

컴퓨터모델의 확률적 보정 및 탄소성 압착문제의 신뢰도분석 응용[§]

유 민 영* · 최 주 호*†

* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

Probabilistic Calibration of Computer Model and Application to Reliability Analysis of Elasto-Plastic Insertion Problem

Min Young Yoo* and Joo Ho Choi*†

* School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace Univ.

(Received April 12, 2013 ; Revised July 2, 2013 ; Accepted July 23, 2013)

Key Words: Pyrotechnically Actuated Device(파이로작동기구), Elasto-Plastic Analysis(탄소성해석), Calibration(보정), Markov Chain Monte Carlo(마르코프체인 몬테카를로)

초록: 컴퓨터 해석모델은 물리현상을 바탕으로 단순화된 모델을 구축하고 해를 구하는 유용한 도구이나, 많은 경우 단순화 가정 또는 입력변수 정보의 미비나 불확실성으로 인해 실제와 차이가 발생한다. 본 연구에서는 이러한 문제에 대해 베이지안 확률이론을 이용하여 실측데이터를 통해 해석모델을 보정하는 방법을 소개하고 이를 파이로 작동기구의 탄소성 압착 문제에 적용한다. 파이로 작동기구는 고에너지의 재료를 원격으로 폭발시켜 작동하는 장치로 그 작동의 신속한 계산을 위해서 단순한 수학모델을 구축하고 실험데이터를 토대로 미지의 입력변수를 확률적으로 보정하였다. 이 때, 확률적 추정을 위해서는 현대적 계산통계기법의 하나인 Markov Chain Monte Carlo 기법을 이용하였으며, 최종적으로 그 결과를 압착거동해석에 활용하여 작동기구의 신뢰도를 평가하였다.

Abstract: A computer model is a useful tool that provides solution via physical modeling instead of expensive testing. In reality, however, it often does not agree with the experimental data owing to simplifying assumption and unknown or uncertain input parameters. In this study, a Bayesian approach is proposed to calibrate the computer model in a probabilistic manner using the measured data. The elasto-plastic analysis of a pyrotechnically actuated device (PAD) is employed to demonstrate this approach, which is a component that delivers high power in remote environments by the combustion of a self-contained energy source. A simple mathematical model that quickly evaluates the performance is developed. Unknown input parameters are calibrated conditional on the experimental data using the Markov Chain Monte Carlo algorithm, which is a modern computational statistics method. Finally, the results are applied to determine the reliability of the PAD.

- 기호설명 -

σ_r	: 반경방향응력	c	: 하우징의 외부반경
u_r	: 반경방향변위	d	: 이중실린더의 간섭
i	: 피스톤(내부실린더)	P	: 접촉압력
o	: 하우징(외부실린더)	ξ	: 피스톤 상단기준 위치
r	: 실린더의 반경	θ	: skirt 각도
b	: 하우징의 내부반경	y_M	: 해석모델
		\hat{y}_M	: 근사모델
		z	: 피스톤의 변위
		μ	: 마찰계수
		η	: 변형경화지수
		N	: 정규분포
		σ	: 표준편차

§ 이 논문은 대한기계학회 신뢰성부문 2013년도 춘계학술대회 (2013. 3. 27.-29., 제주대) 발표논문임.

† Corresponding Author, jhchoi@kau.ac.kr

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

- m : 피스톤의 질량
- F_p : 가스압력
- F_R : 저항력
- g : 한계상태합수
- z_p : 피스톤의 정지위치
- z_f : 피스톤의 임계위치

1. 서론

공학의 다양한 연구분야에서는 어떤 화학적·물리적 현상을 파악하거나 혹은 어떤 장치를 설계하고 그 결과를 관찰하기 위해서 여러 가지 형태의 실험이 이루어진다. 대부분의 경우 결과를 좌우하는 변수들이 다양하고, 값을 알 수 없는 미지의 변수들도 존재하기 때문에 실험만으로 모든 현상을 파악하기에는 시간적·경제적 비용과 함께 많은 어려움이 발생한다. 따라서 주어진 현상을 잘 나타낼 수 있는 해석모형을 구축하여 최소한의 실험만을 통해 그 결과를 예측하는 등의 작업들이 이루어져 왔다. 이러한 일종의 시뮬레이션 기법들은 다양한 분야에서 활용되어 왔고, 특히 제품을 설계하고 생산하는 산업분야에서는 필수적인 과정으로 통한다. 하지만 시뮬레이션 해석을 위해 구축된 해석모형은 형성과정에서 여러 가지 가정과 계산방법으로 인해 단순화 되는 것이 일반적이기 때문에 그러한 해석모형이 실제모형을 완벽하게 반영한다는 것은 사실상 불가능하다. 이것은 해석모형의 결과와 실제 실험의 결과를 비교하는 과정에서 많이 관찰되는 문제이며, 이러한 문제들을 인식하면서부터 단순화된 해석모형과 실제모형 사이에서 발생하는 결과의 차이를 보정하는 연구들이 이루어져 왔다. 대표적 연구로 Bayarri⁽¹⁾ 등이 있는데, 저항점 용접과 자동차 충돌문제에 대해서 필드데이터(field data)를 바탕으로 해석모형의 입력 파라미터를 튜닝하고 보정하였다. 보정 방법으로 베이지안 확률이론을 활용하였으며, 그 결과 미지의 파라미터는 필드데이터에 의해 튜닝된 확률분포로 구해졌다. 본 연구에서는 이 연구에서 적용되었던 방법론을 파이로 작동기구에 적용하고, 이렇게 보정된 모형을 가지고 작동기구를 해석함으로써, 신뢰도 분석의 정확도를 높이고자 한다.

파이로작동기구(Pyrotechnically Actuated Device, PAD)는 고에너지의 재료를 원격으로 폭발시켜 작동하는 장치로 높은 신뢰성이 요구되는 반면 해석이 비선형이고 미지 파라미터를 포함하여 신뢰도 분석이 쉽지 않다. 본 연구에서는 PAD 에서 발생

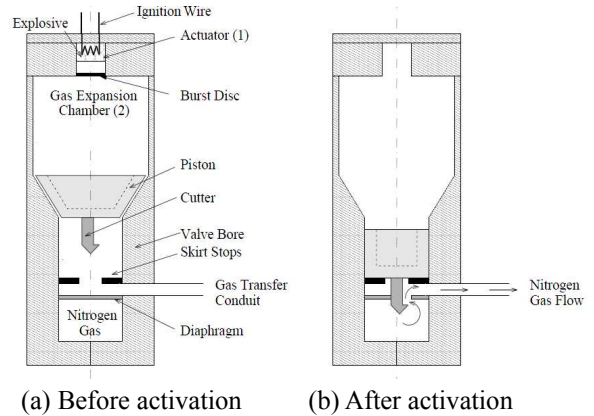


Fig. 1 Illustration of PAD

하는 탄소성 압착(Elasto-Plastic Insertion) 문제를 대상으로 해석모형을 구축하고, 실험데이터를 바탕으로 미지의 파라미터에 대한 보정을 수행하며, 그 결과를 압착거동해석에 활용하여 작동기구의 신뢰도를 평가한다. 본 논문의 2 장에서는 파이로작동기구에 대한 설명과 탄소성 압착거동의 해석모형에 대해 소개하고, 미지의 파라미터 선정에 대해 언급한다. 3 장에서는 Markov Chain Monte Carlo(MCMC) 기법에 대한 소개와 미지 파라미터에 대한 보정을 수행한다. 3.2 절에서는 MCMC 연산을 보다 효과적으로 하기 위해 해석모형을 다항식으로 근사화 한다. 3.3 절에서는 수립한 다항식 근사모형을 가지고 실험데이터에 기반하여 미지의 파라미터에 대한 보정을 위해 MCMC 기법을 적용한다. 4 장에서는 3 장의 보정을 통해 얻은 미지 파라미터의 사후분포(posterior distribution)를 바탕으로 Monte Carlo Simulation 을 이용하여 파이로 작동기구의 신뢰도 분석을 수행한다.

2. 파이로 작동기구

2.1 파이로 작동기구

파이로 작동기구는 목적에 따라 핀풀러, 케이블 커터, 스러스터, 밸브 등의 여러 가지 형태를 하고 있으며, 본 연구는 Fig. 1 과 같이 Braud⁽²⁾에서 소개된 밸브타입을 대상으로 한다. 참고로 Fig. 1 은 작동원리를 개념적으로 소개한 것으로, 실제 형상은 이보다 복잡하다. 본 장치의 작동원리는 다음과 같다. Fig. 1 의 기구 상단부 챔버에서 가스의 폭발 및 팽창이 발생하면 높은 가스 압력으로 인해 피스톤이 좁은 통로로 밀려 이동하며, 하단부에 도착하면 피스톤 끝단에 설치된 커터가 질소 가스를 저장하고 있는 박막을 절개하여 가스를 내보내는 밸브와 같은 역할을 수행하게 된다. 이러

한 PAD의 작동메커니즘은 크게 두 가지로 구분되는데, 가스폭발에 관한 열·유체역학적 해석과 피스톤이 좁은 통로로 삽입됨에 따른 탄소성 압착해석이 그것이다. 본 연구에서는 탄소성 압착거동에 대한 해석에 초점을 두고 있다.

2.2 탄소성 압착 해석 모델

Fig. 1(a)에서 테이퍼 형상이던 피스톤(piston)은 하우징(housing)의 작은 공간 속으로 역지로 들어가면서 Fig. 1(b)와 같은 변형을 겪게 된다. 이로 인해 피스톤과 이를 둘러싼 하우징 접촉면에서는 압력이 발생하고, 이로 인해 피스톤 이동을 방해하는 마찰력이 피스톤의 저항력으로 작용하게 된다. 그 결과 저항력은 피스톤 위치에 대한 함수로 표현될 수 있다. Braud⁽²⁾는 위치에 따른 저항력을 구하기 위해 이중실린더의 역지끼움 해석에 기반한 단순화된 해석모델을 제시하였는데, 이는 다음과 같다. 첫째, 주어진 위치에서 피스톤과 하우징 간에 간섭이 발생한 구간을 높이 성분으로 세분화하고 각 세그먼트를 하나의 2차원 이중실린더의 역지끼움 문제로 정의한다. Fig. 2는 Braud⁽²⁾에 등장하는 그림을 통해 관련내용을 표현한 것인데, Fig. 2(a)는 높이성분으로 세분화한 것을 의미하고, Fig. 2(b)는 각 세그먼트를 이중실린더의 문제로 취급한 것을 의미한다. 이 때 각 세그먼트에서 발생한 간섭의 크기는 피스톤의 위치에 따라 다르며 피스톤의 초기 형상의 반경과 현재위치에서의 하우징의 반경과의 차이가 될 것이다. 둘째, 각 세그먼트에서 이중실린더의 접촉압력을 계산한다. 이를 위해서 다음과 같은 응력과 변위에 대한 경계조건을 세울 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ri} |_{r=b} &= -P & (1.a) \\
 \sigma_{ro} |_{r=b} &= -P & (1.b) \\
 \sigma_{ro} |_{r=c} &= 0 & (1.c) \\
 |u_{ro} - u_{ri}|_{r=b} &= d & (1.d)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

P 는 구해야할 두 실린더의 접촉압력, i, o, r 은 피스톤, 하우징, 실린더반경, b, c, d 는 하우징의 내경과 외경, 두 실린더의 간섭을 의미한다. 여기서 역지끼움되는 이중실린더의 경계반경을 하우징의 내부반경 b 로 가정하였기 때문에 (1.a), (1.b), (1.d)는 그 경계에서 발생하는 각 실린더의 응력과 변위에 대한 조건식이다. 이 때, 각 실린더는 역지끼움 정도에 따라 탄성, 탄소성 혹은 완전소성과 같은 변형을 겪는데 변형상태에 따라 응력

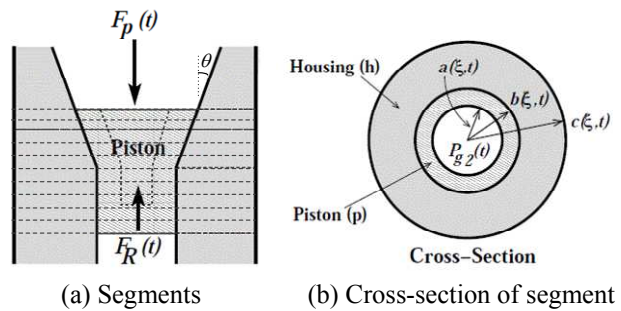


Fig. 2 Calculation method for problem

과 변위에 관한 표현식이 달라지며 따라서 각 상태에 해당하는 식 (1)을 구성하여 방정식을 풀어야 한다. 특히 탄소성 변형의 경우 하나의 실린더에 두 가지 변형상태가 존재하기 때문에 그 경계에 대한 조건식이 추가되며 비선형 방정식을 포함하기 때문에 풀이가 복잡하다. 이에 관한 자세한 내용은 Braud⁽²⁾와 Eraslan⁽⁴⁾에서 잘 정리하고 있다. 마지막으로 이렇게 구한 압력을 가지고 모든 세그먼트에 대해서 해당하는 접촉 넓이에 대해 적분을 수행한 다음 축방향(피스톤 진행 반대방향) 성분만을 고려하여 마찰계수와 곱을 통해 최종적인 저항력을 구한다. Braud 등⁽²⁾은 이를 위해 저항력을 skirt와 bore 파트로 나누어 다음과 같이 나타냈으며,

$$F_R(t) = F_{skirt}(t) + F_{bore}(t) \tag{2}$$

각 식은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F_{skirt}(t) &= (\mu_s \cos \theta + \sin \theta) \int_{A_{skirt}} P(\xi, t) dA \\
 F_{bore}(t) &= \mu_b \int_{A_{bore}} P(\xi, t) dA
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

여기서 F_R 은 저항력, μ 는 마찰계수, ξ 는 피스톤의 상단기준의 축방향 위치, A 는 면적이며 θ 는 skirt의 축 기준의 경사 각도이다. 이를 통해서 시간에 따른 저항력을 계산할 수 있으며 혹은 피스톤의 변위에 따른 저항력으로도 표현이 가능하다. 보다 자세한 전반적인 계산방법에 대한 내용은 Braud⁽²⁾에 잘 나타나있다. 본 논문에서는 이러한 방법으로 해석모델을 구축하였고 프로그램 도구로 MATLAB을 이용하였다. 이때 총 변위 2.5mm를 0.05mm 간격으로 하여 51개의 위치에 대해서 저항력을 계산하였다. 한편, 동일 문제에 대해 ANSYS의 경우 1회 계산에 10분 이상의 시간이 소요된 반면 MATLAB을 이용한 계산모델로는 1~2초 내외의 시간이 소요되어 ANSYS에 비해 시간 비용을 크게 줄일 수 있었다.

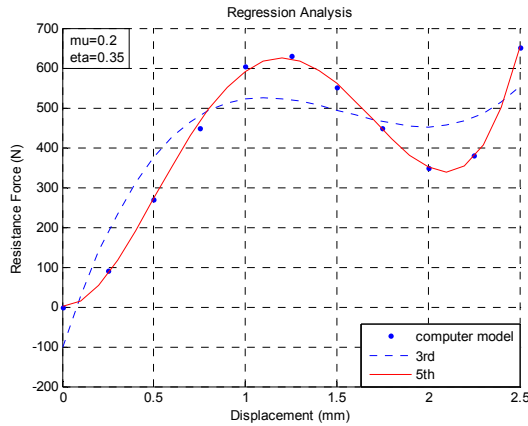


Fig. 3 Regression analysis of computer model

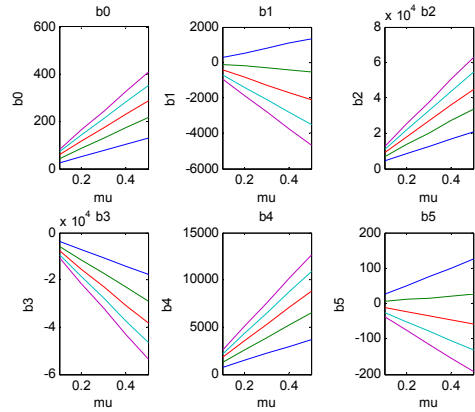


Fig. 5 Effect of coefficient of friction on b_n

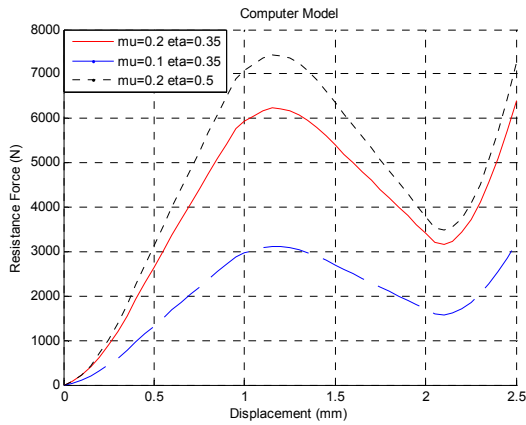


Fig. 4 Effect of coefficient of friction and strain hardening parameter on resistance force

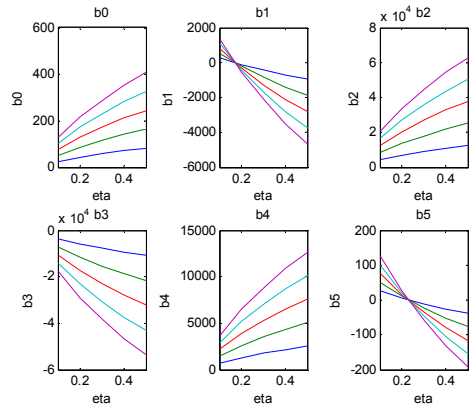


Fig. 6 Effect of strain hardening parameter on b_n

2.3 미지의 파라미터

2.2 절의 PAD의 탄소성 압착해석을 통해 계산되는 저항력은 여러 가지 파라미터에 의해 영향을 받는다. 이중실린더의 각 재료의 탄성계수, 포아송비, 항복응력 그리고 형상 등이 그것인데 재료의 물성 중에서 값을 알기 어려운 것이 바로 변형경화지수(strain hardening parameter)이다. 2.2 절에서 언급한 접촉압력의 계산 과정에서 소성변형에 대한 해석은 선형변형경화를 가정하므로 변형경화지수에 대한 정보가 필요하다. 본 연구에서 대상으로 하는 장치는 재료의 특성상 이중실린더에서 바깥 실린더에 해당하는 재료의 변형경화지수가 저항력에 매우 민감한 값을 알아내었으며, 앞으로 본 논문에서 언급하는 변형경화지수는 그것을 지칭하는 것이다. 그 외에 저항력계산에 필요한 마찰계수 또한 측정이 쉽지 않은 값이기 때문에 결과적으로 마찰계수와 변형경화지수를 본 연구에서의 미지의 파라미터로 하였다.

3. 보정 및 검증

3.1 Markov Chain Monte Carlo 기법

Markov Chain Monte Carlo(MCMC)기법은 미지의 파라미터에 대해 실측 데이터가 주어졌을 때 샘플링 방법을 통해 파라미터의 불확실성을 확률적으로 추정하는 방법이다. 이 방법은 초기값을 설정하고 이전 값이 다음 값에 영향을 미치는 Markov Chain 샘플링 방법을 이용하며, 이것이 반복되면서 결국 초기값의 영향은 사라지고 실측 데이터에 기반한 불확실성을 반영한 샘플만이 축적되는데, 이를 구하기 위해 통상 약 10^4 회의 파라미터 계산이 필요하다. 이러한 방법으로 해석모델의 미지의 파라미터에 대한 불확실성 정보를 확률분포로 얻을 수 있다. Markov Chain 알고리즘을 구현하는 방법에는 Gibbs 샘플링 등 여러 방법이 있으며 이는 Andrieu 등⁽⁵⁾에서 잘 설명하고 있다. 본 연구에서는 Metropolis-Hastings algorithm을 이용하였으며 이는 MCMC에서 가장 흔하게 쓰이는 알고리즘이

다. MCMC 는 그러나 추정 파라메터가 많을수록 샘플링에 영향을 미치는 요소가 많아 지기 때문에 성능이 저하된다는 단점이 있다.

3.2 근사모델

3.2.1 근사모델의 필요성

현재 구축된 MATLAB 해석모델은 변위에 따른 저항력 계산에 평균 약 1.7 초로서 ANSYS 에 비해 매우 효율적인 프로그램이다. 그럼에도 불구하고 MCMC 를 수행하기 위해서는 10^4 회의 샘플링 기준으로 5 시간에 가까운 시간이 소요되는 것을 알 수 있다. MCMC 기법을 적용하기 위해서는 알고리즘에 관련하여 몇 가지 조건들을 설정해야 하는데 미지의 파라메터가 많을수록 타당성 있는 MCMC 결과를 얻기 위해서는 조건설정에 따른 시행착오를 감수해야 한다. 따라서 1 회 MCMC 수행에 5 시간이 소요되는 계산모델을 가지고 결과를 구하기에는 부담스러운 측면이 있으며, 따라서 계산시간을 더욱 단축하기 위해 해석모델을 근사화한 근사모델을 구축할 필요가 있다.

3.2.2 근사모델

MATLAB 해석모델은 $y_M(z, X)$ 로 표현할 수 있는데, 여기서 z 는 피스톤의 변위를, X 는 미지의 변수인 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 를, y_M 은 저항력을 의미하며 그 결과 다음과 같이 표현한다.

$$y_M = y_M(z, \mu, \eta) \quad (4)$$

이것을 더욱 손쉽게 계산하기 위해 근사모델을 구축하려 하며 이는 심볼 \wedge 을 붙여서 다음과 같이 표현한다.

$$\hat{y}_M = \hat{y}_M(z, \mu, \eta) \quad (5)$$

본 연구에서는 근사모델 \hat{y}_M 을 만들기 위해 변위에 따른 저항력을 다항식으로 회귀분석하는 방법을 채택하였다. Fig. 3 은 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 를 각각 0.2 와 0.35 로 고정했을 때 11 개의 변위점에서의 저항력 계산 데이터를 가지고 3 차 및 5 차 다항식으로 회귀분석을 수행한 결과이다. 그 결과 근사모델은 다음과 같이 변위 z 에 대한 5 차 다항식으로 매우 정확하게 표현 가능함을 알 수 있다.

$$\hat{y}_M = \sum_{n=0}^5 b_n z^n = b_0 + b_1 z^1 + b_2 z^2 + b_3 z^3 + b_4 z^4 + b_5 z^5 \quad (6)$$

여기서 다항식의 계수 $b_0 \sim b_5$ 는 두 파라메터에 따라 값이 달라질 것이므로 이들의 함수이다. 이들의 변화에 따른 계수 변화를 보기 위해, 두 파라메터의 범위를 0.1~0.5 로 하고, 0.1 간격으로 계산을 수행하여 6 개의 b_n 값을 구한 결과를 Fig. 5 와 6 에 보였다. 여기서 두 파라메터의 범위를 위와 같이 한 이유는 Braud⁽²⁾에서 계산한 값을 일반적인 값으로 간주하여 그 값을 포함하고 본 방법과 같이 해석모델을 다항식을 이용한 근사모델로 표현하기에 무리가 없는 범위를 선정한 것이다. Fig. 5 와 6 은 파라메터 μ 와 η 를 각각 0.1 간격으로 고정한 상태에서 또다른 파라메터의 범위 0.1~0.5 에 따른 값을 나타낸 것이다. 이를 토대로 할 때 b_n 은 다음과 같이 두 파라메터에 대한 이차 다항식으로 가정할 수 있음을 알 수 있다.

$$b_n = \alpha_{n0} + \alpha_{n1}\mu + \alpha_{n2}\eta + \alpha_{n3}\mu^2 + \alpha_{n4}\mu\eta + \alpha_{n5}\eta^2 \quad (7)$$

따라서 6 개의 b_n 에 대하여 총 36 개의 계수 α 를 얻어내어 근사모델을 구축하였고 최종적으로 그 형태는 다음과 같다.

$$\hat{y}_M(z, \mu, \eta) = \sum_{n=0}^5 b_n(\mu, \eta) z^n \quad (8)$$

(0.1 ≤ μ ≤ 0.5, 0.1 ≤ η ≤ 0.5)

3.3 보정

본 절에서는 식 (8)의 근사모델을 이용하여 MCMC 기법을 통한 보정을 수행한다. 먼저 3.3.1 절에서는 실제 실험데이터를 적용하기 전에 가상 실험데이터를 생성하고 이를 이용하여 본 방법의 유용성을 살펴본다. 3.3.2 절에서는 실제 수행한 실험데이터를 이용하여 파라메터의 보정을 수행한다.

3.3.1 가상데이터를 이용한 보정

MATLAB 해석모델 y_M 을 이용하여 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 를 각각 0.2 와 0.35 로 설정하고, 가상의 실험오차를 $N \sim (0, \sigma)$, $\sigma = 400$ (단위는 N)으로 하여 26 개의 랜덤 데이터를 생성하였다. 설정값 (μ, η, σ) 을 모른다고 가정하고, 26 개의 가상데이터를 기반으로 해석모델과 그것을 가지고 구축한 근사 다항식모델을 이용하여 MCMC 를 수행하였다. 총 10^5 회의 샘플링을 얻은 결과 두 파라메터 μ, η 의 사후분포를 Fig. 7 과 같이 얻을 수 있었고, 이들의 평균은 $\mu = 0.2114$, $\eta = 0.3330$, $\sigma = 425.6$ 으로 나타났으며 이는 설

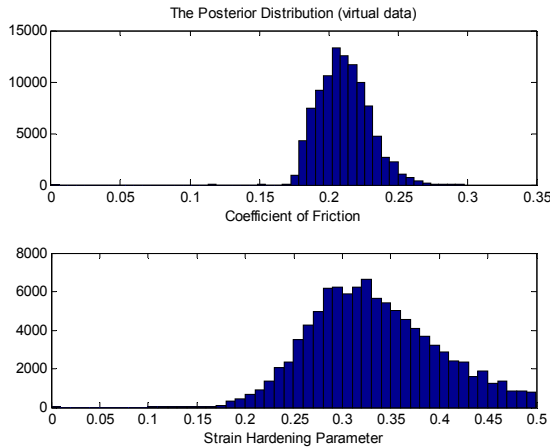


Fig. 7 Posterior distribution of two parameters with virtual data

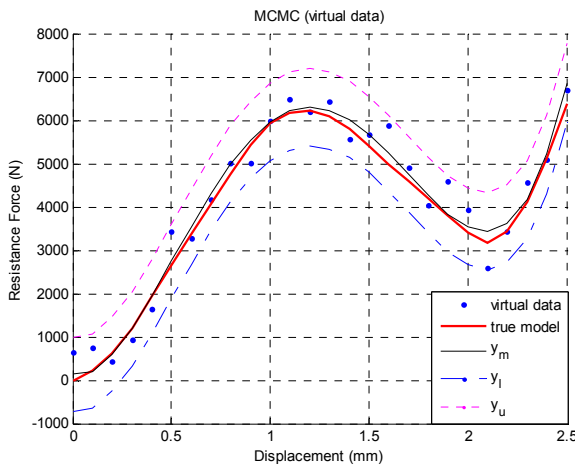


Fig. 8 Result of MCMC based on virtual data

정값 $\mu=0.2$, $\eta=0.35$, $\sigma=400$ 에 매우 가까운 것을 확인할 수 있다. 이로부터 변위 대 저항력 결과를 확률분포로 구할 수 있는데, 그 결과가 Fig. 8 에 있으며, 가상으로 생성한 데이터의 결과이므로 설정값에 의한 참해를 true model, 데이터로부터 추정한 분포해의 평균을 y_m , 분포해의 95% 예측구간을 상하한 곡선으로 표시하였다. 이를 통해, 근사모델을 이용하여 측정데이터에 기반한 미지의 파라미터의 보정이 유용함을 확인할 수 있었다.

3.3.2 필드데이터를 이용한 보정

본 절에서는 실제로 확보하고 있는 99 개의 필드데이터를 이용하여 3.3.1 과 같은 방식으로 MCMC 를 수행하였다. 그 결과 두 파라미터 μ, η 의 사후분포는 Fig. 9 와 같고 이들과 측정오차의 평균을 $\mu=0.280$, $\eta=0.1051$, $\sigma=571.8$ 로 구할 수 있었다. 이로부터 예측해를 Fig. 10 과 같

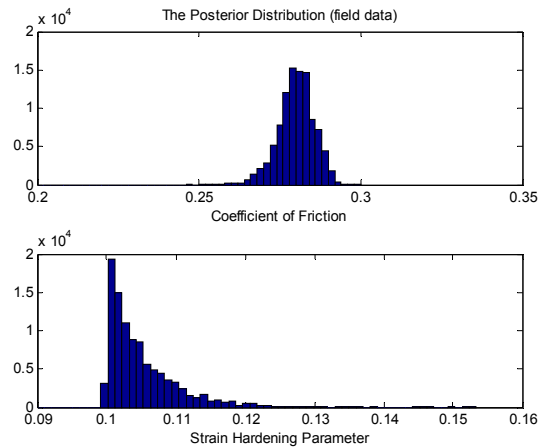


Fig. 9 Posterior distribution of two parameters with field data

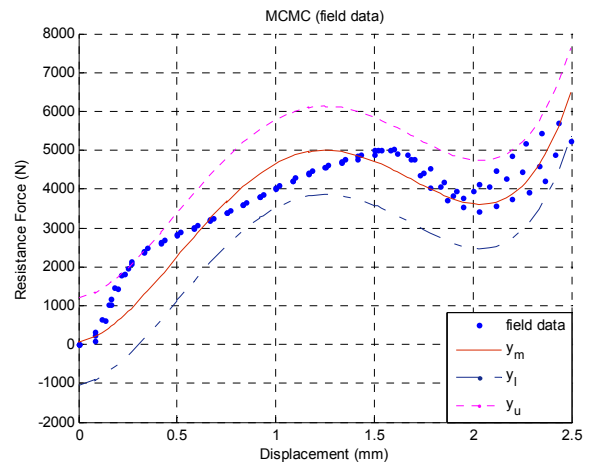


Fig. 10 Result of MCMC based on field data

이 표시하였다. 앞의 경우와 달리 실제 실험데이터를 통해 정합한 모델은 데이터와 확연한 차이를 보이고 있다. 이것은 해석모델이 여러 단순화 가정에 의해 만든 모델이므로 앞으로 이 차이를 극복하는 방법에 대해 연구해 나가야 한다. 하지만 예측구간 안에 데이터가 위치하는 것으로 신뢰수준 내에서는 충분히 의미 있는 해석결과를 도출함을 알 수 있었다.

4. 신뢰도 분석

4.1 고장 정의

3 장에서 얻은 미지 파라미터의 사후분포는 PAD 의 신뢰도 분석에 활용된다. 신뢰도 분석을 위해서는 고장에 대한 정의가 필요하다. Fig. 1 에서 보인 바와 같이 PAD 는 질소가스를 내보내는 밸브의 역할을 수행하는 장치로 만약 피스톤이 박막을 절개하는 임계지점에 이르지 못하고 멈춘다면 고장이 발생한다. 이는 피스톤을 밀고 있는 가

스압력이 작거나 탄소성 압착거동에 의한 저항력이 지나치게 클 경우에 해당한다. 이를 뉴턴의 운동방정식에 따라 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$m \frac{d^2}{dt^2}(z) = F_p - F_R \quad (9)$$

여기서 m 은 피스톤의 질량이며, F_p 는 가스에 의해 피스톤에 가해지는 힘으로 시간에 대한 함수로서, 가스폭발에 관한 열·유체역학적 해석을 통해 구해진다. 본 연구에서는 이 부분을 포함하지 않았고, 별도로 구해진 해를 시간에 관한 함수로 가정하여 활용하였다. F_R 은 탄소성 압착거동에 의한 저항력으로 해석모델 $y_M(z, X)$ 과 같다. 여기서 입력변수 X 는 3.2.2 절에서 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 로 하였지만, 신뢰도 분석에서는 두 변수 외에 7 개의 변수들을 추가 하였으며, 관련 내용은 다음 4.2.1 절에 언급하였다. 따라서 미분방정식으로 표시되는 식 (9)의 해를 구하면 피스톤의 속도가 0 이 되는 지점의 변위 z_p 를 구할 수가 있다. 이때 피스톤 위치와 속도의 초기조건에 대해서는 실제실험에서 나타난 값을 참고하여 지정하였다. 그 결과 z_p 는 X 에 대한 함수가 됨을 알 수 있으며 피스톤이 도달해야 하는 임계지점을 z_f 라고 할 때 한계상태함수(limit state function) g 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(X) = z_p(X) - z_f \quad (10)$$

결과적으로 고장확률은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$P(g \leq 0) \quad (11)$$

4.2 분석 및 결과

4.2.1 입력변수

해석모델 $y_M(z, X)$ 에서 입력변수 X 는 3 장에서 보정을 수행한 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 에 7 개의 변수를 더 추가하여 총 9 개로 하였고 해당 변수의 정보는 Table 1 에 나타내었다. 대상 장치에 대한 보안상의 문제로 각 입력변수의 분포와 COV 를 제외한 자세한 정보는 입력하지 않았다. 탄소성 압착거동을 하는 두 실린더의 재료는 각각 STS303 과 STS630 를 사용했으며 탄성 계수와 항복응력을 와이블 분포로 가정하였다. 각 실

Table 1 Properties of input parameter

Input Parameter		Distribution	COV
Inner cylinder	Young's modulus	Weibull	5%
	Yield strength	Weibull	5%
	Radius	Normal	2%
Outer cylinder	Young's modulus	Weibull	5%
	Yield strength	Weibull	5%
	Inner radius	Normal	2%
	Outer radius	Normal	2%
Coefficient of friction		-	-
Strain hardening parameter		-	-

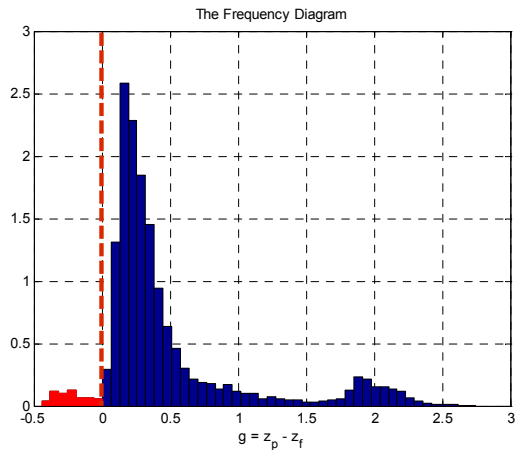


Fig. 11 Result of Monte Carlo simulation

린더의 형상은 정밀가공에서 일반적으로 알려져 있는 COV 값을 참고하여 정규분포로 가정하였다.

4.2.2 계산

총 9 개의 입력변수 중에서 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 는 이미 구한 10^5 개의 MCMC 샘플링 데이터 중 나중의 10^4 개의 데이터를 이용하였고, 나머지 변수들에 대해서는 Table 1 의 정보에 따라 해당하는 분포를 따르는 10^4 개 샘플을 생성하였다. 이로부터 10^4 개의 X 에 대해 식 (10)을 계산하는 Monte Carlo Simulation 을 수행하였고, 그 결과 고장확률을 $P(g \leq 0) = 0.0359$ 와 같이 계산할 수 있었다. 시뮬레이션 결과의 빈도도표(frequency diagram)는 Fig. 11 에 나타나있으며 그림에서 고장확률 0.0359 는 x 축이 0 보다 작은 범위의 넓이로 이해할 수 있다. 본 계산은 MATLAB 을 이용하였으며 시뮬레이션 시간단축을 위해 MATLAB 의 병렬연산을 위한 parfor 명령어를 이

용하였고, 이를 통해 컴퓨터의 코어 개수만큼 계산을 나누어 시간을 단축할 수 있었다.

4.3 고찰

본 연구에서는 몇 가지 한계점들이 관찰된다. 첫째, 해석모델을 활용한 실험데이터의 MCMC 수행결과 Fig. 10 에서 보듯이 모델과 데이터의 분명한 차이를 관찰할 수 있다. 이는 보정으로 해소될 수 없는 모델과 실제 간의 근본적인 차이로서, 모델수립과정에서 발생하는 단순화가 그 원인으로 생각된다. 이는 해석모델에 대한 검증과 나아가 모델과 데이터간의 bias 해석을 통해 앞으로 극복해야 할 문제이다. 둘째, 본 연구에서 MCMC 해석을 위해 회귀분석방법을 이용하여 수립한 근사모델은 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 의 범위를 0.1 ~ 0.5 로 한정하였기 때문에 활용에 한계가 있다. 실제 값이 이를 벗어났을 경우 제대로 그 값을 반영하지 못하기 때문이다. 이와 관련해서 두 파라미터의 사후분포 Fig. 9 를 보면 변형경화지수의 사후분포에서 그 값이 0.1 에 빈도가 제일 높은 것으로 관찰되어, 0.1 보다 작은 가능성을 시사하고 있다. 이러한 문제는 오랜 시간이 걸리더라도 근사모델이 아닌 해석모델을 MCMC 에 직접 이용함으로써 해결될 수 있을 것이다. 하지만 MCMC 는 몬테카를로 시뮬레이션과 같이 독립적인 여러 개의 계산을 수행하는 것이 아니라 앞의 샘플링이 다음 샘플링에 영향을 미치는 체인처럼 연결된 알고리즘이기 때문에 MATLAB 의 parfor 와 같은 명령어를 활용할 수 없으므로 오랜 계산시간과 해당 방법을 이용하는데 수반되는 시행착오를 고스란히 감수해야만 한다. 이 때문에 본 연구에서는 근사다항식모델을 만들어 이용한 것이며, Fig. 10 과 같은 결과를 통해 본 방법이 충분히 이용 가치가 있다는 것을 확인하였다.

5. 결론

본 연구에서는 파이로작동기구(PAD)의 작동 메커니즘 중에서 탄소성 압착기동을 대상으로 단순화된 해석모델을 수립하였다. 또한 탄소성 압착 해석을 할 때 실험에서 측정하기 쉽지 않은 미지의 파라미터를 구하기 위해 실험데이터를 가지고 마찰계수 μ 와 변형경화지수 η 를 MCMC 기법을 이용하여 구하였으며, 이와 관련한 불확실성을 확률

적 사후분포로 표현하였다. 이 과정에서 MCMC 의 효율을 위해 해석모델의 근사다항식모델을 수립하여 활용하였다. 가상데이터에 기반한 미지의 파라미터의 보정 예제를 통해 본 방법의 유용성을 입증하였고, 확보하고 있는 실험데이터를 이용하여 같은 방식의 보정을 수행하였다. 나아가서 PAD 의 신뢰도 분석을 수행하기 위해 고장을 정의하고, 고장에 영향을 미치는 9 개의 입력변수들을 정하였다. 이 중에서 두 파라미터는 앞에서 구한 사후분포를 사용하고, 다른 변수들은 알려져 있는 확률분포로 가정하여 신뢰도 분석을 수행하였다. 신뢰도 분석을 위해 총 10000 번의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였고, 이로부터 PAD 의 고장확률을 구하였다.

본 연구에서는 실제모델과 계산모델의 분명한 차이를 관찰하였다. 앞으로 이를 극복하기 위해서는 해석모델에 대한 검토가 이루어져야 할 것이며 나아가 두 모델의 bias 에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다. 최종적으로는 추가적인 실험을 통해서 많은 실험데이터를 확보하여 모델을 검증하는 과정을 통해 본 연구를 계속해서 발전시켜 나갈 계획이다.

참고문헌

- (1) Bayarri, M.J., Berger, J.O., Higdon, D., Kennedy, M.C., Kottas, A., Paulo, R., Sacks, J., Cafeo, J.A., Cavendish, J., Lin, C.H. and Tu, J., 2002, "A Framework for Validation of Computer Models," *National Institute of Statistical Sciences*.
- (2) Braud, A. M., Gonthier, K. A. and Michele, E. Decroix, 2007, "System Modeling of Explosively Actuated Valves," *Journal of Propulsion and Power* Vol. 23, No. 5, pp.1080~1095.
- (3) Gonthier, K. A., Thomas, J. K., and Power, J. M., 1994, "Modeling Pyrotechnic Shock in a NASA Standard Initiator Driven Pin Puller," *AIAA 94-3053, 30th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Indianapolis, Indiana.
- (4) Eraslan, A. N. and Akis, T., 2004, "Deformation Analysis of Elastic-Plastic Two Layer Tubes Subject to Pressure: an Analytical Approach," *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences* 28, pp. 261~268.
- (5) Andrieu, C., Freitas, De N., Doucet, A. and Jordan, M. I. 2003, "An Introduction to MCMC for Machine Learning," *Machine Learning*, Vol. 50, pp. 5~43.