

# 왜곡된 역기전력을 갖는 매입형 영구자석 동기전동기의 쇄교자속 고조파 관측기를 이용한 토크리플 저감

진용신<sup>1</sup>, 김학원<sup>2</sup>, 조관열<sup>†</sup>, 임병국<sup>2</sup>

## Torque Ripple Reduction based on Flux Linkage Harmonics Observer for an Interior PM Synchronous Motor including Back EMF Harmonics

Yong-Sin Jin<sup>1</sup>, Hag-Wone Kim<sup>2</sup>, Kwan-Yuhl Cho<sup>†</sup>, and Byung-Kuk Lim<sup>2</sup>

**Abstract** - The mechanical vibration of a PM synchronous motor at low speeds due to the back emf harmonics may be serious problems in some application such as MDPS(Motor driven power steering), electric vehicles. In this paper, torque ripple reduction for an interior PM synchronous motor including back emf harmonics is proposed. The dq flux linkage harmonics of the permanent magnet are estimated on real time by using the dq currents of the real system and the model of the MRAS observer. Based on the estimated flux linkage harmonics, the dq harmonic currents for reducing the torque ripples are compensated on the dq reference currents. The estimation of the flux linkage harmonics by the MRAS observer and the torque ripple reduction of the proposed algorithm was verified by the simulation and experiment.

**Keywords:** torque ripple, back emf harmonics, MRAS observer, IPMSM

### 1. 서 론

최근 고효율 모터의 수요가 증가되면서 모터를 최적화시켜 제어 할 수 있는 알고리즘에 대한 연구가 진행되고 있다. 가변속제어의 경우 에어컨, 냉장고 등의 가전제품과 전기자동차, 하이브리드 전기자동차, 이륜 전기자전거 등에는 고효율의 영구자석 동기전동기를 주로 적용하고 있다. 특히 전기자동차, 모터구동 파워스티어링(Motor driven power steering), 전기자전거 등에서는 진동저감이 매우 중요하다. 본 논문에서는 영구자석 매입형 동기전동기의 역기전력에 고조파가 포함된 경우 발생하는 토크리플 저감에 대한 방법을 제안한다.

영구자석 표면부착형 동기전동기(SPMSM, Surface mounted PM synchronous motor)의 경우 회전자는 일

정한 공극을 갖는 원통형 구조로 되어 있어 공극의 길이가 균등하여 d축 인덕턴스와 q축 인덕턴스가 동일하다. 또한 영구자석이 회전자 표면에 부착되어 있으므로 원심력이 커지는 고속운전에 불리하다는 구조적인 취약점이 있다. 이에 비해 IPMSM(Interior PM synchronous motor)의 경우 영구자석이 회전자 내부에 있어 SPMSM보다 유효공극을 작게 할 수 있고 구조적으로 유리하여 고속운전에 적합하다. 추가적으로 인덕턴스의 차에 의한 릴럭턴스 토크(Reluctance torque)를 이용할 수 있으므로 SPMSM에 비해 토크를 크게 발생할 수 있다. SPMSM의 경우 릴럭턴스 토크성분이 없으므로 d축전류를 0으로 제어하고 q축 전류로 토크를 제어한다. 따라서 SPMSM의 경우 토크리플 저감을 위해서 마그네틱 토크(Magnetic torque) 성분에 대한 토크리플만 보상하면 된다.<sup>[1,2]</sup>

IPMSM의 경우 릴럭턴스 토크를 활용하기 위하여 MTPA(Maximum Torque Per Ampere) 운전을 통해 단위체적 당 출력을 증가시킬 수 있다. 이러한 경우 마그네틱 토크성분과 릴럭턴스 토크 성분의 토크리플을 모두 고려해 보상해야 한다. 역기전력이 고조파(Harmonics)를 갖는 IPMSM의 토크리플 저감을 위해서는 역기전력의 고조파 성분을 Off-line으로 분석하고 역

Paper number: TKPE-2013-18-4-9 ISSN: 1229-2214

<sup>†</sup> Corresponding author: kycho@ut.ac.kr, Dept. of Control & Instrumentation Eng., Korea University of Transportation  
Tel: +82-43-841-5329 Fax: +82-43-841-5320

<sup>1</sup> Technology Research Lab., VCTech.

<sup>2</sup> Dept. of Control & Instrumentation Eng., Korea University of Transportation

Manuscript received Feb. 8, 2013; accepted Apr. 3, 2013

— 본 논문은 2012년 추계학술대회 외부장학금 수혜논문임

기전력의 고조파에 의한 토크리플을 상쇄하도록 보상전류를 전류지령에 추가함으로써 토크리플을 저감할 수 있다. 위와 같은 방법은 모터가 바뀌게 되면 고조파 성분을 다시 분석해야 하는 단점이 있다.<sup>[3,4]</sup> 또 다른 방법으로는 토크리플에 의해 나타나는 속도리플 성분을 검출하여 보상전류를 전류지령에 보상하는 방법을 사용할 수 있다. 이 방법은 속도 제어기의 응답특성 및 속도 계측상의 오차가 있을 경우 정확한 보상이 어렵고 위상지연이 발생하는 단점이 있다.<sup>[5]</sup>

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해 전류기반 MRAS(Model Reference Adaptive System) 관측기<sup>[6]</sup>를 사용하여 실시간으로 역기전력의 왜곡성분을 관측하고 역기전력의 고조파에 의한 토크리플을 저감하기 위한 전류를 보상함으로써 IPMSM의 토크리플을 저감하는 방법을 제안한다. 제안된 방식의 토크리플 저감 효과는 시뮬레이션과 실험을 통해 검증하였다.

## 2. 영구자석 동기전동기의 모델링

### 2.1 영구자석 동기전동기의 dq축 모델링

영구자석 동기전동기의 3상 전압방정식을 dq축 전압방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_q = r_s i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \omega_r \lambda_d \quad (1)$$

$$v_d = r_s i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - \omega_r \lambda_q$$

여기서  $v_d, v_q$ 는 dq축 전압,  $L_d, L_q$ 는 dq축 인덕턴스,  $i_d, i_q$ 는 dq축 전류를 나타내며, dq축 쇄교자속은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 식 (2)에서  $\lambda_f$ 는 영구자석의 자속(Flux)를 나타낸다.

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (2)$$

$$\lambda_d = L_d i_d + \lambda_f$$

전동기에 인가되는 입력전력은 dq축 전압과 전류의 곱으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{in} = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \quad (3)$$

식 (1)과 식 (3)으로부터 입력전력은 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$P_{in} = \frac{3}{2} \left( r_s (i_q^2 + i_d^2) + (L_q \frac{di_q}{dt} + L_d \frac{di_d}{dt}) + \omega_r (\lambda_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) \right) \quad (4)$$

여기서  $r_s (i_q^2 + i_d^2)$ 는 고정자 동손을,  $(L_q \frac{di_q}{dt} + L_d \frac{di_d}{dt})$ 는 자계에너지의 변동 분을 나타내며,  $\omega_r (\lambda_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d)$ 은 기계적 출력  $P_{out}$ 이다. 기계적 출력  $P_{out}$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{out} = \omega_m T_e \quad (5)$$

식 (4)의 기계적 출력과 식 (5)로부터 토크 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{\omega} (\lambda_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d) \quad (6)$$

여기서  $\lambda_f i_q$ 는 영구자석에 의한 마그네틱 토크 성분,  $(L_d - L_q) i_q i_d$ 는 인덕턴스의 차에 의한 릴럭턴스 토크 성분을 나타낸다.

### 2.2 고조파를 고려한 영구자석 동기전동기의 모델링

그림 1은 일정한 속도로 회전하는 IPMSM의 한 상의 역기전력의 파형을 나타낸다. 그림 2는 그림 1에서 측정된 역기전력 파형을 Matlab의 FFT(Fast Fourier Transform)를 이용하여 기본파에 대한 고조파의 크기를 분석한 결과를 나타낸다. 역기전력의 FFT 분석결과 5차 및 7차 고조파는 각각 기본파의 6.9%, -1.5%를 나타내고, 11차, 13차 고조파는 각각 1%, -1.2%로 저차 고조파의 크기가 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서는 고조파의 크기가 크게 나타나는 13차 이하의 고조파만 역기전력의 모델에 반영하였다.

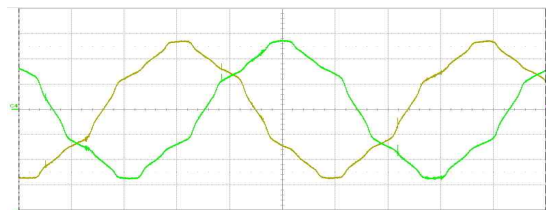


Fig. 1 Measured waveform of phase back emf

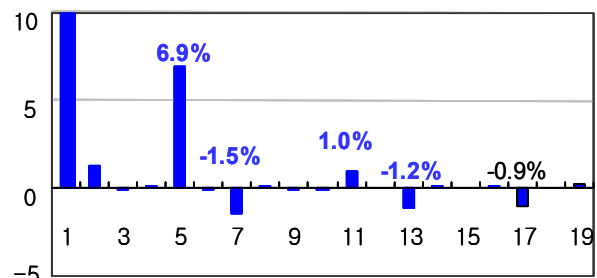


Fig. 2 FFT analysis of phase back emf

앞 절의 식 (2)는 역기전력의 고조파를 고려하지 않았을 경우의 3상 쇄교자속을 나타낸다. 그러나 그림 1과 그림 2의 경우와 같이 역기전력에 고조파가 포함된 경우 3상 쇄교자속은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_{af} &= \lambda_{f1} \sin(\theta_r) + \lambda_{f5} \sin(5\theta_r) + \lambda_{f7} \sin(7\theta_r) \\ &\quad + \lambda_{f11} \sin(11\theta_r) + \lambda_{f13} \sin(13\theta_r) \\ \lambda_{bf} &= \lambda_{f1} \sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) + \lambda_{f5} \sin(5(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + \lambda_{f7} \sin(7(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) + \lambda_{f11} \sin(11(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) \quad (7) \\ &\quad + \lambda_{f13} \sin(13(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) \\ \lambda_{cf} &= \lambda_{f1} \sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) + \lambda_{f5} \sin(5(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + \lambda_{f7} \sin(7(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) + \lambda_{f11} \sin(11(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + \lambda_{f13} \sin(13(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) \end{aligned}$$

여기서  $\lambda_{f1}$ 는 영구자석에 의한 쇄교자속의 기본파의 크기를,  $\lambda_{f5} \sim \lambda_{f13}$ 는 영구자석에 의한 쇄교자속의 고조파의 크기를 나타낸다. 3상 역기전력은 3상 쇄교자속의 시간에 대한 변화량이므로 고조파를 고려한 3상 역기전력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} e_a &= \omega_r(\lambda_{f1} \cos(\theta_r) + 5\lambda_{f5} \cos(5\theta_r) + 7\lambda_{f7} \cos(7\theta_r) \\ &\quad + 11\lambda_{f11} \cos(11\theta_r) + 13\lambda_{f13} \cos(13\theta_r)) \\ e_b &= \omega_r(\lambda_{f1} \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) + 5\lambda_{f5} \cos(5(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + 7\lambda_{f7} \cos(7(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) + 11\lambda_{f11} \cos(11(\theta_r - \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + 13\lambda_{f13} \cos(13(\theta_r - \frac{2}{3}\pi))) \\ e_c &= \omega_r(\lambda_{f1} \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) + 5\lambda_{f5} \cos(5(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + 7\lambda_{f7} \cos(7(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) + 11\lambda_{f11} \cos(11(\theta_r + \frac{2}{3}\pi)) \\ &\quad + 13\lambda_{f13} \cos(13(\theta_r + \frac{2}{3}\pi))) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $\omega_r$ 은 전기각 주파수를 나타낸다. 식 (2)에 고조파를 고려할 경우 dq축 쇄교자속은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_q &= L_q i_q + \lambda_{qf} \\ \lambda_d &= L_d i_d + \lambda_{df} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\lambda_{qf}, \lambda_{df}$ 는 영구자석의 dq축 쇄교자속을 나타낸다. 3상이 평형일 경우 기본파의 6배수 고조파만 나타나게 되므로 영구자석의 dq축 쇄교자속은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_{df} &= \lambda_f + \lambda_{df6} \cos(6\theta_r) + \lambda_{df12} \cos(12\theta_r) \\ \lambda_{qf} &= \lambda_{df6} \sin(6\theta_r) + \lambda_{df12} \sin(12\theta_r) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 dq축 쇄교자속의 6차, 12차 고조파의 크기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

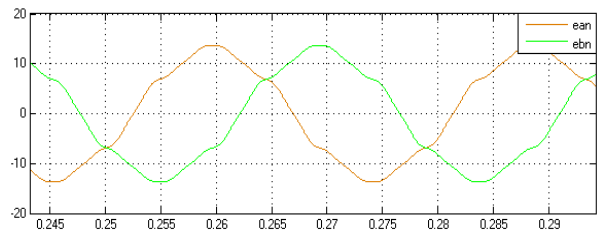
$$\begin{aligned} \lambda_{df6} &= 5\phi_{f5} + 7\phi_{f7}, \lambda_{df12} = 11\phi_{f11} + 13\phi_{f13} \\ \lambda_{qf6} &= 5\phi_{f5} - 7\phi_{f7}, \lambda_{qf12} = 11\phi_{f11} - 13\phi_{f13} \end{aligned} \quad (11)$$

앞서 구한 식 (4)~(6)에 식(1)을 대입하여 고조파를 고려할 경우 IPMSM의 토크는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

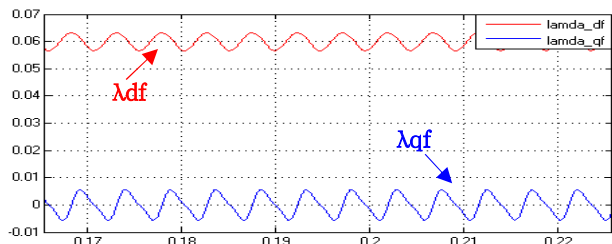
$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \{(\lambda_{df} i_q - \lambda_{qf} i_d) + (L_d - L_q) i_q i_d\} \quad (12)$$

여기서  $(\lambda_{df} i_q - \lambda_{qf} i_d)$ 는 영구자석에 의한 마그네틱 토크 성분을,  $(L_d - L_q) i_q i_d$ 는 인덕턴스의 차에 의한 릴럭턴스 토크 성분을 나타낸다.

그림 3은 고조파를 고려한 영구자석 동기전동기의 상 역기전력 및 dq축 쇄교자속을 시뮬레이션 상으로 구현한 파형을 나타낸다. 그림 1의 실제 상역기전력과 유사한 형태로 파형이 나타나는 것을 확인할 수 있다. 실제 전동기와 시뮬레이션 상으로 모델링된 전동기의 특성이 유사함을 알 수 있다.



(a) phase back emf



(b) dq flux linkage

Fig. 3 Modeling of phase back emf and dq flux linkage

### 3. MRAS 관측기를 이용한 쇄교자속 고조파 추정

#### 3.1 Model 및 Plant의 dq축 쇄교자속

그림 4는 모터 시스템의 전체 블록도를 나타낸다. 그림 4에서 붉게 표시된 부분은 MRAS 관측기를 이용하여 dq축 쇄교자속 성분을 추정하는 부분을 나타낸다. 그림 5는 MRAS 관측기의 블록도(Block diagram)을 나타낸다. 그림 5와 같이 고조파 성분이 포함된 실제 시스템(Plant)과 고조파 성분이 없다고 가정한 모델(Model)의 차를 구하면 실제 시스템의 고조파 성분만 관측할 수 있다. 식 (1)의 dq축 전압방정식에서 역기전력의 고조파를 고려할 경우 실제 시스템(Plant)의 dq축 쇄교자속은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-\lambda_{qf} = -\frac{r_s i_d}{\omega_r} - L_d \frac{d}{\omega_r dt} i_d + L_q i_q + \frac{v_d}{\omega_r} \quad (13)$$

$$\lambda_{df} = -\frac{r_s i_q}{\omega_r} - L_d \frac{d}{\omega_r dt} i_q - L_d i_d + \frac{v_q}{\omega_r}$$

여기서  $\lambda_{qf}$ ,  $\lambda_{df}$ 는 영구자석의 기본파 성분과 고조파 성분이 포함된 dq축 쇄교자속을 나타낸다. 영구자석에 의한 쇄교자속의 기본파만을 고려한 쇄교자속의 모델은 식(1)의 dq축 전압방정식으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

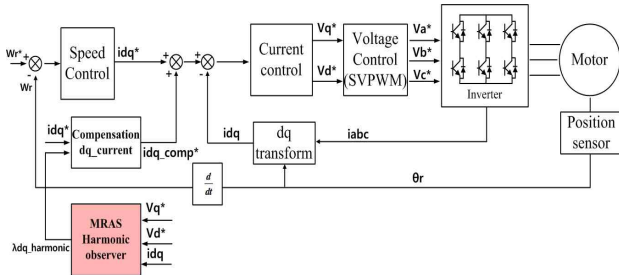


Fig. 4 Block diagram of drive system

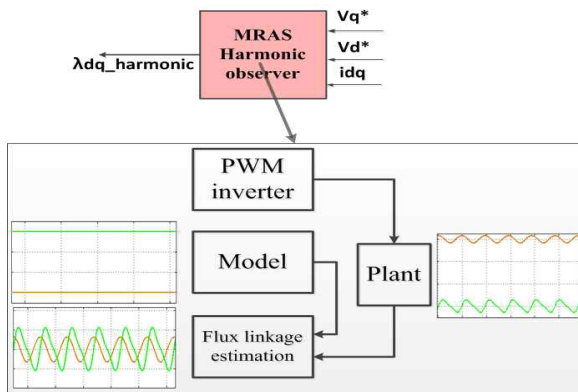


Fig. 5 Block diagram of MRAS observer

$$0 = -\frac{r_s i_{dm}}{\omega_r} - L_d \frac{d}{\omega_r dt} i_{dm} + L_q i_{qm} + \frac{v_{dm}}{\omega_r} \quad (14)$$

$$\lambda_f = -\frac{r_s i_{qm}}{\omega_r} - L_q \frac{d}{\omega_r dt} i_{qm} - L_d i_{dm} + \frac{v_{qm}}{\omega_r}$$

여기서  $i_{dm}$ ,  $i_{qm}$ 은 각각 모델의 dq축 전류,  $v_{dm}$ ,  $v_{qm}$ 은 각각 모델의 dq축 전압을 나타낸다. 일반적으로 영구자석의 쇄교자속에 고조파가 없을 경우 q축 쇄교자속은 0(Zero)이며, d축 쇄교자속은 영구자석의 자속의 크기로 나타난다. 영구자석 쇄교자속의 고조파를 포함한 실제 시스템(Plant)과 영구자석 쇄교자속의 기본파만을 고려한 모델의 차는 고조파로 나타난다. 이러한 쇄교자속의 고조파는 모터 상수(Parameter)가 동일하다고 가정하면 실제 시스템의 dq 전류( $i_d$ ,  $i_q$ )와 모델의 dq 전류( $i_{dm}$ ,  $i_{qm}$ ) 차이로 나타나며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_{qf} = L_d \frac{d}{\omega_r dt} i_d - L_d \frac{d}{\omega_r dt} i_{dm} \quad (15)$$

$$\lambda_{df} - \lambda_f = -\left( L_q \frac{d}{\omega_r dt} i_q - L_q \frac{d}{\omega_r dt} i_{qm} \right)$$

식 (15)로부터 dq축 쇄교자속의 고조파를 관측할 수 있다. dq축 쇄교자속의 고조파를 관측하기 위해서는 디지털 제어를 사용하므로, 식 (15)를 이산화시키면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_{qf}(k) = L_d \frac{i_d(k) - i_d(k-1)}{\omega_r T_s} - L_d \frac{i_{dm}(k) - i_{dm}(k-1)}{\omega_r T_s}$$

$$\lambda_{df}(k) - \lambda_f(k) = -L_q \frac{i_q(k) - i_q(k-1)}{\omega_r T_s} + L_q \frac{i_{qm}(k) - i_{qm}(k-1)}{\omega_r T_s} \quad (16)$$

여기서  $T_s$ 는 샘플링 주기를 나타내며, 모델의 dq축 전류의 이전 값  $i_{dm}(k-1)$ ,  $i_{qm}(k-1)$ 으로 실제 시스템의 dq축 전류의 이전 값  $i_d(k-1)$ ,  $i_q(k-1)$ 을 사용하면, 식 (16)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_{qf}(k) = L_d \frac{i_d(k) - i_{dm}(k)}{\omega_r T_s} \quad (17)$$

$$\lambda_{df}(k) - \lambda_f(k) = -L_q \frac{(i_q(k) - i_{qm}(k))}{\omega_r T_s}$$

#### 3.2 모델의 전류계산 및 dq축 쇄교자속 추정

식(17)에서 보는 바와 같이 모델의 쇄교자속과 시스템의 쇄교자속의 차는 모터 상수(Parameter)가 동일하다고

가정할 경우 모델의 전류와 시스템의 전류의 차에 비례하게 나타난다. 따라서 식 (17)에서 고조파 성분이 없는 모델의 dq축 전류  $i_{dm}(k), i_{qm}(k)$ 를 구하기 위해 식 (14)를 전류에 대한 식으로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} i_{dm} = \frac{-r_s i_{dm} + \omega_r L_q i_{qm} + v_{dm}}{L_d} \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qm} = \frac{-r_s i_{qm} - \omega_r (L_d i_{dm} + \lambda_f) + v_{qm}}{L_q}$$

식 (18)을 이산화 시키면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{i_{dm}(k) - i_{dm}(k-1)}{T_s} = \frac{1}{L_d} (-r_s i_{dm}(k-1) + \omega_r L_q i_{qm}(k-1) + v_{dm}(k-1))$$

$$\frac{i_{qm}(k) - i_{qm}(k-1)}{T_s} = \frac{1}{L_q} (-r_s i_{qm}(k-1) - \omega_r (L_d i_{dm}(k-1) + \lambda_f(k-1)) + v_{qm}(k-1)) \quad (19)$$

여기서  $v_{dm}, v_{qm}$ 은 모델의 dq축 전압으로 dq축 지령 전압을 의미한다. 식 (19)를  $i_{dm}(k), i_{qm}(k)$ 에 대한 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$i_{dm}(k) = \frac{T_s}{L_d} (-r_s i_{dm}(k-1) + \omega_r L_q i_{qm}(k-1) + v_{dm}(k-1)) + i_{dm}(k-1)$$

$$i_{qm}(k) = \frac{T_s}{L_q} (-r_s i_{qm}(k-1) - \omega_r (L_d i_{dm}(k-1) + \lambda_f(k-1)) + v_{qm}(k-1)) + i_{qm}(k-1) \quad (20)$$

식 (20)으로 구한 모델 전류를 식 (17)에 대입하면 영구자석의 dq축 쇄교자속의 고조파는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda_{qf}(k) = \frac{L_d}{\omega_r T_s} (i_d(k) - \frac{T_s}{L_d} (-r_s i_{dm}(k-1) + \omega_r L_q i_{qm}(k-1) + v_{dm}(k-1)) - i_{dm}(k-1))$$

$$\lambda_{df}(k) - \lambda_f(k) = -\frac{L_q}{\omega_r T_s} (i_q(k) - \frac{T_s}{L_q} (-r_s i_{qm}(k-1) - \omega_r (L_d i_{dm}(k-1) + \lambda_f(k-1)) + v_{qm}(k-1)) - i_{qm}(k-1)) \quad (21)$$

식 (21)의 쇄교자속 고조파 관측기가 정상적으로 동작

할 경우 실제 시스템의 영구자석의 dq축 쇄교자속 고조파는 관측된 고조파와 거의 동일하게 나타난다. 그림 6은 시스템의 쇄교자속 고조파와 모델에서 관측된 쇄교자속 고조파의 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 시스템의 쇄교자속 고조파를 관측기가 잘 추종함을 알 수 있다.

## 4. 토크리플 보상

### 4.1 마그네틱 토크리플 보상

그림 7은 관측기에서 추정된 쇄교자속의 고조파 성분을 근거로 토크리플을 저감하기 위한 보상전류를 계산하는 블록도를 나타낸다. 토크리플 저감은 마그네틱(Magnetic) 토크리플과 릴럭턴스(Reluctance) 토크리플에 대한 토크리플 보상 전류로 나눌 수 있다. 마그네틱 토크리플은 q축 보상전류로 저감하며, 릴럭턴스 토크리플은 d축 보상전류로 저감한다.

먼저 영구자석에 의한 마그네틱 토크를 평균 토크와 고조파에 의한 토크리플로 나타내면 다음과 같다.

$$T_{mag} = T_{mag\_ave} + T_{mag\_har} \quad (22)$$

여기서  $T_{mag}$ 은 전체 마그네틱 토크를,  $T_{mag\_ave}$ 는 마그네틱 토크의 평균을,  $T_{mag\_har}$ 은 쇄교자속의 고조파에 의한 마그네틱 토크리플을 나타낸다. 식(12)의 전체 토크로부터 영구자석에 의한 마그네틱 토크는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

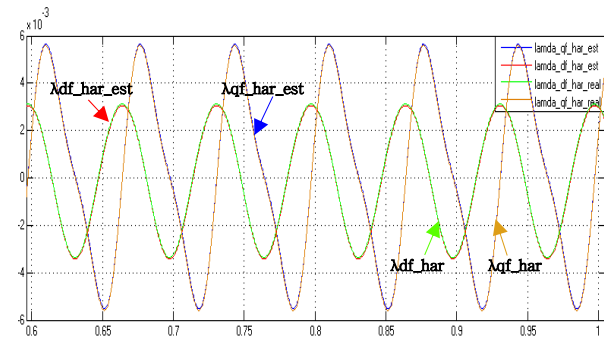


Fig. 6 Real and estimated harmonics of flux linkage

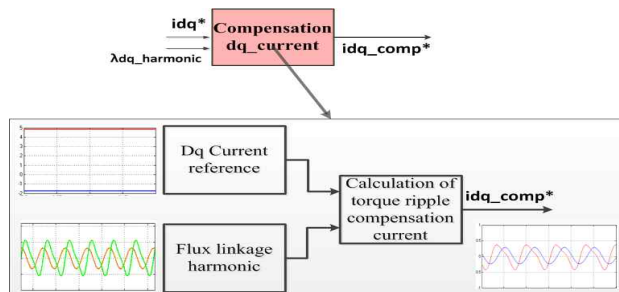


Fig. 7 Compensated current for torque ripple reduction

$$T_{mag} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \{ \lambda_f (i_q + i_{qh}) + \lambda_{dfh} (i_q + i_{qh}) \} \quad (23)$$

여기서  $\frac{3P}{4} \lambda_f i_q$ 는 마그네틱 토크의 평균을 나타내며,  $\frac{3P}{4} \lambda_f i_{qh} + \lambda_{dfh} (i_q + i_{qh})$ 은 고조파에 의한 토크리플을 나타낸다. 식 (23)에서 고조파에 의한 마그네틱 토크리플을 영(Zero)으로 만들기 위한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{mag\_har} = \lambda_f i_{qh} + \lambda_{dfh} i_q + \lambda_{dfh} i_{qh} = 0 \quad (24)$$

식 (24)에서  $\lambda_{dfh} i_{qh}$ 은 고차 고조파 성분으로 상대적으로 작은 값이므로 무시할 경우 고조파에 의한 마그네틱 토크리플을 영(Zero)으로 만들기 위한 q축 보상전류  $i_{qh}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$i_{qh} = - \frac{\lambda_{dfh} i_q}{\lambda_f} \quad (25)$$

#### 4.2 릴럭턴스 토크리플 보상

고조파가 포함된 릴럭턴스 토크는 평균 토크와 고조파에 의한 토크리플 성분으로 나타내면 다음과 같다.

$$T_{rel} = T_{rel\_ave} + T_{rel\_har} \quad (26)$$

여기서  $T_{rel}$ 은 전체 릴럭턴스 토크를,  $T_{rel\_ave}$ 는 릴럭턴스 토크의 평균을 나타내며,  $T_{rel\_har}$ 은 고조파에 의한 릴럭턴스 토크리플을 나타낸다. 식(12)의 전체 토크로부터 릴럭턴스 토크는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{rel} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} ((L_d - L_q) i_q i_d + (-\lambda_{qf} (i_d + i_{dh}) + (L_d - L_q) i_q i_{dh} + (L_d - L_q) i_{qh} i_d + (L_d - L_q) i_{qh} i_{dh})) \quad (27)$$

여기서  $(L_d - L_q) i_q i_d$ 는 릴럭턴스토크의 평균값을 나타내며, 나머지 항이 고조파에 의한 릴럭턴스 토크리플을 나타낸다. 식 (27)에서 고조파에 의한 릴럭턴스 토크리플을 영(Zero)으로 만들기 위한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{rel\_har} = -\lambda_{qf} i_d - \lambda_{qf} i_{dh} + (L_d - L_q) i_q i_{dh} + (L_d - L_q) i_{qh} i_d + (L_d - L_q) i_{qh} i_{dh} = 0 \quad (28)$$

식 (28)에서  $-\lambda_{qf} i_{qh}, (L_d - L_q) i_{qh} i_{dh}$ 은 고차 고조파 성분으로 상대적으로 작은 값이므로 무시할 경우 고조

Table 1 Parameters for simulation

Rated power	1 Hp
Rated current	5 A
Number of poles	6
Phase resistance ( $R_s$ )	0.64 $\Omega$
d-axis inductance ( $L_d$ )	6.6 mH
q-axis inductance ( $L_q$ )	11.8 mH
Rotor Inertia ( $J_m$ )	0.00052 Kgm <sup>2</sup>
Magnet flux ( $\lambda_f$ )	0.06 Vsec
PWM_frequency	10 KHz

파에 의한 릴럭턴스 토크리플을 영(Zero)으로 만들기 위한 d축 보상전류  $i_{dh}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$i_{dh} = \frac{\lambda_{df} i_d - (L_d - L_q) i_{qh} i_d}{(L_d - L_q) i_q} \quad (29)$$

식 (25)에서 구한 q축 보상전류와 식 (29)에서 구한 d축 보상전류를 dq축 전류 지령에 추가함으로써 쇄교자속의 고조파에 의한 토크리플을 저감할 수 있다.

## 5. 모의해석

모의해석 시 사용된 영구자석 동기전동기의 사양은 표 1과 같다. 토크리플에 의한 진동은 특히 저속에서 문제가 되므로 속도지령은 60rpm으로 제어하였다. 부하 토크는 0.5Nm, PWM 스위칭 주파수와 전류 제어주기는 10kHz, 전류 제어기의 대역폭(Bandwidth)는 500Hz로 설정하였다.

그림 8은 실제 시스템의 영구자석에 의한 dq축 쇄교자속과 관측기에 추정된 쇄교자속을 나타낸다. 실제 dq축 쇄교자속 성분과 관측된 결과가 유사하게 나타나며 MRAS 관측기가 정상적으로 동작하고 있음을 알 수 있다. 그림 9는 토크리플 보상을 하지 않았을 때 a상 전류와 토크를 나타내고 그림 10은 관측기의 쇄교자속 고조파를 근거로 토크리플을 저감하기 위한 보상전류를 인가할 경우의 a상 전류와 토크를 나타낸다. 토크리플 보상 알고리즘을 적용할 경우 토크리플은 그림 10에 나타난 바와 같이 평균토크의 약 3.5%정도로 감소됨을 알 수 있다. 보상 후에도 6차 고조파의 토크리플이 나타나는 원인은 역기전력의 왜곡 외에 데드타임(Deadtime)과 같이 고려하지 않은 요인에 의한이다. 토크리플 보상 전의 a상 전류는 정현파 형태로 나타나는 반면 토크리플을 보상할 경우 a상 전류는 6차 고조파의 보상전류로 인해 고조파가 함유된 파형이 된다.

### 6. 실험결과 및 검토

제안된 MRAS 관측기를 이용한 토크리플 보상 알고리즘의 특성을 검증하기 위하여 표 1의 모의해석과 동일한 조건에서 실험을 수행하였다. 그림 11은 실험 시의

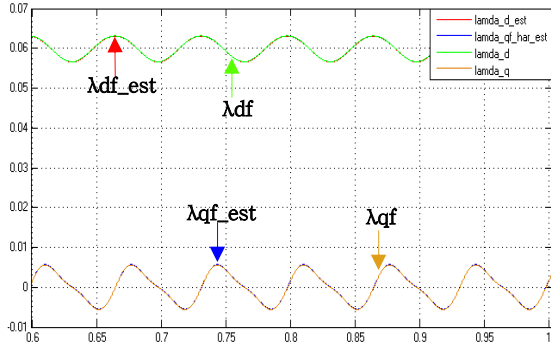


Fig. 8 Real and estimated flux linkage

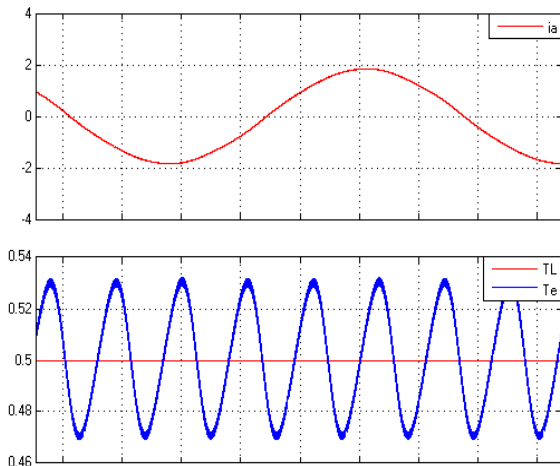


Fig. 9 Phase current and torque ripple without torque ripple compensation

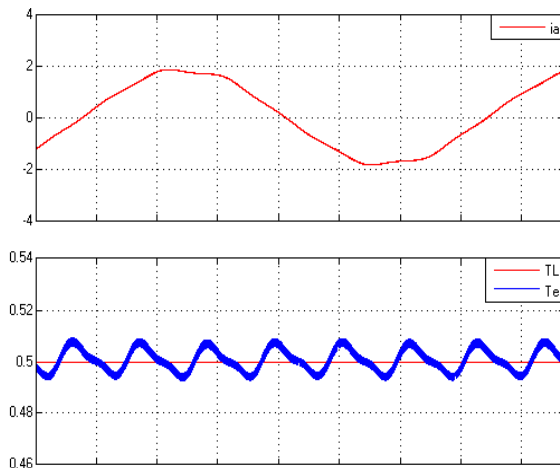


Fig. 10 Phase current and torque ripple with torque ripple compensation

제어기 구성도를 나타낸다. 영구자석 동기전동기의 회전자 위치검출을 위한 엔코더(Encoder)는 1024PPR(Pulse Per Revolution)의 정밀도를 갖으며 전류 및 속도 계측, 속도 제어기 및 전류 제어기는 모두 제어보드(Control board) 내의 DSP를 통해 디지털 제어기로 처리하였다. 전류 제어기의 제어 주기는 100usec, 속도 제어기의 제어 주기는 1msec로 설정하였다. 전류 제어기의 대역폭은 500Hz로 하였으며, 속도 제어기의 대역폭은 25Hz로 다소 낮게 선정하여 토크리플 보상기의 성능특성에 영향을 주지 않도록 하였다. 실험세트는 그림 12와 같이 크게 3개로 구분되며, 제어보드에서 출력된 PWM 신호에 의해 인버터 보드의 스위칭 소자를 On/Off 제어하며, 인버터 보드에서 발생된 전압이 모터로 인가된다.

그림 13은 시스템의 영구자석의 쇄교자속 성분과 MRAS 관측기를 이용하여 추정된 쇄교자속의 결과를 D/A로 출력한 파형이다. 실제 시스템의 dq 쇄교자속은 측정하기 어려우므로 식 (10)에 나타난 바와 같이 역기 전력의 고조파로부터 계산된 쇄교자속으로 나타낸다. 관측기의 쇄교자속이 시스템의 쇄교자속을 잘 추종함을 알 수 있다.

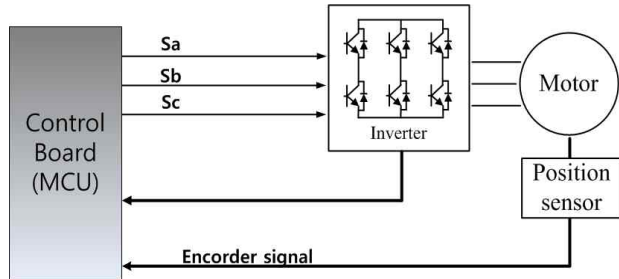


Fig. 11 Control block diagram of experiment



(a) Control board



(a) Inverter board



(c) Motor & load

Fig 12 Experimental setup

그림 14는 토크리플 보상을 하지 않을 경우 a상 전류 및 토크리플을 나타낸다. 토크리플 보상을 하지 않을 경우 토크리플은 약 0.07Nm로 평균토크의 14% 수준임을 알 수 있으며 6차 고조파 형태로 나타난다. 그림 15는 토크리플 저감 알고리즘을 적용할 경우 a상 전류 및 토크리플을 나타낸다. 토크리플은 약 0.02~0.03Nm 정도로 평균토크의 5~6%를 나타낸다. 모의해석에 비해 토크리플이 다소 크게 나타났으며 그 원인은 속도 제어기에 의한 속도리플 및 데드타임 등의 영향에 의한 것으로 판단된다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 영구자석 매입형 동기전동기의 저속운전 시 역기전력 고조파에 의한 토크리플을 저감하기 위한 알고리즘을 제안하였다. 역기전력의 고조파 성분을

실시간으로 관측하기 위하여 MRAS 관측기를 사용하여 모터 모델의 dq 전류와 실제 시스템의 dq 전류로부터 dq축 쇄교자속의 고조파 성분을 추정한다. 추정된 쇄교자속의 고조파를 기반으로 토크리플을 저감하기 위한 dq축 보상전류를 계산하여 전류리플에 보상한다. 토크리플 보상 알고리즘을 적용할 경우의 쇄교자속의 고조파 추정 특성 및 토크리플이 저감됨을 모의해석과 실험으로 검증하였다.

본 연구는 2011년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제(No. 20114010203030)입니다.

## References

- [1] D. H. Lee, C. H. Kim, and Y. A. Kwon, "Reduction of torque ripple of PMSM using iterative flux estimation," *International Conference of Power Electronics(ICPE)*, pp. 346-350, 2001.
- [2] S. H. Lee, I. P. Hong, S. J. Park, and C. U. Kim, "Torque ripple minimization for IPMSM with non sinusoidal back-EMF," *Annual Conference of the KIEE*, pp. 952-953, July 2010.
- [3] S. H. Lee, I. P. Hong, S. J. Park, and C. U. Kim, "Torque ripple minimization for IPMSM with non sinusoidal back-EMF," *Transaction of the korean institute of Power Electronics*, Vol. 7, No. 1, pp. 91-100, Feb. 2002.
- [4] K. Y. Cho, B. G. Woo, G. M. Kim, C. H. Kang, and H. K. Shin, "Analysis of flux weakening operation regions for a PM synchronous motor in HEV by considering Back EMF harmonics," *Transaction of the korean institute of Power Electronics*, Vol. 16, No. 2, pp. 152-161, Apr. 2011.
- [5] B. S. Kim and J. W. Choi, "Compensation algorithm for periodic torque ripple of AC motors," *Transaction of the korean institute of Power Electronics*, Vol. 11, No. 6, pp. 489-580, Dec. 2006.
- [6] H. K. Shin, B. C. Yoon, H. W. Kim, K. Y. Cho, B. K. Lim, and D. Y. Ko, "An MRAS based current harmonics reduction for three phase PWM rectifier under input voltage distortion," *International Conference of Power Electronics(ICPE) and ECCE-Asia*, pp. 2267-2273, 2011.

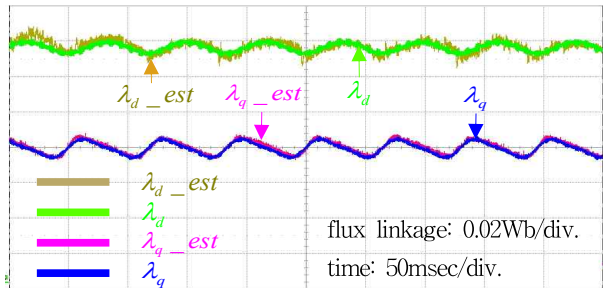


Fig. 13 Real and estimated flux linkage

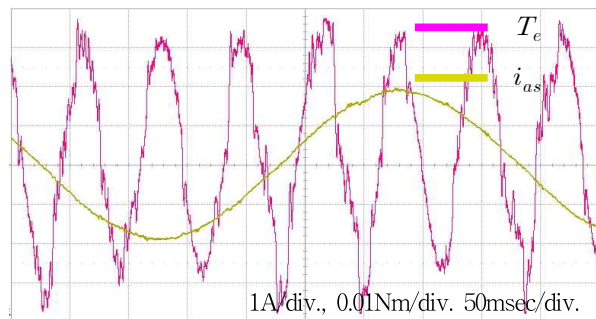


Fig. 14 Phase current and torque ripple without torque ripple compensation

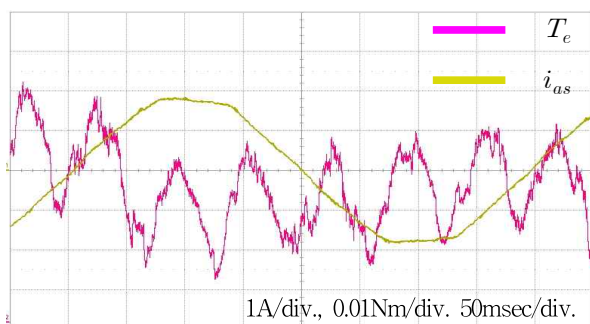


Fig. 15 Phase current and torque ripple with torque ripple compensation





### **진용신(陳庸信)**

1986년 2월 15일생. 2011년 충주대 정보제어공학과 졸업. 2013년 한국교통대 제어계측공학과 졸업(석사). 2013년~현재 브이씨텍 기술연구소 연구원.



### **김학원(金學源)**

1968년 3월 30일생. 1989년 고려대 전기공학과 졸업. 1991년 한국과학기술원 전기및전자공학과 졸업(석사). 2005년 동 대학원 전자전산학과 졸업(공학). 1991년~2008년 LG전자(주) 디지털 어플라이언스 연구소 책임연구원. 2008년~현재 한국교통대 제어계측공학과 부교수. 당 학회 학술위원.



### **조관열(趙官烈)**

1964년 2월 20일생. 1986년 서울대 전기공학과 졸업. 1988년 한국과학기술원 전기및전자공학과 졸업(석사). 1993년 동 대학원 전기및전자공학과 졸업(공학). 1993년~2004년 LG전자(주) DA연구소 책임연구원. 2004년~현재 한국교통대 제어계측공학과 교수. 당 학회 학술이사



### **임병국(林炳國)**

1951년 1월 17일생. 1978년 송실대 전기공학과 졸업. 1980년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 2001년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1972년~1977년 현 지식경제부 기술공무원. 1978년~1987년 수원공업전문대학 조교수. 1987년~현재 한국교통대 제어계측공학과 교수.