한국학교수학회논문집 제 16 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 16, Number 3, 519-538, September 2013

개념학습지를 활용한 수업이 학업성취도와 수학적 신념에 미치는 영향

안종수[1)]

본 연구는 고등학교 수학 I 의 각 단원에 대하여 개념학습지를 활용한 수업이 고등학생들의 학업성취도와 수학적 신념 형성에 어떠한 영향을 미치는지 조사하는데 목적이 있다. 따라서 본 연구에서 해결하고자 하는 구체적인 문제는 다음과 같다. 첫째, 수학의 개념학습지를 활용한 수업은 학생들의 학업성취도 향상에 효과적인가? 둘째, 수학의 개념학습지를 활용한 수업은 학생들의 수학적 신념에 긍정적인 영향을 주는가? 셋째, 수학의 개념학습지를 활용한 수업에 대한 학생들의 반응은 어떠한 가이다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 첫째, 개념학습지를 활용한 수업에서 실험집단은 비교집단에 비하여 학업성취에 향상을 보여 주고 있다. 둘째, 개념학습지를 활용한 수업에서 실험집단은 비교집단에 비하여 수학적 신념 변화에 효과적이었음을 알 수 있다. 셋째, 개념학습지를 활용한 수업에서 실험집단은 비교집단에 비하여 학습태도의 변화에 도움이 되고 있음을 알 수 있다.

주요용어 : 학업성취도, 수학적 신념, 개념학습지

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

수학은 인류문명의 발생과 더불어 현재까지 발전되어 왔다. 또한 수학은 인간의 생활과 밀접한 관계가 있고 인간은 놀랄만한 속도로 수학을 성장 발전시켜 왔다.

수학의 역사적 발달과정을 살펴보았을 때 수학의 학문적 영역이 계산영역에서 고도의 논리적, 창조적 사고를 요하는 일로 확대되고 있다. 이제는 인간이 하였던 단순한 일을 컴퓨터가 하고 인간은 창조적인 일에 전념해야 한다. 따라서 학교에서는 학생들이 창의성과 능력을 발휘할 수 있도록 기본원리 지도에 끊임없는 연구를 하여야 한다. 그리고 수학의 기본적인 원리, 성질, 개념에 대한 지도를 강화해야 한다. 그러나 현재의 수학교육은 입시위주의 방법적인 문제풀이에 전념하는 학습이 이루어지고 있다. 이로 인하여 꼭 필요한 개념에 대한 학습지도를 소홀히 하고 있다.

초・중등 수학교육은 21세기의 정보산업사회를 살아갈 학생들에게 요구되는 수학적인 소양과 수학적인 힘을 길러주는 데에 목표를 두고 있다. 수학적 힘이란 비정형적인 문제를 풀기 위해 다양한 수학적 방법을 효과적으로 사용할 줄 알고 탐구하고, 추측하고, 논리적으로

1) 부산대학교 대학원 (jsan63@hanmail.net)

추론할 줄 아는 능력을 뜻한다. 이러한 수학적 힘을 갖추는 데에 기초가 되는 중요한 요건이 수학적 개념에 대한 정확하고 깊이 있는 이해이다. 수학적인 개념을 이해하는 것은 여러 가지 현상을 수학적으로 표현하고 논리적으로 사고하여 처리하는 능력을 기르게 하고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 합리적으로 문제를 해결하는 태도의 기초가 되며, 더 나아가 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 한다(교육부, 2001).

교사들의 실질적인 목표는 학생들의 학습을 돕는 것이다. 그러나 학생들의 개념이해를 돕기 위해서 교사들이 흔히 구사하는 방법은 개념을 논리적으로 분석하여 세분화된 계열로 제시하거나 여러 번 반복해서 설명하는 방법이다. 그러나 Piaget의 인지발달이론을 바탕으로 지금까지 실시된 많은 연구들에서 이러한 가정이 잘못되었음을 알 수 있다. 그들에 따르면, 개념을 이해하는 것은 그 개념을 자신의 기존의 인지구조에 동화시키거나 또는 자신의 인지구조를 조절함으로써 이루어진다고 주장하고 있다(김남희, 1997).

수학교육에서는 개념을 이해하기 위해서는 그 개념의 용어나 기호를 정확하게 이해해야 한다. 그리고 문제의 해결을 위해서는 그 문제를 해결할 수 있는 창의적인 방법으로 실행하여야 한다. 2009년 개정 수학과 교육과정은 수학적 문제해결능력, 수학적 추론, 수학적 의사소통등과 같은 수학적 과정을 통한 수학적 창의성 신장을 목표로 하고 있다. 만약 수학과정이 창의력만 강조하여 창의력만을 길러주는 것이라면 수업현장에서 학업성취도의 신장은 어렵다. 그러므로 본 연구에서는 개념학습지를 활용한 수업으로 학생들의 학업성취도와 수학적 신념을 신장하고자 한다.

본 연구는 고등학교 수학 I 의 각 단원에 대하여 개념학습지를 활용한 지도가 학생들의 학업성취도 및 수학적 신념 형성에 어떠한 영향을 미치는지에 대해 조사하는데 목적이 있다. 따라서 연구의 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

첫째, 수학의 개념학습지를 활용한 수업은 학생들의 학업성취도 향상에 효과적인가?

둘째, 수학의 개념학습지를 활용한 수업은 학생들의 수학적 신념에 어떠한 영향을 주는가?

셋째, 수학의 개념학습지를 활용한 수업에 대한 학생들의 반응은 어떠한 가 이다.

2. 용어의 정의

1) 개념

Skemp(1987)는 개념을 정확히 정의하기가 어렵다고 말하면서 개념을 여러 가지 사물의 공통적인 속성의 정신적 표상으로 정의하였다. Skemp는 개념을 여러 가지로 분류 하였는데, 개념이 일차적인 감각의 대상에 관한 것인지 아니면 다른 개념들을 대상으로 하는지에 따라 각각 일차적 개념과 이차적 개념으로 분류 하였다. 일차적 개념은 곧바로 감각을 통하여 얻어진 개념으로써 빨간색, 파란색, 부드러운, 딱딱한과 같은 개념이다. 이에 비교하여 이차적인 개념은 일차적인 개념을 대상으로 한 색깔 또는 상태와 같은 개념을 말한다.

2) 학습요소

학습 과정에서 학업성취를 위해서 선행과제와 후속과제를 분석한다. 본 연구에서는 이 분석을 통하여 학습요소를 익혀야 할 학습내용 중 용어에 대한 정의와 기호 및 성질로 정의한다. 학습내용을 어떤 방식으로 제시하고 조직할 것인가를 결정하는 중요한 요소는 학습요소이므로 이를 분석하는 것은 중요하다.

3) 개념학습지

학생들은 학습요소에 대한 명확한 개념을 정립해야 한다. 본 연구에서는 개념학습지를 학습요소에 대한 수학적 문제를 해결하기 위해서 기초단계-이해단계-활용단계로 된 학습 자료로서 개념과 원리를 충실히 다룬 학습지로 정의한다. 개념학습지의 예는 <부록 1>에 제시되어 있다. 본 연구에서는 개념개발 모형을 참고로 하여 만든 개념지도 학습 과정안에 따라서 개념학습지로서 틈틈이 수업하여 학업성취도 향상과 수학적 신념을 향상하고자 한다.

3. 연구의 범위와 제한

본 연구의 적용은 인문계 고등학교 2학년 교육과정인 수학 I의 영역 중에서 지수함수와 로그함수 단원에 한정하였다. 학습활동은 교실에서의 학습활동으로 제한하였다.

II 이론적 배경

1, 학습요소 분석

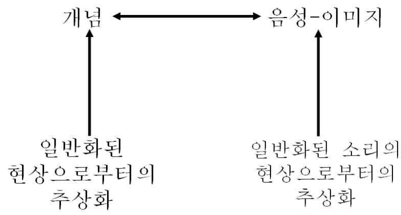
학습요소의 분석목적은 학습요소 사이의 위계는, 학습시켜야 할 요소는, 선행학습 요소는 무엇인가를 파악하는데 있다. 학습요소의 분석방법은 먼저 해당단원을 통하여 학습해야 할 최종적 학습요소를 미리 정해놓는다. 다음은 그것을 중심으로 그 이전에 학습되어야 할 하위 학습요소를 차례로 찾아 내려간다. 결국 어떤 하위요소의 학습에 차례로 전이되는 체계를 갖도록 전체적 조직망을 이룬다. 이것이 하위에 있는 학습과제가 차례로 학습조직을 이루어 상위과제에 대한 선행요소로서 통합되는 것이다. 그리고 Bruner는 이러한 학습요소의 분석은 학습자가 한 영역의 지식을 가장 쉽게 학습 할 수 있도록 분석하는 구체적인 방식으로 제시되어야 한다고 주장했다(고영희・김재복, 1985, p. 41).

2. 수학적 개념형성

1) 수학적 개념

Skemp(1987)는 일상적 개념과 수학적 개념을 비교하여 설명하고 있다. 일상적인 개념과는 다르게 수학적인 개념은 다른 하위개념들과의 상호관계가 있다. Skemp의 이러한 주장은 Steffe와 Cobb(1983)이 개념을 도형적 개념과 수리적 개념 등으로 분류한 것과 생각을 같이 한다.

Saussure(1965)는 개념과 음성이미지의 관계를 아래 <그림 1>와 같은 도식으로 설명했다.



[그림 1] 개념과 음성이미지 관계

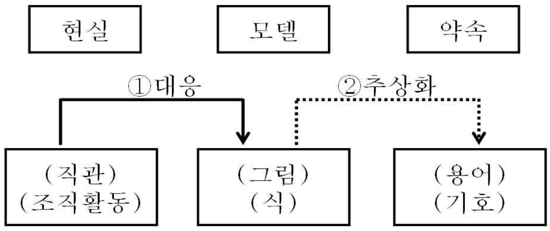
Saussure는 개념은 새로운 말이나 용어가 접할 때 기존의 개념과의 연합작용이 일어난다. 여기에서 개념과 음성이미지는 단방향이 아닌 쌍방향의 활동으로의 연합작용이 일어난다. 이러한 연합작용은 추상적인 차원에서 일어나는 활동이라고 볼 수 있다. 이는 Skemp가 말한 이차적인 개념의 형성과정과 관련된다. 따라서 수학적 개념은 일상적인 개념과 달리 감각적 대상으로 개념을 형성하게 된다.

2) 수학적 개념지도의 모형

학생들의 경험을 바탕으로, 간단하고 구체적인 순서로 수학적 개념이 형성한다. 수학교육에서 개념은 현실에 기반을 두고 있다. 그러므로 현실을 근거로 하여 개념을 약속함으로써 학생들의 이해를 도와야 한다. 그런데 학생들이 개념을 이해할 때 현실에서 모델을 만든 후, 이 모델에서 개념을 약속하는 것이 많은 도움을 준다. 이와 같은 과정을 <그림 2>와 같이 그림으로 나타 낼 수 있다. 배종수・임창균(2001)은 <그림 2>를 수학적 개념지도의 모형이라고 하였다. 그들의 주장에 따르면 직관이란 계통적인 것에 반대하여 자발적으로 일어나는 정신적 능력으로 정의하였다. 직관은 수학에 접근하는 첫 단계가 되어야 한다. 그리고 창조적인 수학은 이 직관과 연결되어 있다.

<표 1> 개념개발 교수모형 절차(이성호, 2002, p. 173)

과업	외연적 활동	내면적 사고 작용	발문
개념형성	1. 열거, 목록작성 2. 분류, 범주화 3. 명명, 유별, 포섭	분화 공통특성의 구별 위계순서의 결정 종속적, 상위적 관계	어떠한 것들이 있습니까? 어느 것을 묶을 수 있습니까? 어떤 묶음에 어떤 것들이 속합니까?
자료의 해석	4. 요점의 구명, 구명된 정보의 재조직 5. 종합, 일반화	요점의 상호 연관 : 인과 관계 결정 주어진 현상 이상으로 초월, 시사점의 발견, 외삽	이 묶음에 속하는 것으로서 어떠한 것들이 더 있습니까? 당신에게 주는 의미는? 당신의 결론은 무엇입니까?
원리의 적용	6. 결과의 예언, 친숙하지 않은 현상의 설명, 가설 작성 7. 예언과 가설에 대한 검증	문제의 본질분석 예언과 가설로 이끄는 원인관계결정 필요충분조건의 원리나 지식의 활용	어떤 일이 생기겠습니까? 왜 당신은 그것이 일어나리라고 생각하십니까? 무엇 때문에 사실이라고 생각합니까?



[그림 2] 수학적 개념지도의 모형(배종수 · 임창균, 2001)

수학교육의 지도내용을 수업시간에 맞추어 모두 준비한다는 것은 어렵다. 이 결점을 보완하기 위하여 모델을 만든다. 모델은 현실상황에서 개념을 논의하는 전 단계이다. 개념의 속성을 보다 쉽도록 이해하기 위하여 그림이나 사실로 나타낸다.

수학교육에서 결과로 나타난 것은 정의에 해당된다. 학교수학에서의 상황은 일상의 상황과는 달리 정의가 매우 중요한 역할을 하며 수학적 개념은 주로 주어진 정의에 의해 획득된다(최근배 · 오숙경, 2008). 정의는 약속으로 대신 할 수 있다. 약속은 용어나 기호라 생각 할 수 있다. 학생들은 그림이나 식을 보고 용어를 정하고 기호로 표현함으로서 추상화하는 능력을 기른다.

<표 2> 개념지도 학습과정안

단계	과정	학습내용	교수 · 학습활동	지도상의 유의점
도입단계	문제파악 과정	선수학습의 이해	선수학습에 의한 학습목표 알기	선수학습과 관련시켜 지도
전개단계	문제도입 과정	해결방법 및 해결결과 예상	<제시> : 지도할 문제의 제시	교사는 안내자 역할을 수행
	문제해결 과정	문제해결 행동으로 논리적 사고	<개념의 추구> : 개별학습 ⇨ 소집단 학습 ⇨ 전체 학습 ⇨ 교사의 지도 학습	학생들의 적극적 참여 유도
			<개념화> : 개념의 언어화, 문자화, 기호화	학습목표에 적합하도록 지도함
	발전 과정	도달 수준 점검	개별적인 학습 도달도 평가	활동결과를 정리
정리단계	과제파악 과정	예습과제 제시	활동 중심의 학습과제	수업의 중요점 정리
평가단계	평가 과정	학습목표 점검	보충문항 투입	확인학습

3) 개념지도 학습과정안

개념적 사고를 가르치는 효과적인 교수모형에는 두 가지가 있다. 하나는 1959년 Bruner등이 만든 개념성취 모형이고, 다른 하나는 1971년 Taba등이 발전시킨 개념개발 모형이다. 이 두 가지 모형은 모두 다 귀납적인 교수모형이다. 전자는 개념이 어떻게 학습되는가에 초점을 둔 것이다. 후자는 어떻게 새로운 모습으로 발전되는가에 초점을 둔 것이다. 본 연구에서는 개념개발 모형을 선택했다. Taba가 제시하는 개념개발 교수모형의 절차는 <표 1>이다(이성호, 2002, p. 173). <표 1>에서 보는 바와 같이 세 가지의 인지과업에 모두 일곱 단계의 절차로 수업은 이루어지는 것으로 생각 할 수 있다. 본 연구에서는 Taba의 모형을 변형하여 <표 2>와 같은 개념지도 학습과정안을 계획하였다.

4) 학습요소 분석의 개념학습지

수학과 학습과제는 수평적, 수직적 위계로 이루어 구성되어 있다. 학습요소에 대한 기본개념이 형성되어야 학습의 최종목표에 도달 할 수 있다. 학습요소의 계열화를 만들어 발전시키면 학습을 촉진시킬 수 있다. 학생 각자가 용어에 대한 개념을 정립하고 학습 자료를 제작하면 학습능력이 신장된다. 그리고 개념학습지를 활용하여 형성된 수학적 개념은 학습능력을 기르기 위한 원동력이 된다. 위와 같이 학습요소를 분석하고 요소에 따라 개념학습지를 활용하면 수학적 개념형성에 도움이 된다. 따라서 학업성취도도 신장시킬 수 있다는 확신을 얻었다.

3. 수학적 개념의 형성과정

신현정(2000)에 의하면 1970년대 중반에 이르기까지 개념의 획득은 사용에 대한 실험적인 연구에서 모든 개념은 정의속성(Definitional attribute)의 집합으로 규정된다는 가정 하에서, 새로운 개념의 획득이 아니라 단지 새로운 범주 이름을 획득하는 과정에 관심을 기울여 왔다고 주장하고 있다. 따라서 개념형성에 대한 연구는 반드시 추상화와 일반화 활동을 고려해야 한다. 추상화는 대상을 분류하는데 있어서 중요한 역할을 한다. 일반화는 대상 또는 상황으로부터 추상화되었던 세세한 것들이 관련대상 또는 상황 전체에 반응하는 데 이용된다는 것을 의미한다.

Russell(1956)은 개념형성을 세 가지 형태 곧, 귀납적 개념형성, 연역적 개념형성 그리고 창의적 개념형성으로 나누고 있다. 귀납적 사고가 개념형성에 있어서 본질적인 역할을 담당한다고 하더라도, 연역적 사고도 역시 개념형성에 이바지 한다. 비록 엄밀한 형태의 증명은 아니더라도 학생들도 전제에 기초하여 결론을 유도하는 경우가 많이 있으며 이런 연역적인 사고에 의해 개념을 형성하는 것이다. 수학에 있어서 개념형성은 연역적인 방법과 창의적인 방법으로 구별한다. 발명과 연역이 전적으로 협력하는 구성적 과정에서 이 두 전략은 융합된다.

개념형성에 관한 고전적인 견해는 주로 귀납적 방법과 가설 검증과정에 기초하고 있다. 그리고 고전적 견해가 전형성 효과를 설명하지 못한다는 사실이 밝혀짐에 따라 새로운 입장을 받아들이게 되었다. 가장 의미 있게 제시된 것이 원형(prototype)모델이다. 원형모델이 고전이론에 비하여 여러 현상들을 잘 설명하고 있지만 모든 현상들을 설명하는 것은 아니다. 이런 이유로 제기된 이론 중의 하나가 본보기(exemplar)모델이다. 본보기 모델은 자극일반화에 대한 생각으로부터 출발한다. 주어진 자극에 대한 반응은 그 자극이 과거에 경험

하였던 자극들과 얼마나 유사한가에 달려있다는 생각이다. 따라서 개념은 원형과 같은 추상화된 요약 정보가 아니라 본보기들로 표상되며, 주어진 항목의 범주화는 기억에 표상된 개별사례들과 유사성에 달려있다고 주장했다(신현정, 2000, p. 55).

Fishbein(1996)은 원형의 관점과 본보기의 관점사이의 위와 같은 구별은 인위적인 것으로 보고, 각각의 개념에 대한 여러 사례들의 주변에 개념이 구조화되는 상황을 설명하기 위해서 범례적 모델(paradigmatic model)이라는 용어를 사용하고 있다. 범례는 사물들의 부류의 특별한 사례 또는 그 하위 부류로써, 하나의 모델을 사용한다. 개념을 기술하거나 정의하려고 할 때, 또는 그 개념의 정례와 반례를 구별하려고 할 때 전체집합을 표상하는 대신에 그것을 사용하기 때문에 모델이 된다. Fishbein은 이 경우 구체성과 대표성을 겸비하고 있기 때문에 범례란 용어가 그러한 모델에 더 적절하다고 주장했다.

Jacob는 개념이 형성되어가는 과정이 귀납추론 방법으로 이루어진다고 생각하여 주어진 범례를 각각 의식하는 단계, 범례에 대하여 서로 다른 점이 떠오르게 하는 단계, 공통적인 점을 언어로 표현하는 단계의 4가지 단계를 제시했다. 이러한 개념이 일반적으로 말하는 추상적으로 형성된 개념이다. 수학적인 여러 가지 개념, 수 개념, 도형개념 등은 이와 같이 하여 형성된 개념이다(김남희, 2002, 재인용).

4. 수학적 개념의 발달과정

수학적 개념은 일련의 조작과 구조의 교대과정을 통해서 발달되는 것으로서 개념형성은 조작적인 개념에서 구조적인 개념으로의 연쇄적인 전이로 보는 견해가 있다(Fishbein, 1996; Sfard, 1991).

수학적 개념은 인간의 경험에 근원을 두고 있다. 그러나 경험적 개념과 수학적 개념 사이에는 근본적인 차이점이 있다.

Sfard와 Linchevsky(1994)가 주장한바와 같이, 대부분의 수학적 개념에는 선천적으로 과정과 대상이라는 이중성이 존재한다. 과정 지향적인 조작적 개념이 먼저 생겨나고, 그 후에 그 과정의 구체화를 통해서 구조적인 개념인 수학적 대상으로 발전 하는 것이다.

Sfard(1991)는 수학적 개념이 조작적인 개념에서 구조적인 개념으로 발전하는 데에는 다음과 같은 세 가지 단계를 거치는 것으로 보고 있다. 첫 번째는 내면화 단계로서 여기서는 이미 잘 알고 있는 수학적 대상에 대한 몇 가지 조작이 수행된다. 두 번째는 압축단계로서 이미 행한 조작과 과정이 좀 더 다루기 쉬운 단위로 압축된다. 압축단계는 새로운 실재가 절차만으로 혹은 조작만으로 여겨질 때까지 계속된다. 세 번째가 실재화의 단계로서 이제까지 다루어오던 무엇인가를 새로운 시각으로, 이미 익숙해 있던 것처럼 친숙하게 바라보는 갑작스런 능력이 발동되는 단계이다. 이 단계에서 새로운 실재는 완전히 성숙된 하나의 수학적 대상으로 새롭게 인식되는 것이다. 내면화와 압축단계는 점진적이면서 길게 계속되는 양적인 변화라고 할 수 있고 실재화의 단계에서 어떤 과정이 정적 구조인 하나의 대상으로 결정되면서 새로운 실재가 과정으로부터 분리된다.

우정호(2000)는 교사는 초기의 직관적인 결정의 변경에 대한 학생의 저항을 고려하여 가능한 한 일찍 적절한 교수학적 수단에 의하여 관련된 개념의 차후의 세련과 일반화를 위한 기초를 놓아야 한다고 제언하고 있다. 이는 교사는 가능한 한 일찍 구체적 조작기 동안에 학생이 점진적으로 보다 복잡하고 추상적인 개념을 동화 할 수 있게 하는 교수학적 요구와 활동형식을 포함시키는 것이 바람직하다는 것이다. 수학적 개념의 발달과정에서 볼 수 있는 서로 상반되는 조작과 구조, 과정과 대상이라는 이중성은 두 가지 반대되는 교수학적 전략을 사용하게 하였다. 하나는 학생의 조작적 측면, 과정적 측면을 강조하기 위하여 교과서에 직관적인 그림 요소로 가득 차게 하는 것이고, 다른 하나는 구조적 측면, 대상적 측면을 강

조하기 위하여 공리적, 형식적으로 제시한 수학 교과서를 구성한 것이다.

5. 수학적 신념

1) 수학에 대한 신념

수학에 대한 신념연구는 최근 상당히 주목을 받고 있는 분야이다. Thomson(1984)은 학문으로서 수학에 대한 교사의 신념이 교사의 행위를 결정하고 이에 따라 학습자의 학습에 영향을 준다고 주장하였다. 물론, Thomson의 연구 대상이 교사들이었지만, 이 연구 결과를 통해 학생들이 갖고 있는 수학에 대한 신념이 학생의 활동에 영향을 주는 메커니즘을 유추할 수 있다. Ernest(1985)는 기존의 수리 철학자들의 입장을 논리주의, 형식주의 플라톤주의, 구성주의, 오류주의로 세분하여 그에 따른 수학교육의 형태를 주장하고 있다. 이것은 수학자들이 갖고 있는 수학에 대한 신념과 그 신념에 따른 교육적 활동을 정리한 것으로 재해석할 수 있다. 즉 수학에 대한 신념의 유형과 신념의 유형에 따른 수학적 활동의 특징을 제시한 셈이다. Dossey et al.(1988)은 3, 7, 11학년 학생들은 수학이 유용하지만 규칙을 암기하고 그대로 따르는 것이라고 믿고 있음을 보고하였다. McLeod(1992)는 이러한 신념이 수학은 논리적 추론에 기초한다는 신념보다 수학 과제에 대한 부정적인 반응을 생성하는 경향이 있음을 주장하였다.

2) 문제 해결에 대한 신념

신념의 또 다른 유형으로서 문제 해결에 대한 신념의 역할을 강조하고 있다. 이것은 학생들의 수학에 대한 신념은 비 정형적인 문제를 푸는 능력을 약화시킬 수 있다. 예를 들어 문제를 빨리 풀어야 된다고 믿는 학생들은 시간이 오래 걸리는 문제들을 참을성 있게 해결하려 하지 않는다는 것이다.

3) 자아개념에 대한 신념

Fennema & Peterson(1985)에 의하여 자아개념에 대한 신념은 메타인지, 자기규제(self-regulation), 자아인식(self-awareness)과 관련되는 것으로 나타났다. 성차를 분석하는 과정에서 문제 해결의 성공이 문제 해결 능력에 대한 신념을 형성하고 이것은 자신감을 증대시키고 수학 학습에 영향을 주고 있음을 주장하였다.

이상에서 알 수 있듯이 수학 교육자들은 학생들이 수학에 대한 올바른 신념과 긍정적인 태도를 갖고 수학을 유용한 학문이라는 것을 인식하도록 지도해야한다고 주장하고 있다. 또한 수학 학습에서 긍정적인 수학적 신념 형성이 중요하다. 학생들이 수학을 알고 응용하는데 흥미를 갖기를 바라며 이를 위해 교수 방법의 개선을 위해 노력하고 있다.

대부분의 학생들은 학년이 올라갈수록 수학의 유용성에 회의적이 되고 싫증을 느끼며 어려워 한다. 권미연(1999)은 학생들의 부정적인 신념형성에 주도적인 역할을 하는 것은 교사의 행동유형이라고 하였다. 문성길(2000)은 많은 교사들은 학생들에게 단순히 교과서를 가지고 가르침으로서 수학에 대해서 부정적인 신념을 강화시키고 있다고 주장하였다.

6. 선행 연구의 고찰

본 연구의 효율적인 추진을 위하여 수학적 개념에 관한 논문과 수학적 신념을 연구한 논문을 중심으로 다음과 같이 분석해 보았다.

수학적 개념을 습득하는데는 개념정의(concept definition)와 개념이미지(concept image)가 작용한다(Vinner, 1991). 개념정의는 언어적 정의로 일반적으로 개념을 기술하는데 사용하는 단어들로 형성된다. 개념이미지는 비언어적인 것으로 어떤 개념정의에 결합된 모든 심상, 시각적 표상, 성질, 과정, 인상, 경험을 의미한다. 학생들의 개념이미지는 개념에 대한 예와 아닌 예를 가지고 형성된 개인적인 경험의 결과이기도 하다. 국내에서도 이러한 이론을 바탕으로 개념형성에 관계한 연구가 있다(이경화・신보미, 2005; 김춘희, 2007). 개념에 관한 연구는 대다수가 교수・학습에 관한 것이다. 교과서에서 행해지는 개념에 관련한 표상간의 번역에 대한 비판적인 분석은 없었다. 그리고 수학개념의 도입과정과 활용에서 교과서가 교사와 학생들은 개념을 이해하는데 직접적인 영향을 미치는 것이 교과서이다. 이러한 점을 고려할 때 교과서의 분석은 매우 중요하다고 볼 수 있다. 국내에서도 개념학습 지도 이론에 대한 연구가 있었다(이남숙, 1997). 박정선(2005)는 함수단원에 구체적으로 적용하여 함수와 역함수 개념이해에 대해 고등학교 인문계와 자연계학생, 대학교 1학년을 대상으로 심층적으로 분석하였다. 이남숙(1997)은 Vinner의 인지과제 해결에 대한 모델을 수정하여 보완된 개념정의와 개념이미지의 관계의 모델을 제시하기도 하였다. 김진환(2010)은 함수의 개념정의와 개념이미지 형성을 위한 다양한 표상에서 정의역을 고려한 학생지도에 대해서 논하고 있다.

김부미(2012)는 수학적 신념에 관해서 대단위 표집 검사를 실시하여 우리나라 중・고등학생의 수학적 신념이 학교 급별, 성별, 성취수준에 따라 어떤 특성이 나타나는지를 분석하였다. 연구결과 중・고등학교 모두 남학생이 여학생보다 수학이 유용하다고 믿는 신념, 수학에서 과정보다 정답을 구하는 것이 중요하다고 믿는 신념, 많은 수의 문제를 푸는 것이 중요하다고 믿는 신념 등이 강하게 나타난다고 보았다.

이상의 선행 연구 분석을 통하여 본 연구에서는 개념학습지를 개발하고 이를 틈틈이 수업시간에 활용하여 학생들의 학업성취도와 수학적 신념을 향상시키는데 기여하고자 한다.

III. 연구방법

1. 연구대상

본 연구의 연구대상은 본 연구자가 수업을 담당하고 있는 00 고등학교 2학년 1개 반을 실험집단(35명)으로 다른 1개 반을 비교집단(35명)으로 선정하였다. 이 연구는 2011년 5월 14일부터 7월 17일까지 약 2개월간 15차시 수업을 실시하였고 학습량은 같이 하였다. 본 연구의 실험처치는 관련변인을 통제하기 위하여 양 집단을 연구자가 담당하여 지도하였다. 평가도구는 본 연구자가 제작한 수학과 학력평가지(중간고사, 기말고사), 수학교과에 대한 신념 검사지를 활용하였으며 가설에 따라 통계적 방법에 의하여 검증하였다. 실험집단과 비교집단의 학습내용은 같고 학습활동만 다르게 하였다. 비교집단은 교과서 중심으로 수업을 진행하였으며 실험집단은 개념학습지를 틈틈이 활용하여 수업을 진행하였다. 두 집단은 연구의 대상 학급임을 전혀 밝히지 않았다. 연구자의 담당 학급에서 진도나 지도내용은 같은 수준으로 지도하였다. 학교에서 이루어지는 학습시간도 동일하게 하였다.

2. 검사 도구

본 연구에서 사용된 검사는 사전, 사후 검사로서 학업성취도 검사와 수학적 신념 검사가 실시되었다. 모든 검사는 지도교수와 현장교사의 조언을 들어 내용 타당도를 검증 받았다. 검사도구의 구체적인 내용은 다음과 같다.

1) 학업성취도 검사

본 연구에 사용할 학업성취도 검사지가 표준화된 것이 없어서 사전검사로 1학기 중간고사를 사후검사로 1학기 기말고사를 사용하였다. 교과서 및 교과관련 각종도서를 참고하여 연구 기간 중에 수업한 교과내용을 토대로 직접 지도한 두 명의 교사에 의해 제작되었으며, 동료교사 두 명이 검토하였다. 불성실한 학생을 제외하여 30명을 대상으로 사전 사후 성적을 엑셀을 사용하여 t-검증하였고 소숫점 아래 셋째자리에서 반올림 하였다. 불성실한 학생의 한 예는 모든 문항에 같은 답을 한 경우를 들 수 있다.

2) 수학적 신념 검사지

수학적 신념 검사는 수학에 대한 신념, 수학 학습 방법에 대한 신념, 자아개념에 대한 신념 수준을 측정하기 위한 검사지로는 Schoenfeld(1989), McLeod(1992)의 수학적 신념 척도 내용과 권미연(1999)의 논문에서 신뢰도와 타당도가 검증된 수학적 신념 검사지를 참고로 연구자가 작성한 문항을 혼합하여 <부록 2>와 같이 3개의 하위영역으로 분류하였다. 그리고 수학적 신념 검사지를 고등학교 2학년 수준에 맞게 재구성하여 검사를 실시하였다. 검사의 문항수는 총 40문항으로 구성되었다. 본 검사지의 40문항의 신뢰도를 알아보기 위해 Cronbach α를 계산 한 결과 0.8255로 양호하게 나타났다. 수학적 신념 검사지의 예는 <부록 2>에 제시되어 있다. 불성실한 학생을 제외하여 30명을 대상으로 사전 사후 성적을 엑셀을 사용하여 t-검정하였고 소숫점 아래 셋째자리에서 반올림 하였다. 불성실한 학생의 한 예는 백지상태의 검사지를 제출 한 경우를 들 수 있다.

3) 실험처치 방법

실험은 1주일에 2시간 수업시간을 이용하였다. 개념학습지는 수업시작 전에 실험집단의 반장을 통하여 학급에 배분하였다. 1시간의 개념학습지는 1장이었다. 수업진행 후 20분정도 시간의 여유를 주어서 개념학습지를 풀도록 하였다. 회수한 개념학습지는 2-3일후 첨삭지도하여 학생들에게 다시 나누어 주었다. 실험집단과 비교집단의 수업일자는 차이가 있었으나 수업차시는 15차시로 같게 하였다.

3. 개념학습지 제작

_고등학교 2학년 수학과 교육과정인 수학 I 교과서를 분석하여 영역별 학습목표를 구체화하였다. 각 단원의 상호연관성을 명확히 하고 학습요소별 위계도를 작성하였다. 학습요소별 위계도는 교과서 분석을 통하여 학습내용을 추출하고 각 단원에 대하여 작성한다. 이를 근거로 개념학습지를 제작한다. 개념학습지는 학생이 맨 처음 학습하는 것 중의 하나가 개념인바, 개념을 사용하여 다른 개념이나 원리, 법칙 등 다른 내용을 학습하도록 구성하였다. 기초단계 ⇨ 이해단계 ⇨ 활용단계로 구성하여 제작하였다. 교수・학습활동의 측면에서 일

반학습지와 개념학습지의 활용의 차이점을 분석해보면 도입단계와 정리 및 평가단계에서는 차이점이 없으나 전개 단계에서 차이점이 있다. 개념학습지는 개념의 추구를 위해서 개별학습 ⇨ 소집단 학습 ⇨ 전체학습 ⇨ 교사의 지도학습의 단계를 거치고 또한 개념의 언어화 및 문자화, 기호화의 과정을 거치는 문제 해결 행동으로 논리적 사고를 신장한다. 개념학습지는 정규 수업시간을 통하여 지도하였다.

<표 3> 수업 모형

도입	준비	· 학습환경 정비	· 학습 분위기 조성	일제학습
	진단	· 선수학습 진단	· 선수학습 확인	문답학습
전개	탐구	· 학습목표	· 학습목표 제시	문답학습
		· 토의과제	· 학습의 토의과제 제시	토의학습
	발전	· 발전문제	· 발전문제 해결	개별학습
정리	정리	· 학습내용 정리	· 학습내용 분석	문답학습
	평가	· 차시예고	· 형성평가실시	교정학습

4. 개념학습지 활용을 통한 학습

본 연구에서는 수학과 학습능력 신장을 위하여 개념학습지를 활용한 지도안을 다음과 같이 운영하였다. 먼저 지도계획안을 작성한다. 학생들이 교수·학습 과정에 적극적으로 참여하는 학생 중심의 학습이 이루어지도록 하기 위하여 <표 3>과 같은 수업모형을 구안하였다. 이 수업모형을 수업에 적용한다.

IV. 연구 결과

1. 학업성취도 검사

<표 4> 학업성취도 검사에 대한 엑셀을 사용한 t-검증

구분		학생수	평균	표준편차	t	p
사전	실험집단	30	50.12	21.98	-0.50	0.52 (p>.05)
	비교집반	30	52.54	20.48		
사후	실험집단	30	51.27	17.67	2.14	0.03 (p<.05)
	비교집반	30	42.19	17.88		

<표-4>을 살펴보면 먼저 실험집단은 사전검사보다 사후검사에서 성적이 높게 나왔으나 비교집단에서는 사후검사가 사전검사보다 성적이 낮게 나왔다. 실험집단이 사전검사에서 평균 50.12점으로 비교집단의 평균 52.54점보다 2.42점 낮았으나 사후검사에서는 실험집단의 평균이 51.27점으로 비교집단의 42.19점보다 9.08점 높게 나타났다. 그리하여 사전검사에서 -2.42점에서 사후검사에서 9.08점 차이를 비교하면 11.5점이 높게 나왔다. 이는 실험집단에서 개념학습지를 활용한 수업이 학생들의 학업성취도 향상에 도움을 주었고 학생들 스스로도 평가에서의 자신감이 생기면서 학습능력에서 학업성취도 평가의 점수가 높아졌음을 나타낸다. 개념학습지를 활용한 수업이 학업성취도에 관한 실험집단과 비교집단의 사전 사후 엑셀을 사용한 t-검증 결과는 <표 4>와 같다. <표 4>에서 알 수 있는 바와 같이 학업성취도 검사의 표본평균의 차를 엑셀을 사용한 t-검증한 결과, 이들 집단 사이에는 p=.52(p>.05)로서 이들 집단 사이에는 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 유의미한 차이가 없는 동질집단임을 알 수 있다. 사후 검사의 결과는 학업성취도에 있어서 유의도 p=.03(p<.05)로 실험집단과 비교집단 사이에는 유의수준 $\alpha = 0.05$에서 통계적으로 의미 있는 차가 있는 것으로 나타났다.

2. 수학적 신념 검사

<표 5> 수학적 신념 검사에 대한 엑셀을 사용한 t-검정

구분		학생수	평균	표준편차	t	p
사전	실험집단	30	122.67	46.21	0.60	0.67 (p>.05)
	비교집반	30	122.99	46.89		
사후	실험집단	30	129.29	46.28	2.64	0.01 (p<.05)
	비교집반	30	121.79	39.01		

<표 5>을 살펴보면 먼저 실험집단은 사전검사보다 사후검사가 점수가 높게 나왔다. 반면 비교집단에서는 사전검사보다 사후검사가 점수가 낮게 나왔다. 실험집단이 사전검사에서 평균 122.67점으로 비교집단의 평균 122.99점보다 0.32점 낮았으나 사후검사에서는 실험집단의

평균이 129.29점으로 비교집단의 121.79점보다 7.5점 높게 나타났다. 그리하여 사전검사에서 -0.32점에서 사후검사에서 7.5점 차이를 비교하면 7.82점이 높게 나왔다. 이는 실험집단에서 개념학습지를 활용한 수업이 학생들의 수학적 신념 향상에 도움을 주었고 학생들 스스로도 평가에서의 자신감이 생기면서 학습능력에서 수학적 신념의 점수가 높아졌음을 나타낸다. 개념학습지를 활용한 수업이 수학적 신념 향상에 관한 실험집단과 비교집단의 사전 사후 엑셀을 사용한 t-검증 결과는 <표 5>과 같다. <표 5>에서 알 수 있는 바와 같이 수학적 신념에 대하여 엑셀을 사용한 t-검정한 결과 유의도 $p=.67$($p>.05$)로서 두 집단은 유의수준 $\alpha=0.05$에서 유의미한 차이가 없는 동질 집단임을 알 수 있다. <표 5>에서 알 수 있는 바와 같이 사후 검사 결과 수학적 신념에 있어서 유의도 $p=.01$($p<.05$)로 실험집단과 비교집단 사이에는 통계적으로 유의수준 $\alpha=0.05$에서 의미 있는 차가 있는 것으로 나타났다. 이것은 본 연구가 수학적 신념 향상에 효과를 보였다는 것을 뜻한다. 한편 사전 사후 개념학습지를 활용한 수업을 구안 적용함으로서 수학적 신념 검사의 하위영역인 수학에 대한 신념, 수

<표 6> 수학적 신념 검사에 대한 하위영역별 엑셀을 사용한 t-검정

구분			평균	표준편차	t	p
수학에 대한 신념	사전	실험집단	50.20	14.71	0.25	0.73 (p>.05)
		비교집반	51.19	15.99		
	사후	실험집단	54.18	17.16	0.97	0.01 (p<.05)
		비교집반	50.27	16.78		
학습방법에 대한 신념	사전	실험집단	32.38	8.88	0.12	0.97 (p>.05)
		비교집반	32.08	10.63		
	사후	실험집단	36.75	9.57	0.90	0.04 (p<.05)
		비교집반	31.99	11.62		
자아개념에 대한 신념	사전	실험집단	37.99	15.21	-0.23	0.81 (p>.05)
		비교집반	37.78	21.68		
	사후	실험집단	38.12	19.53	0.69	0.60 (p>.05)
		비교집반	38.22	21.79		

학학습에 대한 신념, 자아개념에 대한 신념검사 결과 변화의 정도는 <표 6>과 같다. <표 6>에서 알 수 있듯이, 3개의 하위영역에서 모든 실험집단의 표본평균점수가 비교집단보다 높게 나왔다. 각 하위 영역별 수학적 신념 검사 점수의 표본평균의 차를 엑셀을 사용한 t-검증한 결과, 자아에 대한 신념을 제외한 나머지 2개의 영역에서는 $p<.05$ 수준에서 통계적으로 유의수준 $\alpha=0.05$에서 의미 있는 차를 보였다. 이는 본 연구가 수학에 대한 신념, 학습방법에 대한 신념에 유의수준 $\alpha=0.05$에서 유의미한 효과가 있음을 의미한다. 그러나 자아에 대한 신념에서는 두 집단 간에는 유의수준 $\alpha=0.05$ 에서 유의미한 차이를 보여주지 못하였다. 이것은 자아에 대한 신념은 단기간의 학습에서 뚜렷한 진전을 기대하기 어렵기 때문이라 생각된다.

3. 본 연구에 대한 반응조사

실험 후 설문지를 활용하여 수학적 개념학습지 자료를 활용한 수업에 관한 학생들의 반응을 알아보았다. 실험집단 학생들의 설문검사 결과는 다음과 같다. 소숫점 아래 둘째자리에서 반올림하였다.

1) 개념학습지 활용 수업의 중요성 여부

분류	매우 중요하다	중요하다	보통이다	별로 중요하지 않다	전혀 중요하지 않다	합계
인원	1	16	7	4	2	30
%	3.3	53.3	23.3	13.3	6.7	100

개념학습지 활용 수업이 중요한가를 묻는 질문에 대하여 중요하다라고 응답한 경우가 17(56.6%)로 대체로 긍정적인 반응을 보이고 있다. 전혀 중요하지 않다고 답한 2명의 학생의 상담결과 대학 수학 능력 시험에 나오지 않으면 공부할 필요가 없다고 생각하고 있었다. 이는 입시위주의 수업이 중요한 현 시점에서 학생들이 내신 성적이나 대학 수학 능력 시험에 도움을 주지 못하는 학습이라고 생각하는 학교 분위기를 반영한 결과라고 생각된다.

2) 수학적 개념학습지를 수업활동에의 도입

분류	수학시간	계발활동 시간	과제물로 제시	교과서 내용	기타	합계
인원	11	7	1	8	3	30
%	36.7	23.3	3.3	26.7	10.0	100

수학적 개념학습지 활용 수업을 언제 하는 것이 좋은 가를 묻는 질문에 대하여 11명(36.7%)이 일반적인 수업 시간에 적절하게 도입하여 풀어 보는 것이 좋겠다고 응답하였고 계발활동의 시간에 해 보는 것이 좋겠다는 응답은 7명(23.3%)이었다. 한편 교과서의 내용에 포함시켜 수학의 개념학습지를 과제로 부과할 경우 교과서 진도와 동떨어진 과제로 다루게 될 것이다라는 생각도 있었다.

3) 개념학습지를 이용한 수업이 수학에 대한 홍미도 변화에 미치는 영향

분류	흥미없다	보통이다	흥미있다	매우 흥미있다	계
인원	8	11	9	2	30
%	26.7	36.7	30.0	6.7	100

위의 표에서 보면 개념학습지를 활용한 수업으로 수학에 대한 흥미도가 흥미 있는 것이 보통이거나 흥미 있다가 20명(66.7%)으로 나왔다.

4) 개념학습지를 활용한 수업에 관한 관심

분류	전혀 없다	없는 편이다	보통이다	많은편이다	계
인원	9	7	12	2	30
%	30.0	23.3	40.0	6.7	100

위의 표를 보면 개념학습지를 활용한 수업에 대한 관심이 많은 편이다가 적게 나타났다.

5) 본 연구의 수업이 평가에 기여하는가?

분류	전혀 되지 않는다	조금 부족하다	보통이다	많이 된다	계
인원	4	1	18	7	30
%	13.3	3.3	60.0	23.3	100

위의 표에서 보면 본 연구의 수업이 평가에 도움이 많이 된다는 경우가 7명(23.3%)인 것을 보아서 개념학습지를 활용한 수업이 효과 있음을 알 수 있다.

6) 개념학습지를 활용한 수업 후 수학의 평가에서 중요한 부분

분류	문제의 답	문제 이해도	문제의 법칙	문제해결과정	계
인원	8	10	1	11	30
%	26.7	33.3	3.3	36.7	100

위의 표에서 보면 학생들은 개념학습지를 활용한 수업 후 수학의 평가에서 중요하다고 생각하는 부분은 문제해결과정이나 문제 이해도라고 생각하는 학생이 상당히 많았다.

V. 결론 및 제언

수학적 개념이라는 용어는 수학에서 사용하는 용어가 아니라 수학교육에서 사용하는 용어이다. 그러므로 수학적 개념은 수학을 학습하는 과정에서 찾아보아야 한다. 소재를 학생들이 의미 있게 느낄 수 있도록 생활 주변 현상에서 찾아야 한다. 그리고 구체적으로 경험을 하게 하여 이 활동한 경험에 대응하여 그림을 그리거나 식을 써보게 한다. 그 후 그림이나 식을 보고 추상적으로 용어와 기호를 약속한다. 그럼으로서 수학적 개념이 형성되는 것이다.

이 연구는 고등학교에서 개념학습지를 활용한 수업이 학업성취도와 수학적 신념에 미치는 영향을 알아보는 것이다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 개념학습지를 활용한 수업에서 실험집단은 비교집단에 비하여 학업성취에 향상을 보여 주고 있다. 이는 개념학습지를 활용한 지도는 학생들의 학습 능력을 신장시키는데 좋은 효과가 있음을 말해준다.

둘째, 개념학습지를 활용한 수업에서 실험집단은 비교집단에 비하여 수학적 신념 변화에 효과적이었음을 알 수 있다. 이는 개념학습지를 활용한 수업이 학생들이 자신감을 갖게 해

주는 긍정적인 효과라고 생각된다. 그리고 본 연구에서 개발한 수학적 신념의 측정도구의 활용과 보급을 위해서는 지속적으로 이 도구를 사용한 결과의 해석 및 처방에 대한 연구와 그 활용에 대한 교사 연수가 이루어져야 한다. 많은 교사들이 학생의 수학적 신념의 향상이 필요하다는 사실을 알고 있지만 한 명의 수학교사가 60명 이상을 담당할 경우 각 학생들의 수학적 신념을 파악하고 그 에 맞는 지도를 하는 것이 어렵다. 따라서 수학 교사가 현장에서 학생들의 수학적 신념을 파악하고 이를 활용하여 구체적으로 무엇을 어떻게 지도해야 할지 알 수 있도록 측정 문항 각각에 대한 처방이 무엇인지 연구하고 그 연구 결과가 현장에 피드백 될 수 있어야 할 것이다.

셋째, 개념학습지를 활용한 수업에서 실험집단은 비교집단에 비하여 학습태도의 변화에 도움이 되고 있음을 알 수 있다. 이는 개념학습지를 활용한 수업이 학생들의 학습의 흥미와 동기를 유발하여 학습태도 변화에 효과적이었음을 알 수 있다.

제언으로서 본 연구를 일반화하기 위해서는 다음과 같은 연구가 따라야 할 것으로 생각한다.

첫째, 개발된 개념학습지를 어떻게 지도하여야 하는가에 대한 다양한 학습지도 방법을 연구해야겠다.

둘째, 학생들의 능력에 맞도록 다양한 개념학습지가 개발되어야 하겠다

셋째, 개념학습지를 활용한 지도는 수학과가 아닌 타 교과에 적용하여도 효과적인가를 연구해 볼 가치가 있다.

참고 문헌

고영희・김재복(1985). 수업전략, 서울 : 배영사.

교육부(2001). 고등학교 교육과정 해설, 서울 : 교육부.

권미연(1999). 초・중학생들의 수학적 신념 형성의 요인 분석, 한국교원대학교 대학원, 석사학위논문.

김남희(1997). 변수개념의 교수학적 분석 및 학습지도 방향 탐색, 서울대학교 대학원, 박사학위논문.

김남희(2002). GSP를 활용한 수학수업에서의 추론지도, 교육논총 17(1), pp. 17-33.

김부미(2012). 우리나라 중・고등학생의 수학적 신념 측정 및 특성 분석, 수학교육학연구, 22(2), pp. 229-259, 서울 : 대한수학교육학회.

김진환(2010). 일차함수의 개념형성을 위한 표상활동에서 정의역의 역할에 대한 고찰, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집>, 24(1), pp. 49-65, 서울 : 한국수학교육학회.

김춘희(2007). 그래프를 활용한 함수지도와 함수개념 형성에 관한 연구, 한국교원대학교 대학원, 석사학위논문.

문성길(2000). 개방형 교수법에 의한 수학지도가 학업성취도와 신념 형성에 미치는 효과, 한국교원대학교 대학원, 석사학위논문.

배종수・임창균(2001). 수학적인 개념형성 지도에 관한 연구, 한국초등교육, 13(1), pp.57-73.

박정선(2005). 함수와 역함수 개념 이해의 수학 교육적 고찰, 서울대학교 교육대학원, 석사학위논문.

신현정(2000). 개념과 범주화, 서울 : 아카넷.

우정호(2000). 학습 지도 원리와 방법, 서울 : 서울대학교 출판부.

이경화・신보미(2005). 상위집단 학생들의 함수의 연속 개념 이해, 수학교육학연구, 15(1),

pp. 39-56, 서울 : 대한수학교육학회.
이남숙(1997). 개념정의와 개념이미지간의 격차 발생 원인에 관한 고찰, 이화여자대학교 교육대학원, 석사학위논문.
이성호(2002). 교육방법론, 학지사.
최근배・오숙경(2008). 초등수학 도형영역에 제시된 정의에 관한 교사의 인식과 오류, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 47(2), pp. 197-219, 서울 : 한국수학교육학회.
Dossey, J. A., Mullis, I. V. S., Lindquist, M. M., & Chambers, D. L.(1988). *The Mathematics Report Card : Trends and achievement based on the 1986 National Assessment.* Princeton Educational Testing Services.
Ernest, P.(1985). The philosophy of mathematics and mathematics education. Mathematics Education Science Technology, 16(5)
Fennema, E., & Peterson, P.(1985). Autonomous learning behavior : A possible explanation of gender-related differences in mathematics. In L. C. Wilkinson & c. Marrett (Eds.), Gender influences in classroom interaction (pp. 17-35). Orlando : academic Press.
Fishbein, E.(1996). The Psychological Nature of Concept, In Mansfield, H, Pateman, N. A. & Bednarz(Ed). *Mathematics for Tomorrow's Young Children* : Kluwer Academic Publishers.
McLeod, D. B.(1992). Research on affect in mathematics education : A reconceptualization. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), Affect and mathematical problem solving : A new perspective. New York : Springer-Verlag
Russell, D. H.(1956). *Children's Thinking.* Ginn and Company.
Saussure, F. De.(1965). *Course in general linguistics.* New York : Philadelphia Library.
Schoenfeld, A. H.(1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematical Education*, 20, pp. 238-355.
Sfard, A.(1991). On the Nature of Mathematical Conceptions : Reflections on Processes and Objects as Different of the Same Coin, *Educational Studies in Mathematics* 22, pp. 1-36.
Sfard, A., & Linchevsky, L.(1994). The Gains and the Pitfalls of Reification-The Case of Algebra, *Educational Studies in Mathematics* 26, pp.191-228.
Skemp, R. R.(1987). *The psychology of learning mathematics*, Hillsdale, HJ : Erlbaum.
Steffe, L. P., & Cobb, P.(1983). *Construction of arithmetical meaning and strategies*, New York : Springer-Verlag.
Thompson, A. G.(1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to structional practice. *Educational Studies of Mathematics*, 15, pp. 105-127.
Vinner, S.(1991). *The role of definitions in the teaching and learning mathematics.* In Tall, D. (Ed), Advanced mathematical thinking(pp. 65-81), Kluwer.

Impact of academic achievement and mathematical beliefs through instruction using concepts learning hand-out

An, Jong Su[2)]

Abstract

The purpose of this study, for each section of high school mathematics I help to verify the utillization of instructional class in the formation of students' academic achievement and mathematical beliefs. For this purpose we construct an experimental class and then analyse the students' change in those aspects after applying concept learning hand-out and colleage feedback on their works those students are in the experimental class. As a result of the experiment, we find that concept learning hand-out activity and colleague feedback made some significant changes on the students achievement in mathematics and mathematical beliefs. Therefore, in this study I want to solve the concrete problems are as follows. First, utilizing the concepts of mathematics tutoring lessons to improve students' academic achievement is it effective? Second, utilizing the concepts of mathematics tutoring classes does have a positive impact on students' mathematical beliefs? Third, utilizing the concepts of mathematics tutoring lessons for students what is the reaction?

Key Words : Academic Achievement, Mathematical Beliefs, Concept Learning Hand-out

Received July 2, 2013
Revised September 23, 2013
Accepted September 26, 2013

2) The Graduate School, Department of Mathematics Education, Pusan National University (jsan63@hanmail.net)

<부록 1> 개념학습지의 한 예

<table>
<tr><td colspan="6">개념학습지</td></tr>
<tr><td>학습
단원</td><td>지수함수와 로그함수</td><td>학습요소</td><td>지수함수의 뜻을 알고 그래프를 그릴 수 있다</td><td>학습
목표</td><td>거듭제곱근과
지수함수를 이해한다</td></tr>
<tr><td>단계</td><td colspan="4">단계별 학습문제</td><td>학습요소</td></tr>
<tr><td>기초단계</td><td colspan="4">1. 지수가 양의 정수일 때의 지수법칙
(1) $a^m a^n$ = ( ) (2) $(a^m)^n$ = ( )
(3) $(ab)^n$ = ( ) (4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ = ( )
2. a의 실수인 n 제곱근
n이 2 이상인 정수일 때
<table><tr><td></td><td>$a>0$</td><td>$a=0$</td><td>$a<0$</td></tr><tr><td>n이 홀수일때</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>n이 짝수일때</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>
3. 0 또는 음의 정수인 지수
$a \neq 0$이고 n이 양의 정수일 때 a^0 = ( ), a^{-n} = ( )</td><td>지수법칙을 이해한다

거듭제곱근의 성질을 이해한다

0 또는 음이 정수인 지수의 성질을 이해한다</td></tr>
<tr><td>이해단계</td><td colspan="4">다음을 읽고 물음에 답하여라
1. 다음 거듭제곱근을 구하여라
(1) 25의 제곱근 ( ) (2) 1의 세제곱근 ( )
(3) -27의 세제곱근 ( ) (4) 81의 네제곱근 ( )

2. 다음 식을 간단히 하여라
(1) $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} =$ (2) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$ (3) $(\sqrt[4]{4})^6 =$ (4) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} =$
3. 유리수인 지수
$a>0$이고 $m, n(n \geq 2)$ 이 정수일 때
(1) $a^{\frac{n}{m}} =$ (2) $a^{\frac{1}{n}} =$</td><td>거듭제곱근이란?

유리수인 지수의 성질은?</td></tr>
<tr><td>활용단계</td><td colspan="4">1. 다음 거듭제곱근을 구하여라
(1) -8의 세제곱근 (2) 16의 네제곱근

2. $a \neq 0,\ b \neq 0$ 일 때 다음 식을 간단히 하여라
(1) $a^7 a^{-4} =$ (2) $a^{-4} \div a^{-3} =$
(3) $(a^{-3})^{-2} =$ (4) $(a^{-2}b^{-4})^{-3} =$</td><td>거듭제곱근의 문제를 푼다.
지수법칙의 문제를 푼다</td></tr>
</table>

<부록 2> 수학적 신념 검사지

구성 요인	설문문항	전혀 아니다 (1)	대체로 아니다 (2)	보통 이다 (3)	대체로 그렇다 (4)	매우 그렇다 (5)
수학에 대한 신념	1. 수학은 과학과 다른 지식 분야에 크게 기여해 왔다.					
	2. 다른 분야에 종사하는 사람도 이해하는 것이 필요하다.					
	3. 수학이란 기호와 절차의 조직적이고 논리적인 체계이다.					
	4. 수학은 창의적 활동에 대한 기회를 별로 제공하지 못한다.					
	5. 수학은 일상생활에서 거의 사용되지 않을 과목이라고 생각한다.					
	6. 수학에서 새로운 발견은 없다고 생각한다.					
	7. 수학은 문제를 좀 더 간편하게 해결하기 위해서 만들어진 것이다.					
	8. 수학이 구체적으로 어떤 상황과 관련되어 있는지 잘 모르겠다..					
	9. 수학공부는 인간의 정신을 논리적으로 추론하도록 훈련시킨다.					
	10. 수학은 단지 공식과 사실을 암기하는 것이다.					
	11. 수학은 매우 가치있고 필요성 있는 과목이다.					
	12. 수학은 일관성이 있고 확실한 정확한 학문이다.					
	13. 수학은 문명과 사회의 발전을 위해서 별로 중요하지 않다.					
	14. 수학 내용은 일상생활에서 발생하는 기본적인 요구로부터 비롯된다.					
	15. 수학은 대개가 문제 풀이 기술의 숙달과 공식의 암기이다.					
	16. 수학의 응용에 대해서 배우는 것이 필요하다고 생각된다.					
	17. 미래에는 대부분의 직업이 수학을 필요로 할 것이다.					
수학 학습에 대한 신념	18. 수학시간은 친구들과 함께 서로의 생각을 이야기하는 시간이다.					
	19. 수학은 매우 재미있어서 나는 늘 이 과목에 열중한다.					
	20. 어려운 수학 문제를 풀 수 있다고 생각한다.					
	21. 수학은 개인의 정신을 발달시키고 사고력을 길러주기 때문이다.					
	22. 우리 인간에게 예술이나 문학이 수학보다 더 중요하다.					
	23. 수학에서 정답을 구하는 그 이유를 아는 것보다 더 중요하다.					
	24. 수학문제는 여러 가지 다른 방법으로 해결될 수 있다고 생각된다.					
	25. 수학문제를 풀고 나서 풀이과정을 다시 한번 살펴본다.					
	26. 수학은 일상 생활의 여러 가지를 해결하는데 도움을 준다.					
	27. 수학은 어떤 상황을 좀 더 간편하고 분명하게 설명할 수 있다.					
	28. 수학을 공부하는 것은 자신의 능력을 향상시키기 위한 것이다.					
자아개념에 대한 신념	29. 어려운 문제에 접하면 도전하고 싶은 충동이 생긴다.					
	30. 문제를 해결했어도 다른 풀이 방법이 없나 생각해 본다.					
	31. 어떤 과목의 숙제보다도 수학 숙제하기를 좋아한다.					
	32. 자신의 힘으로 수학 문제를 해결하였을 때 기분이 참 좋다.					
	33. 수학문제가 즉시 풀리지 않을때 해답을 얻을 때 까지 계속 생각한다.					
	34. 사람들은 그들이 하고 있는 일에 수학을 별로 사용하지 않는다.					
	35. 학교 밖에서도 수학에 관심을 갖고 사용하고 있다.					
	36. 새로운 수학을 알기 위해서 더 많은 수학공부를 하겠다.					
	37. 수학이 앞으로 공부하는데 필요한 과목이라고 생각한다.					
	38. 더 어려운 내용의 수학도 배울 수 있다고 확신한다					
	39. 수학은 나를 즐겁게 하고 재미있다..					
	40. 수학 때문에 마음이 불편하고 불안하며 초조해진다.					