aod > \Delta bod > \Delta cod$ 의 관계에 따라 $P_{f(A)}(x) > P_{f(B)}(x) > P_{f(C)}(x)$ 순으로 계산 된다. 이는 동일한 평균을 갖는 저항변수라고 하더라도, 분산이 다를 경우 파괴확률이 달라짐을 보여준다. 도시한 Fig. 2에서 확률분포 A, B, C는 구조물의 안전분석에 있어서 저항요인으로서 골재의 강도, 재료의 강도, 품질 관리와 같은 항목으로 가정할 수 있다. 즉, 임의의 하중 x에 대해 동일한 안전 평가점수 (평균)을 받더라도, 품질관리가 잘된 A의 경우가 그렇지 못한 B와 C에 비해 더 안전하다고 평가할 수 있다.

3. 영역이 제한된 실제 확률문제

가. 범위의 문제

확률분포는 일반적으로 양의 무한대 (+∞)에서 음의 무한대 (-∞)까지 발생확률을 갖는 함수로 정의되나, 설계의 대상이 되는 변수는 변동폭이 제한적인 경우가 많다. 예를 들면, 강수량이나 콘크리트 강도는 음의 값을 가질 수 없으므로, 변수가 갖는 범위의 하한이 0보다 크거나 같아야 한다. 구조물에 대한 위험도 해석에 있어서 재료의 특성은 Fig. 3과 같이 도시할 수 있으며, 음수 값에 대한 영역대가 존재 할 수 없는 제한된 확률 분포 형태를 갖는다. 또한 경계를 갖지 않는 확률분포형 (unbounded probability distribution)은 지나치게 크거나 작은 값에 대해서도 발현가능성을 표현하기 때문에, Fig. 4에 도시한 바와 같이 현실



Fig. 3 Schema of the probability distribution of breaking strength

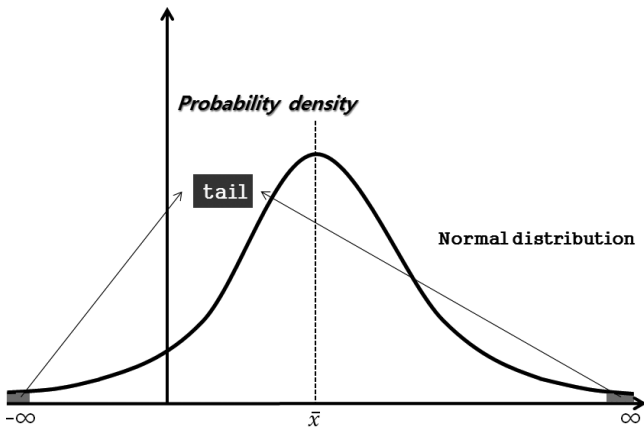


Fig. 4 The tail area the both ends of probability density function

적으로 존재할 수 없는 이상치가 분포의 꼬리부분에서 나타난다. 그럼에도 불구하고, 경계를 갖지 않는 확률분포형이 이용되는 이유는 확률 연산에 있어서 상대적으로 간단하고, 다수의 확률문제에 쉽게 적용이 가능하기 때문이다 (Moon, 2003).

구조물의 설계시에는 하중에 대한 확률분포를 고려하여, 저항을 설계하므로, 확률변수가 하중항에만 국한된다. 따라서 하중항에 대해서 제한된 자료로부터 분포형을 추정하고, 분포의 꼬리부분을 이용하여 100년 빈도, 200년 빈도와 같은 극한 빈도 값을 산정한다. 하지만 위험도 해석시에는 저항항과 하중항 모두 확률변수를 갖기 때문에 두 확률변수가 현실적으로 값을 가질 수 있는 범위 내에서 분석이 이루어져야 한다. 이러한 측면에서 정규분포와 같은 경계를 갖지 않는 일반적인 확률분포형으로 변형하여 분석하는 경우, 꼬리부분이 현실적으로 일어날 수 없는 사건에 대하여 확률값을 갖는 것처럼 분석되기 때문에, 위험도 해석에 있어서 주의가 필요하다.

나. 분포의 문제

확률 사상을 수학적으로 다루기 위하여 도수분포를 이용하여 히스토그램을 작성하고, 가장 적합도가 높은 분포를 선정하여 확률분포함수로 표현한다. 히스토그램은 표본집단의 확률분포가 되고, 적합도가 높은 확률분포함수는 모집단의 확률분포가 된다. 자연현상에 대한 관측치의 경우, 일반적으로 모집단이 정규분포를 따른다고 가정하여, 통계적으로 정규분포형태의 확률분포함수로 치환하여 분석한다. 그러나 관측치가 충분히 많아서 히스토그램 자체를 모집단으로 가정할 수 있다면, 확률분포를 수학적 식으로 표현되는 알려진 확률분포함수로 변환하는 것보다, 관측치를 이산확률함수로 변환하여 이용하는 편이 더 적합할 수 있다. 일례로 국토해양부 영산강 홍수통제소에서 제공하는 11년간의 모니터링 데이터를 이용하여 내·외수위 분포를 Fig. 5와 같이

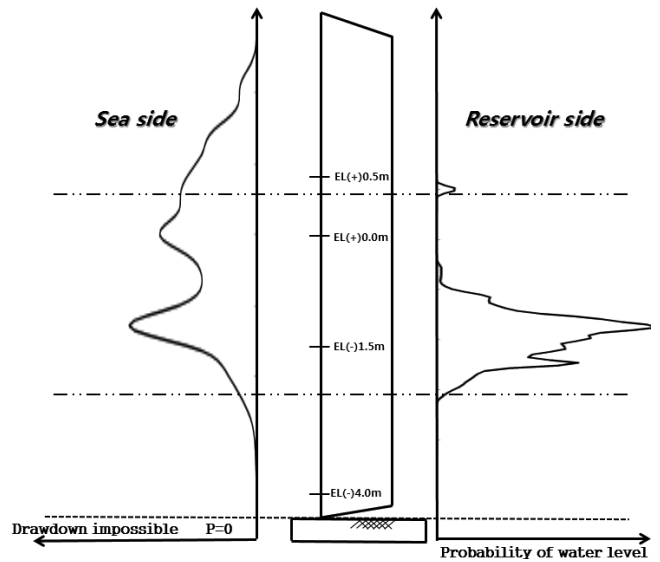


Fig. 5 Schema of the probability distribution of the water level on the sluice gate

도수분포로 표시하였다. 이 문제는 잘 알려진 확률함수로 치환하여 매끈한 커브로 근사하는 것보다 실제자료가 보다 현실적이라고 사료된다. 이에 대해서는 기존 방법과 본 연구에서 제안한 방법을 이용하여 분석함으로써 정량적으로 비교하였다.

III. 영역이 제한된 컨볼루션 모델 개발

본 연구에서 대상으로 삼는 확률 변수는 첫째 변동폭이 제한되고, 둘째 분포가 매우 불규칙하여 적합한 분포형을 선정하기 어려운 사건에 대한 확률이다. 컨볼루션은 Fig. 6에 도시한 바와 같이 2개 이상의 독립사상이 결합하여 새로운 현상이 발현할 경우, 이에 대한 확률 분포를 구하는 방법으로 설명할 수 있다. 컨볼루션을 통해 구한 확률분포는 재규격화된 현상에 대한 발현확률을 나타낸다. 구조물의 저항과 하중을 이용하여 컨볼루션을 수행하면, 저항과 하중의 차이에 대한 확률, 즉 구조물의 지지력에 대한 확률분포로 평가할 수 있다.

본 연구에서는 기존 연구가 갖는 한계로 지적되는 변동폭이 제

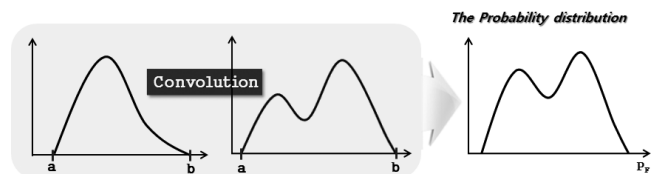


Fig. 6 Schematic representation of the reliability concept and the procedure of calculating reliability analysis (Nam et al., 2012).

한되고 분포가 불규칙한 경우의 결합 확률 해석이 곤란한 어려움을 개선하였다. 조사된 히스토그램을 알려진 분포형으로 치환하는 과정을 생략하고, 직접 히스토그램을 이용하여 컨볼루션할 수 있는 수치해석 모델을 개발하고 적용하였다.

기존의 확률분포 결합 방법과 본 연구에서 제안한 컨볼루션 방법을 비교하여 Table 1에 정리하였다. 기존 방법은 정규분포로 치환하여 신뢰성을 해석하는 방법으로 NDM (Normal Distribution Method)로, 본 연구에서 제안한 방법은 ACM (Area-Limited Convolution Method)로 명명하였다. 기존 방법은 계산과정이 용이하고, 모수로 평균과 분산만 구하면 확률분포로 변환할 수 있고, 확률분포표를 이용하여 파괴확률을 읽을 수 있다. 반면 ACM은 분포형을 추정하지 않고, 관측분포를 그대로 이용하는 비모수적 방법을 취하고 있다. 확률을 계산하기 위해서는 기본적으로 컨볼루션이라는 동일한 수학적 기법으로 설명할 수 있으나, NDM은 해석해로서 이미 알려진 확률분포에 대한 해석해가 존재한다. 관측분포를 그대로 이용한 ACM은 이산분포에 대한 컨볼루션

으로서 수치해를 갖는다. 이에 따라 분석 범위는 해석해를 갖는 NDM은 어느 구간에서나 설명 가능한 함수로 표현되지만, 해석해를 갖는 ACM은 확률 값을 갖는 범위 내에서만 계산을 수행하였다.

IV. 모델의 검증

1. 모의 데이터 생성

본 연구에서 개발한 모델의 검증을 위하여 비정규형태를 따르는 확률분포를 임의로 생성하고, 히스토그램을 이용하여 빈도분포함수의 형태를 Fig. 7에 도시하였다. 비정규확률분포를 따르는 두 개의 데이터 셋 (A), (B)는 각각 0-30까지의 범위를 갖는 자료로 구축하였으며, 데이터 (A)는 하중, 데이터 (B)는 저항에 대응하는 변수로 가정하였다. 두 확률변수에 대하여 컨볼루션을 이용하여 기능함수를 구하고, 그 결과를 정규분포로 가정한 경우와 MCS를 통해 분석한 경우에 대하여 각각 비교하여 모델을 검증하였다.

2. 모의확률분포와 정규분포

기존의 위험도 분석에서 다루어지는 변량들은 각각의 변량 자체가 고유한 통계학적인 특징을 가지고 있음에도 불구하고 특정한 분포를 가정함으로써 실제 변량의 특성을 정확히 반영하지 못하는 힘든 오류를 내포하고 있다. 앞서 모의 생성한 확률분포와 이를 정규분포로 변환한 확률분포를 Fig. 8에 비교하여 나타냈다. 데이터 (A), (B)에 대하여 실선은 모의한 확률분포이며, 점선은 정규분포로 변환한 확률분포이다. 데이터를 가공하지 않은 모의치를 확률분포로 나타내면 실선의 영역에서 확인 할 수 있

Table 1 Comparisons between the NDM and ACM

Classification	Normal Distribution Method (NDM) ^a	Area-limited Convolution Method (ACM) ^b
Probability density	<ul style="list-style-type: none"> · approximate value · transform · $N(\mu_1, \sigma_1), N(\mu_2, \sigma_2)$ 	<ul style="list-style-type: none"> · actual distribution · $f(x), g(x)$
Analytical solution	<ul style="list-style-type: none"> · functional operation · $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau)g(\tau)d\tau$ 	<ul style="list-style-type: none"> · analysis on numerical value · $\sum_{\tau=a}^b f(t-\tau)g(\tau)$
Defined region	<ul style="list-style-type: none"> · $-\infty < x < \infty$ 	<ul style="list-style-type: none"> · $a < x < b$

a) Yang et al. (1999)

b) This study

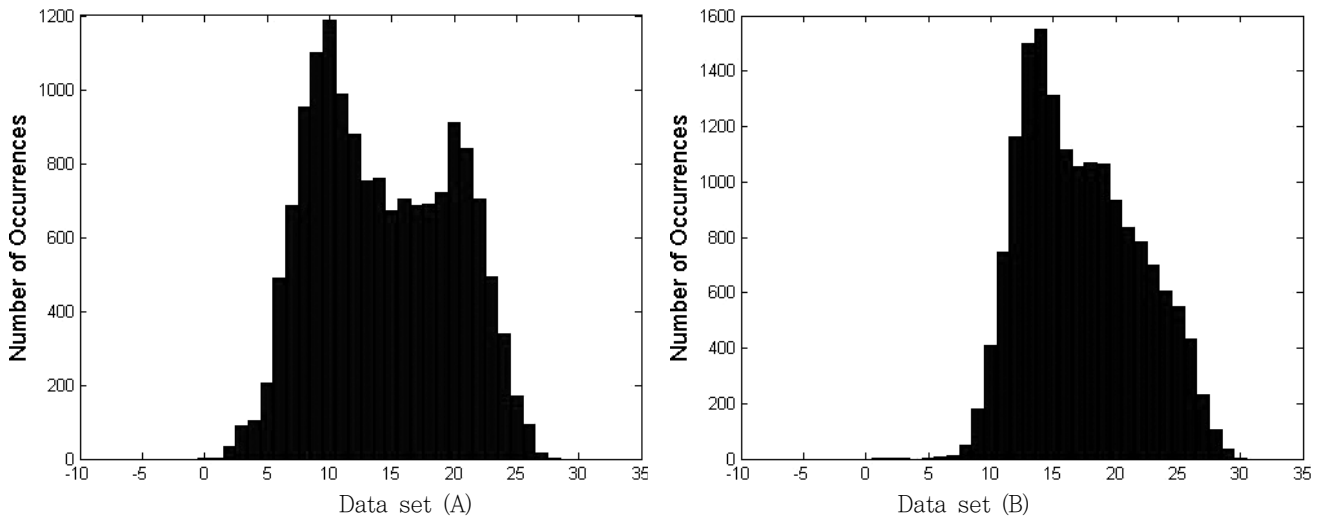


Fig. 7 Frequency histogram of each data set

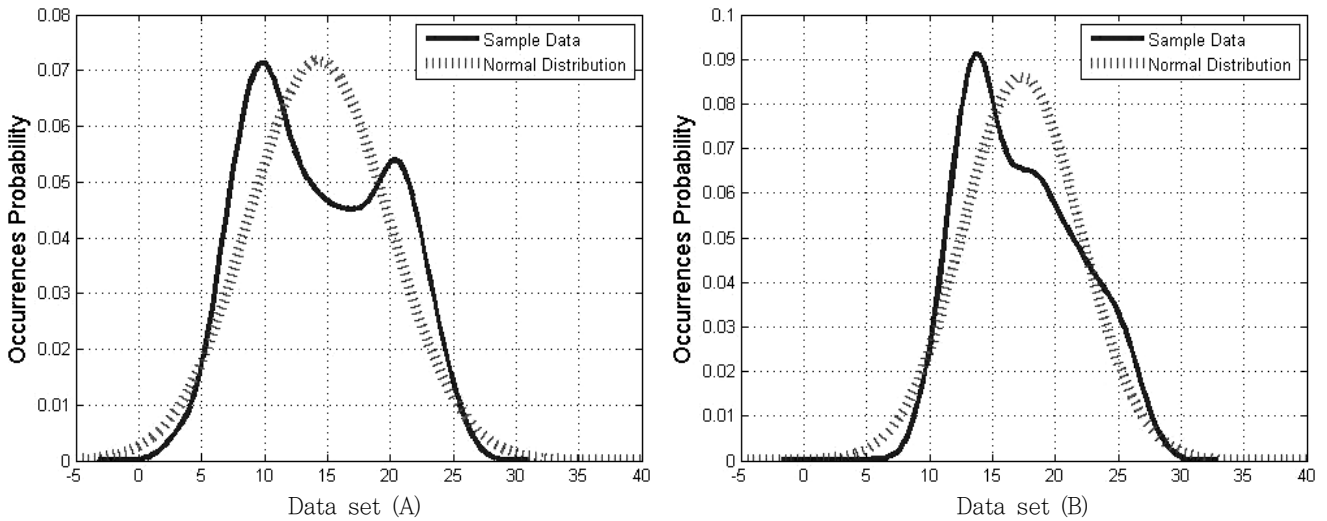


Fig. 8 Comparison of normal distribution transformed from the actual distribution of samples

듯이 두 데이터 모두 상한과 하한의 영역이 제한된 범위 안에 존재함을 알 수 있다. 그러나 점선에서 나타낸바와 같이 증가의 정규분포로 사상하게 되면 음의 무한대 ($-\infty$), 양의 무한대 ($+\infty$)에서 확률값을 가지게 되고, 주어진 데이터와 다른 첨두값이 관찰된다. 따라서 실제 확률분포와는 매우 다른 확률분포가 산출되는 오류를 범할 수 있다. 이러한 오류는 차후 두 확률 사상을 결합하여 시스템의 신뢰도 해석 수행 시 더욱 큰 오차로 누적될 여지가 있다.

3. 기존 방법과의 비교

앞서 생성한 검증데이터 (A), (B)를 이용하여 기존 분석방법인 NDM과 본 연구에서 개발한 ACM을 이용하여 각각 분석하여 결과를 Fig. 9, Fig. 10과 같이 도시하였다. 정규분포로 변환하여 기존의 방법으로 분석한 Fig. 9에서 2개의 실선은 데이터 (A), (B)를 의미하며, 점선은 두 확률분포로부터 산정한 결합확률분포이다. 주어진 확률분포를 변환 없이 분석한 Fig. 10은 결합확률분포의 결과만을 도시하고 있으며, 영역이 제한된 컨볼루션을 수행한 결과 그 형태가 정규분포와는 다른 것을 확인할 수 있다.

기존의 방법으로 계산하면, Fig. 9에서 모든 영역에서 확률값이 존재하였다. 그러나 생성한 검증데이터의 확률분포는 변동폭이 제한되었기 때문에 본 연구모형으로 계산한 결과, Fig. 10에서 확률변수의 범위가 최소 -30에서부터 최대 27사이에서 확률값을 보여주었다.

4. 몬테카를로 모사에 의한 검증

몬테카를로 추출법은 확률변수들의 결합 확률밀도함수를 이용

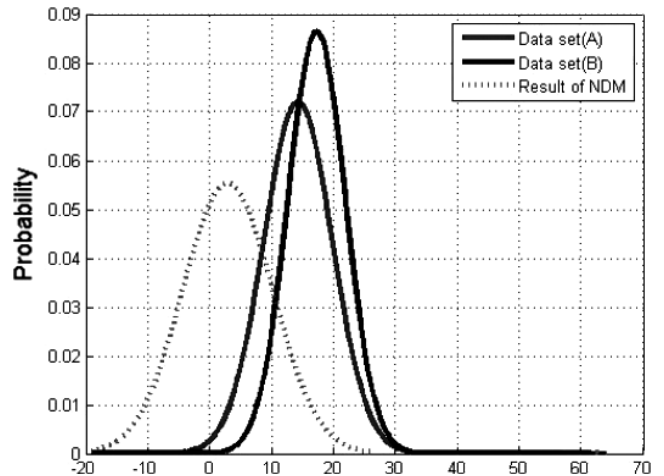


Fig. 9 The result of NDM data set (A) and set (B)

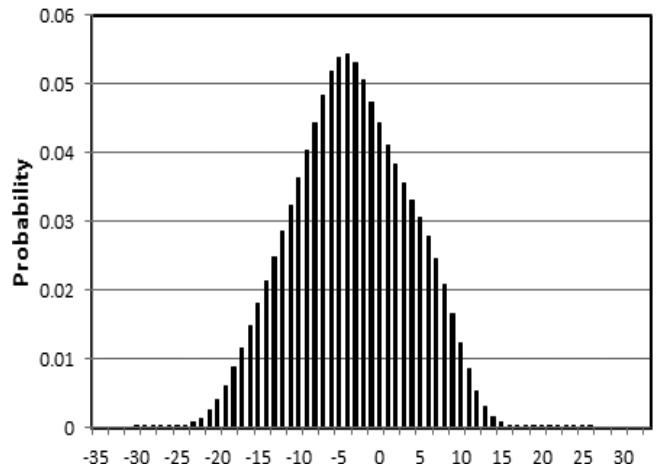


Fig. 10 The result of ACM data set (A) and set (B)

하여 각 확률변수의 분포특성이 반영된 난수를 추출하여, 충분한 수의 표본집단을 생성한 후 생성된 각 확률변수의 값을 시스템의 안전도 해석을 위해 구성된 한계상태방정식에 대입하여 그 값이 기준 값 보다 큰 값인지의 여부를 확인하여 추정하는 방법이다.

시스템의 안전도를 정의하는 한계상태식이 $g(x) \leq 0$ 로 주어지고, 확률변수들의 결합 확률밀도 함수가 $f_X(x)$ 와 같을 때, 파괴확률 P_f 을 식 (8)과 같이 정의 할 수 있다.

$$P_f = \int_{-\infty}^0 f_X(x) dx \quad (8)$$

N 개의 확률변수를 추출하였을 때, 한계상태식이 0보다 작은 경우가 0보다 작은 경우가 n_f 번 관측되었다면 파괴확률 P_f 는 다음과 같이 근사적으로 추정할 수 있다.

$$P_f \approx \frac{n_f}{N} \quad (9)$$

이와 같이 몬테카를로추출법은 기본 개념이 단순할 뿐만 아니라 한계상태식을 보존하며 시스템의 안전도를 평가 할 수 있는 장점이 있다 (Lee and Kim, 2012). 주어진 데이터 (A)와 (B)에 대하여 3가지 방법에 의해 결합확률 분포를 산정하여 비교하였다. 일반적으로 MCS를 통한 분석 결과를 정해라고 가정할 수 있으므로, 이를 기준으로 각 모형을 정량적으로 평가하였으며, 각각의 분석 결과값은 Table 2와 같다.

주어진 데이터를 각각 하중과 저항으로 가정하면, 결합확률은 지지여력으로 평가할 수 있으며, 결과의 평가를 위하여 지지여력이 10 이상일 경우와 5 이상일 경우로 나누어 분석하였다. 분석 결과를 보면, 지지여력의 크기와 상관없이 본 연구에서 개발한 ACM이 MCS와 유효숫자 3자리에서 일치하는 결과를 보여 주었으나, 기존 분석방법인 NDM은 상당히 큰 오차를 확인하였다. 지지여력 10일 경우, ACM의 오차는 0.0001, NDM의 오차는 0.1333으로 산정되었으며, 지지여력이 5일 경우, ACM은 0.0002, NDM은 0.2375로 산정되었다. 지지여력이 5일 경우 오차가 더 큰 것으로 보이나, 상대오차 개념으로 접근하면, 지지여력이 10일 경우는 각각 0.3 %와 413.7 %, 지지여력이 5일 경우 각각

0.1 %와 156.0 %로 산정되었다. 이와 같은 결과는 결합확률분포에서 꼬리부분의 면적을 구하는 방식으로 계산되는데, 꼬리부분의 확률분포가 다른 형태임을 반증한다. 정규분포로 근사화한 NDM의 결합확률분포 양단 끝부분에서 발생할 수 없는 사건에 대하여 발생확률이 높다고 결과를 나타내는 것이며, 정규분포가 비현실적인 꼬리 분포를 반영한 결과라고 판단된다. 이상의 결과를 바탕으로 본 연구에서 개발한 영역이 제한된 컨볼루션기법은 변동폭이 제한되고 분포가 불규칙한 경우의 결합 확률해석에 있어 MCS와 비교한 결과 우수한 재현성을 보인다고 생각된다.

IV. 적용 및 고찰

1. 대상지역 선정

본 연구에서 개발한 모델을 영산강 배수갑문에 적용하여 하중 적용의 신뢰성을 검토하였다. 대상시설물은 서해에 위치한 시설물 중 규모가 크고 조위자료와 하천수위 자료가 일별로 구축되어 있어 자료량이 많고, 구득이 용이하였다. 수위분포는 모집단으로 정의하기 위하여 관측된 자료를 일부 발췌하여 이용하기 보다는 전체 자료를 활용하였다. 장기간의 수위 자료가 이용 가능한 국토해양부 영산강 홍수통제소 (<http://www.yeongsanriver.go.kr/>)에서 제공하는 10분 단위 모니터링 자료를 사용하여 내·외수위 확률분포를 정의하였다. 대상지역인 영산강 하구에 위치한 배수갑문의 지리적 위치와 내·외수위의 모니터링 기간을 Table 3과 같이 정리하였다. 구득한 자료 중에서 대부분의 기간 동안 하구엔 내외 수위 모두 EL (+) 0 m를 기준으로 측정되었으나, 2005년에는 내수위가 EL (+) 87.8 m, 외수위가 EL (+) 87.6 m로 나타나고 있어 해당 기간 동안의 데이터는 특이치로 판단하고, 분석과정에서 제외하였다.

배수갑문의 문비를 경계로 발생하는 내·외 수위의 확률밀도는 상이한 확률분포를 보여주고 있으며, 수위차에 의한 배수갑문의 파괴확률을 평가하기 위해서는 두 요소의 결합 확률 분포를 계산하였으며, 내수위와 외수위는 서로 독립이라 가정하였다.

2. 수위 차 분포

본 연구에서 배수갑문의 안전도는 문비에 작용하는 하중, 즉

Table 2 Results of each method

Method	Over 10	Over 5
MCS	0.0323	0.1522
ACM	0.0322	0.1524
NDM	0.1656	0.3897

Table 3 Informations of Yeongsan river estuary

Location	lines of longitude and latitude		Data download periods	Missed period
	latitude	longitude		
Jeollanam-do Mokpo-si Ogam-dong	34° 47' 9.30" N	126° 26' 56.93" N	2001~2012	'2005'

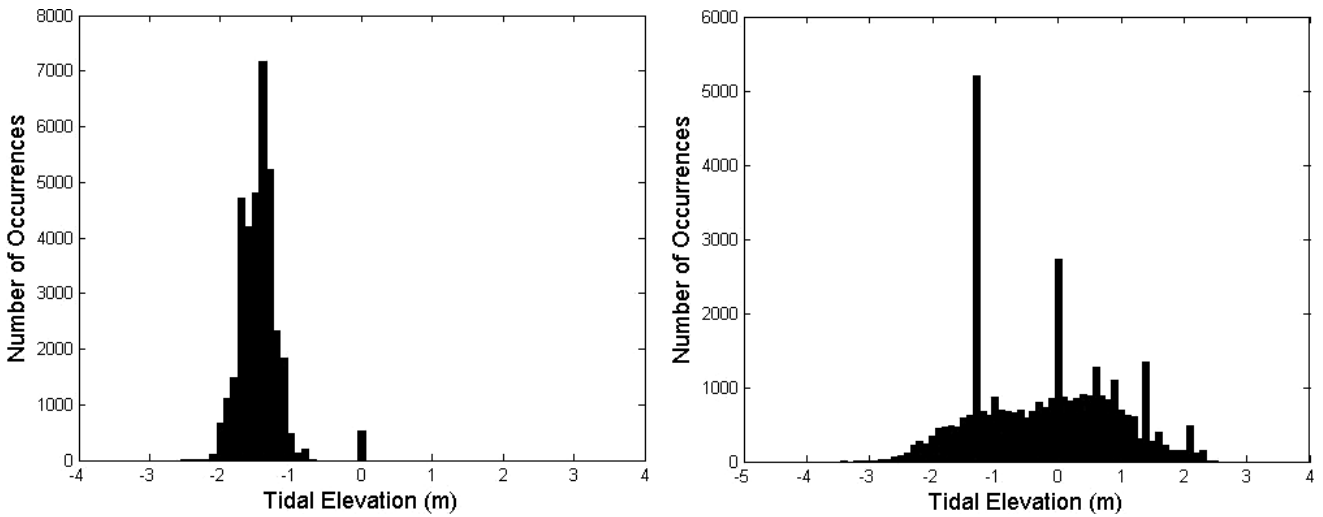


Fig. 11 Frequency histogram of inside and outside water level

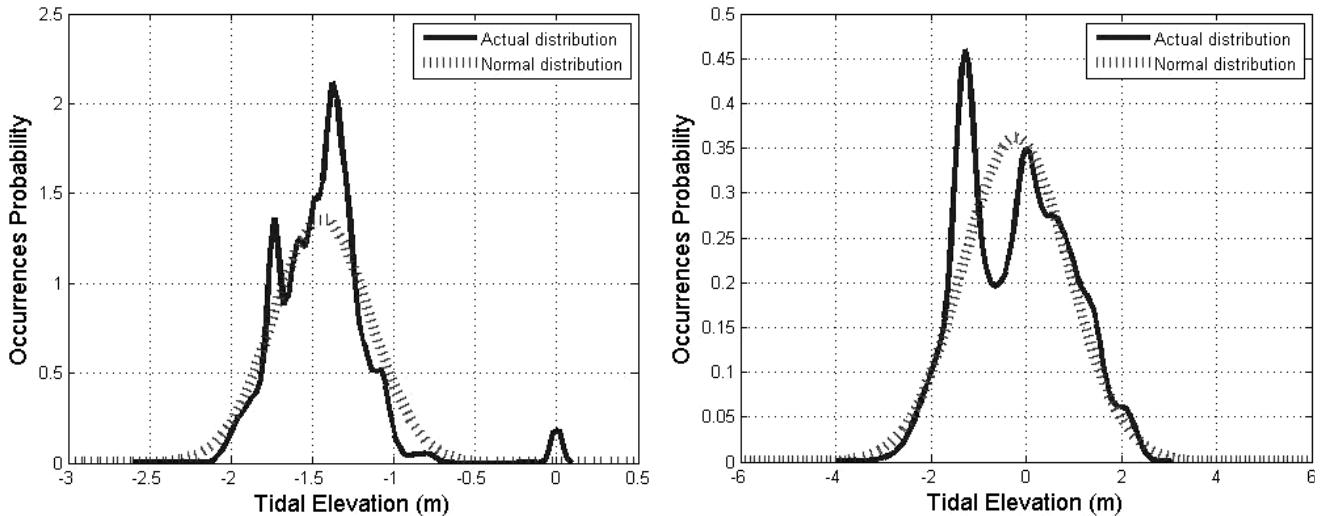


Fig. 12 Probability distribution of inside and outside water level

내수위와 외수위의 차에 의한 전도하중으로 정의하였으며, 각각의 수위 확률 분포도는 Fig. 12에 도시하였다. 실선은 홍수통제소에서 모니터링한 수위데이터의 히스토그램을 그대로 확률분포로 치환한 ACM의 입력자료이며, 점선은 수위데이터에서 정규분포의 모수를 추정하여 산출한 NDM의 입력자료이다. 한계상태는 수압에 의한 전도 하중에 의하여 발생하는 전도 파괴만을 고려하였으며, 수압에 의한 전도 하중을 결정하기 위해 수위차 분포를 식 (9)과 같이 계산하였다.

$$DWL = (IWL - OWL) \quad (9)$$

여기서, *OWL* (outside water level)은 배수갑문 문비를 기준

으로 한 바다 측 수위이고, *IWL* (inside water level)는 간척지, 즉 담수호 측 수위이다. *DWL* (difference of water level, m)은 EL (+) 0.0 m를 기준으로 측정된 동시간대 내·외 수위의 차이값이다.

실측값이 존재하는 데이터므로, 2001년부터 2012년 까지 10분단위로 측정된 내외 수위데이터의 동시간대 차이를 MATLAB (Ver. 7, The MathWorks, Inc., USA)에서 제공하는 ‘ksdensity’ 함수를 이용하여 Fig. 13과 같이 확률 분포를 도시하였다.

확률분포 산정결과로부터 실제의 측정값들은 무한대 영역이 아닌 유한 영역의 경계 안에 존재하며, 뚜렷한 조석간만의 차이를 보이는 서해안의 특성을 반영한 두 개의 첨두점이 확인되는 쌍봉형 분포를 확인 할 수 있다.

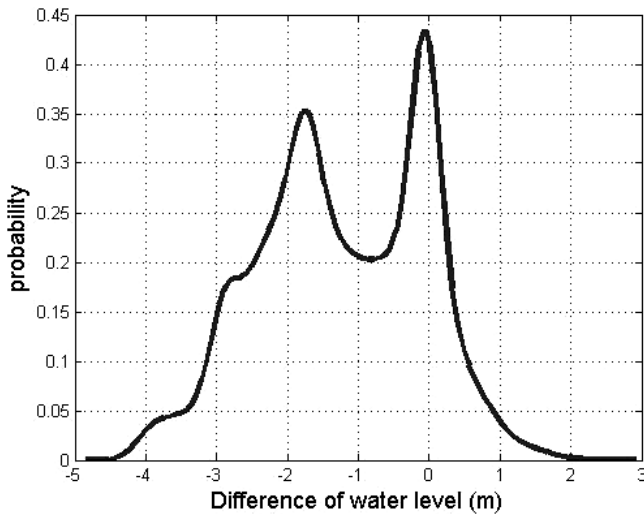


Fig. 13 The Probability distribution of the difference between inside and outside water level

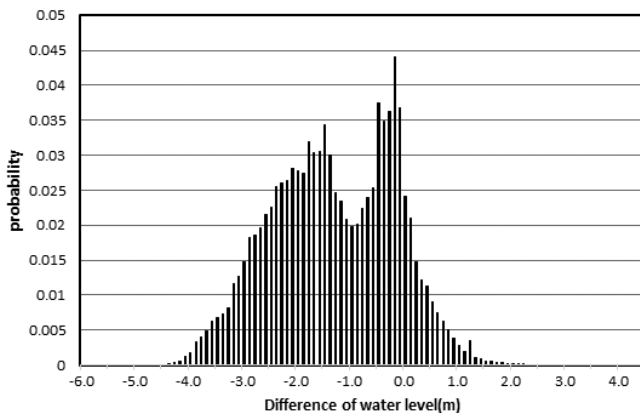


Fig. 14 The Probability distribution of inside and outside water level by ACM

배수갑문을 기준으로 측정한 내수위와 외수위의 확률분포를 ACM를 이용하여 결합확률 분포를 Fig. 14에 나타냈다. 배수갑문에 작용하는 하중은 조위, 파랑, 지진 및 풍하중 등 여러 가지 요인들을 고려해한다. 그러나 본 연구에서는 문비에 작용하는 하중 요인 중 내·외 수위 차에 의한 수압만을 고려하여 한계상태를 구성하였다. 시스템의 신뢰도를 평가할 수 있는 3가지 방법을 이용하여 수위 차에 의한 배수갑문의 안전도를 구하고, 실제 수위 차이의 확률분포와 비교하여 Table 4에 정리하였다.

전단허용 하중이 2 m일 때, MCS와 ACM은 각각 0.0074, 0.0075의 오차를 보였으며, NDM은 0.0352의 오차를 보여 MCS와 ACM이 더 정확한 결과를 보여주었다. 하지만 전단허용 하중이 3 m일 경우에는 MCS, ACM, NDM의 신뢰성은 0.0074, 0.0071, 0.0024로 분석되어, NDM이 더 좋은 결과를 보였으며, 전단허용 하중이 4 m 이상일 경우에는 NDM이 더 정확한 결과

Table 4 Results of each method

Method	Over 2 m	Over 3 m	Over 4 m
Measurement value	0.2831	0.0620	0.0083
MCS	0.2905	0.0694	0.0023
ACM	0.2906	0.0691	0.0022
NDM	0.2479	0.0596	0.0075

를 보여주었다. 상대오차율로 비교해보면, 전단허용하중이 2 m 이상일 때는 MCS와 ACM이 2.6%, NDM이 12.4 %의 오차를 보였으나, 4 m 이상일 때는 MCS와 ACM이 각각 72.3 %, 73.5 %로 높은 상대오차율을 보인 반면, NDM은 9.6 %의 상대오차로 상대적으로 양호한 결과를 보여주었다.

이와 같은 결과는 수위차를 실측하여 만든 분포형의 꼬리부분을 ACM이 적절히 산정해주지 못한다고 평가할 수 있다. 하지만 ACM의 결과가 MCS의 결과와 일치한다는 점은 모형의 계산과정의 오차라기보다는 근본적인 가정에서의 한계로 인한 오차로 판단된다. 신뢰성 해석을 위해서는 두 확률변수가 독립임을 가정하여 계산하게 되는데, 주어진 실측 데이터에서 내수위와 외수위 사이에 일정부분 공선성이 있는 것으로 보인다. 즉, 내수위가 높을 때 외수위가 낮은 현상이 지속되는 현상이 일부 나타나면서, 실측값으로는 0.83 % 발생한 사건에 대하여 독립사상이라고 가정함으로써 0.22 %만 발생할 것으로 추정하게 되었다. 따라서 실측값을 이용하여 평가함에 있어서 공선성이 상쇄될 수 있는 빈번한 현상인 전도허용 하중 2 m에 대해서만 평가하는 것이 바람직하다고 사료된다.

이상에서 살펴본 바, 정규분포를 이용한 기존의 NDM보다 ACM이 실측에 더 근사하다는 것을 확인 할 수 있으며 실측과 비교함에 있어서도 유의한 결과를 보였다. 연구 결과로 보아 내수위와 외수위의 수위차에 대한 동시간대 실측값이 존재하지 않더라도 내수위나 외수위의 개별 분포 함수를 추정하여 수위차를 분석할 수 있다. 따라서 미계측 지역의 경우에는 유출모형이나 조수모형과 같은 다양한 수리·수문 모델을 통하여 수위 분포를 추정함으로써 신뢰성 해석이 가능하리라고 판단된다.

VI. 결론 및 고찰

신뢰성해석에 관한 연구가 발전되어감에 따라 적용 대상이 다양해지고 확률을 적용하는 문제들이 많아지고 있다. 이러한 신뢰성 해석이 수행되는데 있어서 전문가적 판단이나 통계적 분석에 의한 확률 변수 및 확률밀도 함수 선정이 중요하다고 할 수 있다. 확률분포 가정은 이에 따른 오차가 있음에도 불구하고 간과하거나 연구자의 편의성에 의하여 무시되는 경향이 있었다. 확률 문제를 다루는 연구에서 확률 분포는 현상을 설명하는 중요한 인자이다. 다수의 연구에서 정규분포를 가정하여 문제를 해석

하고 있으나, 구조물의 저항이나 하천의 수위, 해수 온도와 같이 영역이 한정되는 분포에 대해서는 정규분포로 가정하기 어렵다. 본 연구에서는 영역이 제한된 확률문제에 대하여 신뢰성 해석을 수행할 수 있는 컨볼루션 기법을 개발하였다.

영역이 제한되는 확률 문제를 두 가지 가정하고, 기존 신뢰성 해석방법인 정규분포화를 통한 해석 결과와 본 연구 결과를 비교하였다. 그리고 정해를 근사하기 위하여 MCS 기법을 이용하여 확률을 도출하여 각 결과를 검증하였다. MCS 기법에 의한 결과가 정해라고 가정하였을 때, 모의 데이터 발생으로 확인해본 확률 문제에서 본 연구모델은 유효숫자 3자리 이내에서 일치하는 결과를 보였다. 기존 신뢰성 해석 기법은 상대오차 156.0 %와 413.7 %를 보여 본 연구에서 제시한 검증데이터와 같이 영역이 제한되는 확률 문제에 대해서는 제안한 방법이 더 적합하다고 판단된다.

본 연구에서 개발한 방법을 이용하여, 영산강 하구둑의 내외 수위 차에 의한 전도파괴 확률을 산정하였다. 전도파괴설계 기준 2 m를 기준으로 29.06 %로 산정되었고, 설계 기준을 3 m로 상향하였을 때는 6.91 %로 추정되었다. MCS 결과와는 2 m의 경우 오차 0.03 %, 3 m의 경우 0.43 %로 일치하는 결과를 보였으며, 실측값을 바탕으로 계산한 확률과는 각각 2.6 %, 11.5 %의 차이를 보였다.

제안한 모델을 이용하여 영역이 제한된 확률 문제에 대한 신뢰성 해석이 가능하다고 판단된다. 영역이 제한된 확률변수로 농업용 저수지의 유효저수량, 관개수로의 수위, 저류지의 수온, 유역의 유출량, 양배수장의 처리용량, 재료의 물성치와 같은 값이 있다. 향후, 이와 같은 확률변수를 이용하여 시설 계획 수립 및 운영 시 신뢰성을 정량적으로 평가하는 연구를 기대할 수 있다.

본 연구는 농림수산물부 생명산업기술개발사업 기획과제인 “농업생산기반시설 통합 관리시스템 개발” 연구비지원(과제번호: 311009-3)에 의해 수행되었습니다.

REFERENCES

1. Bong, T. H., Y. H. Son, S. P. Kim and J. H., 2012. The Coefficients of Variation Characteristic of Stress Distribution in Silty Sand by Probabilistic Load. *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers* 54(6): 77-87 (in Korean).
2. Cho, H. Y., S. T. Jeong and Y. M. Oh, 2004. Estimation of Probability Density Function of Tidal Elevation Data. *Journal of the Korean Society of Coastal and Ocean Engineers* 16(3): 152-161 (in Korean).
3. Jeong, S. T., H. Y. Cho, J. D. Kim and D. H. Ko, 2008. Estimation of Probability Density Function of Tidal Elevation Data using the Double Truncation Method. *Journal of the Korean Society of Coastal and Ocean Engineers* 20(3): 247-254 (in Korean).
4. Kim, H. J., 1991. Reliability analysis for load determination on estuary sluice. MS. diss., Seoul National University.
5. Kim, T. M., K. N. Hwang and T. T., 2005. Improved Estimation for Expected Sliding Distance of Caisson Breakwaters by Employment of a Doubly-Truncated Normal Distribution. *Journal of the Korean Society of Coastal and Ocean Engineers* 17(4): 221-231 (in Korean).
6. Lee, C. E., 2008. Reliability Analysis of Multiple Failure Modes of Rubble-Mound Breakwaters. *Journal of the Korean Society of Coastal and Ocean Engineers* 20(2): 137-147 (in Korean).
7. Lee, S. J and I. G. Kim, 2012. The Reliability-Based Probability Structural Analysis for the Composite Tail Plane Structures. *Journal of the Korean Institute of Military Science and Technology* 15(1): 93-100 (in Korean).
8. Moon, Y. Y., 2003. Analysis of determination the probability distribution of the dam for water level. Korea water resources association.
9. Nam, W. H., J. Y. Choi, T. G. Kim and J. J. Lee, 2012. Vulnerability Assessment of Water Supply in Agricultural Reservoir Utilizing Probability Distribution and Reliability Analysis Methods. *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers* 54(2): 37-46 (in Korean).
10. Nam, W. H., 2013. Sustainability and operations evaluation of agricultural reservoirs based on probability theory. Ph.D. diss., Seoul National University.
11. Shin, S. M and S. S. Park, 2005. A Study on Optimization Design of Planar Steel Structures Considering Reliability Analysis. *Journal of the Architectural Institute of Korea* 21(7): 3-10 (in Korean).
12. Yang, Y. S., Y. S. Suh and J. O. Lee, 1999. Structural Reliability Analysis Methods. Seoul National University Press.
13. Youn, D. N., T. G. Kim, Y. C. Han and J. J. Lee, 2012. Development Model for Estimating Critical Path Probability of Element Path in PERT. *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers* 52(2): 27-34 (in Korean).