

논문 2013-50-8-11

# 신호 전송의 양과 질에서 위너의 MMSE와 샤논의 정보 이론적 정보량 극한 과 격자 코드와의 만남

(Encounter of Lattice-type coding with Wiener's MMSE and Shannon's Information-Theoretic Capacity Limits in Quantity and Quality of Signal Transmission)

박 대 철\*, 이 문 호\*\*

(Daechul Park and Moon Ho Lee<sup>©</sup>)

## 요 약

통계적 신호 전송에 관한 위너의 MMSE와 정보이론 관점에서 처음으로 증명한 샤논의 상호 정보량을 비교함으로써 둘 사이의 관련성을 연구하였다. 위너가 신호 전송에서 보려했던 것은 잡음이 존재하는 채널에서 복원하려는 신호의 전송 품질의 근본적 극한(limit)를 계산해내려는 것이라 해석할 수 있다. 반면, 샤논은 엔트로피 개념을 적용하여 상호 정보에 대한 불확실성의 차를 최대화로 하는 전송 정보량의 근본적 상한(upper bound)의 극한(limits)을 계산할 수 있는 것이라 해석할 수 있다. 본 논문의 관심은 샤논의 점 대 점 채널 용량의 근본적 극한을 계산하는 샤논의 공식을 유도함에 있어 위너의 최소 평균 자승 오차(MMSE) 컴바이너에 의한 최적 위너 필터를 사용했을 때 위너의 MMSE 와 샤논의 상호 정보량이 미적분관계로 연결되어 있음을 확인하는 것이며, 위너 필터의 MMSE 와 샤논의 상호 정보량이 만나는 점에서 대역 효율성의 상한과 에너지 효율성의 하한을 계산하였다. mod- $\Lambda$  AWGN 채널 모델에 의한 적절한 성형 격자  $\Lambda$ 의 선택과  $\alpha$ 의 MMSE 추정에 의해 격자형 부호 방식이 샤논의 원래 채널 용량 극한에 미치지 못함을 확인하였다.

## Abstract

By comparing Wiener's MMSE on stochastic signal transmission with Shannon's mutual information first proved by C.E. Shannon in terms of information theory, connections between two approaches were investigated. What Wiener wanted to see in signal transmission in noisy channel is to try to capture fundamental limits for signal quality in signal estimation. On the other hands, Shannon was interested in finding fundamental limits of signal quantity that maximize the uncertainty in mutual information using the entropy concept in noisy channel. First concern of this paper is to show that in deriving limits of Shannon's point to point fundamental channel capacity, Shannon's mutual information obtained by exploiting MMSE combiner and Wiener filter's MMSE are interrelated by integro-differential equation. Then, At the meeting point of Wiener's MMSE and Shannon's mutual information the upper bound of spectral efficiency and the lower bound of energy efficiency were computed. Choosing a proper lattice-type code of a mod- $\Lambda$  AWGN channel model and MMSE estimation of  $\alpha$  confirmed to lead to the fundamental Shannon capacity limits.

**Keywords**: minimum mean squared error(MMSE), Information-theoretic limits, optimal filtering, channel capacity, mutual information

\* 정회원, 한남대학교 정보통신공학과  
(Dept. ICE, Hannam University)

\*\* 평생회원, 전북대학교 전자공학부  
(Dept. of EE, Chonbuk National University)

© Corresponding Author(E-mail: moonho@jbnu.ac.kr)

※ 이 논문은 2013년도 한남대학교 교비학술연구조성비 지원에 의하여 연구되었음. (연구과제번호 2013A076)  
접수일자:2013년5월13일. 수정완료일:2013년8월7일

## I. 서론

노버트 위너 (Nobert Wiener)는 20세기 가장 창의적이고 영향력 있는 과학자중의 한 사람이다. 그는 새로운 순수 수학 이론, 함수 적분으로 알려진 무한 변수의 함수에 대한 적분학, 잡음이 존재하는 통신 채널에서의 신호 품질을 개선시키는 랜덤 프로세스의 위너 필터링 등을 개발하였다<sup>[1, 4, 7]</sup>.

1930년대 초부터 그는 신경 생리학자 로젠부르트 일파와 과학적 방법에 대한 공동 연구를 하면서 신경계와 계산 기계 및 제어 기계간의 유사성을 파고들어 잡음이 존재하는 신호의 전송에서 통계적 프로세스 관점에서 다룰 때 의미있는 결과를 도출할 수 있음을 찾아내었다<sup>[1, 3~4]</sup>. 그는 MIT 대학연구실 창문을 통해 동남쪽에 위치한 찰스 강을 무심코 바라보며 직감적으로 출렁거리는 파도의 운동을 수학적으로 기술할 수 없을까 생각했고, 이것이 훗날 유명한 브라운 운동(Brownian motion), 랜덤 워크(Random Walk)라는 학문의 기틀이 되는 통계적 추정 이론의 기초를 놓았다. 특히, 위너 프로세스는 가우시언 백색 잡음 프로세스의 총체를 표현하는데 사용되기 때문에 전자공학에서의 잡음 모델, 필터링 이론과 제어 이론에서 미지의 신호에서의 계측 오차를 표현하는데 매우 중요한 역할을 했다<sup>[1]</sup>.

1940년대 말은 통신분야가 다른 응용과학분야가운데도 가장 성숙되는 과정중에 있었으며, 이 시기에 Bell 전화연구소의 샤논 (Claude E. Shannon)은 통신공학 분야에 있어서 정보의 부호화 문제를 해명한 결과 정보의 양(量)이 수학적으로 명확하게 정의될 수 있다는 것, 그 단위로서 동시에 있을 수 있는 두 가지 중에서 그 중 하나를 1회 선택할 때 전달되는 정보량을 이용해야 한다는 것, 잡음(雜音)이 있는 통신로에서 단위시간당 오류없이 전달할 수 있는 정보량에는 한계가 있다는 등의 중요한 결과를 알아냈다<sup>[5, 7]</sup>.

이처럼 거의 같은 시기에 위너 와 샤논이 독립적으로 정보량의 개념에 도달한 것을 우연한 사건이라고 말하기는 어려운 데가 있다. 그러나 이 두 사람의 관심은 처음에는 커다란 차이가 있었다. 위너는 제어계의 해석을 통하여 정보의 개념에 도달한데 반해 샤논은 통신계의 해석을 통해 같은 정보의 개념에 도달했던 것이다<sup>[6]</sup>.

제어분야에서는, 종래에는 제어의 중심적 과제가 제어계의 안정성이어서 제어이론은 단지 진동론의 하나의

예제로서 밖에 취급되지 않았다. 그러나 제2차 대전을 전후하여 제어계에 있어서의 잡음의 예측과 여파(filtering)문제가 중요시되기에 이르렀다. 위너가 정보량의 개념을 얻기에 이른 것은 이와 같은 이유에서였다. 표 1은 위너와 샤논의 업적을 간략히 비교했다.

참고문헌<sup>[7-15]</sup>에서 위너의 MMSE와 샤논 정보이론의 Meeting에 관련하여 많은 논문이 발표되고 있으나, 너무 수학적 유도과정에 치중했다. 본 논문에서는 신호 전송의 양과 질적인 면에서 바라보면서 자연현상과 유추하여 조명하였다.

본 논문에서는 두 사람이 가우시언 채널에서 신호 전송 과정중에 측정된(혹은 수신된) 데이터 값으로부터 정보량  $I(\gamma)$ 와 최소 평균 자승 오차(mmse 혹은 MMSE)간의 관계를 주요한 변수인 snr의 값에 의해 어떻게 연관되어 있는지를 보이려고 한다. 위너의 최적 필터를 얻는 mmse와 샤논의 상호 정보 용량  $I(\gamma)$ 는  $\frac{d}{d\gamma}I(\gamma) = \overline{\epsilon_{mmse}^2}(\gamma)\log(e)$  관계식을 만족함을 보일 수 있다<sup>[8, 10]</sup>. MMSE combining은 가우시언 채널에서 위너의 최적 신호 추정과 샤논의 상호 정보는 정보 이론적 관점에서 연결됨을 보이고자한다<sup>[5~6]</sup>.

본 논문의 구성은 I 장에서 신호 전송에서 위너와 샤논의 관점을 간단히 언급하였고, 정보 이론적 관점에서 MMSE combining은 상호 정보량의 샤논 공식과 MSE 기준하에서의 MMSE combiner는 최적 조건이 만족됨을 언급하였다. II 장에서는 위너의 MMSE 필터의 추정 오차의 극한을 기술하였고, III 장에서는 샤논의 상호 정보량 계산을 MMSE combiner 입장에서 기술하였을 때 상호 정보량과 MMSE를 연결시키는 중요한 관계식을 유도하였으며, 변수 snr의 함수로서 MMSE( $\gamma$ )와  $I(\gamma)$ 의 관계를 그래프로 제시하였다.

또한 위너의 MMSE 와 샤논의 상호 정보량이  $\log_2(1 + SNR) = \log_2(1 + \gamma) = 1/(1 + \gamma)$ 에서 만나는 점에서의 극한의 의미를 살펴보았다. IV 장에서는 샤논과 위너 : 격자 부호에서 만남을 다뤘고 V 장에서 결론을 맺는다.

## II. 위너의 MMSE 필터의 극한

위너 이론은 데이터 의존 선형 자승 오차 필터의 기초를 형성한다. 위너 필터는 선형 예측, 반향 소거, 신호

표 1. 위너 MMSE 와 샤논의 용량 공식 연관성

Table 1. Connection between Wiener's MMSE and Shannon's channel capacity.

	위너(1894-1964)	샤논(1916-2001)
학문적 기여	<ul style="list-style-type: none"> <li>수학분야: 하모닉 해석과 푸리에 변환, 통계적 프로세스</li> <li>제어 및 통신분야: 사이버네틱스, 예측, 필터링</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>컴퓨터공학분야: 불 대수학 과 이진 연산</li> <li>정보 이론 분야: Cryptography, 정보 엔트로피, 계산 언어학</li> <li>통신신호처리분야: 데이터 압축</li> </ul>
대표업적	위너 MMSE 필터(Wiener Filter)	샤논 용량 공식(Shannon's Formula)
주요 업적	<ul style="list-style-type: none"> <li>위너 방정식 <math>\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = g(t), g(t) \sim noise</math></li> <li>위너-호프 방정식 <math>\mathbf{R}_r \mathbf{w}_{mmse} = \mathbf{r}_{rs}</math></li> <li>위너 프로세스(브라운 운동, 1921): <math>dW(t) \sim \sqrt{dt} N(0,1)</math> <math>W(t) = W(t-1) + dW(t)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>샤논의 소스 코딩 정리 <math>L \geq H(X), X = source\ symbol</math></li> <li>샤논-하틀리 법칙 <math>C \leq W \log_2(1 + S/N)[bits/sec]</math></li> <li>Shannon Entropy <math>H(X) = -\sum_{i=1}^n p(x_i) \log_b p(x_i)</math></li> <li>채널 코딩 정리 <math>\frac{H(X)}{T_X} \leq \frac{C}{T_C}</math></li> </ul>
일반식	MMSE $\sigma_s^2 = E[ \tilde{s} ^2] = E[(\mathbf{s} - \mathbf{w}_{MMSE}^H \mathbf{r}) \mathbf{s}^*]$ $= \sigma_s^2 \left(1 - \sigma_s^2 \mathbf{h}^H \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{h} = \frac{\sigma_s^2}{1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0} \ \mathbf{h}\ ^2}\right)$ $= \frac{\sigma_s^2}{1 + \gamma} = \sigma_s^2 \overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma)$	상호정보량 $I(r;s) = \log_2 \det \left( \frac{\sigma_s^2}{N_0} \mathbf{h} \mathbf{h}^H + \mathbf{I} \right)$ $= \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0} \ \mathbf{h}\ ^2 \right)$ $= \log_2(1 + \gamma)$
공통점	미분식: $\frac{d}{d\gamma} I(\gamma) = \overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma) \log_2(e)$ 적분식: $I(\gamma) = \log_2(e) \int_0^\gamma \overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\alpha) d\alpha$	

복원, 채널 등화 와 시스템 확인 등과 같은 광범위한 응용분야에 중요한 역할을 한다. 위너 필터의 계수는 필터 출력과 원 신호간의 평균 자승 오차를 최소화 되도록 함으로써 얻어진다.

기존 정합 필터(Matched filter)는 펄스의 파형 그 자체는 중요하지 않고 펄스의 크기를 최대로 강조하고 잡음을 억압시켜서 에러의 가능성을 줄이고 펄스의 유무를 정확하게 판별할 수 있는 필터이다. 반면에 위너 필터는 원래의 신호파형을 해치지 않으면서 잡음의 영향을 제거하려는 필터이다.

전송되어진 혹은 측정된 신호로부터 어떤 신호를 추정(혹은 추출)하는 문제는 공학에서 자주 발생하는 문제이다. 광의의 정상 랜덤 프로세스(WSS)로부터 얻어지는 데이터 표본을  $\{r(n)\}$ 과  $\{s(n)\}$ 이라고 하자.  $\mathbf{r}$ 의 가장 최근  $L$ 개의 측정값에 기초하여 선형 추정값

$\hat{s}(n)$ 을 찾는다 고 하자<sup>[11, 14, 16]</sup>. 즉,

$$\hat{s}(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{r} = \sum_{l=0}^{L-1} w_l r(n-l), \mathbf{w}, \mathbf{r} \in \mathbb{R}^L, n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

윗 식에서  $s(n)$ 이  $\hat{s}(n)$ 으로부터 얼마나 충실하게 추정되는지를 정량화하는 기준으로 다음에 정의된 평균

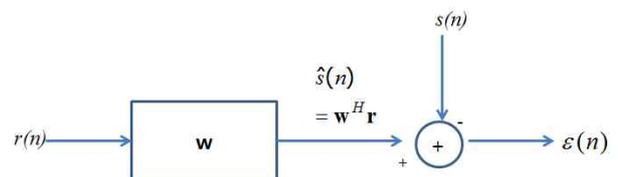


그림 1. MMSE 선형 위너 필터  
Fig. 1. MMSE linear Wiener filter.

자승 오차 (Mean Squared Error, MSE)을 사용한다.

$$J_{MSE}(\mathbf{w}) = E[|\epsilon(n)|^2] = E[|s(n) - \hat{s}(n)|^2] \quad (2)$$

여기서  $\epsilon(n)$ 은 추정 오차이다. 이제 추정의 문제는 비용 함수  $J_{MSE}(\mathbf{w})$ 를 최소화하는 필터 계수값  $\mathbf{w}$ 를 찾는 것으로 볼 수 있다. 선형 추정 문제에 대한 최적 해는 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{w}_{MMSE} = \arg \min_{\mathbf{w} \in R^L} J_{MSE}(\mathbf{w}) \quad (3)$$

식 (1)을 식(2)에 대입하여 전개하면

$$\begin{aligned} J_{MSE}(\mathbf{w}) &= E[|s(n)|^2 - 2s(n)\mathbf{r}^H\mathbf{w} + \mathbf{w}^H\mathbf{r}\mathbf{r}^H\mathbf{w}] \\ &= E[|s(n)|^2] - 2\mathbf{r}_{sr}^H\mathbf{w} + \mathbf{w}^H\mathbf{R}_r\mathbf{w} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\mathbf{R}_r = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H], \mathbf{r}_{sr} = E[s(n)\mathbf{r}] \quad (5)$$

$J_{MSE}(\mathbf{w})$ 가 최적화할 비용 함수인 경우 직교 원리에 의해

$$\begin{aligned} E[\epsilon_{\min}(n)\mathbf{r}] &= E\{[s(n) - \mathbf{w}_{opt}^H\mathbf{r}]\mathbf{r}\} = \mathbf{0} \\ E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H]\mathbf{w}_{opt} &= E[\mathbf{r}s(n)] \therefore \mathbf{R}_r\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{r}_{rs} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{R}_r$ 는 자기 상관 함수의 Hermitian Toeplitz 행렬이다. 식(6)의 해는 역행렬에 의해 위너 필터로 알려진 식을 얻는다.

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{w}_{MMSE} = \mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs} \quad (7)$$

식 (4)의 우변을 인수 분해하여 정리하면

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^H\mathbf{R}_r\mathbf{w} - 2\mathbf{r}_{rs}^H\mathbf{w} \\ = (\mathbf{R}_r\mathbf{w} - \mathbf{r}_{rs})^H\mathbf{R}_r^{-1}(\mathbf{R}_r\mathbf{w} - \mathbf{r}_{rs}) - \mathbf{r}_{rs}^H\mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs} \end{aligned} \quad (8)$$

따라서 식 (4)는

$$\begin{aligned} J_{MSE}(\mathbf{w}) &= E[|s(n)|^2] - \mathbf{r}_{rs}^H\mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs} \\ &\quad + (\mathbf{R}_r\mathbf{w} - \mathbf{r}_{rs})^H\mathbf{R}_r^{-1}(\mathbf{R}_r\mathbf{w} - \mathbf{r}_{rs}) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J_{MSE}(\mathbf{w}) &= E[|s(n)|^2] - \mathbf{r}_{rs}^H\mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs} \\ &\quad + (\mathbf{w} - \mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs})^H\mathbf{R}_r(\mathbf{w} - \mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs}) \end{aligned} \quad (10)$$

자기 상관 함수  $\mathbf{R}_r$ 는 positive definite 행렬이므로

비용함수는 식(7)을 만족할 때 식(10)의 비용함수는 최소 값을 갖는다. 따라서 2차 곡면상의 최소값은

$$\begin{aligned} J_{MMSE} &= J_{MSE}(\mathbf{w}_{opt}) \\ &= E[|s(n)|^2] - \mathbf{r}_{rs}^H\mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{r}_{rs} \\ &= E[|s(n)|^2] - E[|\hat{s}_{opt}(n)|^2] \\ &= E[|\tilde{s}(n)|^2] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\tilde{s} = \hat{s} - s$ . 따라서 MMSE는 기준 신호  $s(n)$ 의 분산 과 최적 추정값  $\hat{s}(n)$ 의 분산간의 차로 주어진다. 이는 최적 추정값이 얼마나 충실하게 기준 신호를 표현해줄 수 있는가에 따라 신호 복원의 품질이 결정된다. 위너는 광의의 정상 랜덤 프로세스로부터 얻 어지는 데이터를 사용하여 원하는 품질의 기준 신호를 복원할 수 있음을 보이려했다. 즉 위너가 신호 전송에서 보려했던 것은 잡음이 존재하는 전송 시스템(혹은 필터) 환경에서 복원하려는 신호의 전송 품질의 근본적 극한(limit)를 계산해내려는 것이라 해석할 수 있다.

### III. 샤논의 공식 : MMSE combining에서 본 상호정보량

위너가 신호 전송에 있어 품질을 강조했던 것보다는 오히려 샤논은 정보 전송량에 관점을 두어 해석하였다. 위너는 제어계의 해석을 통하여 확실시되는 두 가지 사실 중에서 어느 것 하나를 선택할 때에 얻어지는 정보를 정보량의 단위로 해야 한다는데 눈은 떴지만, 정보량의 문제보다도 구체적으로는 제어계 내의 잡음과 신호의 문제, 특히 예측, 필터링, 시스템 확인 등에 더 흥미를 가졌다.

반면에 샤논은 주어진 전송 환경 하에서 얼마만큼의 정보량을 최대한 보낼 수 있는지 전송량 그 자체에 큰 관심을 가지고 그 성질을 명확히 규명하고자 엔트로피(entropy), 애매도(ambiguity), 중복도(redundancy), 통신로 용량(channel capacity)등 정보이론의 근간을 이루는 기본적 개념과 그 체계를 확립했다.

샤논은 백색 가우시언 잡음이 존재하는 대역 제한 전송 채널에서 단위 시간당 보낼 수 있는 정보량의 근본적 한계는 무엇일까? 이 근본적 정보량의 한계는 샤논의 공식으로 잘 알려진 다음과 같은 표현으로 주어진다.



그림 2. 샤논의 통신 채널 모델  
Fig. 2. Shannon's communication channel model.

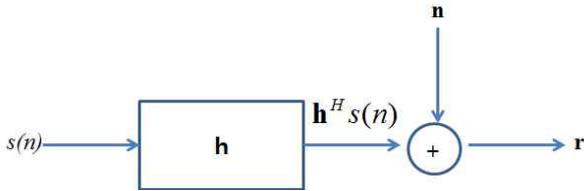


그림 3. 데이터 관측 모델  
Fig. 3. Data observation model.

$$C = W \log_2(1 + S/N) [\text{bits/sec}] \quad (12)$$

샤논의 공식은 평균 신호 전력이  $S$  [watt]로 제한되어 있고, 부가적인 백색 가우시언 잡음 전력  $M$  [watt]이 존재할 때 제한된  $W$  [Hz]의 대역을 갖는 채널을 통하여 단위시간당 오류없이 전송할 수 있는 정보량이 얼마나 될 수 있는가에 대한 표현식이다.

위너 필터와 샤논 공식을 MMSE combining의 정보 이론적 최적화 이론 입장에서 살펴보면 공통점을 발견하게 된다. 먼저 적정 조건하에서 이 MMSE combining 처리는 신호의 정보를 잃어버리지 않는다는 것을 보일 수 있다. 채널(필터)을 통하여 수신된 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{h}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{s}$ 와  $\mathbf{n}$ 은 평균이 0인 Circularly 대칭 복소수 가우시언(CSCG) 랜덤 변수 벡터이다. 송신 과 수신 정보  $\mathbf{r}$ 와  $\mathbf{s}$ 의 상호 정보량을 계산하면,

$$\begin{aligned} C = I(\mathbf{r}; \mathbf{s}) &= H(\mathbf{r}) - H(\mathbf{r}|\mathbf{s}) = H(\mathbf{r}) - H(\mathbf{n}) \\ &= \log_2(\det(\pi\epsilon\mathbf{R}_r)) - \log_2(\det(\pi\epsilon\mathbf{R}_n)) \\ &= \log_2(\det\mathbf{R}_r\mathbf{R}_n^{-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 CSCG 잡음 신호의 자기 상관 함수는  $\mathbf{R}_n = N_0\mathbf{I}$ 으로 주어진다. 그리고 수신단 신호의 자기 상관 함수는

$$\mathbf{R}_r = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H] = \mathbf{h}\mathbf{R}_s\mathbf{h}^H + \mathbf{R}_n + E[\text{other cross terms}] \quad (15)$$

여기서  $E[\text{other cross terms}] = 0$ 이 되며, 전송되는 원 신호  $\mathbf{s}$ 의 자기 상관 함수는 채널 정보를 알 수 없을 때 동일한 전력을 갖는 것이 최선의 선택이다. 즉,

$$\mathbf{R}_s = \sigma_s^2\mathbf{I}.$$

따라서

$$\mathbf{R}_r = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H] = \sigma_s^2\mathbf{h}\mathbf{h}^H + N_0\mathbf{I} \quad (16)$$

$$\det(\mathbf{R}_r\mathbf{R}_n^{-1}) =$$

$$\det[(\sigma_s^2\mathbf{h}\mathbf{h}^H + N_0\mathbf{I})(N_0\mathbf{I})^{-1}] = \det\left(\frac{\sigma_s^2}{N_0}\mathbf{h}\mathbf{h}^H + \mathbf{I}\right) \quad (17)$$

식 (14)에 대입하여 상호 정보량을 계산하면:

$$I(\mathbf{r}; \mathbf{s}) = \log_2 \det\left(\frac{\sigma_s^2}{N_0}\mathbf{h}\mathbf{h}^H + \mathbf{I}\right) = \log_2\left(1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0}\|\mathbf{h}\|^2\right) \quad (18)$$

아래 그림 4(a)는 잡음에 의해 오염되어 측정된 신호  $\mathbf{r}$ 의 MMSE 위너 필터 경우에 대한 블록도를 나타내며, 그림 4(b)는 MMSE combiner의 채널 모델을 나타낸다.

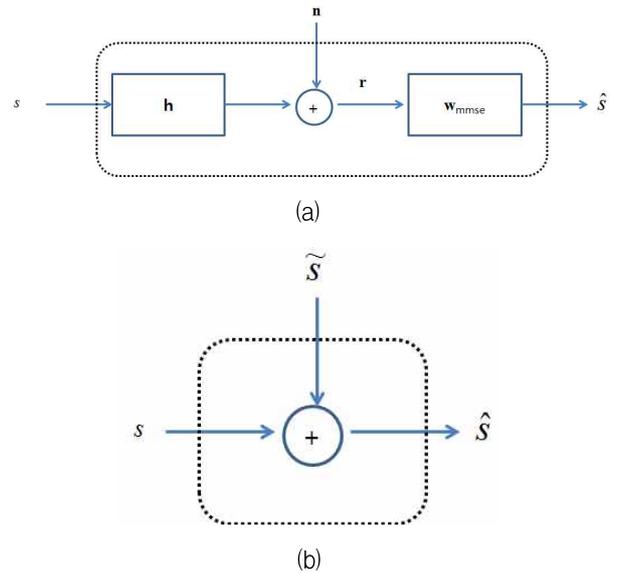


그림 4. MMSE 위너 필터와 MMSE combining 후 등가 채널 모델

Fig. 4. MMSE Wiener filter and equivalent channel model after MMSE combining.

이제 그림 4(b)의 MMSE combiner 출력  $\hat{\mathbf{s}}$ 와 원 전송 신호  $\mathbf{s}$ 간의 상호 정보량의 관계를 계산함으로써 위너의 MMSE 필터가 최적 MMSE combiner에 상응하며 정보 이론적 관점에서 정보 손실이 없음을 보일 수 있다<sup>[16]</sup>. 이제 MMSE combiner의 출력  $\hat{\mathbf{s}}$ 은 MMSE 위너 필터로 주어진다 고 하자.

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{w}_{MMSE}^H \mathbf{r} = \mathbf{w}_{opt}^H \mathbf{r} \quad (19)$$

여기서

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{r}_{r\hat{\mathbf{s}}} = \mathbf{R}_r^{-1} E[(\mathbf{h}\mathbf{s} + \mathbf{n})\mathbf{s}^H] = \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{h}\sigma_s^2$$

combiner에서 채널을 통한 수신 신호의 보정 신호는  $\tilde{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}} - \mathbf{s}$  이 된다. MMSE combining 모델의 직교성에 의해  $\tilde{\mathbf{s}}$ 와  $\mathbf{r}$ 은 가우시언 분포의 경우 독립적이다. 이는  $\tilde{\mathbf{s}}$ 와  $\hat{\mathbf{s}}$ 이 무상관 관계임을 의미한다. 따라서 추정 오차의 분산은 식(16)로부터

$$\mathbf{R}_r^{-1} = (\sigma_s^2 \|\mathbf{h}\|^2 + N_0)^{-1} \mathbf{I}^{-1} \text{ 와 } \mathbf{w}_{MMSE} = \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{h}\sigma_s^2$$

을 사용하여 구하면

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= \varepsilon[\tilde{\mathbf{s}}^2] = \varepsilon[(\mathbf{s} - \mathbf{w}_{MMSE}^H \mathbf{r})\mathbf{s}^*] \\ &= \sigma_s^2 (1 - \sigma_s^2 \mathbf{h}^H \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{h}) \\ &= \sigma_s^2 (1 - \sigma_s^2 \mathbf{h}^H \mathbf{h} (\sigma_s^2 \mathbf{h} \mathbf{h}^H + N_0 \mathbf{I})^{-1}) \\ &= \sigma_s^2 - \sigma_s^4 \|\mathbf{h}\|^2 \left( \frac{1}{\sigma_s^2 \|\mathbf{h}\|^2 + N_0 \mathbf{I}} \right) \\ &= \frac{\sigma_s^4 \|\mathbf{h}\|^2 + \sigma_s^2 N_0 \mathbf{I} - \sigma_s^4 \|\mathbf{h}\|^2}{\sigma_s^2 \|\mathbf{h}\|^2 + N_0 \mathbf{I}} \\ &= \frac{\sigma_s^2 N_0 \mathbf{I}}{N_0 \mathbf{I} \left( \frac{\sigma_s^2}{N_0 \mathbf{I}} \|\mathbf{h}\|^2 + 1 \right)} \\ &= \frac{\sigma_s^2}{1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2} \end{aligned} \quad (20)$$

정보 이론 관점에서 그림 4(b)의 채널 추정 모델로부터  $\mathbf{s}$ 와  $\tilde{\mathbf{s}}$ 는 입력에 해당되며 MMSE combiner의 출력  $\hat{\mathbf{s}}$ 는 채널 출력으로 간주할 수 있다. 그러면  $\mathbf{s}$ 와  $\hat{\mathbf{s}}$ 간의 상호 정보량을 계산해봄으로써 채널 손실에 대한 정보량을 위너 MMSE 필터에 의한 신호 복원과 연결 시

켜 생각해 볼 수 있다.

$$\begin{aligned} C = I(\hat{\mathbf{s}}; \mathbf{s}) &= H(\mathbf{s}) - H(\mathbf{s}|\hat{\mathbf{s}}) = H(\mathbf{s}) - H(\tilde{\mathbf{s}}) \\ &= \log_2(\det(\pi \epsilon \mathbf{R}_s)) - \log_2(\det(\pi \epsilon \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{s}}})) \\ &= \log_2(\det \mathbf{R}_s \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{s}}}^{-1}) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $\mathbf{R}_s = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ 와 식(20) 관계식을 적용하면 상호 정보량 식 (18)와 같은 식이 얻어진다. 즉,

$$\begin{aligned} I(r; s) = I(\tilde{\mathbf{s}}; \mathbf{s}) &= \log_2 \det \left( \frac{\sigma_s^2}{N_0} \mathbf{h} \mathbf{h}^H + \mathbf{I} \right) \\ &= \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2 \right) \end{aligned} \quad (22)$$

따라서  $\mathbf{s}$ 와  $\mathbf{n}$ 이 가우시언인 경우 상호 정보량의 입장에서 보았을 때 위너의 MMSE 필터 결과가 가져다 주는 신호 전송의 양과 질 면에서 MMSE combiner 채널 모델을 사용하여 얻어진 상호 정보량에도 차이가 없음을 알 수 있다.

식(20)로부터 상호 정보량과 MMSE간의 흥미 있는 관계식을 찾을 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \epsilon_{MMSE}^2 &= \frac{\sigma_s^2}{1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2} \\ \widehat{\epsilon_{MMSE}^2} &= \frac{\epsilon_{MMSE}^2}{\sigma_s^2} = \frac{1}{1 + snr} = \frac{1}{1 + \gamma} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서

$$snr = \gamma = \frac{\sigma_s^2}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2 \quad (24)$$

그리고 식 (22)으로부터 상호 정보량  $I(r; s)$  혹은  $I(\hat{\mathbf{s}}; \mathbf{s})$ 는 다음과 같이 snr을 사용하여 표현하면 다음과 같다:

$$\begin{aligned} I(r; s) = I(\tilde{\mathbf{s}}; \mathbf{s}) &= I(\gamma) \\ &= \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_s^2}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2 \right) = \log_2(1 + snr) = \log_2(1 + \gamma) \end{aligned} \quad (25)$$

식 (23)과 (25)로부터 상호 정보량  $I(\gamma)$ 과 정규 MMSE,  $\widehat{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma)$ , 간의 다음 관계식을 보일 수 있다.

$$\frac{d}{d\gamma} I(\gamma) = \log_2(e) \overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma) \quad (26)$$

상호 정보량  $I(\gamma)$ 에 대해 풀면

$$I(\gamma) = \log_2(e) \int_0^\gamma \overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\alpha) d\alpha = \log_2(e) \int_0^\gamma \frac{1}{1+\alpha} d\alpha \quad (27)$$

식 (26)과 (27)은 상호 정보량 과 정규 MMSE 간의 미적분 관계를 보여준다. 이는 캐패시터 회로에서 전류와 전압 사이의 관계( $\frac{dv_C(t)}{dt} = C^{-1}i_C(t)$ )와 아날로지를 갖는다. 캐패시터에 충전되는 전압의 양이 커지면 흐르는 전류가 적어지게 되는 것이 마치 잡음의 양이

커지면 정규  $\overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma)$ 이 커져 결과적으로 정보량의 값이 적어지게 된다. 상호 정보량  $I(\gamma)$ 간의 관계를 그림으로 나타내면 그림 5와 같다.

상호 정보량  $I(\gamma)$ 과 정규  $\overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma)$ 가 만나는 점에서의 값은 식(23)과 (25)을 등식으로 두고 풀면  $\overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma) = I(\gamma) = 0.6412$ 을 얻는다. 이때  $\gamma = snr = 0.5596$ 이다. 식 (27)로부터 상호 정보량은 정규 MMSE 곡선의 누적 면적으로 볼 수 있다. 이 관계는 임의의 분포를 갖는 경우에 대해서도 유지됨을 Guo et al<sup>[8]</sup>에 의해 증명되었다.

대역 효율성  $\eta_b$ 는 시스템이 할당받은 대역폭을 통하여 보내야할 정보량을 얼마나 효율적으로 사용하는지를 특징짓는데 사용되는 용어이며 다음과 같이 주어진다.

$$\eta_b = \frac{\text{전송률 } R[\text{bits/sec}]}{\text{채널 대역폭 } W[\text{Hz}]} \quad (28)$$

식(12)와 연결지어 샤논의 극한을 계산하면

$$\eta_b = \log_2(1 + S/N) = \log_2\left(1 + \frac{RE_b}{N_0 W}\right) [\text{bits/s/Hz}] \quad (29)$$

신뢰할 데이터 전송에 필요한 최소 bit 에너지 대 잡음 전력 밀도를 구하면

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^{\eta_b} - 1}{\eta_b} \quad (30)$$

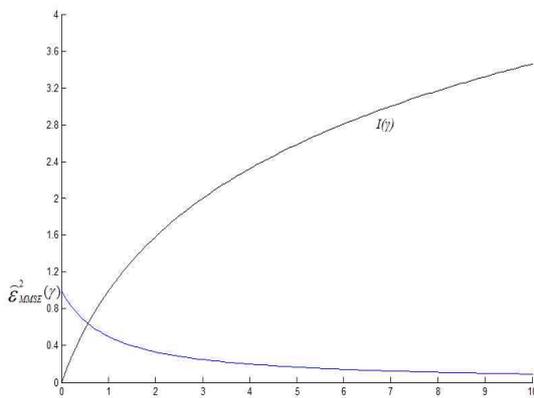
무한대의 대역폭의 경우, 즉  $\eta_b \rightarrow 0$ 일 때 식(30)로부터 샤논의 채널 용량의 근본적 극한을 얻는다.

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \lim_{\eta_b \rightarrow 0} \frac{2^{\eta_b} - 1}{\eta_b} = \ln(2) = -1.59 \text{dB} \quad (31)$$

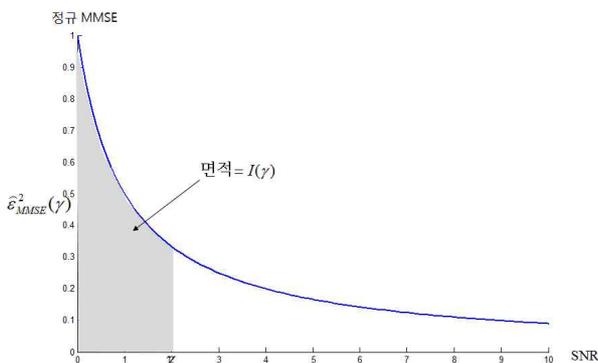
상호 정보량  $I(\gamma)$ 과 정규  $\overline{\epsilon_{MMSE}^2}(\gamma)$ 가 만나는 점에서의 대역 효율성의 상한(upper bound)은

$$snr = \gamma = \left(\frac{E_b}{N_0}\right) \left(\frac{R}{W}\right) \geq \ln(2) \left(\frac{R}{W}\right) \quad (32)$$

따라서 대역 효율성 상한은



(a)



(b)

그림 5. (a) 상호 정보와 정규 MMSE 간의 관계 그래프  
(b) 정규 MMSE와 상호 정보량간의 관계

Fig. 5. (a) Mutual information and normalized MMSE graph (b) Relationship between normalized MMSE and mutual information.

$$\eta_b = \left(\frac{R}{W}\right) \leq \frac{\gamma}{\ln(2)} = 0.8073 \quad (33)$$

다시말해서 MMSE combiner의 최대 대역 효율성은 0.8073[bit/s/Hz]임을 말한다.

장치의 에너지 소모를 최소화하며 성능을 극대화하는 단위 전송 에너지당 정보 비트로 정의된 에너지 효율성  $\eta_p$ 는 AWGN 채널에 대해서 다음과 같이 주어진다.

$$\eta_p = \frac{\text{상호정보량 } C[\text{bit/sec/Hz}]}{\text{신호전력 } S[W]} \quad (34)$$

Nyquist 샘플링 이론에 따르면 채널 용량 C는 주어진 신호 전력 S[watt], 시스템 대역폭 W[Hz], 전송률 R[bit/sec]에 대하여  $C = 2RW$ 을 얻는다. 식(12)와(34)를 연결지어 샤논의 극한을 계산하면

$$\eta_p = \frac{C}{S} = \frac{2R}{N_0(2^{2R} - 1)} = \frac{W \log_2(1 + S/WN_0)}{S} \quad (35)$$

$$\eta_{p, \max} = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{2R}{N_0(2^{2R} - 1)} = \frac{1}{N_0 \ln 2} [\text{bits}/J] \quad (36)$$

R이 증가에 따라 에너지 효율성은 모노토닉하게 감소한다. 식 (12), (28)과 (35)로부터 대역 효율성과 에너지 효율성 관계식을 유도할 수 있다.

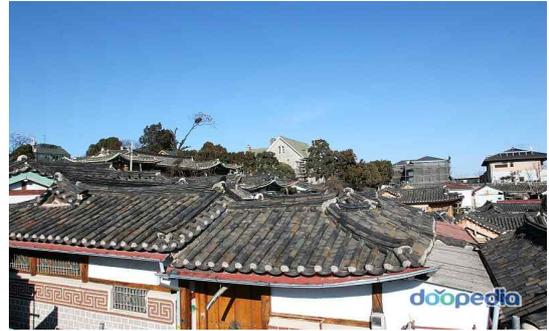
$$\eta_p = \frac{\eta_b}{(2^{\eta_b} - 1)N_0} \leq \frac{\gamma^2}{N_0 \ln(2)} \quad (37)$$

#### IV. 샤논과 위너 : 격자(Lattice) 부호에서 만남

격자부호는 다중 점 대 점 통신(multipoint-to-point communication)을 위한 CoMP (Coordinated Multipoint Transmission and Reception)에 적합하다. 그 이유는 그림 8에서 보이고 있다. 즉, 기존 점 대 점 통신의 대표적인 방식인 샤논의 구(Sphere) 부호를 독립적으로 사용하는 경우로 여러 사용자가 동시에 랜덤 코드 북기반의 부호들을 송신하는 경우가 되어, 채널에서 합쳐지면, 서로 겹쳐서 간섭 파워가 크게 증가하고, 수신단에서는 원하는 신호의 복원이 어려워진다.

반면 Zamir<sup>[9]</sup>가 제안한 격자 부호는 송신 파워를 조

절하는 것만으로 동시에 수신하는 신호를 쉽게 분리할 수 있는 구조를 갖는다. 마치 골과 이영 사이에 기와를 이영에 얹혀 일직선상에 얹혀 놓았기 때문에 기와집이 비가 새지 않는 것과 같다. 예를 들어 격자 신호 분리는 기와 지붕(Tiling), 해변가 모래톱, 사막지대 모래언덕의 골과 골 등을 예로 들 수 있다. 이것은 비와 바람의 흐름이 격자(格子)를 만든다. 자연현상에서 <흐름>을 쉽게 매체를 통과할 때 격자가 최적의 solution임을 그림 6에서 보인다<sup>[17]</sup>.



(a)



(b)



(c)

그림 6. (a) 격자 모형 기와지붕 (b) 파도 (c) 격자모형 칠레 아타카마 사막 모래톱  
Fig. 6. (a) Lattice pattern tiled roof (b) Sea waves (c) Sandy bank in Atacama Desert, Chile.

즉, 간섭이 많은 통신 환경에서는 기존의 랜덤 코드 복 기반의 코드보다 간섭을 제어할 수 있는 격자 구조를 가진 코드 복이 효과적으로 동작한다<sup>[9~10, 12~13]</sup>.

격자 부호의 채널 용량(achievable rate)은 부호의 길이가  $\infty$ 일 때, 전체 구(sphere)가 아닌 얇은 구형 셸(shell)에서의 격자 부호의 오류 확률과 같음을 증명했다. 이는 부호의 길이  $n$ 이 무한대일 때 격자 내의 구조와 대칭성(symmetry)의 많은 부분이 손실되어, 최대 우도(ML:Maximum Likelihood) 복호를 통해 수신된 신호와 가장 가까운 격자 안의 격자 점(Lattice point)이 아닌 구 안의 격자 점을 찾기때문에 이를 통해 결정된 영역은 격자가 본래 지니고 있던 근본 영역과는 다르며 제한되지 않는다<sup>[12~13]</sup>.

반면 격자 디코딩의 최대 우도 복호는 부호의 경계(boundary)를 무시하고 수신한 신호와 가장 가까운 격자 점으로 결정되기 때문에 복호 과정에서의 격자의 대칭성을 유지할 뿐만 아니라 복잡도(complexity)를 줄여준다<sup>[13]</sup>. 하지만, 격자 복호로 제한시켰을 때, 기존 격자 부호 방식은 낮은 SNR에서  $\frac{1}{2} \log_2(SNR)$ [bit/channel]의 채널 용량한계까지만 신뢰할 만한 전송이 가능하다. 낮은 신호 대 잡음 비 영역에서 심각한 성능 저하를 초

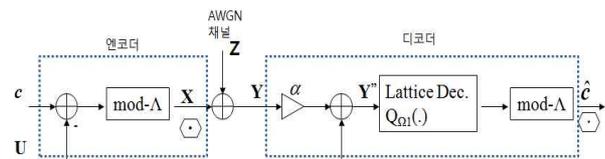


그림 7. 격자 부호의 부호화/복호화  
Fig. 7. Encoding/Decoding of Lattice code.

래한다. 심지어 신호 대 잡음 비가 1보다 작은 영역에서는 채널 용량이 0이다.

Zamir et. al<sup>[9]</sup>은 이같은 문제점을 해결하기 위해 전력 구속(constrained) 채널을 비구속 모듈로-격자 부가 잡음(Modulo-Lattice Additive Noise, MLAN) 채널로 격자 부호 방식을 변환하고 선형 MMSE 추정 원리에 기초하여 수신 신호의 SNR을 개선시킴으로써 원래의 전력 제한된 가산성 백색 가우시안 채널의 점 대 점 통신의 채널 용량  $\frac{1}{2} \log_2(1 + SNR)$ [bit/channel]을 달성하는 알고리즘을 제안했다.

격자 부호의 부호화/복호화 블록도는 그림 7과 같다.  $\alpha$ 로 수신 신호  $Y$ 의 크기를 조정할 후, mod- $\Lambda$  연산을 취하면<sup>[9]</sup>,

$$\begin{aligned} \hat{c} &= Q_{\Omega}(\alpha Y + U) \bmod -\Lambda = [(\alpha Y + U)] \bmod -\Lambda \\ &= [\alpha X + \alpha Z + U] \bmod -\Lambda \\ &= [X - (1 - \alpha)X + \alpha Z + U] \bmod -\Lambda \\ &= [(c - U) \bmod -\Lambda + U - (1 - \alpha)X + \alpha Z] \bmod -\Lambda \quad (38) \\ &= [c + \alpha Z - (1 - \alpha)X] \bmod -\Lambda \end{aligned}$$

↓  
효과적으로 크기가 조정된 잡음

이제 효과적으로 조정된 잡음은 부호어에 종속되므로 무시할 수 있고, 이의 분산값은 (39)과 같다.

$$N_{effective} = \alpha^2 N + (1 - \alpha)^2 S \quad (39)$$

“위너 계수”라 일컫는 이득  $\alpha$ 는 채널 출력( $\tilde{X} = \alpha Y$ )을 MMSE로 최적화하여 얻어진다.

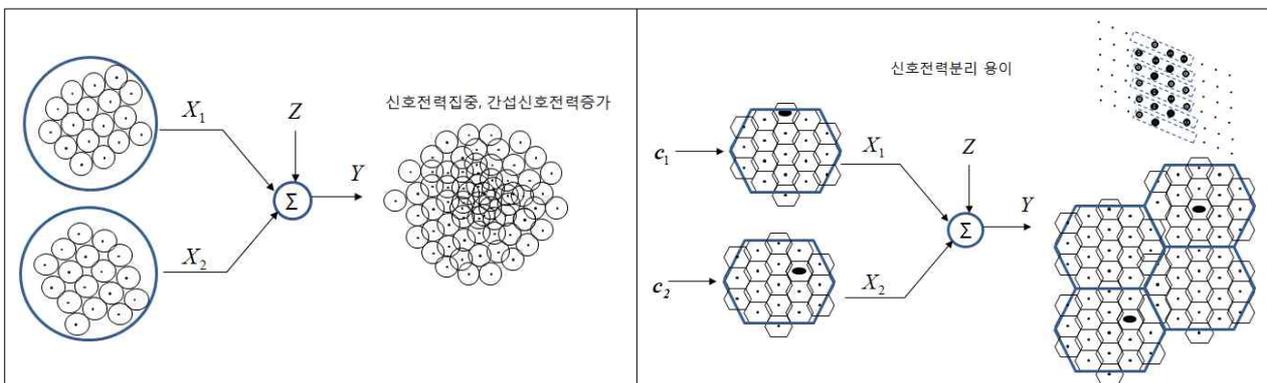


그림 8. 샤논의 구 격자 영역과 위너의 MMSE 격자의 보로노이 영역에서 신호 간섭 분리  
Fig. 8. Interference Voronoi region of Wiener's MMSE lattice and Shannon's sphere lattice region.

$$\alpha_{MMSE} = \min_{\alpha} E(\tilde{\mathbf{X}} - \mathbf{X})^2 = \frac{S}{N+S} \quad (40)$$

(39)에 (40)을 대입하면,

$$\begin{aligned} N_{effective} &= \alpha_{MMSE}^2 N + (1 - \alpha_{MMSE})^2 S \\ &= \left(\frac{S}{N+S}\right)^2 N + \left(1 - \left(\frac{S}{N+S}\right)\right)^2 S \\ &= \frac{S^2}{(N+S)^2} N - S - 2\frac{S^2}{N+S} + \frac{S^3}{(N+S)^2} \\ &= \frac{S^2 N + S(N+S)^2 - 2S^2(N+S) + S^3}{(N+S)^2} \\ &= \frac{S^2 N + SN^2 + 2S^2 N + S^3 - 2S^2 N - 2S^3 + S^3}{(N+S)^2} \\ &= \frac{SN(N+S)}{(N+S)^2} = \frac{SN}{N+S} \end{aligned} \quad (41)$$

따라서,

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \log\left(\frac{S}{N_{effective}}\right) = \frac{1}{2} \log\left(\frac{S}{\frac{SN}{N+S}}\right) \\ &= \frac{1}{2} \log_2\left(\frac{N+S}{N}\right) = \frac{1}{2} \log_2(1 + SNR) \text{ [bit/dimension]} \end{aligned} \quad (42)$$

식(42) 결과가 주는 의미도  $\alpha = \alpha_{MMSE}$ 와 적절한 성형 격자  $A$ 의 선택으로 샤논의 원래 채널 용량 극한에 미치지 않을 것을 보여준다. 여기서도 위너의 선형 MMSE 조건과 샤논의 채널 용량 관계식이 만남을 확인할 수 있다.

## V. 결 론

위너와 샤논은 정보원의 확률적 사건에 기초하여 엔트로피에 의해 일반적인 정보량 측정을 계산하려하였다. 통계적 신호처리의 창시자인 위너가 신호 전송에서 보려했던 것은 잡음이 존재하는 전송 시스템(혹은 필터) 환경에서 복원하려는 신호의 전송 품질의 근본적 극한(limit)를 계산해내려는 것이라 해석할 수 있다.

반면 정보이론을 통신 수학적으로 처음으로 증명한 샤논은 채널 용량의 일반적인 정의에 이 개념을 적용하여 정보의 송수신 전후 메시지에 대한 불확실성의 차를 최대화로 하는 전송 정보량의 근본적 상한(upper

bound)의 극한(limits)을 계산을 비교하여 살펴봤다.

본 논문의 관심은 샤논의 점 대 점 채널 용량의 근본적 극한을 계산하는 샤논의 공식을 유도함에 있어 위너의 최소 평균 자승 오차에 의한 최적 위너 필터를 사용했을 때 위너의 MMSE ( $\epsilon_{MMSE}^2(\gamma) = 1/(1+\gamma)$ )와 샤논의 상호 정보량( $I(\gamma) = \log_2(1+\gamma)$ )는 미분관계식에 의해 등식 관계가 성립됨을 확인할 수 있다.

만나는 점에서 위너의  $\epsilon_{MMSE}^2(\gamma) = 1/(1+\gamma)$ 와 샤논의 상호 정보량  $I(\gamma) = \log_2(1+\gamma)$ 의 대역 효율성의 상한과 에너지 효율성의 하한을 계산했다. 끝으로 AWGN 채널의 MMSE-스케일 변환에 의해 보로노이 격자 구조에 의한 격자 코드는 위너의 MMSE와 샤논의 상호 정보량 관계식이 성립됨을 확인할 수 있다.

자연현상에서는 기와지붕 위의 비의 흐름, 바람을 타는 파도와 사막지대 바람 흐름을 나타낸 모래톱은 격자 Pattern이 좋은 예를 확인했다. 이를 수학적으로 표현한 방법이 MMSE와 샤논의 격자와 만남이고 Random 행렬도 여기서 출발한다.

## REFERENCES

- [1] <http://www.isss.org/lumwiener.htm>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Wiener\\_process](http://en.wikipedia.org/wiki/Wiener_process)
- [2] Lars Lundheim, On Shannon and "Shannon's Formula", *Teletronikk*, 2002
- [3] 이문호, 실용 정보 이론, 복두 출판사, 1997.
- [4] [http://en.wikipedia.org/wiki/Claude\\_Shannon](http://en.wikipedia.org/wiki/Claude_Shannon)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Norvert\\_Wiener](http://en.wikipedia.org/wiki/Norvert_Wiener)
- [5] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. J.* vol. 27, pp. 379 - 423, 623 - 656, Jul./Oct. 1948.
- [6] Nobert Wiener, "What is information theory?," *IRE Trans. on Information Theory*, Vol. 2, No. 2, 1956, pp. 48
- [7] Thomas M. Cover J. A. Thomas, *Information Theory*, Wiley, 1991.
- [8] D. Guo, S. Shamai (Shitz), and S. Verdú, "Mutual information and minimum mean-square error in Gaussian channels," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1261 - 1282, Apr. 2005.
- [9] Uri Erez and Ram Zamir, "Achieving  $1/2 \log(1 + SNR)$  on the AWGN Channel With Lattice Encoding and Decoding," *IEEE Transactions on*

- Information Theory, Vol. 50, no. 10, pp.2293-2314  
October 2004.
- [10] Daniel P. Palomar, and Sergio Verdú, "Gradient of Mutual Information in Linear Vector Gaussian Channels," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 52, no. 1, pp. 141-154 Jan. 2006
- [11] James C. G. Lesurf, Information and Measurement, 2nd Edition, Taylor & Francis; 2 edition (October 15, 2001) , chapter 8
- [12] G. Poltyrev, "On coding without restrictions for the AWGN channel," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 40, pp. 409-417, Mar., 1994
- [13] E. Agrell, T. Eriksson, A. Vardy, and K. Zeger, "Closest point search in lattices," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 48, pp. 2201-2214, Aug. 2002.
- [14] L. Rey Vega and H. Rey, A Rapid Introduction to Adaptive Filtering, SpringerBriefs in Electrical and Computer Engineering, chapter 2, 2013.
- [15] 조용수, 김재권, 양원명, MIMO-OFDM 무선통신과 MATLAB, 홍릉과학출판사, 2008.
- [16] Jinho Choi, Optimal Combining and Detection: Statistical Signal Processing for Communications, Cambridge University Press; 1st edition (March 8, 2010), chapter 4
- [17] 이문호, 평부스, "세명의 사용자를 위한 협력 다중 점 송수신(CoMP)에서의 격자(Lattice) 부호 대칭 간섭 채널", 전자공학회 논문지 TC편, Vol.49, No.6, 2012.06

— 저 자 소 개 —



박 대 철(정회원)  
1977년 2월 서강대학교  
전자공학과 졸업  
1985년 12월 Univ. of New  
Mexico(UNM)  
전자공학과 석사  
1989년 5월 UNM 전기컴퓨터  
공학과 박사

1989년 6월~1993년 8월 한국전자통신연구소  
선임연구원  
1991년 7월~1992년 6월 Columbia Univ.  
객원연구원  
1993년 9월~현재 한남대학교 정보통신공학과  
교수  
<주관심분야 : 영상해석, 데이터 보안, 신호처리>



이 문 호(정회원)-교신저자  
1984년 전남대학교 전기공학과  
박사, 통신기술사  
1985년~1986년 미국 미네소타  
대학 전기과 포스트닥터  
1990년 일본 동경대학 정보통신  
공학과박사

1970년~1980년 남양MBC 송신소장  
1980년 10월~2010년 2월 전북대학교 전자공학  
부 교수  
2010년 2월~현재 WCU-2 연구책임교수  
<주관심분야 : 무선이동통신>