

## 7수준 직교배열을 적용한 터보팬 엔진 설계점 최적화

김명호<sup>a,\*</sup> · 김유일<sup>a</sup> · 이광기<sup>b</sup> · 황기영<sup>a</sup> · 민성기<sup>a</sup>

### Optimization of Turbofan Engine Design Point by using Seven Level Orthogonal Array

Myungho Kim<sup>a,\*</sup> · Youil Kim<sup>a</sup> · Kwangki Lee<sup>b</sup> · Kiyoung Hwang<sup>a</sup> · Seongki Min<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Advanced Propulsion Technology Center, Agency for Defence Development, Korea

<sup>b</sup>Consulting Team, VP KOREA, Korea

\*Corresponding author. E-mail: [aerokim@dreamwiz.com](mailto:aerokim@dreamwiz.com)

#### ABSTRACT

For design optimization, engineers should require the accurate information of design space and then explore the design space and carry out optimization. Recently, the total design framework, based on design of experiments and optimization, is widely used in industry areas to explore the design space above all. For optimizing turbofan engine design point, the response surface model is constructed by using the 7 level orthogonal array which satisfies the statistical uniformity and orthogonality and gets the dense design space information. The multi-objective genetic algorithm is used to find the optimal solution within the given constraints for finding global optimal one in response surface model. The optimal solution from response surface model is verified with GasTurb simulation result.

#### 초 록

설계 최적화를 위해서 설계자는 우선적으로 설계영역 전반에 걸쳐 정확한 정보를 획득하고, 설계영역 탐색을 실시한 후에 최적화를 실시해야 한다. 최근에 설계영역 탐색을 우선적으로 실행하기 위하여 실험계획법과 반응표면모델에 최적화를 적용하는 통합설계 프레임워크의 적용이 산업체 전반으로 일반화되고 있다. 본 연구에서는 터보팬 엔진 설계점 최적화를 위하여, 설계영역의 정보를 조밀하게 얻을 수 있으며 통계학적인 직교성과 균형성을 모두 만족하는 7 수준 직교배열을 생성한 후에 반응표면모델을 구축한다. 구축된 반응표면모델에 전역 최적값을 찾기 위하여 다목적 유전자알고리즘을 적용하여 주어진 제한조건을 만족하는 최적값을 찾아 GasTurb 결과와 검증을 수행한다.

Key Words: Turbofan(터보팬), Orthogonal Array(직교배열), Design of Experiments(실험계획), Response Surface Model(반응표면모델), Optimization(최적화)

비연료소모율과 같은 설계요구조건을 만족시킬 수 있는 압축비, 터빈입구온도 등의 주요 설계변수 값들을 선정하여 결정하는데, 이때 고도, 속도, 온도 등의 엔진운용조건별 압축기, 연소기 터빈 등의 주요 구성품 운용요구도나 엔진크기 등의 설계 제한조건도 충족시켜야하므로 이를 위해서 많은 반복 계산을 필요로 한다[1]. 특히 최근 가스터빈 엔진의 설계가 복잡해지고 설계요구조건이 많아지면서 이러한 계산 횟수와 시간이 더욱더 증가하는 추세이다. 이를 개선하기 위해 산업계에서 활발히 적용되고 있는 실험계획법을 활용한 최적화 기법을 엔진 설계점 결정에 접목하여 그 적용 가능성을 확인하고자 한다.

가스터빈 엔진을 설계하는 현장에서는 연속형으로 정의된 설계자의 경험에 의한 다양한 조합의 설계인자 중에서 최적조합을 찾는 방법을 선호하고 있다. 이러한 이유로 아직도 다구짜가 제안한 직교배열 기반 분산분석이 산업계 전반에 걸쳐 광범위하게 적용되고 있다[2]. 하지만 다구짜가 제안한 방법은 2 또는 3수준의 직교배열을 기본으로 하여 분산분석에 의한 최적조합을 구하는 방법으로서, 설계자가 주어진 설계영역에서 찾고자 원하는 다양한 최적조합을 제공할 수 없다[3]. 또한, 다구짜 방법에서 다목적함수를 처리할 수 있는 신호대잡음(SN: Signal-to-Noise)비는 가스터빈 엔진의 응답인 NT(Net Thrust), SFC(Sp. Fuel Consumption), HPTPR(HPT Pressure Ratio), LPTET(LPT Exit Temperature)와 같이 서로 상반된 특성을 갖는 목적함수를 정의하고 분석하는 데에 한계가 있다[4]. 즉, 설계점 최적화에는 다구짜가 제시한 2 또는 3수준을 적용하는 것보다 5수준 이상의 다수준 직교배열을 적용하는 것이 관심이 있는 설계영역 전반에 걸쳐 정확한 정보를 설계자에게 줄 수가 있다. 이를 위하여 전산실험계획법 관점에서 Owen이 제안한 다수준 직교배열 생성방법이 적용될 수 있으며[5], 분산분석을 적용하여 최적조합을 찾는 다구짜방법만으로는 NT, SFC, HPTPR, LPTET를 만족하는 다중목적함수의 설정과 이들 함수의 모순관계를 확인하면서 다양한 설계 요구스펙을 만족시켜줄 수 없다. 따라서

본 연구에서는 터보팬 엔진의 설계점 최적화를 위하여, 시뮬레이션에 적합하도록 Owen 이 제안한 다수준 직교배열을 적용하여 HPCR(HP Compressor Ratio), BET(Burner Exit Temperature), DBR(Design Bypass Ratio), HPCTS(High Pressure Compressor Tip Speed), LPCTS(Low Pressure Compressor Tip Speed)의 5개 성능 설계변수에 대한 총 49회의 시뮬레이션을 위하여 7수준 5인자 직교배열인  $L_{49}7^5$ 를 생성하고 반응표면모형을 구성한다[6]. 또한 구성된 NT, SFC, HPTPR, LPTET의 반응표면모형에 주효과, 3차원 표면도, 등고선도 분석 및 만족도 함수를 적용하여 최적화를 실시하고, 반응표면모형을 통하여 예측된 근사 최적해를 시뮬레이션을 통하여 검증한다[7,8].

## 2. 설계영역 탐색

### 2.1 터보팬 엔진 모델링

본 연구에 적용한 터보팬 엔진 모델은 복축으로 고압부와 저압부로 구성되어 있으며, 노즐은 코어와 바이패스 유로가 합쳐져 배기되는 믹스형 노즐을 적용하였다. 추력 NT는 30 kN이상이고 비연료소모율 SFC는 20 g/s.kN 이하인 성능을 만족하는 범위에서 엔진 설계변수를 HPCR, BET, DBR, HPCTS, LPCTS의 5개로 선정하여 최적화설계를 수행하였다.

Table 1에서 선정된 설계변수의 범위를 정리하였으며, 응답(목적함수)은 엔진 기본성능 변수인 NT, SFC 외에 다중 응답 제한 조건하에서도 최적 설계점 추정의 정확도를 검증하고자 터빈부의 압력비와 온도인 HPTPR, LPTET를 추가하였다. Table 1에서 응답이 만족해야할 상·하한 제한조건은 구성된 반응표면모형 정확도를 검증하고, 넓은 설계영역 탐색을 통해 설계변수와 응답과의 상충관계를 명확히 설명하고자 실제 설계 가능 범위보다 넓게 설정하였다. 4개 응답 중에서 NT만 주어진 제한조건을 만족하면서 당대 특성을 가져야 하며 나머지 3개 응답은 망소특성을 가진다.

Table 1. Lower and upper limit of design variables and responses.

Design Variables	Lower Limit	Upper Limit
HPCR	4	9
BET[K]	1300	1900
DBR	0.8	1.7
HPCTS[m/s]	300	500
LPCTS[m/s]	400	600
Responses	Lower Limit	Upper Limit
NT[kN]	30	-
SFC[g/(kN*s)]	-	20
HPTPR	-	4
LPTET[K]	-	1200

## 2.2 7수준 직교배열

일반적으로 다구찌가 제안한 2 또는 3수준 직교배열도 실험계획법의 관점에서 살펴보면 통계학에서 언급하는 선별(Screening)의 한 방법인 일부실시법(Fractional Factorial Design)으로 정의할 수가 있다. 본 연구에서 고려하는 설계 인자가 5개인 경우에도 다구찌가 제안한 표준배열 중에서 랜덤오차가 항상 존재하는 실험에 적합한  $L_{18}2^{13}$  및  $L_{27}3^{13}$  등과 같은 3수준 직교배열을 사용할 수도 있다. 하지만, 랜덤오차가 전혀 발생하지 않는 시뮬레이션 기반 해석에서는 설계자가 설계영역의 정보를 좀 더 정확하게 얻기 위하여 5수준 이상의 다수준 직교배열을 적용하는 것이 타당하며, 이를 통해 설계자가 관심 있는 설계영역 전반에 걸쳐 좀 더 조밀한 해석 결과에 대한 민감도 경향을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 Owen이 제시한 Galois Field Design 기법을 적용하여 총 49회의 7수준 5 인자 직교배열인  $L_{49}7^5$ 을 생성하였으며[4], 이 경우 총 16,807개의 설계인자 조합을 생성해야 하지만, Owen이 제시한 다수준 직교배열을 적용하였기 때문에 직교성과 균형을 만족하면서도 최소 49회의 해석조합을 생성할 수 있다. 생성된 7수준 5 인자 다수준 직교배열은 Fig. 1과 같이 설계변수 간의 상관관계 분석을 통하여 주어진 5 인자의 직교성(Orthogonality) 및 균일성(Uniformity)이 확보되는 것을 확인하였다.

	x1	x2	x3	x4	x5
x1	1.0000	-0.0000	-0.0000	-0.0000	0.0000
x2	-0.0000	1.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
x3	-0.0000	-0.0000	1.0000	-0.0000	0.0000
x4	-0.0000	0.0000	-0.0000	1.0000	0.0000
x5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

Fig. 1 Correlation coefficients analysis.

## 2.3 반응표면모델

주어진 설계영역에서 HPCR, BET, DBR, HPCTS, LPCTS의 5개 설계변수 범위에 대한 NT, SFC, HPTPR, LPTET의 4개 응답을 예측하기 위하여 49회의 7수준 직교배열 해석 결과를 4개의 반응표면모델로 구축한다. 반응표면모델 구축을 위하여 설계변수는 Eq. 1을 적용하여 [-1, 1]의 범위로 정규화하여 적용한다.

$$X_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{c_i}, \quad c_i = \text{constant} \quad (1)$$

여기서,  $\bar{x}_i$ 는 설계변수  $x_i$ 의 평균값을 의미한다. 설계변수  $x_i$ 에 대한 응답함수  $y_i$ 의 반응표면 모델은 Eq. 2와 같은 2차 다항식의 근사모델로 구성할 수 있다.

$$Y = X^T B + \epsilon \quad (2)$$

여기서,  $Y = [y_i]$ ,  $X = [1 \ x_i \ x_i x_j]^T$ ,  $\epsilon$ 은 오차항을 나타내며, 반응표면모델의 미지계수 항인  $B = [\beta_i]$ 는 최소자승법(Least Squares Method)에 의하여 오차항의 놈(Norm)을 최소화하여 Eq. 3과 같이 구할 수 있다.

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

따라서, Eq. 3은 Eq. 4와 같이 표현되며, 여기서  $Y$ 는 49회의 다수준 직교배열 해석을 통하여 얻은 시뮬레이션 응답(목적함수)를 의미한다.

$$Y = X^T B + \epsilon = X^T [(X^T X)^{-1} X^T Y] + \epsilon \quad (4)$$

Table 2. Coefficient of determination of turbo fan engine.

Responses	R <sup>2</sup>	Rank
NT	0.999	2
SFC	0.999	2
HPTPR	0.998	4
LPTET	1	1

추정된 '반응표면모델이 원래의 관측값들을 얼마나 잘 표현하는지'를 반응표면모델의 정확도(Precision)라고 하며, 추정된 반응표면모델의 정확도를 측정하는 척도로 결정계수(Coefficient of Determination)를 가장 많이 이용한다. 결정계수 R<sup>2</sup>은 총제곱합(SST) 중에서 회귀제곱합(SSR)이 차지하는 비율을 의미하며, 1에 가까울수록 추정된 반응표면모델이 응답을 잘 표현하고 있다고 할 수 있으며 다른 말로는 설계변수가 응답을 잘 설명한다고 할 수 있다. 여기서 SSE는 오차제곱합을 의미한다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (5)$$

본 연구의 터보팬 엔진 5개 설계변수에 대한 NT, SFC, HPTPR, LPTET의 4개 응답에 대한 반응표면 모델의 결정계수는 Table 2와 같다. 구축된 반응표면모델 중에서 제일 정확도가 높은 LPTET의 결정계수는 1이며, 가장 정확도가 낮은 HPTPR의 결정계수도 0.998로서 구축된 반응표면모델이 시뮬레이션 응답(결과)을 아주 잘 표현한다는 것을 보여준다.

2.4 설계영역 탐색

5개 설계변수에 대한 NT, SFC, HPTPR, LPTET의 4개 응답의 주효과분석을 통한 민감도 분석을 Fig. 2와 같이 수행하였다. Fig. 2의 삼각형 표시는 설계변수의 응답에 대한 크기와 방향을 의미하며 크기가 클수록 영향이 크다는 것을 의미한다. 설계변수 HPCTS, LPCTS는 설계영역에서의 기울기가 0에 가까우며 이것은 4개 응답에 대한 영향이 거의 없다는 것을 의미한다. 즉

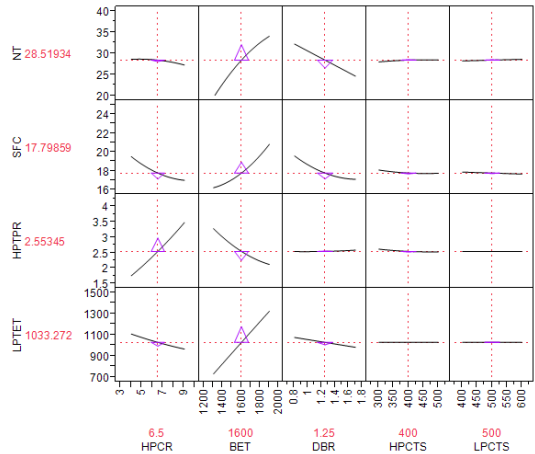


Fig. 2 Prediction profiler for four responses.

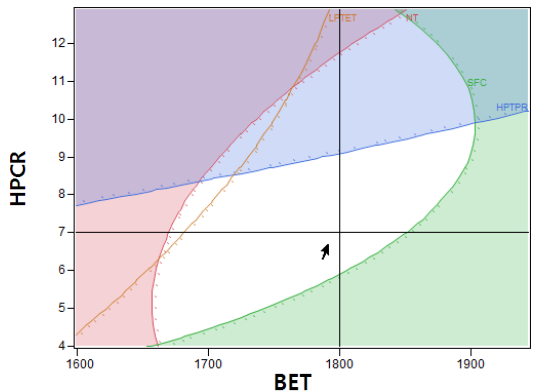


Fig. 3 Contour profiler for four responses.

HPCTS, LPCTS 2개 설계변수는 4개 응답에 미치는 영향이 적기 때문에 설계자가 원하는 값으로 고정해 놓고 다른 설계변수를 고려하는 것이 바람직하다. 하지만 HPCR, BET, DBP 3개 설계변수는 4개 응답에 대하여 서로 다른 크기와 방향을 가지고 있어 상충관계(Trade-off)가 존재하며 따라서 최적화 알고리즘을 적용하여 상충관계를 만족하는 최적해를 찾아야 한다.

반응표면모델이 가진 또 다른 장점은 Table 1에서 정의된 4개 응답의 제한조건을 모두 만족하는 5개 설계변수의 설계영역을 등고선도를 적용하면 시각적으로 확인하면서 동시에 설계를 할 수 있는 점이다. Fig. 3은 DBR, HPCTS, LPCTS 3개 설계변수를 1.25, 400, 500으로 고정

했을 경우에, 4개 응답의 제한조건을 모두 만족하는 HPCR과 BET 2개 설계변수의 설계가 가능한 모든 영역을 흰색 영역으로 표시하였다. 즉 설계 상황에 따라 반응표면모델을 통하여 예측된 흰색 설계영역에 들어오는 HPCR과 BET 2개 설계변수를 설계자의 경험과 공정의 제한조건을 고려하여 최적화를 적용하지 않고도 선정할 수 있다. Fig. 3은 설계자가 다양한 설계 및 공정 제한조건을 고려하여 HPCR과 BET를 각각 7과 1800으로 선정한 것을 보여준다.

### 3. 설계점 최적화

#### 3.1 다목적 유전자알고리즘

유전자알고리즘(Genetic Algorithm)은 진화론에 근거한 최적화 방법의 일종으로 Holland에 의해서 1970년대에 처음 창안되었으며[9], 초기값을 가지는 국부 최적화 방법에 비해서 설계영역에 존재하는 복잡한 응답의 전역 최적해를 찾아나가는 능력이 매우 뛰어난 것으로 알려져 있다. 유전자알고리즘 방법을 기존의 다른 최적화 방법들과 비교해서 살펴보면, 우선 하나의 해를 다루는 기존의 최적화 방법들과는 다르게 군(Population)으로 알려진 해의 집합(Set)을 이용해서 최적화를 수행해나간다는 것이 가장 큰 특징이다. 또한 해를 구하기 위한 설계변수를 그대로 사용하는 것이 아니라 여러 가지 코딩방법(Coding Scheme)을 사용해서 맵핑(Mapping)함으로써 설계변수를 그대로 사용할 때 발생할 수 있는 여러 가지 단점들을 손쉽게 극복할 수 있으며, 응답(목적함수값)만 있으면 복잡한 수학적 정보를 추가하지 않아도 최적화가 가능하고, 해를 탐색하는 방법이 결정론적 방법이 아닌 추측통계학적 방법이라는 특징을 가지고 있는 최적화방법이다[10,11]. 유전자알고리즘은 그 적용범위가 넓어지면서 수없이 많은 변형된 형태가 나왔지만, 기본적으로 군을 이용한 탐색방법(Population-by-population Search Method)을 적용하고, 교배(Crossover) 및 돌연변이(Mutation) 등의 유전자조작 연산자(Genetic Operator)를 사

용한다. 세대(Generation)로 구성된 군의 진화단계를 연결하는 선택연산자(Selection 또는 Reproduction Operator)를 사용하는 최적화 방법을 유전자알고리즘이라고 정의할 수 있다.

본 연구에서 사용한 다목적 유전자알고리즘은 유전자알고리즘이 가지고 있는 가장 큰 특징인 군을 이용한 탐색방법을 활용하는 것으로 해(Solution)들간의 우선순위를 부여함으로써 생기는 파레토지배(Pareto-dominance) 개념을 활용하여, 여러 개의 목적함수 간에 존재하는 상호관계를 충분히 반영한 파레토최적해(Pareto-optimal Solution)를 찾아나가는 다목적 최적화방법의 일종이다. 다목적 유전자알고리즘 역시 수많은 종류가 알려져 있지만, 일반적으로 가장 널리 활용되고 있는 Fenseca와 Fleming이 개발한 다목적 유전자알고리즘 방법인 MOGA(Multi-Objective Genetic Algorithm)를 적용한다.

#### 3.2 MOGA를 적용한 최적해 선정

다목적 유전자알고리즘을 적용하여 총 1,001회의 반응표면모델 계산을 통하여 최적해를 구하였다[8]. 최적화 결과 중에서 응답 NT에 대한 결과를 Fig. 4에 표시하였으며, 최적화가 진행되면서 최적해에 수렴되는 경향을 보여준다.

다목적 유전자알고리즘으로 구해진 최적해와 초기해와의 비교는 Table 3과 같으며, NT 제한조건을 만족하지 못하는 초기 설계값과 비교하여 구해진 최적해는 제한조건을 모두 만족한다.

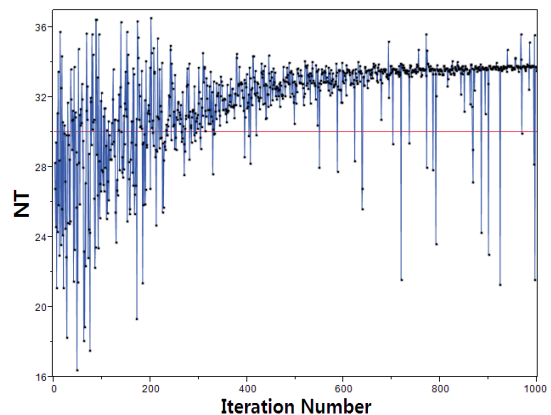


Fig. 4 Optimization results by MOGA.

Table 3. Comparison between initial and optimal design value.

Responses	Initial	Optimal	Constraint
NT	28.52	33.20	$\geq 30$
SFC	17.80	19.44	$\leq 20$
HPTPR	2.55	2.97	$\leq 4$
LPTET	1033	1155	$\leq 1200$

Table 4. Comparison between RSM and gasturb.

Responses	RSM*	GasTurb	Diff.**
NT	33.33	33.20	0.40
SFC	19.58	19.44	0.72
HPTPR	3.01	2.97	1.35
LPTET	1155	1155	-

\*Response Surface Model, \*\*Difference[%]

반응표면모델을 통하여 구해진 최적해와 실제 GasTurb 결과를 비교하여 Table 4에 표시하였다. 4개 응답 중에서 HPTPR 응답인 경우에 최대 1.35%의 오차를 나타내기 때문에 최적화를 위하여 적용한 반응표면모델이 충분히 정확하게 GasTurb 해석을 예측한다고 할 수 있다.

#### 4. 결 론

터보팬 엔진 설계점 최적화를 위하여 7수준 직교배열 기반 반응표면모델과 다목적 유전자알고리즘을 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 7수준 직교배열 기반 반응표면모델을 구축하여 설계영역 내에서 주효과, 등고선도 분석을 통하여 중요한 설계인자 및 민감도 경향을 파악하고 데이터베이스화하였다.
- 2) 구축된 반응표면모델에 다목적 유전자알고리즘을 적용한 결과 응답이 제한조건을 모두 만족하는 최적값을 구하였다.
- 3) 반응표면모델을 통하여 예측된 최적값을 실제 해석 프로그램과 비교한 결과 최대 1.35%의 오차를 나타내어 반응표면모델이 충분히 터보팬 엔진의 경향을 나타낸다는 것을 확인하였다.

#### References

1. Kurzke, J., *GasTurb 10 Manual*, 2004.
2. Phadke, M. S., *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
3. Taguchi, G., Konishi, S., *Taguchi Methods Orthogonal Arrays and Linear Graphs: Tools for Quality Engineering*, Amer. Supplier Inst, 1987.
4. Nair, V. N., "Taguchi's Parameter Design: a Panel Discussion," *Technometrics*, No. 34, pp. 127-161, 1992.
5. Owen, A., "Orthogonal Arrays for Computer Experiments, Integration, and Visualization," *Statistica Sinica*, Vol. 2, pp. 439-452, 1992.
6. Myers, Montgomery, *Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, New York, 1995.
7. SAS Institute, *JMP v9 User's Guide*, 2011.
8. Phoenix Integration, *ModelCenter v10.1 User's Guide*, 2012.
9. Holland, J. H., *Adaptation in natural and artificial systems*, University of Michigan Press, 1975.
10. Fonseca, C.M. and Fleming, P.J., "Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms - Part I: a unified formulation," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Part A, Vol. 28, No. 1, pp. 26-37, 1998.
11. Fonseca, C.M. and Fleming, P.J., "Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms - Part II: application example," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Part A, Vol. 28, No. 1, pp. 38-47, 1998.