

논문 2013-50-8-4

## 개선된 터보 등화기의 설계와 성능 평가

(Design and Performance Evaluation of Improved Turbo Equalizer)

안 창 영\*, 유 흥 균\*\*

(Changyoung An and Heung-Gyoon Ryu<sup>Ⓢ</sup>)

### 요 약

본 논문에서는 단일 반송파 시스템에서 LDPC(low density parity check) 부호와 LMS(least mean square) 알고리즘을 이용한 적응 등화기를 사용한 시스템에서 간단한 계산을 통한 케환 신호를 생성하여 성능을 향상 시키는 개선된 터보 등화기를 제안한다. LDPC부호는 오류를 정정하는데 있어서 매우 좋은 성능을 보인다. 그러나 LDPC 부호는 열악한 환경에서 좋은 성능을 내기 위하여 긴 패리티 검사행렬을 사용하고 LDPC 부호의 반복을 증가시켜 계산량이 크게 늘어난다. 추가로 성능을 더욱 향상시키기 위해 LDPC 부호 기반의 터보 등화 방법을 사용한다. 이 시스템의 경우 반복횟수의 증가로 계산량이 매우 크게 증가하는 단점이 있다. 이러한 계산량의 증가를 보완하기 위하여 LDPC 부호와 연판정 이후의 신호를 이용하여 적응 등화기를 조절한다. 시뮬레이션 결과 더 적은 계산량으로 LDPC 부호를 사용하고 SISO-MMSE(soft input soft output minimum mean square error)알고리즘 기반인 터보 등화기에 근접하는 성능을 내는 것을 확인하였다.

### Abstract

In this paper, we propose a improved turbo equalizer which generates a feedback signal through a simple calculation to improve performance in single carrier system with the LMS(least mean square) algorithm based equalizer and LDPC(low density parity check) codes. LDPC codes can approach the Shannon limit performance closely. However, computational complexity of LDPC codes is greatly increased by increasing the repetition of the LDPC codes and using a long parity check matrix in harsh environments. Turbo equalization based on LDPC code is used for improvement of system performance. In this system, there is a disadvantage of very large amount of computation due to the increase of the repetition number. To less down the amount of this complicated calculation, The proposed improved turbo equalizer adjusts the adoptive equalizer after the soft decision and the LDPC code. Through the simulation results, it's confirmed that performance of improved turbo equalizer is close to the SISO-MMSE(soft input soft output minimum mean square error) turbo equalizer based on LDPC code with the smaller amount of calculation.

**Keywords** : improved turbo equalizer, LDPC code, low complexity, LMS algorithm

### I. 서 론

차세대 통신에는 미래 스마트 모바일 통신 시대에 본

격적으로 대비하기 위한 초저전력 통신 시스템 개발이 중요하다. 초저전력 통신 핵심기술은 근거리 무선 통신 기술에서 소모되는 전력량인  $50nJ/bit$ 를  $1nJ/bit$  수준으로 개선하는 것이다. 이러한 초저전력 고품질의 통신 시스템을 개발하기 위해서 시스템의 계산 복잡도를 낮추는 방향의 연구가 진행 중이다<sup>[1]</sup>. 전력이 제한되는 위성통신이나 WPAN(wireless personal area network), WBAN(wireless body area network)등과 같은 통신 방식에서 다중 부반송파를 사용하는 OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 시스템은 높은 PAPR

\* 학생회원, \*\* 정회원, 충북대학교 전자공학부  
(Department of Electronic Engineering, Chungbuk National University)

※ 이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2013R1A2A2A01005849).

Ⓢ Corresponding Author(E-mail: ecomm@cbu.ac.kr)  
접수일자 2013년4월1일, 수정완료일 2013년7월22일

(peak-to-average power ratio)로 인해 전력소비가 크므로 적합하지 않다. 따라서 일반적으로 단일 반송파 시스템을 사용한 연구가 주를 이룬다<sup>[2]</sup>.

단일 반송파 시스템에서는 채널에 의해 ISI가 심각하게 발생한다. 이를 보완하기 위해 채널 등화를 위한 많은 연구가 진행되었다. 영점 강제 등화나 적응 등화 방식과 같은 방식이 있으며 적응 등화방식 중에 계산이 빠른 LMS(least mean square)알고리즘을 사용한 연구가 있다<sup>[3][4]</sup>.

또한, 더 높은 성능을 내기 위해 여러 채널 코딩을 사용하는데 이러한 채널 코딩 중에 높은 성능을 끌어내기 위하여 샤논의 한계에 근접한 성능을 내는 LDPC(low-density parity check)코드를 사용한 연구가 진행되고 있다<sup>[5]</sup>. LDPC 부호가 제안된 이후 초기에는 구현 기술의 어려움으로 인해 주목받지 못하였다<sup>[6]</sup>. 그러나 시대가 발전함에 따라 하드웨어 기술이 발전되고 패리티 검사 행렬의 구성이 '0'이 아닌 원소의 수가 부호의 길이에 비하여 매우 적게 존재하는 LDPC 부호의 우수한 성능을 구현할 수 있게 됨에 따라 크게 주목받기 시작하여 현재 이동통신 시스템에서 채널용량을 개선하거나 열악한 전송 품질을 획기적으로 개선하기 위한 연구가 진행되고 있다<sup>[7]</sup>. LDPC 부호는 내부적으로 SPA(sum product algorithm)를 이용하여 복호화 하여 작은 복잡도로 좋은 성능을 얻을 수 있다. 그러나 LDPC 코드는 다중 경로 환경에서 좋은 성능을 확보하기 위하여 긴 패리티 검사 행렬을 사용하며, LDPC 부호의 반복 횟수를 증가시킨다<sup>[8]</sup>. 이러한 성능 향상을 위한 방법은 계산량을 크게 증가시키게 된다<sup>[9]</sup>.

추가로 성능을 더욱 향상시키기 위하여 등화기와 복호기를 LLR(log likelihood ratio)값을 이용하여 연계하고 이를 반복시키는 터보 등화기에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다<sup>[10]</sup>. 일반적인 터보 등화기에는 MAP(a posteriori probability) 등화기가 사용된다. MAP 등화기는 다른 등화 방식에 비해 좋은 등화 성능을 가진다. 하지만 MAP 등화기는 매 프레임마다 사후확률을 계산해야 해서 계산 복잡도가 매우 높다<sup>[11]</sup>. 그렇기 때문에 MAP 등화기 대신에 SISO-MMSE 등화기를 사용한다. SISO-MMSE 등화기의 등화성능은 MAP 등화기에 비해서 떨어지지만 복잡도를 MAP 등화기에 비해 줄일 수 있다. 또한 이러한 터보 등화기에 LDPC 부호를 적용한 LDPC 부호 기반 터보 등화기에 대해 연구가 되

고 있다. LDPC 부호 기반 터보 등화기에는 LDPC 부호의 자체 반복뿐만 아니라 터보 등화기 전체의 전역 반복을 활용하여 성능을 끌어올리는 것에 대해서 연구하고 있다<sup>[12]</sup>. 이러한 시스템은 LDPC 자체의 반복만으로도 계산량이 크게 증가하는데 터보 등화기의 전역 반복 횟수까지 곱하게 되면 계산량이 매우 크게 증가하는 단점이 있다<sup>[13]</sup>.

본 논문에서는 LDPC 부호와 터보 등화기의 자체 반복 및 전역 반복으로 인해 계산량이 많아지는 점을 보완하기 위하여 적응 등화기와 LDPC 부호를 결합하여 성능을 향상시키는 방법을 제안한다. 일반적으로 알려진 터보 등화기에서는 LLR 값을 제한시켜 반복하여 성능을 향상시킨다. 이러한 방법에 착안하여 LDPC 복호 이후의 신호와 연관된 이후의 신호를 간단한 계산을 통해 결합한다. 이 신호를 이용하여 적응 등화기에서 발생하는 등화 오차를 보상하기 위하여 이 등화기의 목표 신호의 수치를 변경하여준다. 이 방법으로 LDPC 부호 기반의 터보 등화기의 성능을 최대한 따라가면서 계산량을 감소시키는 등화기를 설계하고 성능을 분석한다.

성능을 비교하기 위해 일반적인 LDPC 기반의 터보 등화기의 BER 성능 그래프와 본 논문에서 제안하는 개선된 터보 등화기의 BER 성능 그래프를 사용한다. 두 시스템이 비슷한 성능을 내기 위한 LDPC 부호의 자체 반복과 전역 반복 횟수를 이용하여 계산량을 비교한다.

본 논문은 I 장의 서론에 이어 II 장에서 일반적인 터보 등화기의 개념에 대해 설명하고, III 장에서는 새롭게 제안하는 개선된 터보 등화기를 제안한다. IV 장에서는 시뮬레이션 환경 모델과 결과를 제시하고 검토한다. 마지막으로 V 장에서는 결론을 낸다.

## II. 터보 등화기

### 1. 적응 등화기

수신기의 수신신호에서 ISI(intersymbol interference) 간섭 신호를 제거하기 위해 채널 환경을 추정해야 한다. 이 채널 환경을 추정된 후 추정된 채널 계수를 이용하여 FIR(finite impulse response) 필터 구성하고 수신된 신호를 구성된 FIR 필터에 통과시켜 ISI간섭신호를 등화 한다.

LMS 알고리즘은 FIR 필터의 출력과 목표 신호와의 오차를 최소화 하는 방향으로 가중치를 계산해줌으로써

제공 오차를 최소화 시키는 것이다.

$W_k^H$  은 미지의 채널을 추정된 채널 계수이고,  $X_k$  는 입력 신호이다.  $d_k$ 는 목표 신호이다. 오차에 대한 수식은 다음과 같다.

$$e_k = d_k - W_k^H X_k \quad (1)$$

식 (1)에서  $e_k^2$  을 하였을 때 나오는 포물선의 기울기가 0이 되면 제공 오차가 최소가 된다.  $e_k^2$ 의 기울기 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla_k &= \frac{\partial e_k^2}{\partial w} \\ &= \frac{\partial}{\partial w} (d_k - W_k^H X_k)^2 \\ &= 2e_k X_k \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 기울기가 최소가 되는 LMS 알고리즘에서 사용하는 FIR 필터의 채널 추정을 위한 계수 업데이트는 다음과 같다<sup>[3]</sup>.

$$W_{k+1} = W_k + 2\mu e_k X_k \quad (3)$$

식 (3)에서  $\mu$ 는 step size로 가중치를 갱신하는 간격에 대한 상수 값이다. 수렴하기 위한  $\mu$ 에 대한 범위는 다음과 같다.

$$1 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (4)$$

여기서  $\lambda_{\max}$ 는 입력 신호  $x_k$ 로 구성된 자기상관 행렬의 최대 고유 값이다.

## 2. LDPC 부호

Gallager 부호라고도 불리는 LDPC 부호는 블록코드의 한 종류로써  $(N, K)$ 로 표현된다. 여기에서  $N$ 은 부호의 비트 수를 의미하는 부호어를 말하며  $K$ 는 정보 비트 수를 나타낸다. LDPC 부호는  $(N-K) \times N$ 의 크기를 갖는 non-systematic sparse parity check matrix  $H$ 로 정의된다. 여기에서 non-systematic이라는 의미는 패리티 검사 행렬  $H$ 가 submatrix로써  $(N-K) \times (N-K)$ 의 단위행렬이 존재하지 않음을 말한다. 그리고 희소성 sparse 또는 low density의 의미는 패리티 검사 행렬  $H$ 가 대부분 0과 극소수의 1로 구성되어 있음을 나타낸다. 그리고 LDPC부호의 부호율

은  $K/N$ 으로 정의된다. 패리티 벡터  $p$ 와 메시지 벡터  $m$ 으로 구성된 수신 신호  $r$ 은 아래와 같이 에러 벡터  $e$ 의 영향을 받게 된다<sup>[6]</sup>.

$$r = c \oplus e = [p \ m] \oplus e \quad (5)$$

여기서, 패리티 벡터와 메시지 벡터는 각각 코드 벡터의 앞부분과 뒷부분에 위치하고 있다고 가정한다. 수신기의 복호기는 아래와 같이 신드롬 벡터를 찾는 과정을 수행한다.

$$\begin{aligned} s &= rH^T = ([p \ m] \oplus e) \begin{bmatrix} H_1^T \\ H_2^T \end{bmatrix} \\ &= pH_1^T \oplus mH_2^T \oplus eH^T \end{aligned} \quad (6)$$

$e = 0$  인 에러가 없는 상황에서 신드롬 벡터는 0의 값을 가진다.

$$s = pH_1^T \oplus mH_2^T = 0 \quad (7)$$

메시지 벡터  $m$ 에 의해 parity vector  $p$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$p = mH_2^T H_1^{-T} \quad (8)$$

생성 벡터  $G$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$G = [H_2^T H_1^{-T} \ I] \quad (9)$$

코드 벡터  $c$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} c &= mG \\ &= [mH_2^T H_1^{-T} \ m] \\ &= [p \ m] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, 패리티 검사 행렬은 LDPC부호의 성능의 중요한 요소가 된다. 따라서 패리티 검사 행렬의 설계가 매우 중요하다.

LDPC 복호기는 전송되어진 심볼을 비트 노드와 체크 노드에서 각각의 확률값을 구하여 반복을 통해 전송되어진 비트를 결정하는 것이다. LDPC 복호 알고리즘으로는 어떤 방식으로 비트 노드와 체크 노드 업데이트를 수행하느냐에 따라 크게 SP(sum-product)알고리즘과 MS(min-sum)알고리즘으로 나눌 수 있다. SP 알고리즘은 체크 노드에서 곱셈이, 비트 노드에서 덧셈이 사용되는 방식으로 가장 좋은 BER 성능을 보장하지만

연산 복잡도가 높다는 단점이 있다. 반대로 MS 알고리즘은 SP 알고리즘에 비해 연산 복잡도가 적은 반면 BER 성능은 낮은 단점이 있다.

본 논문에서 사용한 LDPC 복호 알고리즘은 SP 알고리즘으로, LDPC 복호기는 크게 4가지 과정을 수행한다. 첫 번째는 수신 비트에다가 채널 추정 값을 구하는 초기화 과정, 체크 노드 확률을 구하는 체크 노드 업데이트 과정, 비트 확률을 구하는 비트 노드 업데이트 과정, 마지막으로 판정 과정을 수행한다.

초기화 과정에서 LDPC 복호기의 입력은 LLR,  $L_{u|y}(u|y)$  이고 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} L_{u|y} &= \ln \frac{P_u(u=+1|y)}{P_u(u=-1|y)} \\ &= \ln \frac{\exp(-(E_b/N_0)(y-a)^2)}{\exp(-(E_b/N_0)(y+a)^2)} \\ &= 4ay \frac{E_b}{N_0} = L_s y \end{aligned} \quad (11)$$

여기에서  $a$  는 fading amplitude 이다.

모든 비트 노드  $y_n$  에서  $c_n = +1$  또는  $c_n = -1$  인 확률을 구한다.

$$\begin{aligned} P_n^{u=+1} &= P(u=+1|y) \\ &= \frac{e^{L_s y}}{1 + e^{L_s y}}, \\ P_n^{u=-1} &= P(u=-1|y) \\ &= \frac{1}{1 + e^{L_s y}} \end{aligned} \quad (12)$$

다음에서 구할 체크 노드 업데이트 과정과 비트 노드 업데이트 과정에서 사용되는  $q_{mn}^i$ ,  $q_n^i$ ,  $r_{mn}^i$  은 각각 LLR 값으로 나타 내어 지는데  $q_{mn}^i$  은  $m$  번째 비트 노드에서  $n$  번째 체크 노드로 전달되는 메시지를,  $r_{mn}^i$  는  $m$  번째 체크 노드에서  $n$  번째 비트 노드로 전달되는 메시지를 의미한다. 그리고  $q_n^i$  는  $n$  번째 비트 노드의 값을 나타낸다. 여기에서  $i$  는 1 또는 0 을 나타낸다.

체크 노드 업데이트 과정은  $N(m)$  이  $m$  번째 체크 노드와 연결되어 있는 비트 노드의 집합이라고 할 때,  $m$  번째 체크 노드에서  $n$  번째 비트 노드로 보내지는 값은 다음의 과정을 거쳐 업데이트 된다.

$$\begin{aligned} r_{mn}^0 &= \frac{1}{2} (1 + \prod_{n' \in N(m) \setminus n} (q_{mn'}^0 - q_{mn'}^1)), \\ r_{mn}^1 &= 1 - r_{mn}^0 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $N(m) \setminus n$  은  $n$  번째 비트 노드를 제외한 나머지  $N(m)$  의 집합을 의미한다.

비트 노드 업데이트 과정은  $M(n)$  이 패리티 검사 행렬  $H$  의  $n$  번째 열에서  $n$  번째 비트 노드와 연결되어 있는 체크 노드들의 집합이라고 하면,  $m$  번째 체크 노드에서  $n$  번째 비트 노드로 보내지는 값은 다음의 과정을 거쳐 업데이트 된다.

$$\begin{aligned} q_{mn}^0 &= \alpha_{mn} p_n^0 \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}^0, \\ q_{mn}^1 &= \alpha_{mn} p_n^1 \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}^1 \end{aligned} \quad (14)$$

where,  
 $\alpha_{mn}$  is determined so that  $q_{mn}^0 + q_{mn}^1 = 1$ .

이 때  $M(n) \setminus m$  은  $m$  번째 체크 노드를 제외한 나머지  $M(n)$  의 집합을 의미한다.

$n$  번째 비트 노드의 값은 다음과 같이 계산되고 이 값은 판정 단계에서 사용되게 된다.

$$\begin{aligned} q_n^0 &= \alpha_n p_n^0 \prod_{m \in M(n)} r_{mn}^0 \\ &= \alpha_n p_n^0 r_{mn}^0 \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}^0, \\ q_n^1 &= \alpha_n p_n^1 \prod_{m \in M(n)} r_{mn}^1 \\ &= \alpha_n p_n^1 r_{mn}^1 \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}^1 \end{aligned} \quad (15)$$

판정 단계에서는  $q_n^0, q_n^1$  을 가지고 아래와 같이  $v_n$  값을 결정한다.

$$\hat{v}_n = \begin{cases} 1 & \text{if } q_n^1 > q_n^0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

만약  $vH^T = [v_1 v_2 \dots v_N] H^T = 0$  이거나, 최대 반복 복호 횟수만큼 반복을 수행하게 되면, 복호 과정을 중단하고, 최종 결과  $v$  를 출력하게 되고, 그렇지 않으면 2단계인 체크 노드 업데이트 단계로 돌아가 다시 복호과정을 수행하게 된다.

### 3. 터보 등화기

그림 1은 일반적인 터보 등화기의 세부적인 구조를 나타낸다<sup>[10]</sup>. 그림 1을 보면 LDPC 복호기에서 MAP 등

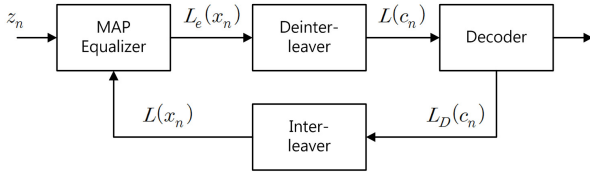


그림 1. 터보 등화기의 블록다이어그램  
Fig. 1. Block diagram of turbo equalizer.

화기까지 피드백 루프를 가지고 있으며 반복적인 수행을 통하여 성능을 향상시킬 수 있다. 여기서 LDPC 복호기는 SP 알고리즘을 사용한다. MAP 등화기는 터보 등화기에 적용할 수 있는 가장 좋은 성능의 등화기이다. MAP 등화기는 사후 확률 계산을 하여 LLR 값을 구하게 된다. 정확한 채널 추정을 기반으로 하여 LLR 값을 출력으로 내보내는 등화기이다. MAP 등화기의 출력은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다<sup>[10]</sup>.

$$L_E = \log \frac{P(x=+1|y)}{P(x=-1|y)} - \log \frac{P(x=+1)}{P(x=-1)} \quad (17)$$

사전 LLR 값은 MAP 등화기의 입력으로 들어가게 되고 식 (15)처럼 사후 LLR 값과의 차이를 계산하여 등화기 출력을 내보내게 된다. MAP 등화기는 인터리버를 통과하고 난 다음의 신호를 이용하여 사전 LLR 값을 구하고 사후 LLR 값에서 뺀 다음을 MAP 등화기의 출력으로 내보내게 된다. 피드백 루프를 통하여 터보 등화기는 위와 같은 계산을 반복적으로 수행하게 된다.

터보 등화기에는 일반적으로 MAP 등화기가 사용된다. MAP 등화기는 다른 등화 방식에 비해 좋은 등화 성능을 가진다. 하지만 MAP 등화기는 매 프레임마다 사후확률을 계산해야 해서 계산 복잡도가 매우 높은 단점을 가지고 있다. 그렇기 때문에 MAP 등화기 대신에 SISO-MMSE 등화기를 사용한다. SISO-MMSE 기반 등화기의 성능은 MAP 등화기에 비해서 떨어지지만 복잡도를 MAP 등화기에 비해 매우 줄일 수 있다. SISO-MMSE 등화기의 출력은 LLR 값으로 환산되어 출력되며 다음과 같이 정의된다<sup>[14]</sup>.

$$L_e(x_n) \cong \log \frac{P(x_n=+1|\hat{z}_n)}{P(x_n=+1|\hat{z}_n)} - \log \frac{P(x_n=+1)}{P(x_n=-1)} \quad (18)$$

$\hat{z}_n$ 은 MMSE 등화기 내부의 추정 출력을 나타낸다.

$$\hat{z}_n = E(x_n) + (x_n * z_n)(z_n * z_n)^{-1}(z_n - E(z_n)) \quad (19)$$

여기에서 \* 연산은 convolution 연산이다.

$$\hat{z}_n = \bar{X}_n + v_n s^H (\sigma_w^2 I_N + H V_n H^H)^{-1} (y_n - H \bar{X}_n) \quad (20)$$

$N \times (N+M-1)$  크기의 채널 컨볼루션 행렬인  $H$ 는 다음과 같다.

$$H \doteq \begin{bmatrix} h_{M-1} & \dots & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{M-1} & \dots & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \ddots & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ 0 & \dots & 0 & h_{M-1} & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

그리고  $\bar{X}_n$ ,  $V_n$ ,  $s$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{X}_n \doteq [\bar{x}_{n-M-N_2+1} \ \bar{x}_{n-M-N_2+2} \ \dots \ \bar{x}_{n+N_1}]^T \quad (22)$$

$$V_n \doteq \text{Diag}(v_{n-M-N_2+1} \ v_{n-M-N_2+2} \ \dots \ v_{n+N_1}) \quad (23)$$

$$s \doteq H [0_{1 \times (N_2+M-1)} \ 1 \ 0_{1 \times N_1}]^T \quad (24)$$

여기서,  $N$ ,  $M$ 은 채널 컨볼루션 행렬  $H$ 의 크기의 식  $N \times (N+M-1)$ 과 동일한 값이며  $N_1 = N-1$ ,  $N_2 = 0$ 이다. 위 식에서 식 내부의 값  $\bar{x}_n$ 과  $v_n$ 은 다음과 같다<sup>[10]</sup>.

$$\bar{x}_n = \frac{e^{L(x_n)}}{1 + e^{L(x_n)}} - \frac{1}{1 + e^{L(x_n)}} = \tanh(L(x_n)/2) \quad (25)$$

$$v_n = \sum_{x \in B} |x - E(x_n)|^2 \cdot P(x_n = x) = 1 - |\bar{x}_n|^2 \quad (26)$$

여기에서  $B$ 는 한 번에 처리하는 신호 처리 블록 단위를 나타내며  $x$ 는 그 블록 안의 값을 나타낸다.

그러나  $\hat{z}_n$ 은  $\bar{x}_n$ 와  $v_n$ 을 통하여 종속되기 때문에  $\hat{z}_n$ 을 독립적으로 만들기 위하여  $\bar{x}_n = 0$ ,  $v_n = 1$ 로 만든다. 따라서 SISO-MMSE 기반 등화기의 내부 추정 출력 식 (19)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\hat{z}_n = \sum_{k=-N_1}^{N_2} c_{n,k} (y_{n-k} - E(y_{n-k})) \quad (27)$$

여기서,  $E(y_n) = \sum_{k=0}^{M-1} h_k \bar{x}_{n-k}$ 이고, 계수 벡터는 다

음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{c}_n \doteq [c_{n,N_2} \ c_{n,N_2-1} \ \dots \ c_{n-N_1}]^T \quad (28)$$

그러면, MMSE의 계수 벡터는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{c}_n \doteq (\sigma_w^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{H}\mathbf{V}_n\mathbf{H}^H + (1-v_n)\mathbf{s}\mathbf{s}^H)^{-1}\mathbf{s} \quad (29)$$

그리고  $\hat{z}_n$ 은 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\hat{z}_n = \mathbf{c}_n^H (\mathbf{z}_n - \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}_n + \bar{x}_n\mathbf{s}) \quad (30)$$

따라서 SISO-MMSE 등화기의 외부 출력  $L_e(x_n)$ 은 다음과 같다<sup>[10]</sup>.

$$\begin{aligned} L_e(x_n) &= \log \frac{\phi((\hat{z}_n - \mu_{n,x})/\sigma_{n,x})/\sigma_{n,x}}{\phi((\hat{z}_n - \mu_{n,-1})/\sigma_{n,-1})/\sigma_{n,-1}} \\ &= 2\mathbf{c}_n^H (\mathbf{z}_n - \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}_n + \bar{x}_n\mathbf{s}) / (1 - \mathbf{s}^H \mathbf{c}_n) \end{aligned} \quad (31)$$

여기서,  $\mu_{n,x}$ 와  $\sigma_{n,x}^2$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{n,x} &= \mathbf{c}_n^H (E(\mathbf{z}_n | x_n = x) - \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}_n + \bar{x}_n\mathbf{s}) = x\mathbf{c}_n^H \mathbf{s} \\ \sigma_{n,x}^2 &= \mathbf{c}_n^H \text{Cov}(\mathbf{z}_n; \mathbf{z}_n | x_n = x) \mathbf{c}_n \\ &= \mathbf{c}_n^H (\sigma_w^2 \mathbf{I}_N + \mathbf{H}\mathbf{V}_n\mathbf{H}^H - v_n\mathbf{s}\mathbf{s}^H) \mathbf{c}_n \\ &= \mathbf{c}_n^H \mathbf{s} (1 - \mathbf{s}^H \mathbf{c}_n) \end{aligned} \quad (32)$$

위 식에서 Cov는 convolution 연산이다.

이 시스템에서 LDPC 부호의 자체 반복에 의한 계산량을 계산해 보면 다음과 같다. 우선 SISO-MMSE 등화기의 경우 각 반복마다 다음의 계산량이 필요하다. SISO-MMSE 등화기의 계산 복잡도 식에서  $M$ 은 역시 채널 임펄스 응답의 길이이고  $N$ 은 등화기 필터의 길이이다. 그리고  $I$ 는 반복 횟수이다.

$$[16N^2 + 4M^2 + 10M - 4N - 4]I \quad (33)$$

LDPC 복호기의 계산 복잡도 식에서  $I$ 는 반복 횟수이고  $M=N-K$ 이고  $M$ 과  $N$ 은 패리티 체크 행렬의 크기이다.  $d_c$ 와  $d_v$ 는 각각 패리티 체크 행렬의 행과 열의 무게를 나타낸다. LDPC 복호기의 패리티 체크 행렬의 병렬 처리로 인하여 다중경로 채널환경일 때는 터보 부호에 비하여 매우 큰 복잡도를 가진다.

$$[M(d_c - 1) + N(d_v - 1)]I \quad (34)$$

### III. 제안하는 새로운 개선된 터보 등화기

그림 2는 제안하는 터보 등화기의 블록도를 나타낸다. 제안하는 시스템은 LDPC 부호를 사용하며, LDPC 복호기 이후의 연판정 값과 판정기 이후의 경판정 값을 이용하여 얻은 궤환신호를 이용하여 적응 등화기의 목표신호를 조절하는 방식으로 적응 등화기에서 발생하는 등화오차를 줄여 등화의 효율을 높이기 위해 사용한다. 일반적인 터보 등화기 시스템의 원리를 기본으로 하여 궤환 신호를 이용하여 성능을 개선시키는 방법을 사용하였다. 그러나 일반적인 터보 등화 시스템에서 성능을 개선시키기 위해 계산량 증가를 수반하는 여러 번의 반복과정을 개선하기 위하여 LDPC 복호기 이후의 연판정 값과 판정기 이후의 경판정 값을 이용하여 새로운 궤환 신호를 생성하는 방법을 사용하였다. 일반적인 터보 등화방식의 경우 성능 개선을 위하여 내부 등화기와 복호기의 반복을 요구하는 반면, 제안하는 시스템은 반복이 아닌 한 번 궤환을 통해 적응 등화기에서 발생하는 등화 오차를 보상함으로써 계산량에서 이득을 보면서 등화성능을 향상 시킨다. 제안하는 시스템의 궤환 신호는 간단한 계산을 통해 구성되어 계산량을 크게 늘리지 않고 성능이득을 낼 수 있다는 것이 장점이다. 이렇게 간단한 방법으로 성능을 향상시키는 방법은 LDPC 부호의 자체 반복과 터보 등화기의 전역 반복 횟수를 감소시켜 계산상의 이득을 볼 수 있다.

이 시스템의 적응 등화기에서 발생하는 등화 오차를 줄이기 위한 궤환신호  $C_F$ 는 LDPC 복호기 이후의 연판정 값  $L_c$ 와 판정기 이후의 경판정 값  $L_d$ 의 MSE 값을 이용하여 구한다.

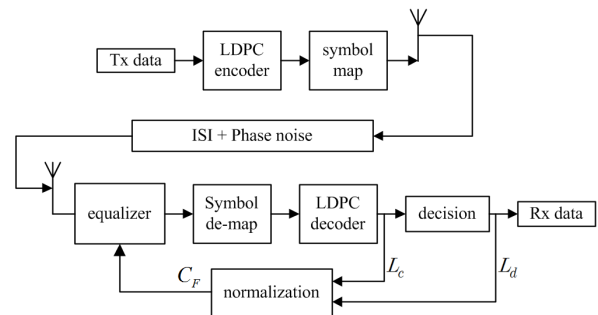


그림 2. 제안하는 개선된 터보 등화기의 블록도  
Fig. 2. Block diagram of the proposed improved turbo equalizer.

$$L_s = \frac{L_{c, frame(540)}}{L_{c, max\ value}} \quad (35)$$

위 식에서  $L_c$ 의 경우 540개의 한 프레임 값을 프레임에서 가장 큰 값으로 프레임 전체를 나눠 주어서  $L_s$ 를 구한다. 그 다음  $L_s$  값을 conjugation 하여 관정기 이후의 신호  $L_d$ 와 곱한 후 프레임의 평균을 구한다.

$$\hat{L}_k = E[\overline{L}_s L_d] \quad (36)$$

위에서 구한  $\hat{L}_k$  값을 식 (37)의  $L_s$  값의 절대값의 제곱의 평균값으로 나눠서 케환신호  $C_F$ 를 구한다.

$$C_F = \frac{\hat{L}_k}{E[|L_s|^2]} \quad (37)$$

이렇게 구해진  $C_F$ 는 등화기로 케환 하여 적응 등화기의 목표 신호를 조절한다.

$e_k$ 는 적응 등화기에서 목표 신호와 등화기에서 계산된 등화계수를 통과하여 등화 된 신호와의 차를 나타낸다.  $e_k$ 를 구하는 과정에서 발생한 평균적인 오차를  $C_F$  값을 이용하여 보상해서 등화기의 계수를 갱신함으로써 등화기의 성능을 향상시킨다.

$$\hat{e}_k = (d_k - C_F) - W_k^H X_k \quad (38)$$

#### IV. 시뮬레이션 및 검토

본 논문에서는 터보 등화기보다 계산량을 감소시키는 개선된 터보 등화기 시스템의 성능을 분석하였다. 시뮬레이션은 표 1과 같은 환경에서 시행하였으며 LDPC 코드의 경우 180 x 720 크기의 패리티 체크 행렬을 사용하였다. 또한 다중경로 채널로는 ITU Pedestrian A 모델을 사용하였다. 우선 LDPC 부호 기반의 터보 등화기의 LDPC 부호 자체 반복과 터보 등화기 전역 반복에 따른 성능을 먼저 확인한다. 그 다음 본 논문에서 제안하는 개선된 터보 등화기의 LDPC 부호 자체 반복에 따른 성능을 확인하고 앞에서 확인한 일반적인 터보 등화기와 비교하여 성능 분석 하여 유사한 성능을 내는데 필요한 계산량을 비교하여 제안하는 시스템의 계산량이 더 적음을 확인한다.

표 1. 시뮬레이션 환경

Table 1. Simulation parameters.

Parameters	Values
Modulation	QPSK
# of pilot	7
Parity check matrix size	180 x 720
Code rate	3/4
Channel	ITU Pedestrian A
Phase noise (power, cutoff, floor)	-12dBc, 10kHz, -120dBc

표 2. ITU 보행자 A 채널모델.

Table 2. ITU Pedestrian A Channel.

Tap	Channel A	
	Relative delay (ns)	Average power (dB)
1	0	0
2	110	-9.7
3	190	-19.2
4	410	-22.8

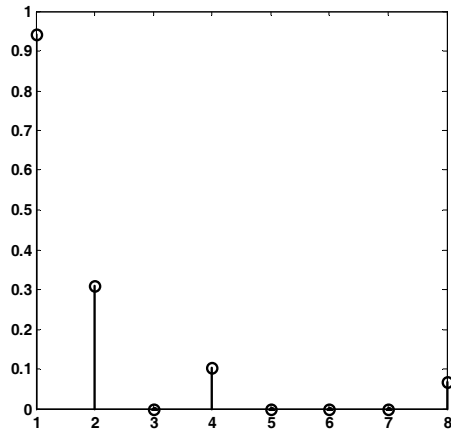


그림 3. ITU 보행자 A채널의 채널 특성

Fig. 3. ITU Pedestrian A channel coefficient.

표 1은 본 논문에서 제안하는 개선된 터보 등화기 시스템의 시뮬레이션에 대한 파라미터 이다. 본 논문에서는 단일 반송파 시스템을 고려하였으며 ITU Pedestrian A 채널을 사용하였다. ISI 채널과 위상 잡음을 고려하였다. 통신 채널 추정을 위해 프리엠블을 7개 사용하였으며, LMS 알고리즘을 이용하여 채널 등화를 하였다.

표 2는 이 시스템에서 사용하는 ITU Pedestrian A채

널의 특성을 나타낸다. 여기에서는 각 신호 지연이 늘어날수록 평균 전력이 지속적으로 감소된 신호가 간섭을 일으키는 것을 확인할 수 있다.

그림 3은 ITU Pedestrian A 채널의 특성을 구성하고 이를 그래프로 나타낸 것이다. 본 논문에서는 단일 반송과 시스템에서 크게 고려해야 하는 ISI 환경을 고려하였으며 ISI 채널 환경을 등화하기 위해서 프리엠프를 이용하여 LMS 알고리즘을 통해 채널을 추정하여 등화하였다.

그림 4. (a)는 ISI와 위상 잡음이 고려된 수신 신호이다. 그림 4. (b)는 LMS 알고리즘 ISI와 위상 잡음을 보상한 후의 신호이다.

그림 5는 LDPC 부호를 사용하지 않은 SISO-MMSE 일반적인 터보 등화기의 반복에 따른 BER 성능을 나타낸다. 터보 등화기의 전역 반복이 증가함에 성능이

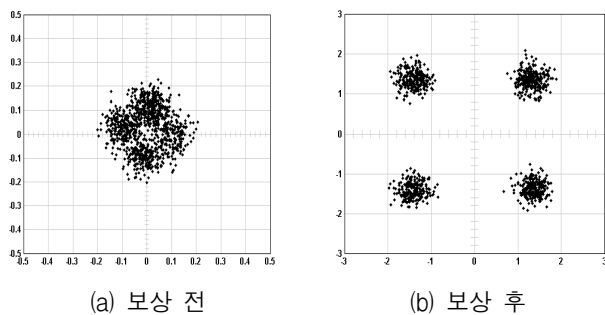


그림 4. 수신 신호의 성좌도  
Fig. 4. Constellation of received signal.

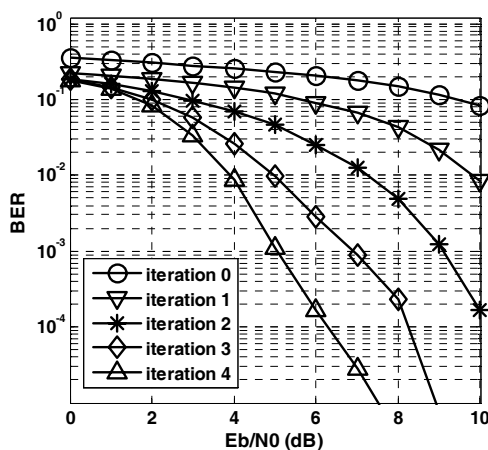


그림 5. 반복횟수에 따른 SISO-MMSE 터보등화기의 BER 성능  
Fig. 5. BER Performance of SISO-MMSE turbo equalizer according to iteration number.

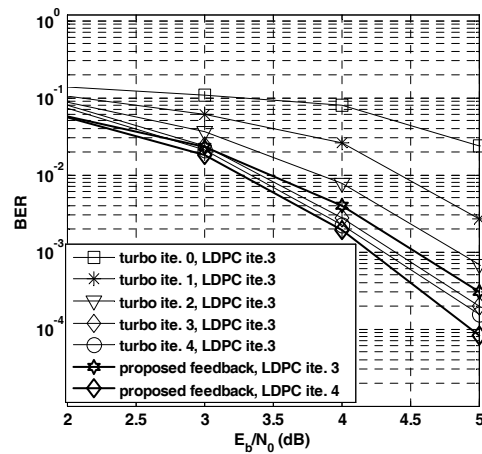


그림 6. 개선된 터보 등화기와 LDPC 기반 터보 등화기의 반복에 따른 성능 비교  
Fig. 6. Comparison of improved turbo equalizer and LDPC based turbo equalizer according to iterated number.

향상되는 것을 확인할 수 있다. 또한 성능 향상의 폭이 매우 큰 것을 볼 수 있다.  $5.1dB$ 에서  $10^{-3}$ 의 BER 성능을 내는 것을 확인할 수 있다.

그림 6은 SISO-MMSE 등화기와 LDPC 부호를 LLR 값으로 결합하여 반복시킨 LDPC 부호 기반의 일반적인 터보 등화기와 본 논문에서 제안하는 개선된 터보 등화기의 BER 성능 비교 그래프이다. proposed feedback으로 표현된 성능 그래프는 제안하는 시스템의 성능 그래프이고 두꺼운 선으로 그려져 있다. 일반적인 터보 등화기 시스템은 turbo로 표현되어 있으며 얇은 선으로 그려져 있다. 두 시스템 모두 같은 크기의 패리티 체크 행렬을 사용하였다.

여기에서 LDPC 부호 기반 터보 등화기는 LDPC 복호기 자체 반복을 3번하고 전역 반복을 증가시키면서 시뮬레이션을 하였고, 제안하는 시스템은 LDPC 복호기의 자체 반복을 3번과 4번 반복 하여 각각 시뮬레이션 하였다. 일반적인 터보 등화기의 경우 전역반복이 3번이고 LDPC 복호기의 자체 반복이 3번일 때  $4.3dB$ 에서  $10^{-3}$ 의 BER 성능을 내는 것을 확인할 수 있다. 제안하는 시스템은 LDPC 복호기의 자체 반복이 4번일 때  $4.2dB$ 에서  $10^{-3}$ 의 성능을 내는 것을 확인할 수 있다. 위 결과에서 일반적인 터보 등화기와 제안하는 시스템이  $10^{-3}$ 의 BER 성능을 내는데  $0.1dB$  차이로 유사한 성능을 내는 것을 확인할 수 있다. 이러한 유사한 성



능 조건에서 LDPC 복호기의 반복횟수를 계산해 보면 일반적인 터보 등화기의 경우 LDPC 복호기의 자체반복이 3번이며 터보 등화기 자체의 전역반복이 3번으로 LDPC 복호기가 3번씩 3번 반복되어 총 9번의 LDPC 복호의 반복이 있다. 반면, 제안하는 시스템의 경우 LDPC 복호기의 반복이 4번이며 간단한 한 번의 계산을 한다.

위의 결과에서 LDPC 부호 계산식 식 (34)을 참고하면 같은 패리티 체크 행렬을 사용했을 경우 반복횟수  $I$ 에 따라 계산량이 차이가 난다. 따라서 유사한 BER 성능을 내는 조건에서 LDPC 복호의 반복횟수가 4번인 제안하는 시스템이 더 적은 계산이 필요함을 확인할 수 있다. 더욱이 제안하는 시스템의 경우에 적응 등화기에 조절 신호로 보내는  $C_F$ 값의 계산 또한 식 (37)과 같이

표 3. 일반 터보등화기와 개선된 터보 등화기의 계산량 비교

Table 3. Comparison of improved turbo equalizer and LDPC based turbo equalizer according to number of computation process.

System	Complexity of LDPC code (BER $10^{-3}$ )		
	$M(d_c - 1) + N(d_v - 1)$	$I$	Total
General turbo eqauzlier	$M(d_c - 1) + N(d_v - 1) = A$	$3 \times 3$	$9A$
Proposed system	(Same parity check matrix)	4	$4A$

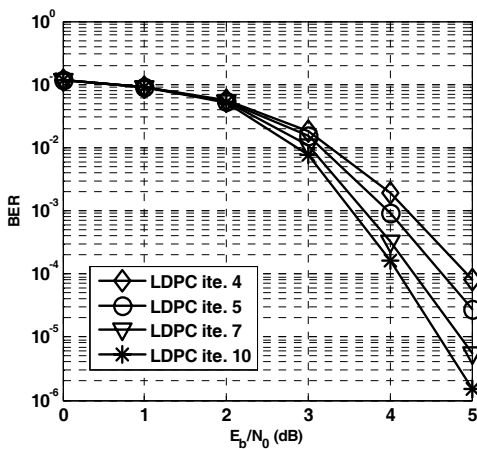


그림 7. 제안하는 시스템의 LDPC 부호 반복에 따른 BER 성능

Fig. 7. BER performance of according to iterated number.

복잡하지 않다. 따라서 제안하는 터보 등화기의 경우 더 적은 계산으로 LDPC 부호 기반 SISO-MMSE 터보 등화기의 성능과 유사한 성능을 낼 수 있는 것을 확인할 수 있다.

표 3의 경우 그림 6에서 비교한 일반적인 터보 등화기와 제안하는 시스템의  $10^{-3}$ 의 BER성능을 내는데 필요한 계산량을 비교한 것이다. 두 시스템은 모두 같은 패리티 체크 행렬을 사용하여 패리티 체크 행렬의 크기와 내부 인자에 의해 결정되는 계산량과 관련된 식 (34)에서  $I$ 를 제외한 부분은 동일하기 때문에 계산량을 동일한  $A$ 로 본다면 반복횟수  $I$ 에 따라 계산량이 결정되게 된다. 일반적인 터보 등화기 시스템의 경우 3번의 자체 반복과 3번의 전역 반복이 가중되어 9번의 반복을 하여 전체 계산량  $9A$ 가 필요하며 제안하는 시스템은 LDPC 부호의 자체 반복이 4번이기 때문에  $4A$ 의 계산량이 필요하다.

그림 7의 경우 제안하는 개선된 터보 등화기의 단일 반복과 시스템에서 LDPC 복호기의 반복에 따른 성능을 보여준다. 반복을 5번하였을 때는  $4.6dB$ 에서  $10^{-4}$ 의 BER 성능을 나타내며 반복을 7번 하였을 때에는  $4.8dB$ 에서  $10^{-5}$ 의 BER 성능을 나타내는 것을 확인할 수 있다. 또한 SNR이  $2dB$  이전에는 반복횟수에 따른 BER성능의 차이가 거의 없다가  $2dB$ 이후에 크게 차이가 나는 것은 LDPC 복호를 위한 신호의 기본적인 구성이 SNR이 작을 때에는 너무 많은 에러 비트에 의해 부호화 정보가 크게 손실됨으로 반복을 수행하여도 LDPC 복호가 효과적으로 작동되지 않기 때문에 성능의 차이가 거의 나타나지 않는다. 그러나  $2dB$  이후에는 이전과 비교하여 비교적 에러 비트가 적고 LDPC 부호 정보가 신호에서 크게 손실되지 않았기 때문에 반복적인 LDPC 복호를 통하여 성능의 더욱 향상 시킬 수 있다.

### V. 결론

본 논문에서는 LDPC 부호 이 후의 신호를 이용하여 적응등화기의 등화 오차를 보상하는 개선된 터보 등화기 시스템을 제안한다.

일반적인 터보 등화방법은 LDPC 부호의 자체 반복과 터보 등화기 전체의 전역 반복을 동시에 해서 성능을 끌어올리지만 계산량이 매우 크게 증가하는 단점이

있다. 간단한 계산을 통하여 조절 신호를 생성하고 이 신호로 적응 등화기의 등화 오차를 보상하면  $10^{-3}$ 의 BER 성능을 내는데 4번의 LDPC 복호 반복으로도 LDPC 복호를 9번 반복한 일반적인 터보 등화기와 유사한 성능을 낼 수 있다. 일반적인 LDPC 부호 기반의 터보 등화기는 자체 반복과 전역 반복의 가중으로 계산량이 크게 증가한다. 반면, 본 논문에서 제안하는 개선된 터보 등화기는 한 번의 조절 신호 궤환으로 LDPC 부호 기반의 터보 등화기와 비교하여 더 적은 계산으로 유사한 성능을 낸다.

## REFERENCES

- [1] Zogovic, N., Dimic, G., Bajic, D., "PHY-MAC cross-layer approach to energy-efficiency improvement in low-power communications," 8th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS 2011), pp. 402-406, Aachen, Germany, Nov. 2011.
- [2] Saad, W., El-Fishawy, N., El-Rabaie, S., Shokair, M., "An efficient designed prototype technique for OFDM PAPR reduction using FPGA," Japan-Egypt Conference on Electronics, Communications and Computers (JEC-ECC 2012), pp. 47-52, Alexandria, Egypt, Mar. 2012.
- [3] Qureshi, S.U.H., "Adaptive equalization," Proceedings of the IEEE, vol. 73, no. 9, pp. 1349-1387, Sept. 1985.
- [4] Pancaldi, F., Vitetta, G.M., Kalbasi, R., Al-Dhahir, N., Uysal, M., Mheidat, H., "Single-carrier frequency domain equalization," Signal Processing Magazine, IEEE, vol. 25, no. 5, pp. 37-56, September 2008.
- [5] Do-Hoon Kim, Heugn-Gyoon Ryu, Rahman, T.A., "Analysis and performance evaluation of turbo equalizer for fast equalization in single-carrier system," ICT Convergence (ICTC), 2012 International Conference on, pp. 642-646, Jeju island, Korea, Oct. 2012.
- [6] Futaki, H., Ohtsuki, T., "Low-density parity-check (LDPC) coded MIMO systems with iterative turbo decoding," Vehicular Technology Conference 2003. (VTC 2003-Fall), pp. 342-346, Orlando, Florida, USA, Oct. 2003.
- [7] D. J. MacKay, "Good error correcting codes based on very sparse matrices", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 45, pp. 399-431, Mar. 1999.
- [8] Richardson, T.J., Urbanke, R.L., "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," Information Theory, IEEE Transactions on, vol. 47, no. 2, pp. 599-618, Feb 2001.
- [9] Po-Hui Yang, Jung-Chieh Chen, Ya-Ting Chan, Ming-Yu Lin, "A simplified addition operation Log-SPA LDPC decoder," The 14th Asia-Pacific Conference on Communications (APCC 2008), pp. 1-4, Tokyo, Japan, Oct. 2008.
- [10] Tüchler, M., Koetter, R., Singer, A.C., "Turbo equalization: principles and new results," Communications, IEEE Transactions on, vol. 50, no. 5, pp. 754-767, May 2002.
- [11] Fertonani, D., Barbieri, A., Colavolpe, G., "Reduced-Complexity BCJR Algorithm for Turbo Equalization," Communications, IEEE Transactions on, vol. 55, no. 12, pp. 2279-2287, Dec. 2007.
- [12] Qing. S. T., Dong S. H., "Performance Analysis of DVB-T2 Turbo Equalization with LDPC and MAP Detector," The Korean Society of Broadcast Engineers, vol. 15, no. 5, pp. 665-671, Sep. 2010.
- [13] Abu-Surra, S., Ryan, W.E., Divsalar, D., "Asymptotic ensemble enumerators for protograph-based generalized LDPC codes: Computational complexity," Information Theory and Applications Workshop, 2008, pp. 63-65, UCSD, USA, Jan.-Feb. 2008.
- [14] Do-Hoon Kim, Heung-Gyoon Ryu, "An efficient blind Pseudo turbo equalizer with CMA and SAGMCMA for single-carrier system," 15th International Conference on Advanced Computing Technologies (ICACT- 2013), pp. 418-422, Korea, Pyeongchang, Jan. 2013.

저 자 소 개



안 창 영(학생회원)  
 2013년 충북대학교 전자공학과  
 공학사  
 2013년~현재 충북대학교  
 전자공학과 석사과정  
 <주관심분야 : 무선통신시스템,  
 신호처리>



유 흥 균(정회원)  
 1988년~현재 충북대학교 전자공  
 학과 교수  
 2002년 3월~2004년 2월 충북대학  
 교 컴퓨터정보통신연구소  
 소장  
 1996년~현재 IEEE, IET 논문  
 심사위원  
 2002년 한국전자과학회 학술상 수상  
 2008년 ICWMC 2008 국제학술대회 “Best Paper  
 Award’ 수상  
 2009년 SPACOMM 2009 국제학술대회 “Best  
 Paper Award” 수상  
 <주관심분야 : 무선통신시스템, 위성통신,  
 B4G/5G 이동통신 시스템, 통신회로 설계 및 통신  
 신호 처리>