

초등학교 2007 개정 교과서 비와 비율 관련 용어에 대한 고찰

홍갑주*

본 연구에서는 지난 5, 6, 7차 교육과정 교과서의 비와 비율 관련 용어 정의의 변천과정을 검토하고, 이를 바탕으로 2007 개정 교과서의 정의에서 개선된 사항은 무엇이고 여전히 남아있는 문제는 무엇인지 살펴본다. 그리고 비율, 비의 값, 백분율의 관계를 설정함으로써 그 용어들에 대한 대안적 정의를 제안한다. 마지막으로 비와 비율 관련 용어 정의와 관련된 이러한 문제는 동치류로서의 비의 수학적 속성을 충분히 다루지 않은 채로 비율 관련 용어를 도입하고 있는 교과서의 내용 전개 자체에 내재하고 있음을 지적한다.

1. 서론

비와 비율은 초등학교 수학의 가장 중요한 주제 중 하나이다. 두 양 사이의 관계로 정의되는 추상적인 수학적 개념으로서의 비 개념 자체에 내재한 어려움도 있지만, 비와 비율과 관련된 용어의 복잡함은 학생의 개념 이해와 교사의 명료한 설명에 어려움을 보태는 중요한 요인으로 지적받아왔다.

‘비율’과 ‘비의 값’을 구별하는 문제는 용어에 관련된 논의에서 핵심적인 문제였다. 장혜원(2002)은 교육과정에 따라 비의 값과 비율 개념이 어떻게 변화해 왔는지 분석하고, 그 둘을 의미 있게 구별하지 못한다면 비율과 비의 값을 구분하지 말고 비율이라는 하나의 용어를 사용하는 것이 적절하다고 주장하였다. 정은실(2003a)은 일상생활이나 수학 이외의 분야에서는 비와 비례, 비와 비율 등이 잘 구별되어 사

용되지 않음을 지적하고 이에 대한 합의와 일관성이 필요함을 지적하였다. 박교식(2010)은 우리나라, 일본, 중국, 북한에서의 비율과 비의 값의 용어 사용에 대한 검토를 바탕으로 그 가능한 정의 방법을 목록화하고 그 중 어떤 것이 가장 적합한지 논하였다.

2007 개정 교육과정 교과서에서는 ‘비의 값’이 삭제되었고, 따라서 이상의 연구 결과들이 일정 수준 반영되었다고 볼 수 있다. 그러나 2007 개정 교과서에서도 문제는 일부 남아 있는 것으로 보이며, 이를 완전히 이해하기 위해서는 기존 교과서에 대한 약간의 추가적인 논의가 필요해 보인다.

본 연구는 기존의 초등학교 교과서에서 비, 비율, 비의 값의 정의에 내재한 문제점이 무엇인지 그 정의 자체의 논리적 타당성에 중점을 두어 살펴보고, 그 결과를 바탕으로 2007 개정 교육과정 교과서에서 개선된 점은 무엇이며 남아있는 문제점은 무엇인지 확인한다. 그리고

* 부산교육대학교(gapdol@empas.com)

** 이 논문은 2013년도 부산교육대학교 교육연구원의 지원을 받아 연구되었음.

비율과 비의 값이라는 두 용어의 관계를 다시 설정함으로써 하나의 대안적인 정의 방법을 제안한다. 마지막으로, 이상의 논의에 계속 걸쳐 있었던 바, 비와 비율 관련 정의에 있어서 동치류로서의 비의 수학적 속성의 중요성을 살펴볼 것이다.

본 연구는 2007 개정 교육과정 교과서가 사용되고 있는 시점에서 비와 비율 관련 용어에 대한 기존의 논의들을 보완하고, 2009 개정 교육과정 교과서에서 비와 비율 관련 용어를 제시하는 바람직한 방법을 모색하는데 참고가 될 수 있을 것이다.

II. 선행연구 및 2007 개정 교과서의 반영 사항

비와 비율과 관련된 연구는 학교수학에서 비와 비율과 관련된 용어의 정의와 구별에 대한 논의(장혜원, 2002, 정은실, 2003a, 박교식, 2010), 비와 비율 개념의 교육적 중요성에 대한 논의(Lesh, Post & Behr, 1988), 비와 비율 개념의 지도방안과 교재구성에 대한 논의(김수현·나귀수, 2008), 비와 비율에 대한 학생들의 추론능력에 대한 조사(고은성·이경화, 2007) 등의 다양한 방면에서 이루어져 왔다. 이 중 ‘비’, ‘비율’, ‘비의 값’과 같은 용어의 문제를 주로 다룬 논의를 살펴보면 다음과 같다.

장혜원(2002)의 연구에서는 역대 교육과정에서 비의 값과 비율의 개념이 어떻게 소개되는가를 조사하여, 3차에서 6차 교육과정까지의 교과서에는 비의 값과 비율을 구분하려는 의도가 없거나(3, 4차) 오히려 혼동을 야기하도록 서술되어 있고(5, 6차), 7차에서는 양자가 내포적 정의 방법으로 명확하게 정의되며 비의 값이 표현적 측면에서 비율의 특별한 경우로 다

루어지지만 여전히 분수로 나타내었을 때의 동일성으로 인한 모호함이 잔재한다고 평가한다. 그리고 이렇게 그 둘을 의미 있게 구별하지 못할 것이라면 비율과 비의 값을 구분하지 말고 비율이라는 하나의 용어를 사용하는 것이 적절하다고 주장한다.

정은실(2003a)의 연구에서는 우리나라뿐 아니라 영어권 국가에서도 비와 비율, 비와 비례가 일상생활에서는 자주 혼용됨을 지적하고, 수학적 관점뿐 아니라 교육적, 심리적 관점을 고려하여 이에 대해 수학교육 연구와 지도에 있어서의 합의와 일관성을 확보해야 한다고 주장한다. 이어 이 연구에서는 역대 교육과정을 조사하여 각 교육과정별로 비와 비율 관련 개념들이 도입되는 방법의 특징을 살폈는데, 전반적으로 비의 표현방법에만 주목하여 비를 도입하고 있다는 사실과, 특히 7차 교육과정에서는 이전의 교육과정에 비해 승법적 비교로서의 비의 개념이 잘 드러나 있지 않다는 사실을 지적하였다. 또한 교과서에서 다루고 있는 비는 고정된 두 양 사이에 존재하는 곱셈적 관계를 인지하는 초보적 수준으로서, 상황을 조직하는 비례적 관점과 안목을 갖게 해 주지 못한다고 비판하였다. 이에 대한 개선을 위해 현실주의 수학교육에 바탕을 둔 Wiskobas 프로그램을 고찰하여, 비례적 추론을 개발하기 위한 프로그램의 조기 도입, 직관적이고 개념적인 비 개념 도입, 문맥 문제와 실생활 관련 문제 개발, 시각적 모델 사용의 필요성을 제기하였다.

박교식(2010)은 우리나라, 일본, 중국에서 다루어지는 비율과 비의 값, 북한에서 다루어지는 비의 값에 대한 조사를 바탕으로 비율과 비의 값의 가능한 정의를 목록화하고 그 중 가장 적합한 정의가 무엇인지 판단한다. 비율에 대해서는 우선 두 양이 아닌 두 수에 대한 비율은 생각하지 않고, 비교하는 양과 기준량의 단


위가 같은 경우에만 비율이라는 용어를 사용하는 것으로 한정하자고 제안한다. 그리고 그 정의로 세 가지를 들고 그 중 “비교량이 기준량의 몇 배인가를 나타내는 수를 비율이라고 한다.”를 사용할 것을 제안한다. 비의 값의 정의로는 다섯 가지를 들고 그 중 비의 값이라는 개념이 비에서 비롯한 것임을 분명히 해 준다는 점에서 비 A:B의 값을 A/B라고 하자는 정의를 제안한다. 그러나 이 값의 의미를 해석하는 순간 비의 값과 비율의 독립적인 준립은 불가능하며, 이런 점에서 비의 값이 실질적으로 기준량을 1로 하는 비율과 동일하다고 인정하는 것을 고려할 수 있다고 밝히고 있다.

이상의 연구들이 논의한 결과는 2007 개정 교과서에서 일부 반영된 것으로 보인다. 우선, 비의 정의에 대해 살펴보자. 2007 개정 교과서에서는 비의 도입에 앞서 표를 활용하여 두 양 사이의 규칙성을 찾는 활동을 제시하고 있다 (그림 II-1).

두 수의 크기를 비교할 수 있어요

생각하기

지상이네 반 학생들은 수업시간에 한 사람당 4권의 공책이 필요합니다. 지상이네 반 학생 수와 공책 수의 크기를 비교하는 방법을 알아봅시다.



- 지상이네 반 학생 수와 공책 수의 크기를 비교하려면 어떻게 해야 할까요?
- 표의 빈칸을 채우시오.

학생 수(명)	1	2	3	4	5	6
공책 수(권)	4	8				

- 위의 표에서 찾을 수 있는 규칙을 말해 보시오.
- 학생 수와 공책 수 사이의 관계를 여러 가지 방법으로 설명해 보시오.

[그림 II-1] 표를 이용한 학생 수와 공책 수 사이의 규칙성 탐구(교육과학기술부, 2011, p.106)

비의 정의는 이 활동을 바탕으로 ‘학생 수 1

명과 공책 수 4권을 비교하기 위한’ 개념으로 제시된다(그림 II-2). 이는 7차 교과서(교육과학기술부, 2002, p.86)에서 단지 남학생 3명과 여학생 5 명이라는 고정된 한 쌍의 수를 비교하기 위한 개념으로서 비를 도입했던 것과는 달라진 부분이다.

약속

학생 수 1명과 공책 수 4권을 비교하기 위하여 비로 나타냅니다. 이것을 1:4라 쓰고 1 대 4라고 읽습니다. 1:4는 공책 수 4를 기준으로 하여 학생 수 1을 비교한 것입니다. 이것을 4에 대한 1의 비 또는 1의 4에 대한 비라고 합니다. 또는 간단하게 1과 4의 비라고도 합니다.

[그림 II-2] 비의 정의(교육과학기술부, 2011, p.107)

또한, “기준량에 대한 비교하는 양의 크기 (비교하는 양)을 비율이라고 합니다.”라고 비율의 약속이 바뀌었으며(그림 II-3), 비의 값이라는 용어는 제시되지 않는다. 즉, 비율과 비의 값이 비율로 통합되었다. 이는 실제 교실 수업에서 교사들이 가장 크게 체감하게 될 변화라고 생각된다.

약속

남자 선생님 5명의 크기를 비교하기 위하여 여자 선생님 20명을 기준으로 할 때, 5명을 비교하는 양, 20명을 기준량이라고 합니다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기 (비교하는 양)을 비율이라고 합니다.

[그림 II-3] 비율의 정의(교육과학기술부, 2011, p.108)

마지막으로 백분율에 대해서 살펴보자. 2007 개정 교과서는 예를 들어 ‘85%’와 같이 기존의 %로 나타내는 표현뿐 아니라, ‘ $\frac{80}{100}$ ’과 같이 분모가 100인 분수 표현 또한 백분율로서 받아들이고 있다(그림 II-4). 또한, ‘백분율(%)=비율×100’이라는 백분율의 공식을 별도로 제시하지 않는 것도 달라진 부분이다.

약속

기준량을 100으로 할 때 비교하는 양 80의 비율 $\frac{80}{100}$ 을 백분율이라고 합니다. 백분율 $\frac{80}{100}$ 을 %를 써서 80%라 나타내고, 80퍼센트라고 읽습니다.

[그림 II-4] 백분율의 정의(교육과학기술부, 2011, p.110)

III. 변화된 내용에 대한 고찰

2007 개정 교과서에서 변화된 내용을 정확하게 평가하기 위해서는 직전의 7차 교과서에서 용어 사용이 어떠했는지 정밀히 검토할 필요가 있다. 따라서 우선 7차 교과서에서 비, 비율, 비의 값, 백분율 등의 용어를 어떻게 사용했으며 그에 내재한 논리상의 문제는 무엇이었는지를 살펴볼 것이다. 한편, 5, 6차 교육과정 교과서는 이 관점에서 상당히 다른 정의를 제시하고 있다. 따라서 5, 6차 교과서의 정의를 이어서 살펴본 다음, 이상의 논의를 종합한 관점에서 2007 개정 교과서의 변화된 사항에 대해 고찰할 것이다.

1. 7차 교과서 정의의 재고찰

7차 교과서에서는 “기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라고 합니다.”라고 비율의 뜻을 약속한다. 박교식(2010)은 이 정의에 대해 ‘크기’라는 단어의 사전적 의미¹⁾를 고려할 때 ‘기준량에 대한 비교하는 양의 크기’가 단위를 사용해서 나타내야 하는 또 다른 종류의 양을 의미할 수 있다는 문제가 있으며, 그런 이유에서 이 정의는 비율에 대한 가장 유력한 정의가 될 수 없다고 보았다. 그런데, 여기서 ‘크기’라는 말을 빼거나 그것이 다른 종류의 양을 의미하지 않는다고 가정하더라도 이 서술에는 약간의 논리상의 문제점이 있다고 보인다. 그것은 ‘...에 대한 ...의 크기’라는 규정되어 있지 않은 용어를 이용하여 비율이라는 새로운 수학적 개념을 정의하고 있다는 것이다. 7차 교과서에서 이 문제는 ‘크기’라는 단어를 사용하지 않는 비

의 값이나 백분율의 정의 역시 같은 맥락에서 가지고 있다.

물론 수학적으로 완전하지 않더라도 학교수학에서는 정의의 역할을 수행할 수도 있다. 그러나 이 서술의 경우 비율의 의미를 이미 아는 사람에게는 ‘비율을 읽는 또 하나의 방법’ 정도의 의미가 있겠지만²⁾ 비율이 무엇인지 아직 모르는 학생 입장에서는 비율의 뜻에 대한 어떤 실질적인 정보가 되지 못한다. 실제로 7차 교과서를 보면 이 정의에 곧이어 비율의 공식인 ‘비율 = $\frac{\text{(비교하는 양)}}{\text{(기준량)}}$ ’이 이어서 제공되고 있으며(그림 III-1), 학생들은 비율의 실질적 정의 앞의 약속이 아니라 이 공식을 통해서 비로소 알게 된다.



자원 봉사자 8명을 기준으로 하여 여자 5명을 비교할 때, 8명을 기준량, 5명을 비교하는 양이라고 합니다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라고 합니다.

기준량을 1로 볼 때의 비율을 비의 값이라고 합니다. 자원 봉사자 8명을 1로 볼 때, 8에 대한 5의 비의 값은 $\frac{5}{8}$ 입니다.

$$\text{(비율)} = \frac{\text{(비교하는 양)}}{\text{(기준량)}}$$

[그림 III-1] 7차 교과서 비율과 비의 값의 정의(교육인적자원부, 2005, p.88)

이 공식에서 비율은 하나의 ‘값’이며 그 값은 특정한 두 양의 몫으로서 결정되고 있음에 주목하고, 이어 등장하는 비의 값의 약속을 살펴보자. 비의 값은 “기준량을 1로 볼 때의 비율을 비의 값이라고 합니다.”라고 하여, 비율의 한 수학적 특수화로서 정의된다. 그러나 이 정의 역시 ‘기준량을 1로 본다.’라는 말의 수학적 의미가 규정되어 있지 않다는 점에서 온전한 수학적 정의라 할 수 없다. 그 의미가 ‘기준량을 1로 바꾼다.’라는 것이라 가정하더라도, 비

1) 국어사전에 의하면 크기는 ‘사물의 넓이, 부피, 양 따위의 큰 정도’를 의미하며, 그 큰 정도는 단위를 사용해서 나타낸다(박교식, 2010).

2) 즉, 비율의 의미를 이미 아는 사람에게는 ‘기준량 A와 비교하는 양 B의 비율을 A에 대한 B의 크기라고도 부릅니다.’라고 하여 ‘...에 대한 ...의 크기’의 용법을 설명할 수 있다.

율은 기준량과 비교하는 양이라는 두 값에 의해 결정되는 바, 기준량에 대응하는 비교하는 양은 어떻게 결정되어야 한다는 말인지 이 정의만으로는 알 수 없다. 만약 교과서에서의 설명과 같이 자원 봉사자 8명을 1로 '볼 때', 8에 대한 5의 비의 값이 $\frac{5}{8}$ 가 되려면³⁾ 비교하는 양은 $\frac{5}{8}$ 로 '보아야' 한다. 그런데, 이 값은 다른 아닌 $\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$ 으로서 앞서 정의한 비율과 다를 바가 없다.

마지막으로 백분율의 정의를 살펴보자. 7차 교과서에는 “기준량을 100으로 할 때의 비율을 백분율이라 하고, 기호 %를 써서 나타냅니다.”라고 되어 있다. 그러나 이 정의 역시 비의 값과 같은 문제를 가지고 있다. 즉, ‘기준량을 100으로 할 때’라는 말의 수학적 의미가 규정되어 있지 않으며, 그 의미가 ‘기준량을 100으로 바꾼다.’라는 것이라 가정하더라도 그에 대응하는 비교하는 양은 어떻게 결정되어야 한다는 말인지 이 정의만으로는 알 수 없다. 백분율의 실질적 정의는 뒤이어 제시되는 ‘백분율(%)=비율×100’이라는 공식을 통해 알게 된다.

교육과정마다 해당 용어들의 정의는 조금씩 달라져 왔으나 7차 교과서에 이르기까지 이러한 논리상의 문제가 완전히 해소된 경우는 없는 것으로 보인다.

2. 지난 5, 6차 교과서 정의의 재음미

7차 교과서 정의에서 보이는 이상의 논리적 문제는 이전의 5, 6차 교육과정 교과서에서 오히려 일부 해소된 모습을 보인다. 지금 논의할 관점에서는 두 교육과정이 차이가 없으므로 5차의 예를 들어 살펴보기로 한다. 단, 그 제시

순서와 정의의 내용을 살펴볼 때 5, 6차 교과서에서 7차 교과서의 ‘비율’에 대응하는 용어는 ‘비의 값’이며, ‘비의 값’에 대응하는 용어는 ‘비율’임에 유의해야 한다.

5차 교과서에서는 우선, 길이가 7cm인 테이프는 8cm인 테이프의 몇 배가 되는지 묻고 그 답인 $\frac{7}{8}$ 이 8에 대한 7의 비의 값이라고, 예를 통해 비의 값을 정의한다(문교부, 1990, p.84). 이어서 ‘기준량을 1로 보았을 때의 비교하는 양’으로서 비율을, ‘기준량을 100으로 보았을 때의 비교하는 양’으로서 백분율을 정의한다(그림 III-2, 그림 III-3).

♣ 그림을 그려서 생각하여 보자.

(가) ●●●●● 그림에서 (가)의 개수에 대한 (나)의 개수의 비는 4:5이고, 그 비의 값은 $\frac{4}{5}$ 이다. 이 비의 값은 기준량 (나)를 1로 보았을 때, 비교하는 양 (가)가 $\frac{4}{5}$ 임을 뜻하며, 이것을 비율이라고 한다.

$$5 \text{에 대한 } 4 \text{의 비율은 } \frac{4}{5} = 0.8$$

비율의 분수 표시 ↑
비율의 소수 표시

[그림 III-2] 5차 교과서 비율의 정의(문교부, 1990, p.86)

비율에서 기준량을 100으로 보았을 때, 비교하는 양을 나타낸 수를 백분율 또는 퍼센트라고 하고, 기호 %로 나타낸다.

$$20 \text{에 대한 } 9 \text{의 비율은 } \frac{9}{20} = \frac{45}{100}$$

$$20 \text{에 대한 } 9 \text{의 백분율은 } 45\%$$

[그림 III-3] 5차 교과서 백분율의 정의(문교부, 1990, p.87)

7차 교과서의 ‘기준량을 1로 볼 때의 비율’

3) 사실, 교과서의 설명에서 ‘자원 봉사자 8명을 1로 볼 때’ 부분은 필요 없다. ‘기준량을 1로 볼 때’라는 말이 교과서의 비의 값 정의 자체에 포함되어 있기 때문이다.

과 ‘기준량을 100으로 할 때의 비율’과 비교하면 단지 각각의 정의에서 ‘비율’이 ‘비교하는 양’으로 대체되었을 뿐이다. 그러나 이 차이는 상당히 의미가 있다. 백분율에 대해 설명하자면, ‘기준량을 100으로 보았을 때’라는 말의 모호함은 여전하지만, 그 말을 기준량을 100으로 바꾼다는 의미라고 약속한다면 백분율은 그 바뀌는 과정에서 $\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$ 을 유지하기 위해 따라 바뀐 ‘비교하는 양’으로서 잘 결정될 수 있는 것이다. 실제로 그림 III-3에서 설명하듯 ‘20에 대한 9의 백분율 45%’의 45는 등식 $\frac{9}{20} = \frac{45}{100}$ ’의 우변 분자 즉, 기준량 100에 대응하는 비교하는 양이며, 어떤 비율인 것은 아니다. 우리가 ‘백분율’이라고, 비율이라는 의미를 담아 번역하고 있는 영어 ‘percent’가 per+cent 즉, ‘100당 얼마?’에 대한 답으로서의 원어 말뜻을 가짐은 시사적이다.

물론 5, 6차 교과서에서도 비의 값과 비율은 수학적으로 같은 값을 가지며, 장혜원(2002)는 이런 점을 고려하여 ‘3차에서 6차까지의 교육과정은 비의 값과 비율을 구분하려는 의도가 없어 보이거나 오히려 혼동을 일으키는 서술 방식을 택하고 있다’고 논평하였다. 그러나 결과적으로 같은 값을 가진다 하더라도 비의 값과 비율의 정의에는 의미상의 차이가 있다. 즉, 5, 6차 교육과정에서 비의 값은 두 양의 승법적 비교로서 비의 개념을 도입한 직후에, 한 양이 다른 양의 ‘몇 배가 되는지’에 대한 답으로서 정의된다. 반면, 비율은 기준량을 특정한 값으로 선택했을 때 그에 대응하는 비교하는 양으로서 동치류로서의 비의 개념을 바탕으로 정의된다. 다만, 학생과 교사의 입장에서 이러한 차이는 인식하기 힘들 것이며, 결과적으로 그들에게 비의 값과 비율 사이의 구별은 명확하지 않을 것임을 예상할 수 있다.

결국 역대 교육과정 전반에 걸친 용어 정의에 대한 문제점은 다음의 두 가지로 요약될 수 있다. 첫째, 비율, 비의 값, 백분율의 정의에 논리상의 문제점이 있다는 것. 둘째, 그 세 개념 사이의 관계가 모호하다는 것. 이어서 2007 개정 교과서의 변화 내용에 대해 고찰한 후, 다음 장에서는 이 두 문제의 해결에 초점을 둔 하나의 대안을 모색할 것이다.

3. 2007 개정 교과서 변화 내용의 고찰

이제 지금까지의 고찰을 바탕으로 2007 개정 교과서의 변화 내용에 대해 고찰하고자 한다.

우선, 2007 개정 교과서에서는 ‘비율’과 ‘비의 값’이라는 용어가 ‘비율’로 통합되어 ‘비의 값’이라는 용어가 삭제되었다. 그동안 비율과 비의 값이 실질적 구별이 되지 않았다는 문제점에 주목할 때 이는 긍정적인 변화이다. 그러나 결국 비율과 백분율을 아우르는 개념이 사라진 상황이 되었다는 점에 대해서는 논의가 필요할 것이다.

다음으로, 비율의 정의에 대해서 살펴보자. 비율의 정의는 “기준량에 대한 비교하는 양의 크기 $\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$ 을 비율이라고 합니다.”라고 바뀌었다. 이는 7차 교과서에서 ‘...에 대한 ...의 크기’라는 정의되지 않는 표현을 포함하는 문장을 비율의 정의로서 그 공식과 별도로 먼저 제시한 것과 비교하면 개선되었다고 볼 수 있다. 그러나 여전히 $\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$ 이라는 식에 앞서 그러한 표현을 제시하고 있다는 점에서 사소하지만 논리상의 문제가 있을 뿐 아니라, 이후에 비율을 구하는 문제에서 “16인승 버스에 탈 수 있는 인원수에 대한 탑승자 수의 비율을 구하십시오.”(교육과학기술부, 2011, p.109)와 같이 ‘...에 대한 ...의 크기’가 아닌, ‘...에 대

한 ...의 비율'이라는 표현을 사용하는 것과 일관성도 없다. 이러한 문제점은 ' $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ '의 값을 기준량에 대한 비교하는 양의 비율이라고 합니다.'와 같이 수정하는 것만으로 간단히 개선될 수 있다고 판단된다. 오히려 더욱 중요하게 보아야 할 것은 '기준량을 1로 볼 때의 양'⁴⁾이라는 표현으로 드러났던 동치류로서의 비에 대한 관점이 새 정의에서 사라졌다는 점이다.

마지막으로, 백분율의 정의에 대해 살펴보자. 변화된 부분도 있었지만, 앞서 지적한 백분율 정의에 존재했던 문제점은 '기준량을 100으로 할 때 비교하는 양 ...의 비율'이란 표현에 그대로 남아있다. 더욱이 '기준량을 100으로 할 때'는 기준량이 100이 아닌 다른 경우가 있음을 전제하는 표현으로서 7차 교과서까지 다루어졌던 '비의 값'의 흔적이라고 볼 수 있으며, 한편으로 동치류로서의 비의 관점을 포함하는 표현이라 볼 수 있다. 이는 방금 살펴본 비율의 정의에서의 변화 내용과는 부합되지 않는다.

IV. 한 가지 대안적 방법

2007 개정 교과서에서는 비의 값과 비율을 비율이라는 하나의 용어로 통합하여 제시하였다. 실질적인 구별이 어렵다는 문제로 두 용어를 한 용어로 통합한다 하더라도, 이전 교육과정 교과서의 의도가 무엇이었는지, 그렇게 구별하여 제시하는 것의 교육적인 가치는 없었는지에 대해서는 고민해 볼 필요가 있다. 이러한

고민을 충분히 하지 않고 용어를 삭제한다면 문제의 완전한 해결은 이루어지지 않을 것이다. 실제로 2007 개정 교과서의 정의에도 논리상의 문제점이 남아있으며 이전 교과서의 '비의 값'의 흔적도 남아있다는 사실을 앞에서 확인할 수 있었다.

비의 값과 비율을 구별하여 제시하는 의의는 백분율을 함께 고려하면 분명해진다. 5, 6차 교육과정에서 비율과 백분율은 각각 '기준량을 1로 보았을 때', '기준량을 100으로 보았을 때'라는 특수한 경우의 비교하는 양이라는 점에서 동등한 관계에서 제시되었으며, 비의 값은 이에 앞서 비의 승법적 비교에서 도출되는 값으로서 별개로 제시되었다. 7차 교육과정에서는 비의 값과 백분율이 각각 '기준량을 1로 보았을 때', '기준량을 100으로 보았을 때'의 특수한 경우의 비율로서 제시되었으며, 이때 비의 값과 백분율은 비율에 대한 '수학적인' 관점에서의 특수화⁵⁾이다.

그러나 7차 교과서와 같이 비의 값과 백분율을 '기준량이... 일 때의 비율'이라고 정의하면 앞에서 살펴본 바와 같은 논리상의 문제가 발생한다. 대신, 5, 6차 교육과정의 정의에 착안하여 '기준량을 1로 보았을 때 비교하는 양'으로서 비의 값을, '기준량을 100으로 보았을 때 비교하는 양'으로서 백분율을 정의하되 여기서 '기준량을 ...으로 보았을 때'의 말뜻에 암묵적으로 동의한다면 논리상의 문제는 어느 정도 해소된다. 그러나 여전히 비율과 비의 값은 실질적으로 구별되지 않는다.

2007 개정 교과서는 이러한 문제에 대해 두 용어를 하나로 통합하는 방법을 선택했다. 이

4) 앞에서 지적 한 바와 같이, 7차 교과서에서는 '기준량을 1로 볼 때의 비율'이라는, 약간의 논리적 문제가 있는 표현으로 비의 값의 약속에서 사용되었다.

5) Polya(1954)는 수학적 특수화의 전형적인 두 경우는 다각형에서 정다각형으로 진행될 때처럼 대상의 구성요소에 제한을 도입하는 경우, 그리고 정n각형에서 정3각형으로 진행될 때처럼 변수에 특정한 값을 대입하는 경우라 하였다. 7차 교과서에서 비의 값과 백분율은 비율에 대한 두 번째 방법의 특수화를 의도하는 정의를 가지고 있다.

러한 선택에도 타당함이 있지만, 만약 ‘비의 값’과 ‘백분율’을 포함하는 상위 개념으로서의 ‘비율’을 설정하는 7차 교과서의 의도를 받아들인다면 다른 대안도 생각할 수 있다. 즉, 비율을 비의 값과 백분율의 상위개념으로서 별도로 다루기는 하되, 비의 값과 백분율에 대한 수학적 일반화로서가 아니라 쓰임새의 관점에서 상위개념으로 다루는 것이다. 학교 수학에서, 상위개념으로서의 대푯값과 그 하위개념으로서의 평균값, 중앙값, 최빈값은 바로 이와 같은 관계에서 제시되고 있는 용어의 예이다. 대푯값은 자료의 특징이나 경향을 나타내기 위한 수를 통틀어 말하며, 평균값, 중앙값, 최빈값은 그 예이지만 수학적 특수화는 아닌 것이다.

다만, 상위개념의 용어로 비율과 비의 값 중 무엇을 선택하느냐의 문제는 남아있다. 실생활에서 ‘3분기 말 개인부문의 금융자산/부채 비율은 2.34배’, ‘전체 학생 중 O형 혈액형을 가진 학생의 비율은 40%’와 같이 비율이 비의 값과 백분율 모두를 대신하는 용도로 많이 쓰이고 있음⁶⁾을 고려하면 비율을 상위개념으로 두는 편이 타당하지만, 비율과 백분율이라는 용어에 ‘율’이 공통으로 포함된 점을 고려하면 비율과 백분율을 동등한 관계에서 정의하고 비의 값을 상위개념으로 두는 편이 보다 체계적으로 보인다. 그러나 이에 대한 상세한 논의는 본 연구의 범위를 벗어나므로 여기서는 이 문제의 지적만으로 줄이기로 한다.

지금까지의 논의를 종합하여, 각 용어에 대한 정의를 예로서 표 IV-1과 같이 구성할 수 있다. 물론 이 정의들의 구체적인 제시 맥락과 배치 방법은 별도의 교육학적 논의를 통해 신중하게 결정되어야 할 것이다.

<표 IV-1> 비의 값, 비율, 백분율의 약속 예

- 비에 하나의 값을 붙여 준 것을 **비의 값**이라 합니다. 비의 값에는 비율과 백분율이 있습니다.
- $\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$ 을 기준량에 대한 비교하는 양의 **비율**이라고 합니다. 비율은 기준량을 1로 보았을 때의 비교하는 양과 같습니다.
- $\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})} \times 100$ 을 기준량에 대한 비교하는 양의 **백분율**이라고 합니다. 백분율은 기준량을 100으로 보았을 때의 비교하는 양과 같습니다.

V. 결론 및 시사점

지금까지 비율, 비의 값, 백분율의 정의에 대해 주로 용어의 정의 그 자체에 집중해 문제점을 고찰하고, 이를 바탕으로 2007 개정 교육과정의 변화 내용을 평가하였으며, 또 하나의 대안적인 방법을 모색하기도 하였다. 그러나 이상의 논의 전반을 통해 오히려 비와 비율 관련 용어의 문제는 단지 용어만을 살펴서는 해결될 수 없음을 확인하게 된다. 즉, (곱의 관계에 의해 정의되는) 동치류로서의 비의 수학적 속성을 감춘 채로 비와 비율에 대한 용어 도입을 자연스럽게 해 내는 것은 한계가 있음을 알게 되는 것이다.

예를 들어, 비 3:5에 대한 비율 $\frac{3}{5}$ 은 기준량 5와 비교하는 양 3에 특정된 값이 아니라 $1\frac{3}{5}$, 5와 3, 10과 6, 100과 60 등등에 걸쳐 변하지 않는 관계에 부여된 하나의 수이다. 우리가 ‘기준량이 1이든, 5이든, 10이든, 100이든 변치

6) 백분율인지 비의 값인지의 일상생활에서의 구별은 주로 단위에 %가 붙느냐 붙지 않느냐에 의해 이루어지고 있다.

않는 그 관계'를 비라고 부르며 그것을 수로 표현한 것을 비율이라 부르는 것을 고려하면 '기준량을 ...로 볼 때의 비율'이라는 표현은 그 자체로 비율의 이러한 속성에 모순되는 측면을 가지고 있었다.

그리고 '기준량을 ...로 볼 때의'라는 수학적 으로 모호한 표현에 한해 그 뜻을 이해할 수 있으려면 이에 전제되는 것은 다시 동치류로서의 비의 개념이다. 왜냐하면 기준량이 변함에 따라 비교하는 양이 어떻게 되어야 하는지 결정하는 기준은 바로 두 양에 대한 비율이 일정해야 한다는 사실이기 때문이다. 그림 III-3에서 보았던 5차 교과서의 설명은 이를 잘 보여준다. '기준량을 100으로 보았을 때'의 말뜻을 파악하기 위해서는 ' $\frac{9}{20} = \frac{45}{100}$ '라는, 두 비율 사이의 등식을 생각해야 했다⁷⁾.

7차 교과서에서는 '남학생 3명과 여학생 5명'이라는 단 한 쌍의 수를 통해 비의 개념을 도입함으로써 여러 쌍의 수 속에 내재한 공통적인 관계로서의 비의 속성은 전달하지 않으며, 2007 개정 교과서에서는 도입 단계의 '생각열기'에서 학생당 4명의 공책이 필요한 상황에 대해 학생 수와 공책 수의 표를 채워보는 활동을 통해 동치류로서의 비를 다루고 있다는 점에서 개선점이 보이지만, 이후 그러한 동치관계로서의 비에 대한 관찰은 단원 끝의 '문제를 풀어보시오'의 물체와 그림자의 길이를 다루는 7번 문제(교육과학기술부, 2011, p.115)에서야 다시 등장할 뿐이다. 결국 비와 비율 개념의 도입 단계에서 동치관계로서의 비를 충분히 다루고 있다고 볼 수는 없다. 비와 비율 개념을 도입하는 맥락이 충실히 다루어지지 않는다는 점은 역대 교육과정 전반의 문제였다. 그러나

이전 5, 6차 교육과정에 포함된 '두 양의 곱의 관점에서의 비교'라는 비의 개념에 대한 표현과 동치류로서의 비를 함축한 표현이 2007 개정 교과서의 비율 정의에서 빠지게 것은 비 개념과 관련된 용어 정의만 살펴볼 때는 오히려 후퇴한 측면도 있다.

정은실(2003b)은 비의 진정한 의미는 단순히 두 양을 비교한 정적인 결과만을 생각하는 것이 아니라 상황이나 크기가 바뀌어도 그 안에 내재하는 관계가 같다는 구조의 불변성을 인식함으로써 알 수 있고, 비 개념의 심리적 근원 역시 두 양의 공변 관계를 관찰하는 데 있음을 지적하며, 우리나라의 교과서는 비 개념의 본질을 인식하게 하기보다는 비의 외형적 표현과 기계적 알고리즘에 치우친다고 비판한 바 있다. MIC 교과서의 《비와 비율》 편(나은교육연구소, 2004)을 살펴보면 자동차 한 대당 평균 승객 수, 연비, 그림자의 길이 등을 통해 동치관계로서의 비의 개념을 적극적으로 관찰하고 있음을 확인할 수 있다. 우리나라 2007 개정 교과서의 '생각열기'에서 동치관계를 관찰할 수 있는 의미 있는 예를 제시하였으나 이후 전개 과정과 용어의 정의에 그 의도가 충분히 반영되지 못한 것은 아쉬운 점이다.

한편, 전반적으로 역대 교과서에서 비의 동치관계는 '비와 비율' 단원의 뒤에 나오는 '비례식' 단원에서 비의 전향과 후향에 같은 값을 곱할 때 비의 값이 같음을 관찰하면서 도입되는데, 비와 비율과 관련된 용어를 동치류로서의 비라는 비의 본질적인 속성의 전달에 앞서 제시하는 이러한 순서에 대해서도 진지한 논의가 필요할 것으로 보인다. 동치류로서의 비의 개념에 익숙해진 학생들이라면, 학교 수학의 특성상 다소 논리적으로 불완전한 정의를 제시

7) 또 한편으로, 그림 III-2에서는 앞서 '한 양이 다른 양의 몇 배인지'의 답으로서 도입된 비의 값이 '기준량을 1로 보았을 때 대응하는 비교하는 양'으로서 도입되는 비율과 일치함을 설명하고 있는데, 여기에서 곱의 관점에서의 비교로서의, 그리고 동치류로서의 비의 두 속성이 연결되는 모습을 발견할 수 있다.

하더라도 그 정의가 의도하는 비와 비율 본래의 의미를 충분히 잡아낼 수 있을 것이다.

본 논의를 종합하자면 다음과 같다. 역대 교과서에서 비율을 정의하기 위해 사용된 표현인 ‘...에 대한 ...의 크기’는 곱의 관점에서의 비교라는 비의 수학적 속성에 대해, 그리고 비의 값과 백분율을 정의하기 위해 사용된 표현인 ‘기준량을 ...로 볼 때’는 학생들이 동치류로서의 비의 수학적 속성을 마음속에 이미 형성하고 있을 때 비로소 의미 있는 표현이었다. 그러나 교과서에서 그 표현들은 비의 수학적 속성에 대한 탐구가 이루어지기 전에, 관련된 용어를 정의하기 위해 도입되었으며 그 과정에서 앞서 지적한 바와 같은 논리상의 문제들이 발생했다. 비와 비율 관련 용어의 문제는 비와 비율의 지도 내용과 지도 순서 전반에 대한 논의 하에 다루어져야 할 것이다. 특히 그 논의에서 ‘곱의 관점에서의 비교’와 ‘동치류’라는 비의 두 수학적 속성을 용어의 정의에 어떻게 반영할 것인지, 그리고 비의 속성에 대한 탐구와 용어의 제시 순서는 어떻게 되어야 할지를 신중히 고려해야 할 것이다.

마지막으로 제안하자면, 비와 비율과 관련된 용어를 검토할 때, 이전 교육과정에서 고민하여 결정했을 것으로 보이는 사항들이 그 후속 교육과정의 교과서에 충실히 반영되지 못하는 모습을 발견할 수 있었다. 새 교육과정의 큰 틀에 맞추어 교과서의 구성이 바뀌는 것은 당연하고, 일부 내용에 대해서는 큰 변화도 올 수 있겠지만, 용어의 정의 및 배치와 같은 교과서의 섬세한 부분에서 이전 교과서에 담긴 고민과 배려를 계승하고 발전시키는 것도 새 교과서 작성에 있어서의 중요한 고려사항이라 생각된다.

참고문헌

- 고은성, 이경화(2007). 초등학교 6학년 학생의 비례 추론 능력 분석:2명의 사례 연구. **수학교육학연구**, 17(4), 359-380.
- 교육인적자원부(2005). **수학 6-가**. 서울: 천재교육.
- 교육과학기술부(2011). **수학 5-2**. 서울: 두산동아.
- 김수현, 나귀수(2008). 비와 비율 지도에 대한 연구-교과서 재구성을 중심으로. **수학교육학연구**, 18(3), 309-333.
- 나온교육연구소(역)(2004). **수학으로 보는 세상-비와 비율**. 서울:나온교육연구소.
- 문교부(1990). **산수 5-2**. 문교부.
- 박교식(2010). 우리나라 초등학교 수학에서의 비율 정의와 비의 값 정의의 비판적 분석. **수학교육학연구**, 20(3), 397-411.
- 장혜원(2002). 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의. **학교수학**, 4(4), 633-642.
- 정은실(2003a). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구**, 13(3), 247-265.
- 정은실(2003b). 비 개념에 대한 역사적, 수학적, 심리적 분석. **학교수학**, 5(4), 421-440.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional Reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. (1954). *Mathematics and Plausible Reasoning(vol.1): Induction and Analogy in Mathematics*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

A Discussion on the Terms Related to ratio and rate from the Revised 2007 Curriculum textbook

Hong, Gap Ju (Busan National University of Education)

In this study I examine the definitions of terms 'bi', and 'baekboonyul' by re-establishing the relations between them. Finally, I point out that those problems are intrinsic to the attempt of the textbook to introduce the terms related to ratio with little consideration for the mathematical meaning of ratio as a equivalence class.

*key words : 비(bi), 비율(biyoul), 비의 값(value of bi), 백분율(percent), 동치류(equivalent class)

논문접수 : 2013. 3. 31

논문수정 : 2013. 4. 26

심사완료 : 2013. 5. 21