

## 수학 학습 부진 학생을 위한 오개념 교정 지도 자료 개발 연구<sup>1)</sup>

최 승 현\* · 남 금 진\*\* · 류 현 아\*\*\*

수학적 오개념은 학습 부진 학생들이 올바른 수학 학습을 하는 데 큰 방해 요소 중 하나이다. 오개념의 발생을 줄이고 올바른 개념 형성을 돕고자 중학교 수학 학습에서 흔히 발생하는 수학적 오개념을 정리하여 ‘중학교 수학과 학습 부진 학생 지도를 위한 맞춤형 교수·학습 방법 자료’를 개발하였다. 이는 수학과 학습 부진 학생 지도를 담당한 교사들에게 교수·학습에 필요한 주요 교육 내용과 창의적이고 흥미 있는 수업 아이디어를 제공하기 위한 자료이다. 뿐만 아니라 오개념을 가진 학생들이나 학습부진아 학생들의 수업 자료로 사용하거나, 교사들의 연수 자료로도 사용할 수 있을 것이다.

### I. 서론

오개념은 이전의 학습이나 매일 접하는 현실세계와의 상호작용에서 발생하곤 한다. 학생들의 잘못된 방식으로 생성된 오개념은 또 다시 옳지 않은 방식으로 적용되어 고착화 된다. 이렇게 오개념은 학습 내용의 결여를 초래하고 그것은 새로운 학습에서의 부진으로 이어질 수 있게 된다. 학습 부진아는 선수학습에서 생긴 오개념으로 인해, 지식의 발전과정에 있어 정상적인 성취결과를 내는 학생들에 비해 어려움을 겪게 된다.

수학의 경우 초기 단계에서 학습의 어려움을 겪으면 이후 수학 학습에서도 학습 부진으로 이어져 쉽게 고쳐지지 않는다. 수학적 오개념은 학습 부진 학생들이 올바른 수학 학습을 하는 데 큰 방해 요소 중 하나이다. 그러므로 수학에서 학습 부진을

해소하기 위해서는 수학적 오개념을 정확한 수학적 개념으로 바로 잡아주어, 다음 학습내용을 제대로 학습할 수 있도록 해야 한다. 학생들이 계속해서 올바른 개념을 갖지 못한다면, 학습이 진행될수록 학생들에게 지속적으로 많은 혼란을 주기 때문이다. 따라서 이러한 오개념의 발생을 줄이고 올바른 개념 형성을 돕고자 중학교 수학 학습에서 흔히 발생하는 수학적 오개념을 정리하여 이에 대한 처치 방안으로 수업 지도 자료 및 전략을 제시하고자 한다.

### II. 이론적 배경

#### 1. 수학적 오개념의 교정

학습 부진 원인을 살펴볼 때, 이를 해소하기 위하여 수학적 오개념의 교정은 중요한 과정이

\* 한국교육과정평가원(jhtina@kice.re.kr)

\*\* 대진대학교(gcnam@daejin.ac.kr)

\*\*\* 계명대학교(ryumath@kmu.ac.kr), 교신저자

1) 이 연구는 한국교육과정평가원 수탁과제인 ‘초등학교와 중학교 국어, 수학 학습부진아를 위한 학습 주제별 맞춤형 교수학습 방법 자료 개발’ 연구 과정 및 결과를 기초로 작성되었으나 이 연구는 중학교 내용을 중심으로 개발한 것임.

다. 오개념에 관한 연구는 학생들의 오개념을 올바른 수학적 개념으로 변화시키는 오개념 교정을 위한 학습 지도 방법에 있다. 이 때 ‘교정’은 오개념을 없애는 것만을 의미하는 것이 아니라 수학적 개념으로의 변화를 의미한다. 오개념 교정 수업은 학습 전에 오개념을 확인하고 사전에 집중적으로 오개념을 설명한 후 새로운 학습을 시작할 수도 있고, 수업 중간에 오개념 교정 지도를 할 수도 있다. 이는 교사의 교수지식을 사용하는 방법에 따라 달라지게 되며, 교사는 학생들의 개념형성이 단번에 일어나는 것이 아니라는 점을 인식해야 한다. 오개념의 교정은 수학 지식을 습득하고 수학적 개념을 이해하는 중요한 요소로 작용하므로, 교사는 오개념의 패턴에 따른 처치 전략을 가지고 있어야 한다. 예컨대, 어떤 단원의 학습이 끝나면 학습자가 단번에 개념 형성이 되는 것이 아니라 서서히 형성 과정이 이루어지게 되므로, 교사는 학습자 나름대로 개념을 형성할 수 있도록 간격을 두고 지켜봐야 한다. 또 교사는 학생의 오개념을 파악하여 교수·학습 과정 중 학생들과 토론하고 사고하며 적절하고 다양한 예를 제시하여 잘못된 개념 이미지를 자극해야 할 필요가 있다.

또한 수학 부진 학생이라도 교과서에서 다루는 수학적 정의나 개념을 지나치게 단순화하는 것도 주의해야 한다. 지나치게 단순화된 설명으로 인해 학생들은 마치 자신들이 이해한 것처럼 느낄 수 있으나, 교사가 이들에게 조금만 다른 형태로 문제를 제시하면 원리를 적용하기 어려워하게 된다. 따라서 학생 스스로 복잡성을 인식한 후 이를 극복할 수 있도록 사고 능력을 키워주는 일이 중요하다. 이런 점에서 이종희·김부미·김성준(2004)의 연구에서는 교과서 위주의 강의식 학습 방법보다는 모델링 관점에서의 표현 변환 학습이나 과제기반 표현 변환 학습이 표현간의 유연성과 학생들의 선수 경

험과의 연결성 측면에서 교수학적 효과가 있다고 하였다. 또 수학적 오개념을 ‘제대로 된 학습이 이루어지기 전에 학생 스스로가 지니고 있는 개념으로 수학적 개념과 일치하지 않기도 하며 부분적으로 맞는 직관적인 개념’으로 정의하였다. 이 과정에서 교사의 설명이 적절히 제공된다면 오개념 없이 수학적 개념을 올바르게 형성할 수 있게 될 것이다 (김정하, 2011).

Tall(1991)은 오개념을 실행상의 오류(executive errors)와 구조적인 오류(structural errors)로 분류하였다. 이와 같이 오개념을 분류함으로써 오개념 교정 수업 방법이 달라지게 된다. 실행상의 오류는 교사의 교수학습 활동 후 학생의 오개념을 지적함으로써 교정 가능한 오류를 말한다. 이 경우에는 협동 학습 수업보다 설명식 수업의 교정율이 더 높게 나타났다. 이는 오개념을 갖고 있는 대부분의 학생들에게는 설명식 수업이 더 효과적임을 의미한다. 이에 비해 구조적인 오류에 의한 오개념은 일시적이지 않으며, 문제 맥락에 따라 특정 관점에 집착함으로써 올바른 개념으로 형성되기 쉽지 않다 (Tall, 1991). 이와 같이 학생들이 특정 관점에 집착하는 경우에는 오개념이 교정되기 어렵다고 한다. 즉 일정한 형태로 문제를 해결하려는 경향이 강한 학생들에게 적절한 수업 방안으로는 학생들 전체를 대상으로 하는 설명식 수업보다 소그룹 형태로 동료간 협동 수업 처치를 통한 학습이 오개념 교정율이 더 높았다고 한다(이종희, 김부미, 2006). 따라서 특정 관점에 대한 집착으로 발생한 오개념을 교정하기 위해서는 학생 개인의 오개념을 상세히 탐색하고 교정할 수 있는 동료 간의 협동 학습 방식이 더 효과적이라고 할 수 있다.

이런 연구 결과를 종합하면, 오개념 교정지도가 모두 끝난 후에도 학생들은 여전히 오개념을 지니고 있기도 하고, 기존의 인지 구조에 수학적 오개념이 강하게 각인된 형태로 계속 남아 있기도 한다 (김정하, 2011). 또, 오개념 유형에 따라 설명식 수

업과 동료 간 협동식 수업을 통한 교정 효과가 서로 다르다고 한다. 뿐만 아니라, 동료 간 협동 학습을 할 때 발견되는 학생들의 오개념 중 일부는 단순히 잘못된 것이 아니라 이를 근거로 올바른 개념으로 변화하는 경우도 찾아볼 수 있다. 비록 학생들에게 주어진 문제 상황은 서로 다르지만 본래의 개념 구조는 같으므로, 수학적 탐구나 토론 등의 과정을 거쳐 학생들의 오개념이 교정되기도 한다. 이런 점들을 근거로 중학교 수학학습 부진에 적절한 교수학적 방안을 모색해야 할 것이다.

## 2. 수학적 오개념 지도 방법

학생들이 학습할 내용에 대하여 어떤 오개념을 가지고 있는지에 대하여 교사가 인식하는 정도에 따라 수학학습에서 발생할 수 있는 학생들의 어려움에 대한 자원의 역할을 하게 된다. 뿐만 아니라 이 개념들이 심화·확장된 내용의 지도에 있어서 학생들의 수학적 발견과 탐구에도 도움이 된다. 그러므로 교사가 학생이 지닌 오개념과 흔히 범할 수 있는 오류<sup>2)</sup>를 인식하고 있느냐에 따라 평소 교사의 수업 전개 방식에 영향을 주게 된다(최승현, 황혜정, 2008).

대부분의 교사들은 오개념을 고려하여 수업을 진행하며, 학생들에게 나타날 수 있는 다양한 오개념의 예를 제시하며, 수업시간에 나타난 오개념은 바로 바로 교정해 준다고 한다. 이러한 교사 답변에도 불구하고 실제 수업 관찰에서는 학생들의 오개념에 대한 언급 없이 수업이 진행되는 경우들이 흔히 발견되는 현상에 대해 면담에 참여한 교사는 다음과 같이 설명하였다.

교사 : 수업시간에 오개념을 직접 지도하지 않는 이유는 오개념이 발생하지 않은 수업 상황에서 굳이 오

개념을 강조하여 지도한다면, 그 자체가 학생들에게 혼란스럽게 다가갈 수 있다고 생각해서이다. 오히려 학생들에게 오개념을 친절히 심어주는 결과를 초래할 수 있을 것 같아서 직접적으로 오개념을 학생들에게 제시하진 않았다. 다만, 수업시간에 오개념이 발생하면, 이는 바로 지적하고 고칠 수 있도록 지도할 것이다.

실제 수업에서 교사 자신이 생각하는 오개념이 발견되지 않을 경우, 교사는 그 오개념의 예들에 대해서 설명해 주지는 않는다고 한다.

### 가. 학생의 오개념 파악

학생들이 새로운 개념을 학습할 때 항상 교사가 의도한 대로 학습하는 것은 아니다. 학생들은 수업을 받기 이전부터의 경험을 바탕으로 대상에 대한 나름대로의 개념을 가지고 있고, 이는 학습에 직·간접적으로 영향을 미치게 된다. 이는 학습이 교사의 설명과 지도를 통해 이루어진다고 보다 학생 스스로 일상 경험과 학습 경험을 통해 대상에 대한 이해를 스스로 구성하기 때문이다(최지선, 2003). 이런 점에서 학습 이전에 학생 스스로 형성하여 학생의 인지 구조 속에 내면화되어 있는 지식으로 수학적 개념과 일치하지 않거나 제한된 영역에서만 성립하는 지식이라 할 수 있는 수학적 오개념은 교수·학습에서 중요한 의미를 갖는다(최승현, 2007).

최근에 수학적 오개념은 수학 학습에서 학생들이 직면하게 되는 어려움들에 대한 시발점으로, 심화·확장된 내용의 지도를 위해 학생들의 수학적 발견과 탐구 학습의 출발점으로 간주되기도 한다(김부미, 2006). 따라서 학습자의 수학적 오개념은 기존의 개념 구조에 체계적으로 결합되어(Radatz, 1980: 최지선, 2003 재인용), 교사에 의해서 교정되

2) 오류 중에는 오개념 때문에 발생하는 경우도 있어 대부분의 교사들은 오개념과 오류를 함께 지도하는 경향이 있음.

지 않는다면 더욱 심화되는 것으로 알려져 있다. Moschovich(1998)에 따르면 특정 맥락에서는 효과적으로 활용되기도 하는 과도기적 개념과 같은 오개념은 나름대로의 이해를 바탕으로 하고, 다른 개념과 연결되어 있다는 점에서 학생들의 학습 과정에서 지속적으로 나타내게 될 것이라고 예측하였다. 따라서 교사는 오개념의 적절한 활용을 통해 이를 올바른 수학적 개념으로 전이·진화시킴으로써 교수·학습에서 효과적으로 활용할 수 있는 방안을 모색해야 한다.

이를 위해 교사는 수업을 이끌어 가는 과정에서 학생들의 일반적인 오개념이나 실수가 발생하는 곳을 예측하고 이를 적절히 다룰 수 있어야 한다. 또한 다양한 선수개념을 지닌 학생들의 오개념을 상쇄시킬만한 수학적 증거를 활용하거나 학생들이 지닌 생각에 도전하고 지속적으로 강화시킴으로써 올바른 관점을 학생들에게 제공할 수 있어야 한다. 즉, 학생들을 오개념으로 부터 수정된 사고를 이끌어내고, 오개념을 포기하는 과정에서 경험하게 될 어려움을 예측하고 대응책을 마련하는 것이 교사의 역할이다. 따라서 교사는 지속적으로 학생들의 오개념에 대한 지식을 갱신하고, 교육과정·학교급·대상학년이 변함에 따라 새로운 내용에 대한 오개념의 유형을 철저하게 분석하여 대처할 수 있도록 해야 할 것이다. 학생들의 수학적 오개념을 고려하여 수업하는 교사들의 지도 방법을 알아보면 다음과 같다.

#### 나. 수학적 오개념 지도 방법

대부분의 수학 교사들은 학생들에게 나타날 수 있는 오개념을 인식하고, 이에 대한 다양한 예를 보여주는 방법으로 지도한다. 교사들이 학생들의 오개념을 고려하여 실제 수업에서 반영한다는 것은 학습자 이해 측면에서 학생들의 사고를 인지하고 있다고 볼 수 있다. 대부분의 수학교사들이 학생들

의 오개념과 오류에 대해 간단한 정도로만 파악하고 있으며, 일부 교사들만이 다양한 오개념과 오류를 학생들의 입장에서 파악하고 있다고 한다(조진아, 2009). 또한, 대부분의 교사들이 학생들의 오개념을 고려하여 수업을 하며 학생들에게 나타날 수 있는 오개념을 선택하여 다양한 예를 제시한다고 하였지만 이 역시 제한적이다. 따라서 교사들의 학생들이 가지고 있는 오개념 양상에 대한 이해는 여전히 부족하다고 볼 수 있으며, 실제 수업에서 교사가 생각하는 선행지식과 학생들에게 설명하는 선행지식에 대한 차이를 확인할 수 있다(조진아, 2009). 학생들이 수업내용을 얼마나 이해하고 있는가에 따라 교사들의 교수방법이 달라질 수 있으므로 학생들의 학습과정에 대한 부분과 오개념을 파악하여 적절한 교수방법을 활용하고 다양한 피드백을 제공해야 한다. 잘못 형성된 개념은 다음 학습에 직접적으로 영향을 미치게 되기 때문이다. 그러므로 교사는 학습자의 오개념에 대해 인지하고 수업을 실행함으로써, 오개념들을 바로 잡아 줄 수 있는 역할을 해야 한다. 한편, 교사의 교수경험의 차이와 교수 방법에 따라 학생들의 사고에 내면화되는 정도가 다를 것이다. 그러나 교사는 교수 경험의 차이를 떠나 학습자를 이해하고 각 영역의 교수방법에 대해 숙지하여 교수할 기회가 오면 학생들에게 정확한 지식을 제공할 수 있도록 준비하여야 한다. 실제로 학생들이 지닌 오개념 파악은 이에 대한 교수경험이 있는 교사와 교수 경험이 없는 교사 간에 심한 정도의 차이가 있다고 한다. 오개념 지도에 대한 교수경험이 있는 교사는 학생들이 가질 수 있는 다양한 오개념과 오류에 대해 더 많이, 더 정확하게 파악하고 있는 반면, 오개념 관련 교수경험이 없는 교사는 간단한 예시 정도만 알고 있다고 한다. 교사들은 학습자 이해의 측면에서 학생들이 가질 수 있는 다양한 오개념과 오류를 미리 파악·분석함으로써 수업시간에 흔히 나타날 수 있는 오개념과 오류를 줄일 수 있도록 해야 한다. 하

나의 방법으로, 교사들 자신이 인지하고 있는 학생들의 오개념과 오류를 기록하여 정리해 본다면 자신이 지니고 있는 학습자 인식 수준을 쉽게 알 수 있을 것이다. 즉 교사는 학생들의 오개념을 파악하고 교정하기 위한 전략을 세워야 한다(Carpenter 외, 1989).

오개념 지도 방법 부분을 크게 4가지로 구분하여 학생들의 선행 지식에 대한 이해, 수업 진행 방법, 수업과정에 대한 교수방법(새로운 개념 도입), 오개념과 오류에 대한 적절한 교수방법, 평가 방법으로 정리하면 다음과 같다.

#### 1) 학생들의 선행지식에 대한 이해

학생들은 학교 수업에 앞서 배경 지식과 선행 경험뿐만 아니라 해당 연령별로 특이한 지적, 사회적, 정서적 특징들을 지니고 있다(최승현 외, 2006). 즉, 학생들은 각각의 연령 집단별로 지적, 사회적, 정서적 측면에서 특정한 발달적 특징을 가지고 있다. 따라서 수학교사는 지도하는 학생들의 인지적 수준을 반영하여 수업을 계획하고 준비하여 연령 집단의 학습 특징과 발달적 특징이 반영된 교수·학습을 구성해야 한다.

학생들은 어떤 내용을 학습할 때 자신들이 지닌 기존 지식과 새로운 지식을 관련지어 재구성하고 재구조화하는 능동적인 과정을 거치게 된다. 이때, 학생들이 인지적 발달 수준, 그리고 기존에 가지고 있던 배경 지식과 경험은 학생들의 학습에 영향을 미치는 중요한 변인이 된다. 즉, 학생들이 실생활로부터 얻은 지식이나 주변 환경에서 얻은 지식까지도 학교에서 배우는 수학학습에 영향을 미친다. 따라서 교사는 학생들의 인지 수준과 역량은 물론 수업 설계와 교수활동에 중요한 영향을 미칠 수 있는 다른 배경 요인들까지 명확하게 파악하고 있어야 한다. 이러한 배경 요인에는 인지적·정의적·언어적 영역에서 나타날 수 있는 다양한 요소들이 포함되며, 각각의 요소는 학습 내용

을 선정하고 프로그램을 구성하거나 조정하는 바탕이 된다. 수학교사는 교과 내용에 대한 지식과 교육학에 대한 지식뿐만 아니라 학생들이 일상생활을 통해 가지게 되는 학생들의 흥미, 관심, 호기심 등과 같은 인지적·심리적 발달의 결과물에 대하여 이해하고 있어야 한다. 예를 들어, 음수를 지도할 때 교사는 학생 이해 측면에서 음수를 학습하기 전 학생들의 선행지식과 학생들의 입장에서 그들의 생각을 이해하고 있는지를 인지하고 있어야 한다. 이때, 교사가 생각하는 선행지식의 수준은 실제 수업에서 학생들에게 선행지식으로 강조하여야 할 것과는 차이가 있으므로 학생들이 이미 알고 있는 학습 내용을 아는 것은 매우 중요하다.

#### 2) 수업 진행 방법

일반적인 수학 수업 진행 방법은 주로 교과서 위주의 강의식 수업을 가장 많이 사용하고 있다. 활동지 사용, 형성평가 활용, 수준별 수업 등도 사용하지만 이러한 수업 방법은 학생들의 특성에 따라 다르게 사용된다. 특히, 새로운 개념을 배우는 학생들에게는 개념 습득이 중요하므로 주의를 집중시킬 수 있고, 학생들이 수업에 참여할 수 있도록 흥미를 끌 수 있는 수업방식을 선택하여 지도해야 한다.

대부분의 교사는 교과서에 제시된 문제를 학생들과 함께 풀어 보며, 교사가 중요하다고 생각하는 문제는 칠판에 직접 풀어주는 방법으로 수업을 진행한다. 그러나 수학 부진 학생들에게 교사들이 설명하고 공식을 제시하는 방법으로만 지도한다면 왜 그렇게 되는지에 대한 이유를 알 수 없으므로 수학학습에 있어 도움이 되지 못한다고 한다. 이에 교사들은 문제 해결을 위해 필요한 선행 개념을 연결하여 배경과 문제 해결 과정을 설명한 뒤 학습내용 정리의 차원에서 공식을 제시하는 방법이 유용할 것이다. 실제로 교사들은 자신이 수업

에서 사용하는 방법이 학습 효과가 큰 교수방법이라 생각한다(최승현, 2008). 예를 들어 일부 교사들은 학생들의 음수 계산에서의 수학적 오개념을 귀납적 외삽법을 이용하여 지도한다고 하였고, 일부 교사는 수직선과 형식적인 방법으로, 또는 공식을 이용하여 지도하는 경우도 있다. 물론 같은 오류나 오개념을 지도하는 방법도 교사마다, 또 대상 학생에 따라 달라야겠지만 공식만을 강조하여 오류나 오개념을 지도하기보다는 교사 각자의 방법으로 학생들에게 적절한 방법을 사용하여야 할 것이다.

### 3) 새로운 개념 도입에 대한 교수 방법

대부분의 교사들은 새로운 개념을 지도할 때 직관적인 방법이나 형식적인 방법 중 어느 한 방법만을 사용하는 것이 아니라 이 두 방법을 병행할 때 학습효과가 크다고 하였다. 앞서 설명한 바와 같이 교사들은 학생들에게 혼동을 줄 수 있는 개념들을 교과서를 통해 정리하는 방법으로 수업을 진행하는 경우가 많다. 그러나 형식적인 방법만으로 학생들을 이해시키기 보다는 직관적인 방법과 병행하여 직접 볼 수 있게 지도하는 것이 효과적이다. 즉 새로운 개념을 도입할 때 대부분의 교사들은 칠판에 그림을 그리거나 실생활의 예를 통해 설명하는 방법으로 수업을 진행한다. 예컨대, 음수개념을 처음으로 배우는 중학교 1학년 학생들에게 음수 도입을 지도할 때 50% 이상의 교사들이 칠판에 수직선을 그려서 음수 개념을 도입한다고 하였다. 그 이유로 수직선은 음수의 연산에서도 많이 사용되는 모델로, 학생들에게 직접 칠판에 그려서 보여주는 직관적인 방법으로 좋기 때문이라고 그 사용 이유를 설명하였다(조진아, 2009). 또, 40% 정도의 교사는 실생활의 예를 통해 음수 개념을 도입한다고 하였다. 이 방법은 음수를 배우는 이유와 음수가 어디에 어떻게 쓰이고 있는지 알 수 있기 때문에 학생들이 쉽게 음수를 이해할 수 있을 것으로 판단하였기 때

문이라고 하였다. 예컨대, 일상생활에서 흔히 사용되는 대출과 예금으로 음수와 양수의 개념을 확인함으로써, 음수를 배우는 필요성을 알게 되고 학생들이 음수 개념 자체를 이해하는데 많은 도움을 줄 수 있다. 이와 같이 교사들이 학생들에게 이해하기 쉽고 기억하기 쉬운 실생활의 다양한 예를 찾아 설명할 수도 있으나 그 방법이 항상 유용하지 않을 수도 있다.

한편, 수학교사의 50% 정도가 새로운 학습 내용에 대해 역사 발생적 배경을 설명한다고 하였으며, 나머지 50% 정도는 설명을 하지 않는 것으로 나타났다. 수학적 개념의 역사 발생적 배경에 대해 많은 교사들이 중요성을 인식하고 있음에도 불구하고 대부분 수업에서는 활용하지 않고 있다. 그러나 학생들이 어려워하는 개념이나 새로운 개념을 도입할 때에는 역사 발생적 원리의 활용은 매우 효과적이다. 적절한 수학사의 응용은 학생들의 주의집중과 변화를 가져오게 하며 학생들의 수학에 대한 올바른 인식을 가능하게 하고 수학적 내용자체를 올바르게 이해하며(백석운, 1990), 쉽게 활용하는 데 도움이 된다. 실제로 수학의 많은 개념들이 직관적으로 받아들이기 힘들고, 형식적인 의미가 강하다. 그러므로 교사들이 이러한 역사 발생적 배경을 활용하여 오개념을 가진 학생들에게 설명해 준다면 그 의미를 정확하게 이해하는데 도움이 될 것이다.

### 4) 평가 방법

교사가 학생이 가진 오개념과 쉽게 범하는 오류가 무엇인가를 인식하고 있는지의 여부는 평소 수업 전개 방식 및 평가 방법에 영향을 미치게 된다. 오개념이나 오류는 올바른 개념적 해석과 함께 지속되면서 하나의 이론처럼 작용하며 쉽게 수정되지 않기 때문이다. 따라서 교사는 학습 내용에 대하여 학생들이 가질 수 있는 오개념이나 오류, 오답의 형태를 미리 생각해보고 직접적인 교

정방법을 모색해야 한다.

대부분의 교사들이 수업 중에 학생들에게 예제를 칠판에 풀어보게 하거나, 단원이 끝난 후 형성평가를 통해 학생들의 오개념을 파악한다. 특히, 학생들이 칠판에 나와서 풀고 있을 때 다른 학생들의 풀이를 확인하는 순회 지도와 질문을 통해 학생들의 반응을 이끌어내는 방법을 적절히 활용해서 학생들이 수업에서 모르는 것이 없었는지, 정확히 알고 있는지 평가할 수 있다

학생들의 수업 자료로 사용하거나, 교사들의 연수 자료로도 사용할 수 있도록 개발되었다. 학생들의 오개념 상황을 재현한 만화, 설명 자료, PPT 자료, 동영상 자료를 함께 제공함으로써 각각의 필요에 맞게 활용할 수 있도록 하였다. 설명 자료와 동영상 자료는 수업 및 교사의 연수를 위한 자료로 학생 지도에 활용할 수 있는 자료이다. 교사의 필요에 따라 PPT 자료를 재구성하여 부진 학생 학습 지도에 활용할 수 있도록 하였다.

### III. 오개념 교정 자료 개발의 과정

#### 1. 개발 배경

앞서 제시한 내용들을 근거로 '중학교 수학과 학습 부진 학생 지도를 위한 맞춤형 교수·학습 방법 자료'를 개발하였다. 이 자료는 중학교 수학 부진 학생들에게 흔히 나타나는 오개념이나 오류를 지도하는 교사들에게 도움을 주기 위한 자료로, 수학과 학습 부진 학생 지도를 담당한 교사들에게 교수·학습에 필요한 주요 교육 내용과 창의적이고 흥미 있는 수업 아이디어를 제공하기 위한 것이다. 이는 최근의 학교 위기 현상으로 교사의 수업 통제력이 약화되어 교사가 권위만으로 수업을 운영하는 것이 어렵게 됨에 따라 어느 때 보다 학생들, 특히 부진 학생들의 흥미를 유발하여 수업을 집중 시킬 수 있는 수업 방법 및 자료가 요구되기 때문이다. 또한 개발된 자료는 차시별로 자료를 제공하기 보다는 융통성 있게 단원별, 연차적으로 통합 학습이 가능한 주제별로 제시하였다. 교사들이 수업 범위 진도에 맞추어 제공할 수 있는 자료가 개발되기를 요구하였기 때문이다(진의남, 2008).

이 자료는 오개념을 가진 학생들이나 학습부진

#### 2. 개발 절차

중학교 수학과 학습 부진 학생 오개념 교정 자료의 개발 절차는 다음과 같다.

첫째, 이전의 오개념 관련 연구들에서 제시된 중학교 학생들의 오개념들을 정리한 후 수학 부진 학생들과 관련된 내용을 추출하였다.

둘째, 본 연구에 참여한 교사들이 자기 나름대로 중학교 수학 수업 중에 수학 학습 부진학생들에게서 발견되는 오개념을 추출한 후, 이에 대한 교수·학습 자료를 개발하고, 이 자료들을 효과적으로 활용할 수 있도록 영역별, 학년별로 교수·학습 단계를 구성하고 단계별로 교사와 학생의 역할에 대해 제시하였다.

셋째, 이 자료의 내용 선정은 중학교 학습 부진 학생들에게서 발생하는 오개념 중, 수학과 5개 영역 학습에 필수적이고 기본적인 학습 내용 요소를 중심으로 이루어졌다. 학습 내용 요소의 선정 범위는 중학교 전 과정과 고등학교 학생들도 흔히 가지고 있는 중학교 수학 내용에 대한 오개념도 포함하였다.<sup>3)</sup>

넷째, 선정된 오개념들을 분석하여 정리한 후, 이를 근거로 중학교 수학과 학습 부진 학생 오개념 교정 자료를 개발하였다.

3) 이 연구는 중학생들이 갖고 있는 학습 부진 내용을 중심으로 하였으나 고등학생들도 여전히 이러한 내용에 대하여 오개념을 가질 수 있음.

### 3. 개발 자료 제시 방법

학습 부진 학생을 지도하는 수학교사들이 이 자료의 학습 내용 요소의 지도 방법을 활용하여 중학교 전체 학년의 수학과 학습 부진 학생을 지도할 수 있도록 고려하였다. 효율적인 내용 전달을 위해 PPT 자료, 동영상 자료, 설명서 자료의 내용 전개 구조는 모두 동일하게 구성되었다.

자료에서 문제가 되는 상황을 제시하는 방법은 ① 학습 요소에 대해 학생들이 오개념을 가진 상황이나 오류를 범하는 상황을 설명하거나 ② 사례를 들어 교사와 학생 또는 학생들 사이의 대화에서 오류가 발생하는 상황을 서술하거나 ③ 학습 요소를 지도해야 하는 필요성을 여러 가지 형식을 통해 보여준다. 그리고 제시된 상황들에 대한 오류 진단 방법은 학습을 지도하는 실례를 들어 안내한다.

지도 실제에 대한 설명에 이어서 ① 위의 문제 상황에서 무엇이 문제인지 진단하고, ② 교과교육학에서 오개념 해결 방법이나 오류 해결 방안에 대한 관련 지식을 기술한다. 이때 수학 내용 또는 타 교과와 내용으로 그 해결 방안을 제시할 수도 있다. 또한 ③ (학생의) 오류 배경과 오류에 대한 배경도 진단한다.

오류에 대한 처방 자료는 ① 위의 오류를 처방하는 교사의 교수·학습 방법을 다양하게 제시하거나, ② 추후 기개발 자료로 활용 가능한 학습 자료를 사용하거나 ③ 개발된 자료는 개발한 교사가 직접 오개념 지도 방법을 촬영하여 제시한다는 가정 하에 제작되었다.

또한 이 자료에서는 학습 부진 학생들을 지도할 때 나타나는 오개념과 오류를 지도하는 방법을 구체화하였다. 자료의 활동 내용 전개 구조는 비슷하지만 지도의 원리와 실제는 각기 다른 방식을 사용함으로써 지도 방법을 다양화하였다. 교사들은 이를 통하여 수학과 학습 내용 요소를 지도하는 다양한 방법을 익힐 수 있고, 다른 학습 내용

요소의 지도에 응용할 수 있을 것이다.

이 자료에서는 학습 요소의 지도 방법에 따른 유의점을 통하여 학습 요소를 지도할 때 중점을 두어야 할 점과 주의해야 할 점을 제시하였다. 이는 수학과 학습 요소를 지도할 때 교수 활동과 학습 활동의 효율성을 높일 수 있기 때문이다. 또한 오개념과 오류를 지도할 때에 필요한 정보를 함께 제공함으로써 교수·학습의 장을 넓힐 수 있도록 하였다. 이는 교수·학습의 측면에서 여러 가지 관련 활동을 할 수 있게 활동의 폭을 넓힐 수 있도록 한 것이다. 뿐만 아니라 이 자료의 해당 학습 요소나 관련 학습 요소들을 다양한 활동을 통하여 내면화할 수 있게 하는 활동을 제시하였다. 이 활동들을 통하여 학습 내용 요소에 대한 학생들의 흥미를 제고하고, 실제적 부진을 해결하고자 한 것이다. 이것은 또한 학습 부진 학생들을 지도하는 교사들에게 수업에서의 동기 유발이나 다양한 활동을 안내하기 위한 것이기도 하다.

학습 부진의 원인과 지도의 원리 및 지도의 유의점을 정리하여 자료의 전체적인 내용을 상기해 볼 수 있도록 하였다.

### 4. 자료의 구성

#### 가. 오개념 교정 자료의 내용 구성 및 체계

이 자료는 수학과 학습 부진학생에게 흔히 나타나는 오개념과 오류를 지도하는 교사의 학생 지도 능력을 높이기 위한 자료이다. 수학교사들이 수학 학습 부진 학생을 지도할 때 기본적으로 알아야 할 지도 내용과 지도 방법을 담고 있으며, 2007년과 2009년 개정 수학과 교육과정의 5개 영역을 바탕으로 학습 요소들을 선정하였다. 개발된 내용은 수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하 영역에서 중학교 부진 학생들이 가질 수 있는 수학적 오개념과 오류, 고등학생들이 가지고 있는 중학교 내용에



대한 수학 오개념도 포함하였다. 그러므로 학습 부진 학생 지도를 맡은 중학교 교사들이 수업 자료로 활용하거나, 학습 부진을 보이는 중·고등학생들이 직접 학습에 활용할 수 있도록 제작하였다.

중학교 학생들의 수학 오개념은 최지선(2003)의 연구에서 정리된 중학교 수학과 학습 부진 학생들의 오개념 유형과 오개념 연구에 참여한 경험이 있는 교육경력 5년 이상의 수학교사 12명들로부터 경험적 데이터를 추출하여 정리였다. 이를 다시 수학교육 전문가 집단의 논의 과정을 통해 오개념 자료가 요구되는 내용을 선정하였다. 각 영역별 오개념 내용은 영역에서 학생들이 필수적으로 학습해야 하는 학습 내용 요소를 중심으로 선정하였으며, 영역에 따라 학습 내용 요소의 수가 다른 것은 중학교 수학에서 우선적으로 지도를 해야 할 학습 내용 위주로 선별하였기 때문이다. 추출된 학습 내용에 따라 개발된 자료는 수와 연산 15종, 문자와 식 15종, 함수 15종, 확률과 통계 14종, 기하 16종, 고등학생들이 가지고 있는 오개념 3종으로 총 78종으로 구성되었다. 이 연구에서 중학교 오개념 교정 자료를 개발하기 위해 추출한 내용은 다음과 같다.

<표 III-1> 교정 자료 개발을 위한 중학교 오개념

영역	오개념 내용
수 와 연 산	• 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 때 겹치는 소인수만 끌라내면 된다?
	• 어떤 수는 자연수이면서 정수, 유리수일 수 없다?
	• -2.5는 수직선의 어디에 나타내야 할까?
	• 분배법칙을 이용할 때 헛갈리지 않으려면?
	• $2-3 \times 4$ 는 왜 -4가 아니고, -10일까?
	• 왜 소수를 수로 분류하면 안 될까?
	• $2^3 = 2 \times 3$ 이다?
	• $a$ 의 제곱근과 제곱근 $a$ 는 어떻게 다를까?
	• $\sqrt{\quad}$ 를 포함하는 수는 무리수이다?
	• $\sqrt{\quad}$ 는 실제로는 없는 수이고 사용하지 않는다?
	• 실수와 수직선 위의 점은 1:1 대응이다?
	• $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$ 또는 $-2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ 로 계산한다?
	• 분모의 유리화에 관련된 오류들
	• $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{8}$ , $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$ 와 같이 계산한다?
	문
자	• 미지수가 2개 $(x, y)$ 인 연립방정식의 해를 구할 때, 일

와 식	차방정식의 해는 $x=a$ 이다?
	• 미지수가 2개인 일차방정식의 해가 1개뿐이다?
	• 계수의 의미를 알지 못한다.
	• 분배법칙을 사용하지 못한다.
	• 부등식의 양변에 음수를 곱하거나 나누면 부등호의 방향이 바뀌지 않는다?
	• ‘다항식의 계산’과 ‘일차방정식을 풀다’의 개념을 정확하게 구별하지 못한다?
	• 일차방정식에서 $x$ 의 계수를 없애기 위해 양변을 같은 수로 뺀다?
	• $(a^3)^4 = a^7$ 이다?
	• $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ?
	• 다항식과 방정식을 구분하지 못한다.
	• 지수법칙을 사용하지 못한다.
	• $2ab$ 와 $4b^2$ 의 공통인수는 $b$ 이다?
	• 다항식의 인수분해에서 어떤 항의 계수로 다항식을 나눈다?
	• $x^2 - x - 2 = 0$ 의 해는 -2와 1이다?
	• $\overline{AC}$ 와 $\overline{CA}$ 는 같을까 다를까?
• 원기둥의 교선의 개수는 몇 개?	
• 두 각이 한 꼭짓점에서 만날 때 두 각의 크기가 같으면 맞꼭지각이다?	
• 동위각(엇각)의 크기는 항상 같다?	
• 세 변의 길이가 주어지면 항상 삼각형을 작도할 수 있다?	
• 두 변의 길이와 한 각의 크기가 주어지면 삼각형의 모양과 크기가 하나로 결정된다?	
• 다각형의 변의 개수에 따라 외각의 크기의 합이 달라진다?	
• 부채꼴의 중심각의 크기는 항상 $180^\circ$ 보다 작다?	
• 정육면체의 한 면의 모양은 정육각형이다?	
• 원뿔의 높이는 모선의 길이이다?	
• 직사각형(마름모)은 평행사변형이 아니다?	
• 두 변의 길이가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다?	
• 대응하는 각의 크기가 같으면 항상 닮음이다?	
• 모든 삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다?	
• 높이의 비가 1:2인 두 원기둥의 부피의 비는 1:2 <sup>3</sup> 이다?	
• 도수분포표를 그릴 때, 계급의 개수를 몇 개로 나타내어야 자료의 분포를 알아보기 좋을까?	
• 도수분포표를 이용하여 평균을 구한 것과 자료의 평균은 같다?	
확	• 막대그래프와 히스토그램은 같다?
률	• 두 자료를 비교할 때, 도수가 큰 쪽의 상대도수가 항상 크다?
과	• 두 사건 A 또는 B가 일어날 경우의 수는 항상 더한다?
통	• 두 사건이 일어나는 경우의 수를 구할 때 ‘또는’이 있어야 더하는 것일까?
계	• 두 사건이 일어나는 경우의 수를 구할 때 ‘동시에’가

	있으면 곱하는 것일까?
	• '적어도'라는 용어가 있을 때는 어떻게 경우의 수를 구할까?
	• 각 사건이 일어날 확률이 다른데도 불구하고 경우의 수의 비로 확률을 구한다?
	• 이전에 나왔던 결과가 이번 시행의 결과에 영향을 줄까?
	• 선택된 것의 순서가 있는 경우와 없는 경우를 구분해야 한다?
	• 대푯값으로 평균이 항상 자료의 중심 경향을 잘 나타내어 준다?
	• 자료의 개수가 짝수일 때 중앙값을 구할 수 없다?
	• 자료의 흩어진 정도를 나타내는 산포도를 모른다?
	• $x$ 값에 대해 대응하는 $y$ 값이 있다면 함수가 된다?
	• 함수의 그래프는 항상 규칙이 있다?
	• 함수의 그래프는 항상 연속적인 선으로 나타난다?
	• 기울기는 식을 통해서만 구할 수 있다?
	• 증가하는 함수는 모두 정비례이다?
	• 함수는 항상 $x, y$ 로 표현되어야 한다?
	• 함수는 항상 식으로 표현되어야 한다?
함수	• 기울기는 반드시 $x, y$ 절편을 알아야만 구할 수 있다?
	• 직선과 선분은 같다?
	• 연립방정식의 해는 그래프로 구할 수 없다?
	• 일차 함수는 일차방정식이다?
	• 이차함수와 이차식, 이차방정식은 모두 같다?
	• 이차함수의 그래프를 $y$ 축 방향으로 평행 이동하면 원래 그래프와 만난다?
	• 이차함수의 그래프는 항상 곡선의 형태이다?
	• 4개의 점으로 이차함수의 그래프를 그릴 수 있다?
고등 오개 념	• 유리식에서 이항을 하지 못한다.
	• 유리식에서 약분을 하지 못한다.
	• $a$ 가 양수인지 음수인지 알지 못한다.

#### 나. 자료의 구성

자료 제공 형식은 오개념 상황을 설명한 만화나 학생들의 오개념이 드러난 시험지, 오개념과 오류를 알기 위한 문제 상황 진단과 이를 교정하기 위한 수학교육 이론을 포함한 오개념 관련 설명 자료, 수업을 위한 PPT 자료, 수업 동영상 자료로 구성되어 있다. 이 자료들은 같은 학습 요소를 담고 있으나 그 형태를 달리하고 있다.

우선 만화로 설명된 오개념 문제 상황이나 학생들이 문제를 풀이한 오개념 시험지는 교사들 뿐만

아니라 학생들도 직접 자신들의 오류를 직접 찾아볼 수 있도록 하였다. 'PPT 자료'는 학습 지도 절차에 따라 정리하였으며, 자료의 주요 내용을 학생들에게 설명하거나 교사 자신이 전체를 개괄적으로 파악하는 데 활용할 수 있다. '동영상 자료'는 PPT 자료를 활용하여 실제 교사들이 지도하는 방법을 설명한 자료이다. 동영상 자료는 부진 학생들이 흔히 가지는 오개념이나 오류의 요소를 찾아, 3~10분 동안 학생들을 지도하는 수업을 포함하였으므로 자료들의 활용 방법을 확인하는 데 사용할 수 있다. 또한 학습 요소가 기존에 개발한 학습 보정 자료와 유사한 경우가 있으면 그 자료를 활용하도록 하였다.

## IV. 오개념 교정 자료의 실제

### 1. 자료의 내용 전개 구조

자료의 내용 전개 구조를 PPT 자료를 중심으로 정리하면 다음과 같다.

#### 가. 오개념 및 오류 상황

자료에서 안내하려는 학습 내용 요소에 대한 학습 부진 학생들이 가진 오개념과 오류의 예를 만화를 통하여 오개념 문제 상황이나 학생들이 문제를 풀이한 오개념 시험지를 제시한다. 이를 통하여 학습 내용 요소의 이해와 학생의 오개념 유형 및 오류의 원인을 알아보게 한다. 이 결과 교사들뿐만 아니라 학생들도 직접 자신들의 오류를 찾아볼 수 있을 것이다.

#### 나. 오개념 및 오류 진단

학생의 오개념 및 오류 상황에 대한 진단 및 부진 원인을 간단히 설명한다. 학습 내용 요소의 학

습 부진 원인은 다양할 수 있지만 주요 원인에 해당하는 한 두 가지만 선정하여 제시하였다. 오개념 문제 상황 진단 설명 자료는 PPT 자료나 동영상 자료에서 보여줄 내용을 중심으로 정리하였다.

#### 다. 교정 자료의 배경 이론

오개념 및 오류 교정을 위한 수업 자료를 개발하는데 배경이 된 수학교육이론을 정리한 자료이다. 이는 교사가 PPT 자료와 동영상 자료의 개발 이유 및 내용을 이해하고자 할 때 참조할 수 있다. 학습 내용 요소의 지도 방법을 안내하기 전에 교정 자료의 배경 이론을 제시하고 자료의 학습 내용 요소의 지도가 오개념을 교정하는 데 필요한 이유를 설명하였다.

#### 라. 동영상을 통한 지도의 실제

학습 내용 요소의 지도 원리에서는 해당 학습 자료의 학습 내용 요소를 효과적으로 지도할 수 있는 원리를 학습 활동의 절차로 제시하였다. ‘동영상 자료’는 PPT 자료를 활용하여 실제 교사들이 지도하는 방법을 설명한 자료로, 3~10분 동안 학생들을 지도하는 수업을 포함하였으므로 자료들의 활용 방법을 확인하는 데 사용할 수 있다. 또한 학습 요소가 기존에 개발한 학습 보정 자료와 유사한 경우가 있으면 그 자료를 활용하도록 하였다. 각 학습 내용 요소별로 학습 활동의 절차는 2~4 단계로 구분하여 제시하였다. 활동의 절차는 학습 내용 요소별로 지도에 필요한 주요 활동을 선정하여 학습 내용 요소의 지도 원리에 따라 단계별로 지도의 사례를 들었다. 각 자료의 학습 내용 요소별 지도 원리가 실제 학습 지도에서 어떻게 실현될 수 있는지를 구현해 보임으로써 자료 이용자들이 학습 부진 학생 지도 방법을 구

체적으로 이해할 수 있게 하였다.

#### 마. 지도상의 유의점

지도상의 유의점에서는 자료의 학습 내용 요소를 지도할 때 교사가 관심을 두고 고려해야 할 점을 중심으로 제시하였다. 또한 학습 내용 요소의 교수·학습과 관련하여 학습 내용을 심화할 수 있는 활동을 포함하기도 하였다.

#### 2. 개발 자료의 예시

개발된 내용은 2009년 개정 수학과 교육과정의 5개 영역인 수와 연산, 문자와 식, 함수, 확률과 통계, 기하 영역에서 중학교 부진 학생들이 가질 수 있는 수학적 오개념과 오류, 고등학생들이 가지고 있는 중학교 내용에 대한 수학 오개념도 포함하였다. 예시 자료를 통해 개발된 중학교 오개념 개발 자료의 형태를 설명하고자 한다.

가. 오개념: 문자와 식 영역: 부등식의 양변에 음수를 곱하거나 나누면 부등호의 방향이 바뀌지 않는다?

#### 1) 상황



2) 진단

오 개 념  
 • 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 나누는 경우 부등호의 방향이 왜 바뀌어야 하는지 이해하지 못한다.

일반적으로, 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌지 않지만, 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다. 그러나 학생들은 등식에서 양변에 같은 수를 곱하거나 나누어도 등식이 성립한다는 성질을 부등식에 적용시켜서 같은 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌지 않고 그대로 있다고 생각하는 경향이 있다. 더욱이 문자를 이용하는 경우 부등호의 방향이 왜 바뀌어야 하는지 이해하지 못한 채 기계적인 계산 절차를 따르는 경우가 많다.

부등식의 성질에 관한 올바른 이해를 도모하기 위해 학생은 수의 대소 관계를 이해하고 수직선에 올바르게 나타낼 수 있어야 할 것이며, 이를 위해 교사는 여러 가지 예를 통해 부등식의 성질을 이해하게 하고 점차적으로 문자의 경우로 일반화하여 지도할 필요가 있다.

3) 교정 자료의 배경 이론

교정 자료의 배경 이론

• 시각화

논리적 엄밀성이 수학의 중요한 특징이긴 하지만, 수학을 배우는 과정에서는 직관과 통찰을 바탕으로 점진적인 형식화를 이루도록 지도해야 한다. 특히 시각적인 면은..... 시각적인 방법을 통하여 수학적 내용이 제시된다면, 학생들이 수학적 개념을 이해하고 점진적으로 형식화를 이루는데 도움을 줄 수 있을 것이다.

• 귀납적 추론

귀납추론이란 관찰된 특수한 사례의 공통성에 주목하여 그러한 사례 전체에 대하여 성립될 수 있는 숨겨져 있는 일반적인 법칙을 이끌어 내는 추론을 말한다. 귀납추론의 유형으로는 ..... 가운데에서 어떤 법칙성을 발견하는 경우가 있다.

• 인지 발달 단계

Piaget에 의하면 아동의 인지 발달은 감각운동기, 전 조작기, 구체적 조작기, 형식적 조작기의 4단계를 단계적으로 통과하게 된다. 구체적 조작기는 ..... 구체적 대상 없이 언어적 명제만을 다루는 형식적 수준에는 이르지 못한다.

..... 변수 개념에 대한 명확한 이해는 형식적 조작 단계 말기에 가서는 가능해진다.

• 표상 양식



Bruner는 인간의 인지능력은 세 단계의 표상 양식을 거쳐 발달한다고 주장하였다. 즉 활동적 표상, 영상적 표상, 상징적 표상이 그것이다. .... 행동적, 영상적, 상징적 표상은 발달에 있어서 서로 관련되어 있다. .... 교사는 자신이 지도하는 학생의 표상 양식이 어느 수준인가를 항상 염두에 두면서, 아동의 수준에 부합하는 지도방식

을 채택해야 할 것이다. .... 비록 상징적 수준으로 이행하였다 해도 상징적 표상과 아울러 그 아래 수준인 영상적 혹은 활동적 표상을 함께 제시해주는 것을 제안하고 있다. .... 아동의 이해를 돕는데 중요한 역할을 하기 때문이다.

참고 문헌

우정호(2009). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교출판부  
 강문봉 외(2007). 초등수학교육의 이해. 경문사.  
 황해정 외(2012). 수학교육학신론. 문음사.

4) 동영상을 통한 지도의 실제

수업 화면	수업 설명
	- '부등식의 양변에 음수를 곱하거나 나누면 부등호의 방향이 바뀌는가?'에 대해 알아보겠습니다.
	- 일반적으로, 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌지 않지만, 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀝니다.
	- 그러나 학생들은 등식에서 양변에 같은 수를 곱하거나 나누어도 등식이 성립한다는 성질을 부등식에 적용시켜서 같은 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌지 않고 그대로 있다고 생각하는 경향이 있습니다. 더욱이 문자를 이용하는 경우 부등호의 방향이 왜 바뀌어야 하는지 이해하지 못한채 기계적인 계산 절차를 따르는 경우가 많습니다.
	- 이와 관련하여 교과서에서는 수직선을 이용하여 다음과 같이 설명하고 있습니다.
	[1step] 수직선에 나타내기 - 그러나 수직선을 이용한 설명은 부등호의 방향은 그대로 있고 양변에 있는 수의 위치가 바뀌는 것으로 표현되기 때문에 학생들에게 혼란을 줄 수도 있습니다. - 그래서 다음과 같은 설명으로 학생들의 이해를 도울 수 있습니다.
	※ 수평으로 그려진 수직선을 이용하면 부등호의 방향이 바뀌기 보다는 양변의 수의 위치가 바뀌는 것과 같은 상황으로 보여질 수 있으므로, 수직으로 그려진 수직선을 이용하여 양변의 수는 그대로 있고 부등호의 방향이 바뀌는 것을 즉각적으로 확인할 수 있도록 한다. - -2와 3을 나란한 두 수직선에 각각 나타내어 봅시다. 그러면 -2는 3보다 큼니다. - (판서) 양변에 2를 곱하면 -2는 -4가 되고 3은 6이 되어 -4는 6보다 작게 됩니다. 즉 부등호의 방향이 바뀌지 않음을 알 수 있습니다.

- (판서) 다시 양변에  $-2$ 를 곱하면  $-2$ 는  $4$ 가 되고  $3$ 은  $-6$ 이 되어  $-4$ 는  $-6$ 보다 크게 됩니다. 즉 부등호의 방향이 바뀌어야 함을 알 수 있습니다.

- 이와 같은 방법으로 수직선을 이용하면 양변의 수는 그대로 있고 부등호의 방향이 바뀌는 것을 즉각적으로 확인할 수 있어서 학생들이 이해하는데 도움을 줄 수 있습니다.

[2step] 문자로 일반화하기

-  $2$ 와  $3$ 의 크기를 비교하면  $2 < 3$ 입니다. 이 때 양변의 실수  $a$ 를 곱하게 되면  $2a$ 와  $3a$ 가 되는데  $2a < 3a$ 이 되는지  $a$ 에 직접 수를 대입해 보면서 알아봅시다.

- (판서)

$a = 1$ 일 때,  $2 < 3$   
 $a = 2$ 일 때,  $4 < 6$   
 $a = 3$ 일 때,  $6 < 9$  이므로  
 $a > 0$ 일 때,  $2a < 3a$  입니다.

- (판서)

$a = -1$ 일 때,  $-2 > -3$ ,  
 $a = -2$ 일 때,  $-4 > -6$   
 $a = -3$ 일 때,  $-6 > -9$  이므로  
 $a < 0$ 일 때,  $2a > 3a$  입니다.

- 이와 같이 부등식에서는 양변에 같은 양수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀌지 않지만, 양변에 같은 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀌게 됨을 알 수 있습니다.

- 양변을  $a < 0$ 인  $a$ 로 나누는 경우는 양변에  $1/a$ 을 곱하는 것과 같으므로 부등식에서 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌게 됩니다.

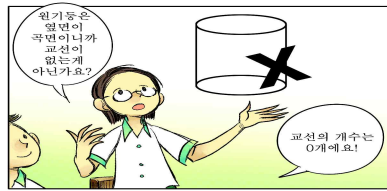
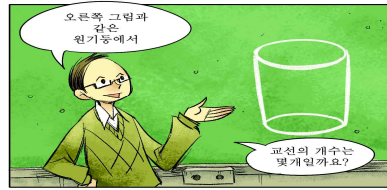
- 문자를 쓰는 경우 학생들은 더욱 어려워할 수 있기 때문에 문자에 특정 수를 대입하면서 점차적으로 형식화하여 지도하는 것이 좋습니다.

5) 지도상의 유의점

부등식의 양변에 음수를 곱하거나 나눌 때, 부등식의 방향이 바뀐다는 사실에만 초점을 맞추어 음수를 빼거나 더할 때도 부등호의 방향이 바뀐다고 생각하지 않도록 주의한다.

나. 오개념: 원기둥의 교선의 개수는 몇 개?

1) 상황

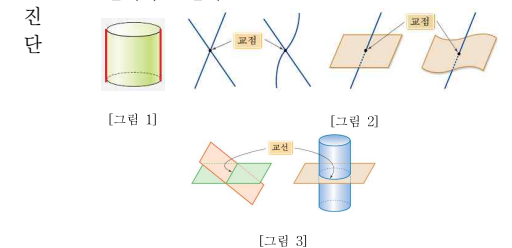


2) 진단

- 교선은 항상 직선이다.
- 경계선은 항상 교선이다(원기둥의 옆면을 그릴 때 나타나는 선).

민혁이는 "원기둥은 옆면이 곡면이니까 교선이 없지 않나요?"라고 말한 것을 비추어볼 때, 교선은 항상 직선이라는 오개념을 갖고 있음을 알 수 있다.

서현이는 민혁이와 달리 곡선도 교선이 된다는 생각을 하고 있으나 [그림 1]과 같이 입체도형을 그릴 때 나타나는 모든 경계선(예를 들어, 원기둥의 옆면을 그릴 때 나타나는 선)이 항상 교선이라는 오개념을 갖고 있음을 알 수 있다. [그림 2]와 같이 선과 선이 만나거나 선과 면이 만날 때 생기는 점을 교점이라고 하고, [그림 3]과 같이 면과 면이 만날 때 생기는 선을 교선이라고 한다.



문제 상황 진단

[그림 3]에서 알 수 있듯이 평면과 평면이 만날 때 교선은 직선이 되고, 곡면과 평면이 만날 때 교선은 곡선이 된다. 따라서 교점과 교선의 정의에 따라 원기둥과 사각기둥의 교점과 교선의 개수를 각각 구해보면, 다음과 같다.

입체도형	원기둥	사각기둥
교점의 개수	0	8
교선의 개수	2	12

### 3) 교정을 위한 수학 교육 이론

#### 교정을 위한 수학 교육 이론

##### • 기하 학습 수준 이론

van Hiele에 의하면 기하 학습에는 다섯 수준이 존재하며, 각 수준에는 독특한 언어 구조가 있어서 서로 다른 수준에 있는 사람끼리는 의사소통에 많은 어려움을 겪는다. 따라서 기하 교수에서의 주된 문제는 교사가 학생에게 기대하는 수준과 학생들의 수준의 차이로부터 발생한다. .... 중학생들에게 해당되는 제 2수준과 제 3수준의 특징은 다음과 같다.

##### ▶ 제 2 수준 : 기술적/분석적 인식 수준

제 2 수준은 기술적/분석적 인식 수준으로서 ..... 시각적인 방법을 통하여 수학적 내용이 제시된다면, 학생들이 수학적 개념을 이해하고 점진적으로 형식화를 이루는데 도움을 줄 수 있을 것이다.



##### ▶ 제 3 수준 : 관계적/추상적 인식 수준

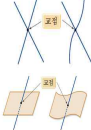


제 3 수준은 관계적/추상적 인식 수준으로서 ..... 여러 도형 사이의 관계와 한 도형의 여러 성질 사이의 관계를 이해한다.

##### 참고 문헌

황혜정 외(2012). 수학교육학신론. 문음사.

### 4) 동영상상 통한 지도의 실제

수업 화면	수업 설명
	(교사와 학생들의 대화 후) - 민혁이가 “원기둥은 옆면이 곡면이니까 교선이 없지 않나요?”라고 말했어요. 이 말이 왜 틀렸을까요? - 네 맞아요. 민혁이는 ‘교선은 항상 직선’이라고 잘못 생각한 거죠. 하지만 교선은 원기둥의 경우처럼 곡선이 될 수도 있어요.
	- 이번에는 서현이의 대답을 생각해봅시다. 맞았을까요? 선생님의 대답을 보니 틀린 것 같죠? 서현이의 대답은 무엇이 잘못되었을까요? - 민혁이와 달리 서현이는 곡선도 교선이 된다는 생각은 하고 있어요. 하지만 그림과 같이 입체도형을 그릴 때 나타나는 모든 경계

	선, 그러니까 화면과 같이 원기둥의 옆면을 그릴 때 나타나는 선도 교선이라고 잘못 생각했네요.
	- 그러면 교과서에서 교점과 교선을 어떻게 정의하고 있는지 한번 볼까요? - 화면과 같이 선과 선이 만나거나 선과 면이 만날 때 생기는 점을 교점이라고 하지요.
	- 이번에는 교선의 정의를 살펴봅시다. - 화면과 같이 면과 면이 만날 때 생기는 선을 교선이라고 합니다. 보다시피 평면과 평면이 만날 때 교선은 직선이 되고, 곡면과 평면이 만날 때 교선은 곡선이 됩니다.
	- 그럼 선생님과 학생의 대화를 다시 한번 들어볼까요? (재구성된 교사와 학생들의 대화) 교사: 오른쪽 그림과 같은 원기둥에서 교선의 개수는 몇 개일까요? 서현: 교선은 면과 면이 만날 때 생기는 선을 말하잖아요. 그런데 원기둥에서 옆면과 두 밑면이 만날 때 생기는 교선은 각각 하나씩이므로 2개예요. 교사: 맞아요. 그렇다면 원기둥에서 교점의 개수는 몇 개일까요? 민혁: 교점은 선과 선이 만나거나 선과 면이 만날 때 생기는 점을 말하잖아요. 그런데 원기둥에서는 2개의 교선이 있을 뿐 선과 선이 만나지 않기 때문에 교점이 없어요.

### 5) 지도상의 유의점

평면과 평면이 만날 때 교선은 직선이 되고, 곡면과 평면이 만날 때 교선은 곡선이 됨을 이해할 수 있도록 한다. 원기둥의 경우 교선은 2개가 존재하지만, 교점은 존재하지 않음을 알게 한다. 학생들이 직접 구체물을 이용하여 확인하고 이해할 수 있도록 한다.

## V. 자료의 활용 방안 및 향후 과제

본 연구에서 개발된 ‘중학교 수학 학습부진아를 위한 학습주제별 맞춤형 교수학습 방법 자료’는 기초학력향상지원사이트(www.basics.re.kr)에 탑재하여 보급한다. 이 사이트에서는 초, 중, 고등학교 학생들의 기초학력 향상을 지원

하기 위해 기개발된 각종 자료를 홍보, 보급하고 있다. 이 사이트는 다양한 메뉴로 구성이 되는데, 본 연구에서 개발한 자료는 교사와 학생이 활용할 수 있는 자료로, 교사들이 오개념 교정에 우선적으로 필요한 자료이므로 ‘교원전문성’ 메뉴에 탑재하였다<sup>4)</sup>. 앞서 설명한 바와 같이 중학교 수학교사와 중학교 수학에 어려움이 있는 학생들은 이 자료를 다음과 같이 활용할 수 있다.

## 1. 교사

수업에서 수학적 오개념이 나타나는 학생들을 지도하는 교사들은 이 자료를 활용하여 수업을 준비 또는 진행할 수 있다. 이 사이트에 수록된 중학교 오개념 총 76차시의 강좌는 중학교 수학을 학습하면서 학생들에게 나타날 수 있는 오개념을 교정하기 위함이다. 따라서 교사가 수업 중에 관찰할 수 있거나 예상되는 학습 부진학생이 어려워하는 주제, 또는 지도하기 어려워하는 학습주제에 해당하는 강좌를 선택하여 수업에 활용하거나 학습할 수 있다.

- 교사용 안내자료: 수업에서 나타날 수 있는 학생들의 오개념 상황을 만화로 제시하고 문제 상황을 진단하여 수업을 재구성한 것이다. 내용을 출력하여 교사용 안내자료 동영상과 동시에 활용하여 오개념 지도가 가능하다.

- 교사용 수업 안내 동영상: 교사용 안내 자료를 동영상으로 재구성한 것으로 학생들의 오개념을 교정하기 위해 사용할 수 있는 교수방법을 제시한다.

- PPT: 교사가 자신이 재구성한 오개념 지도 수업에서도 활용가능하다.

## 2. 학생

이 자료는 수학학습 주제별로 부진 학생이 어려

워하는 주제 또는 교사들이 지도하기 어려워하는 학습주제를 선정하여 다양한 접근 방법을 교사들에게 제시하기 위해 개발되었으나 학생들이 자신의 오개념에 대한 자기주도적 학습에도 활용가능하다.

제시된 학습주제 순서대로 학습을 진행하거나 또는 학생자신이 어려워하는 학습 주제를 선택하여 학습할 수도 있다. 자료 사용의 편리성을 위해 자료들을 오개념별로 수록하였다.

- 교사용 안내자료: 만화로 제시된 오개념 상황을 통해 학습자 본인의 문제 상황을 인식하고 제시되는 개념 설명과 문제풀이활동을 통해 오개념을 교정한다.

- 교사용 안내자료 동영상: 교사용 안내 자료를 동영상으로 재구성한 것으로 학습자 자신의 문제 상황을 파악하고 그 원인을 진단받으며 이를 교정하는 강의를 통해 학습할 수 있다.

- PPT: 강의를 듣고 난 후 학습내용을 잘 이해하였는지 확인하고 정리할 수 있다.

Simmons와 Kameenui(1996)는 잘 설계된 교수학적 도구는 학습장애를 가진 학생이나 학습부진 학생의 학습 요구 및 어려움을 해결하는데 기여할 수 있다고 주장하였다. 그러므로 본 연구에서 개발된 수학 학습 부진 학생을 위한 오개념 교정 자료도 계속적으로 학생들의 향상 정도를 분석하여, 그 결과를 반영하여 수정·보완되어야 한다. 또, 수학 부진 학생을 위한 보정 교육자료의 구성 체제, 내용, 제시 방식 등은 일반 학생들의 학습자료와 차별화되어야한다는 점도 반영하여 개발하여야 한다.

이와 더불어 교사들은 이 연구에서 제시된 학생들이 가지고 있는 수학적 오개념이나 쉽게 범하는 오류, 오답의 형태를 미리 예상하여 형성평가를 실시하여 교정을 계속 해 나간다면 수학 학습 부진 학생들에게 많은 도움이 될 것이다. KICE에서 개발·보급하였던 다양한 형태의 기초학력관련 보정교육

4) [www.basics.re.kr](http://www.basics.re.kr)에서 교원전문성/지도 방법 및 전략/교과/중학교 수학에서 개발된 자료를 찾을 수 있으며 자료 탑재주소는 <http://www.basics.re.kr/view.aspx?mk=331#임>.



자료들에 새로운 시대에 맞추어 강조되어야 할 학습 형태(창의성, 인성 등)를 반영하고, 학생들을 평가한 결과 나타난 구체적인 특징들도 고려하여 보완할 필요가 있다. 그러므로 향후 수학 학습 부진 요인을 구체적으로 파악하기 위한 문항을 제작하여 각 요인별로 학습 자료를 제공한다면 학생들을 변화시키는 풍부한 결과를 얻을 수 있을 것이라 본다.

## 참 고 문 헌

- 김부미(2006). **수학적 오개념과 오류에 대한 인지심리학적 고찰**, 이화여자대학교대학원 박사학위논문.
- 김정하(2011). **수학적 오개념을 방지하기 위한 교수학적 변환 - 함수를 중심으로 -**인하대학교 교육대학원 석사학위논문
- 백석운(1990). **수학사와 수학교육과정**, 진주교육대학과학교육연구, 제16권.
- 이종희, 김부미, 김성준 (2004). **일차함수 활용 문제의 해결을 위한 강의식, 모델링, 과제기반 표현변환 학습의 교수학적 효과 분석**. 대한수학교육학회지, 14(1), 39-69.
- 이종희, 김부미(2006). **일차방정식에서 오류 탐지-교정 학습법의 교수학적 효과 분석**. 교과교육학연구. 제10권 2호(2006) pp.461-483.
- 조진아(2009). **음수 단원에서 수학 교사들의 학습자 이해와 교수방법에 관한 지식**, 이화여자대학교대학원 석사학위논문.
- 진의남(2008). 『KICE 교수학습 개발 센터』 교수학습 자료 요구분석, **한국 기술 교육학회지**, 제8권 제 1호.
- 최지선(2003). **중등학교 수학 학습에서 나타나는 오개념에 대한 고찰**, 서울대학교대학원 석사학위논문.
- 최승현 외(2006). **고등학교 수학과 선택 중심 교육과정 개선 방안 연구**, 한국교육과정평가원 연구보고, RRC 2006-6.
- 최승현(2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식 (PCK)**, 한국교육과정평가원 연구보고, RRC 2007-3-2.
- 최승현(2008). **수학과 초임교사 입문 프로그램 -중등 초임교사 수업컨설팅 자료집-**, 한국교육과정평가원 연구자료, ORM 2008-31-2.
- 최승현, 황혜정(2008). **수학과 내용교수지식 (PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구**, **한국학교수학회논문집**, 제11권 제4호, 569-593.
- Carpenter,TP, Fennema,E, Peterson,PL, Chiang,C, & Loef,M(1989). Using knowledge of children's mathematics thinking inclassroom teaching: An experimental study, *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Moschovich, J N(1998). Students' use of the x-intercept: An instance of a transitional conception *Educational Studies in Mathematics*, 37(2), 169-197.
- Radatz, 1980: Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*. 10(3), 163-172.
- Simmons, D. C. & Kameenui, E. J.(1996). A Focus on Curriculum Design: When Children Fail. *Focus on Exceptional Children*. 28(7), 1-16.
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.



## Development of Instruction Materials for Underachieving Students to Correction of Misconception

Choe, Seung Hyun (Korea Institute for curriculum and Evaluation)

Nam, Geum Cheon (Daejin University)

Ryu, Hyunah (Keimyung University)

Mathematical misconception is one of the big obstacles of the underachieving students to learn mathematics correctly. This study aims to develop the instruction materials for secondary school students who are underachieving in mathematics to reduce the occurrence of the misconception and to help them to build the correct concept in the mathematical learning. Before developing the material, we tried to collect the misconception cases occurring in common mathematics lesson.

This materials tries to provide key educational contents for mathematics teachers who is responsible for teaching underachieving student and help them to creative interesting ideas for lessons. The materials could be used not only as an teaching materials for underachieving students or students with the misconceptions, but also could be used as training materials for mathematics teachers.

\* Key word : misconception(오개념), correction(교정), underachieving(부진)

논문접수 : 2013. 3. 27

논문수정 : 2013. 4. 25

심사완료 : 2013. 5. 20