

적용 횡단선 필터의 등화기에서 수렴속도 개선

임세정* · 김광준**

The Improvement of Convergence Speed in Real Time Vital Sign Information Management System in Patient Monitoring Systems

Se-jeong Lim* · Gwang-jun Kim**

요약

본 논문은 LMS 알고리즘의 수렴 속도를 향상시키기 위한 효율적인 신호간섭 제어기법을 제안한다. 수신 데이터를 재활용하여 심볼 시간 주기에 계수들을 곱함으로써 적용되는 제안된 알고리즘의 수렴특성이 수렴 속도의 향상을 이론적으로 증명하기 위해 분석한다. 스텝-크기 매개변수 μ 가 증가 됨에 따라 알고리즘의 수렴 속도가 제어된다. 고유치 확산을 증가시킴에 따라 적용 등화기의 수렴속도를 천천히 제어하고 평균 자승 에러의 안정-상태 값을 증가시키는 효과를 나타내며 데이터-재사용 LMS 기술이 수렴속도를 (B+1)배만큼 증가시켜 적용 등화기에서 신호간섭제어의 우수성을 입증 한다.

ABSTRACT

In this paper, an efficient signal interference control technique to improve the convergence speed of LMS algorithm is introduced. The convergence characteristics of the proposed algorithm, whose coefficients are multiply adapted in a symbol time period by recycling the received data, are analyzed to prove theoretically the improvement of convergence speed. According as the step-size parameter μ is increased, the rate of convergence of the algorithm is controlled. Increasing the eigenvalue spread has the effect of controlling down the rate of convergence of the adaptive equalizer and also increasing the steady-state value of the average squared error and also demonstrate the superiority of signal interference control to the filter algorithm increasing convergence speed by (B+1) times due to the data-recycling LMS technique.

Key word : LMS(Least Mean Square), Adaptive transversal filter, Data-recycling Structure, Convergence Speed

*(주)노에드 선임연구원

** 교신저자 : 전남대학교 컴퓨터공학과 교수

접수일자 : 2013년 05월 6일, 수정일자 : 2013년 05월 12일, 심사완료일자 : 2013년 05월 20일

1. 서론

횡단선 적응필터에 수신되는 간섭신호를 제거하기 위한 방법으로 최소 평균 자승(LMS : Least Mean Square) 알고리즘이 이용되는데 이 방식은 간결성과 효율성 때문에 광범위하게 이용되어왔다 [1-5].

본 논문에서는 LMS 알고리즘을 이용한 탭 계수 지연 라인(TDL : Tapped Delay Line) 적응 필터의 빠른 수렴 속도에 대해 효율적인 신호간섭 제거기법을 제시한다.

적용 필터의 탭 가중치를 적응 제어하기 위해 단일 탭 입력 벡터를 이용하는 대신에 몇몇의 한정된 버퍼들에 저장되는 탭 입력 벡터들을 이용하는 데이터 재순환 알고리즘을 이용함으로써 적응 탭 가중치 벡터의 갱신을 통한 빠른 수렴성을 나타내기 위해 새로운 구조를 제안하고, 연산 복잡성을 증가시키지 않고 충분히 수렴속도를 (B+1) 배로 향상시킨다.

II. 제안된 적응 횡단선 필터

그림 1은 적응횡단선 필터의 입력 벡터에서 탭 가중치를 조절하기 위해 이용된 두 개의 탭 a, b에 각각 버퍼를 두어 폐기된 데이터를 재활용하는 재활용 데이터(B=2)를 이용한 제안된 구조를 나타내었다.

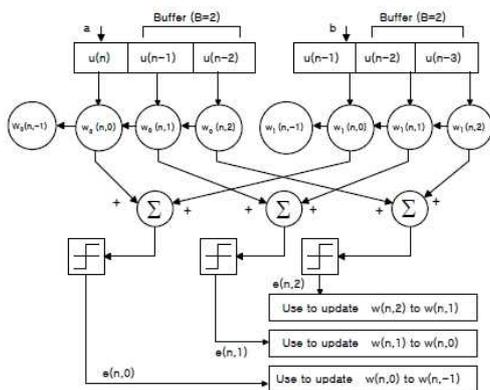


그림 1. 제안된 데이터-재사용 필터의 구조

그림1에서 나타낸바와 같이 처음에 탭a의 버퍼에

서 재사용데이터 $u(n-2)$ 와 탭b의 버퍼에서 재사용데이터 $u(n-3)$ 은 에러 $e(n,2)$ 을 이용하여 $w(n,2) = [w_0(n,2), w_1(n,2)]^H$ 을 $w(n,1) = [w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 로 갱신하고 다음으로 $w(n,1) = [w_0(n,1), w_1(n,1)]^H$ 는 $u(n,1) = [u(n-1), u(n-2)]^H$ 와 $e(n,0)$ 을 이용하여 $w(n,0) = [w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 로 갱신된다.

마지막으로 탭 입력 데이터 벡터 $u(n-0) = [u(n-0), u(n-1)]^H$ 와 탭 가중치 벡터 $w(n,0) = [w_0(n,0), w_1(n,0)]^H$ 는 $e(n,0)$ 을 생성한다. $w(n,-1)$ 는 횡단선필터의 다음출력 추정치 $\hat{d}(n+1 | u(n+1))$ 을 생성하는데 이용될 수 있는 횡단선 필터 탭 가중치 벡터 $w(n+1)$ 에 복사된다.

III. 탭 가중치 갱신 알고리즘

데이터 재순환 알고리즘을 이용하여 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위한 처리 과정은 다음 4단계로 구분하여 실현될 수 있다.

단계 1 : 횡단선 필터 구조의 입력신호벡터 $u(n)$ 와 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 를 초기화 한다.

단계 2 : 재순환 데이터 B를 결정한다.

단계 3 : 에러 $e(n)$ 를 이용하여 탭 가중치 벡터 $w(n)$ 를 갱신하기 위하여 재순환 데이터 수만큼 반복하여 갱신한다.

단계 4 : 횡단선필터출력 $\hat{d}(n+1 | u(n+1))$ 을 생성하는데 이용되는 필터 계수 벡터 $w(n)$ 를 $w(n+1)$ 에 복사한다.

여기서 $w(n+1)$ 과 $w(n)$ 사이의 관계는 다음 식 (1)과 같다.

$$w(n+1) = w(n) + 2\mu \sum_{i=0}^B e(n,i)u(n-i) \quad (1)$$

에러 추정치

$e(n,i) = d(n-i) - w^H(n,i)u(n-i)$ 의 이용과 식 (1)의 탭 가중치 갱신의 기댓값을 취하면 식 (2)을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 E[w(n+1)] & \quad (2) \\
 = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (E[d(n-i)u(n-i)] \\
 & - E[u(n-i)u(n-i)^H] E[w(n,i)])
 \end{aligned}$$

식 (2)에서 탭 입력 데이터와 탭 가중치는 독립적이라고 가정할 수 있으며, 상관행렬R을 $R = E[uu^H]$ 라 정의하면, 다음과 같은 식 (3)을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 E[w(n+1)] & \quad (3) \\
 = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (E[d(n-i)u(n-i)] \\
 & - R \cdot E[w(n,i)])
 \end{aligned}$$

R 이 정칙행렬일 경우를 가정하면, R 과 최적 탭 가중치 벡터 W^0 의 적분이 $E[\hat{d}(n-1)u(n-1)u(n-i)]$ 과 동일하다. 따라서 $E[w(n-1)] = E[w(n)] + 2\mu \sum_{i=0}^B (Rw^0 - RE[w(n,i)])$ 이다.

다른 측면에서 입력 상관 행렬 R 은 일반 적 형태 $R = Q \Lambda Q^{-1}$ 로 표현되며, 여기서 Λ 는 대각 고유치 행렬이고 Q 는 R의 고유치 벡터 행렬이다. $V' = Q^{-1}V$ 를 이용하는 중심축으로 V(n)를 회전하면, 결 과는 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned}
 V'(n+1) & \quad (4) \\
 = Q^{-1}(d(n) - 2\mu R) Q V'(n) \\
 & - 2\mu \sum_{i=1}^B Q^{-1} R Q V'(n,i) \\
 = (d(n) - 2\mu \Lambda) V'(n) - 2\mu \sum_{i=1}^B \Lambda V'(n,i)
 \end{aligned}$$

$V'(n+1)$ 그리고 $V'(n)$ 와 $V'(n,i)$ 의 j 번째 인수는 각각 $v'(n+1, 0j)$, $v'(n, 0j)$ 그리고 $v'(n, ij)$ 이다. 이렇게 대응하는 인수를 이용함으로써, 식 (4)을 식 (5)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 v'(n+1, 0, j) & \quad (5) \\
 = (1 - 2\mu \lambda_j) v'(n, 0, j) - 2\mu \lambda_j [v'(n, i, j) \\
 & + v'(n, 2, j) + \dots + v'(n, B, j)] \\
 = v'(n, 0, j) - 2\mu \lambda_j [v'(n, 0, j) + v'(n, 1, j) \\
 & + v'(n, 2, j) + \dots + v'(n, B, j)]
 \end{aligned}$$

$v'(n, B, j)$ 의 항은 다음 식 (6)의 반복에 의해 $v'(n, 0, j)$ 가 된다.

$$v'(n, B-i, j) = (1 - 2\mu \lambda_j) v'(n, B-i+1, j) \dots (6)$$

기하학적 비율 $1 - 2\mu \lambda_j$ 인 식은 다음의 식 (7), (8)과 같다.

$$\begin{aligned}
 v'(n+1, 0, j) & \quad (7) \\
 = v'(n, 0, j) - 2\mu \lambda_j \left[\frac{v'(n, 0, j)(1 - (1 - 2\mu \lambda_j)^{B+1})}{(1 - (1 - 2\mu \lambda_j))} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v'(n+1, j) & \quad (8) \\
 = v'(n, j) \left[\frac{1 - 2\mu \lambda_j (1 - (1 - 2\mu \lambda_j)^{B+1})}{(1 - (1 - 2\mu \lambda_j))} \right]
 \end{aligned}$$

위 식을 재배열하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned}
 v'(n+1, j) & \quad (9) \\
 = v'(n, j) - 2\mu \lambda_j \left[\frac{\frac{v'(n, j)}{2\mu \lambda_j} - \frac{v'(n, j)(1 - 2\mu \lambda_j)^{B+1}}{2\mu \lambda_j}}{v'(n, j)(1 - 2\mu \lambda_j)^{B+1}} \right]
 \end{aligned}$$

식 (9)는 현재의 탭 계수와 최적화계수 사이의 차이가 이들의 기하학적 비율인 $(1 - 2\mu \lambda_j)^{B+1}$ 로 감소함을 나타낸다. LMS 알고리즘 $1 - 2\mu \lambda_j$ 에 대한 기하학적 비율과 비교해 보면, MSE 비율은 다음의 식 (10), (11)과 같다.

$$MSE_{ratio} = (1 - 2\mu \lambda_j)^{2(B+1)} \quad (10)$$

또한

$$\log(MSE \text{ ratio}) = (B+1)\log(1-2\mu\lambda_j)^2 \quad (11)$$

위 식의 결과로 인해 본 연구에서 제안한 LMS 알고리즘에 의해 얻은 결과는 기존 방식인 MSE 알고리즘에 의해 얻은 결과에 (B+1)배의 개선된 수렴속도를 갖게 됨을 제시한다.

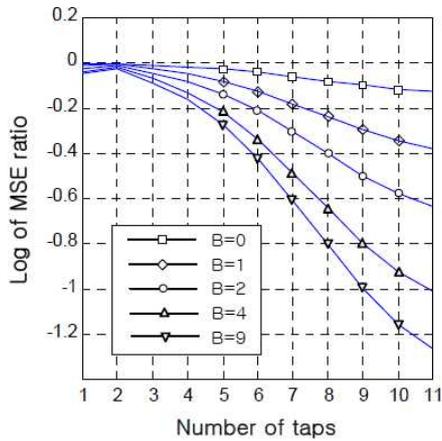


그림 2. 탭수에 따른 데이터 재순환 버퍼 B=0,2,4,7,9를 가진 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러 비의 학습 곡선 그림 2는 탭 수에 따른 재순환 버퍼를 이용함으로써 LMS 알고리즘의 평균 자승 에러비의 학습곡선을 나타낸 컴퓨터 시뮬레이션 결과로서 식(11)의 수렴속도가 (B+1)배만큼

개선되어짐을 알 수 있다. 식(11)에서 식 (9)의 결과는 제안된 알고리즘의 신호간섭제어가 안정적이고 식 (12)와 같을 때 j번째 계수에 대해 수렴된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (1-2\mu\lambda_j)^{(B+1)k} = 0 \quad (12)$$

식 (12)를 충족시키기 위한 μ 를 선택하는 수렴조건은 식 (13)과 같다.

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (13)$$

위 식에서 λ_{\max} 가 횡단선 필터의 탭 입력 상관행렬 R 의 최대 고유치 값으로서 식 (13)의 조건은 LMS 알고리즘과 동일한 결과로서 수렴이 보장될 수 있기 때문에 LMS 알고리즘에 스텝 사이즈 변수를 이용하게 된다.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

적응 등화기에서 왜곡을 생성하는 선형 분산 채널의 적응 등화를 위해 LMS 알고리즘을 이용하며, 모든 데이터는 실수 값으로 가정한다. 그림 3은 적응 등화기 시뮬레이션을 위한 블록도를 나타내고 있다.

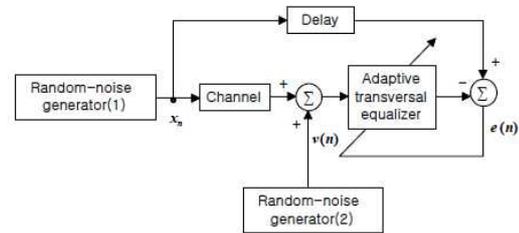


그림 3. 적응 등화기 시뮬레이션 블록도

그림 3에서 나타낸 바와 같이 첫 번째 랜덤 발생기는 채널의 특성을 검사하기 위해 실험신호 x_n 을 발생시키고, 반면에 두 번째 랜덤 발생기는 채널의 출력에 부가적 백색 가우시안 잡음 $v(n)$ 을 더하여 적응 횡단선 등화기에 입력되어지도록 백색 잡음을 발생 시킨다. 두 개의 랜덤 발생기는 상호간에 독립적으로 작용한다. 적응 등화기는 부가적인 백색 가우시안 잡음이 존재하는 곳에서 채널에 의해 생성되는 왜곡을 정정한다.

또한 첫 번째 랜덤 발생기에서 발생된 신호를 지연시킨 후에 순열의 형태로 적응 등화기에 적용하기 위해 원하는 응답에 제공된다. 여기서 발생된 랜덤 순열 $\{x_n\}$ 은 ± 1 을 가진 Bernoulli 순열로 구성되어 채널에 입력 되고, 영-평균과 단위 분산을 가지며 발생된 순열을 채널에 입력한 후의 채널 임펄스 응답은 식 (14)와 같다.

$$h_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{W}(n-2)\right) \right], & n=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

위 식에서 매개변수 W는 채널에 의해 생성된 왜곡의 진폭 크기와 증가를 나타낸다. 또한 매개변수 W는 등화기에서 탭 입력 상관 행렬의 고유치 확산 $\chi(R)$ 을 조절하고, 고유치 확산은 W로 증가된다. 두 번째 랜덤 발생기에서 생성된 부가적 백색 가우시안 잡음 순열 $v(n)$ 은 영-평균과 0.001의 분산 값을 가진다.

적용 횡단선 등화기의 상관 행렬을 나타내기 위해 시간 n에 대한 등화기의 첫 번째 탭 입력은 식 (14)의 처리 매개 변수 대신에 채널의 임펄스 응답 식 h_k 를 대입한 것으로서 식 (15)와 같다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^n h_k a(n-k) + v(n) \quad (15)$$

식 (15)에서 모든 매개변수는 실수값이다. 그러므로 등화기의 11개 탭 입력 $u(n), u(n-1), \dots, u(n-10)$ 들에 대한 상관 행렬 R은 11×11 의 대칭 행렬이다. 또한 임펄스 응답 h_n 은 n이 1, 2, 3 인 경우에 대해 0 이 아닌 값을 가지며, 잡음 처리 $v(n)$ 은 영-평균 백색 가우시안이고, 분산은 $\sigma^2 v$ 이며, 상관 행렬 R은 다섯 개의 대각 행렬로 나타낼 수 있다. 즉, 상관행렬 R은 $r(0)$ 일 때 주 대각선으로 하여 위, 아래에 두 개의 대각선을 가진 형태로 식 (16)과 같다.

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & 0 & \dots & 0 \\ r(1) & r(0) & r(1) & r(2) & \dots & 0 \\ r(2) & r(1) & r(0) & r(1) & \dots & 0 \\ 0 & r(2) & r(1) & r(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & r(0) \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (16)에서 $r(0) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \sigma_v^2$, $r(1) = h_1 h_2 + h_2 h_3$, $r(2) = h_1 h_3$ 을 의미 한다. 백색 가우시안 잡음 분산인 $\sigma^2 v$ 가 0.001이면 h_1, h_2, h_3 은 식 (14)에서 매개변수 W에 할당된 값에 의해 결정

된다.

식 (14)와 (16)을 이용하여 지연 $l = 0, 1, 2$ 에 대해 자동 상관 함수 $r(l)$ 의 값을 구할 수 있다. 매개변수 W에 따라 상관 행렬 R의 가장 큰 고유치에 가장 적은 고유치로 나눔으로써 고유치 확산 영역 $\chi(R)$ 을 구할 수 있다. 매개변수 W가 2.9일 때 상관 행렬 R의 가장 큰 고유치는 2.0295로 나타나고, 가장 적은 고유치는 0.3339이다.

W가 3.1일 때 가장 큰 고유치는 2.3761이고, 가장 적은 고유치는 0.2136임을 알 수 있다. 또한 W가 3.3일 때 가장 큰 고유치는 2.7263으로 가장 적은 고유치는 0.1256으로 나타난다. W가 3.5일 때 가장 큰 고유치는 3.0707이고, 가장 적은 고유치는 0.0656임을 알 수 있다. 따라서 고유치 확산 영역은 W가 2.9일 때 6.0782로, W가 3.1일 때는 11.1238로 나타난다. 매개변수 W가 3.3일 때는 21.7132로 나타나고, W가 3.5일 때는 46.8216으로 분포되어짐을 알 수 있다. 스텝 크기 매개변수 μ 를 0.0075로 고정하였으며, 이는 평균 자승 수렴을 위해 W가 3.5일 때 자동 상관 행렬 R의 가장 큰 고유치가 3.0707로서 식 (13)에 의해 스텝 크기 매개 변수 μ 가 0부터 0.325 범위 내에 있으므로 조건을 만족한다.

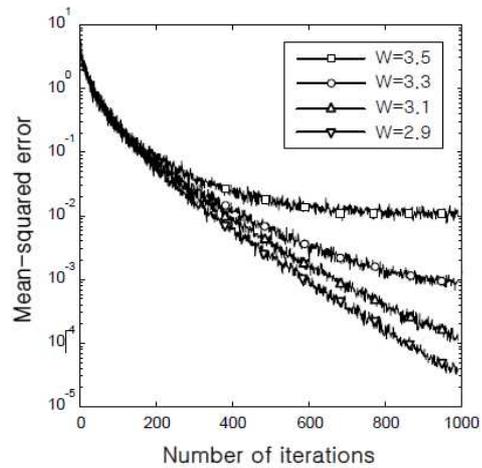


그림 4. 탭 수 M=11, 스텝 크기 매개변수 $\mu = 0.0075$ 에서 다양한 고유치 확산 $\chi(R)$ 에 따른 적응 등화기의 LMS 알고리즘 학습곡선 그림 4는 탭 개수 M이 11이고 스텝 크기 매개 변수 μ 를 0.0075로

설정하여 다양한 고유치 확산 범위 $\chi(R)$ 에 따른 LMS 알고리즘 평균 자승 에러의 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 위 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산 영역이 증가함에 따라 평균 자승 에러값이 증가함을 알 수 있다.

그림 5는 식 (16)을 이용하여 적응 횡단선 등화기에서 탭 입력의 상관행렬 R에 대한 고유치 확산 범위값을 11.1238로 산출하는 매개변수 W를 3.1로 고정시킨 후에 스텝 크기 매개변수 μ 를 0.05, 0.01, 0.1값으로 변화시켜 시뮬레이션 한 결과 스텝 크기 매개변수 μ 에 따라 적응 등화기의 수렴율이 밀접하게 변화됨을 알 수 있다. 그림 5에서 나타난 학습 곡선은 시뮬레이션에서 2000번의 반복 수에 따른 연속적인 자승 에러의 평균치를 나타냈고, 스텝 크기 매개변수 μ 가 클 때 반복 수에 따른 수렴율이 빠르고 동일한 반복 수에 대한 평균 자승 에러 값이 가장 적음을 알 수 있다. 이러한 시뮬레이션 결과로부터 LMS 알고리즘을 이용한 선형 적응 필터는 스텝 크기 매개변수 μ 에 크게 의존함을 알 수 있다.

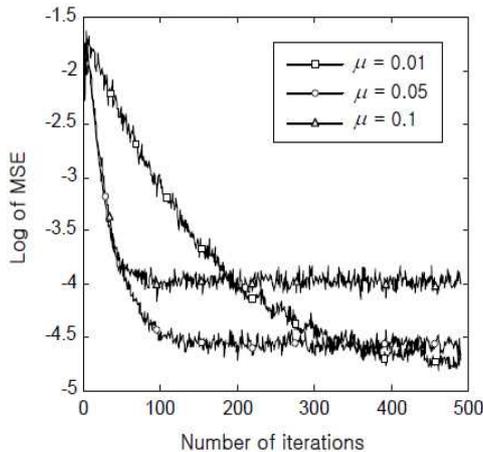


그림 5. 탭 수 $M=11$, 고유치 확산=11.1238에서 스텝 크기 매개변수 μ 에 따른 적응 등화기의 LMS 알고리즘 학습곡선

V. 결론

적용 예측에서 적응 등화기의 수렴율이 스텝 크기 매개변수 μ 와 고유치 확산 $\chi(R)$ 과의 관계에 대해 μ 가 클 때 반복 횟수에 따른 평균 자승 에러 값과 수렴상태가 빠르게 안정되었다. 채널 균등화기는 TDL 필터에 사용된 재순환 데이터 버퍼 구조에 제한된 LMS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도는 재순환 데이터 버퍼수 B 가 증가함으로써 $(B+1)$ 배 만큼 증가한다는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] Po-An Sung and Kwang-Cheng Chen, "A Linear Minimum Mean Square Error Multiuser Receiver in Rayleigh-Fading Channels", IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. 14, No. 8, pp.1583-1593, Oct. 1996.
- [2] Jiangzhou Wang and Laurence 2. Milstein, "Adaptive LMS Filters for Cellular CDMA Overlay Situation", IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. 14, No. 8, pp.1548-1559, Oct. 1996.
- [3] Simon Haykin, "Adaptive Filter Theory: Third Edition", Prentice Hall International Editions, pp.365-439, 1996.
- [4] B. Widrow, Adaptive Signal Processing, Prentice-Hall, 1985. [5] S. U. H Qureshi, "Adaptive Equalization", Proc. IEEE, Vol. 73, No. 9, pp.1349-1387, Sep. 1985.
- [6] Jiangnan Chen and Roland Priener, "An Inequality by Which to Adjust the LMS Algorithm Step-Size", IEEE Trans. Commun. Vol. 43, No. 2/3/4, pp.1477-1483, Feb./Mar./Apr. 1995

저자약력

임세정(Se-jung Lim)

정회원



2008년 전남대학교
컴퓨터공학과
졸업(공학사)
2008년 10월~현재
(주)노에드 선임 연구원

<관심분야> ATM망, 실시간 데이터통신, 컴퓨터 네트워크, TCP/IP혼잡제어, 생체정보 및 의료정보, 무선 인터넷, 가상화, 이동 통신 등

김광준(Gwang-jun Kim)

정회원



1993년 조선대학교 컴퓨터공학과
졸업(공학사)
1995년 조선대학교 대학원 컴퓨터
공학과 졸업(공학석사)
2000년 조선대학교 대학원 컴퓨터
공학과 졸업(공학박사)
2000년~2001년 Dept. of Elec-
trical & Computer Eng.
Univ. of California
Irvine Postdoc.
2003년~2006년 2월 여수대학교
컴퓨터공학과 조교수
2006년 3월~현재 전남대학교 컴-
퓨터공학과 조교수

<관심분야> ATM망, 인터넷 통신, 컴퓨터 네트워
크, 실시간 통신 프로그래밍, 영상 처리
및 통신, 프로그래밍 언어(Visual C++,
Java), 의료정보통신 등