

연속시간 흡수 마코프체인을 활용한 신뢰도 중복 최적화 문제

김각규^{1*} · 백승원² · 윤봉규¹

¹국방대학교 운영분석학과 / ²합동군사대학교

A Reliability Redundancy Optimization Problem with Continuous Time Absorbing Markov Chain

Gak-Gyu Kim¹ · Seungwon Baek² · Bong-Kyu Yoon¹

¹Department of Operations Research, Korea National Defense University

²Joint Forces Military University

The increasing level of operation in high-tech industry is likely to require ever more complex structure in reliability problem. Furthermore, system failures are more significant on society as a whole than ever before. Reliability redundancy optimization problem (RROP) plays a important role in the designing and analyzing the complex system. RROP involves selection of components with multiple choices and redundancy levels for maximizing system reliability with constraints such as cost, weight, etc. Meanwhile, previous works on RROP dealt with system with perfect failure detection, which gave at most a good solution. However, we studied RROP with imperfect failure detection and switching. Using absorbing Markov Chain, we present not a good solution but the optimal one. In this study, the optimal system configuration is designed with warm and cold-standby redundancy for k-out-of-n system in terms of MTTF that is one of the performance measures of reliability.

Keywords: RROP, Continuous Time Absorbing Markov Chain, Standby Component, k-out-of-n System, MTTF

1. 서론

최근 가정에서 사용하는 전자제품을 비롯하여 자동차, 항공기 그리고 산업기반 시설인 발전소 등의 첨단 시스템에 이르기까지 그 기능과 구조가 복잡해지고, 정교화 되면서 신뢰도에 대한 관심이 다시 한 번 높아지고 있다. 신뢰도(Reliability)란 시스템이 주어진 사용조건 하에서 설계된 기간 동안 고장 없이 고유의 기능을 성공적으로 수행할 수 있는 가능성 또는 확률을 의미한다. 제품에 대한 사용자의 만족을 높이기 위해서는 고장을 배제시켜야 하는데 고장은 기본적으로 잘못된 설계나, 부품의 용도를 잘못 이해한 부적절한 사용, 점점 커지는 시스템의 복잡성이 원인이라 할 수 있다. 시작부터 신뢰도 높은 설계가 이루어진다면 다른 부차적인 고장을 최소화 할 수 있으므로 새로운 제품 설계시부터 명확하게 정의된 기능을 실현시

키기 위하여 부품들에 대한 성능과 사양을 결정하거나 대안부품을 추가설치 하는 등 다양한 요소들을 고려하는 것이 신뢰도 제고를 위해서 필요하다. 설계시부터 시스템의 신뢰도를 향상시키기 위하여 최적의 부품을 선택하고 부품수를 결정하는 문제가 신뢰도 중복 최적화 문제(Reliability Redundancy Optimization Problem, 이하 RROP)이다. RROP는 Fyffe *et al.*(1968)에 의해 동적계획법(Dynamic Programming)을 활용한 휴리스틱 방법이 제시된 이후, 신뢰도 중복 할당 문제(Redundancy Allocation Problem)로 오래전부터 다양하게 연구되어 왔다. 휴리스틱 방법은 국부 최적해(Local Optimal)에 도달하였을 경우 더 이상 해를 개선할 방법이 없고 해결하고자 하는 문제마다 각기 그 특성에 맞추어 개발해야 한다는 단점을 가지고 있어 최근 문제의 최적해 탐색에 관한 연구에서는 이러한 휴리스틱 방법의 단점을 보완하고 해결하고자 하는 문제가 갖는 특성에

* 연락처: 김각규, 122-875 서울시 은평구 수색동 205번지 국방대학교 운영분석학과, Tel : 02-300-2176, Fax : 02-309-8118,
E-mail : keyperson78@naver.com

2013년 1월 8일 접수; 2013년 3월 18일 1차 수정본 접수; 2013년 4월 25일 2차 수정본 접수; 2013년 4월 26일 게재 확정.

크게 구속되지 않으며, 다양한 문제에 적용이 가능한 메타 휴리스틱(Meta Heuristic) 기법을 이용한 연구가 주로 수행되고 있다. Yokota *et al.*(1996)은 중복 설계를 고려하지만 구성품의 혼합사용을 허용하지 않는 시스템의 최적 신뢰도 중복 할당 문제에 대하여 유전자 알고리즘(Generic Algorithm, 이하 GA)을 제안하였으며, 부품의 혼합사용이 허용되는 경우에 대하여 Coit and Smith(1996)가 GA, Kulturel-Kodak *et al.*(2003)가 타부서치(Tabu Search), Liang and Smith(2004)가 개미 군집 최적화(Ant Colony Optimization), Chen and You(2005)가 면역 알고리즘(Immune Algorithm)을 Fyffe *et al.*의 예제문제에 적용하여 연구하였다.

2000년도에 이르러 혼합중복 전략을 고려한 신뢰도 중복 최적화 문제가 부각되었는데 이는 전통적인 신뢰도 중복 최적화 문제에서 각 부시스템(Sub-system)의 중복 전략을 추가적으로 고려하였다. Coit(2000)은 k-out-of-n 시스템에 부품들의 고장시간이 지수분포(Exponential Distribution)를 따를 때 시스템 신뢰도에 대한 확률모형(Stochastic Model)을 제시하고, 이후 고장시간을 Erlang 분포를 따르고 고장감지기(Detector/Switch Device)의 성공확률이 imperfect 문제(Coit, 2001, 2003) 등 혼합중복 전략을 고려한 RROP를 선도하였다. Tavakkoli-Mohaddam *et al.*(2008)은 Coit이 제시한 예제에 대하여 GA로, Shayeghi *et al.*(2008)은 PSO로, Safari *et al.*(2010)는 Memetic 알고리즘으로 적용 해법을 제안하였다.

혼합중복 전략을 고려한 RROP 문제를 선도한 Coit(2001, 2003)은 신뢰도를 계산하면서 주부품(Primary Component)이 고장나 대기부품(Standby Component)으로 전환시 사용되는 고장감지기의 고장을 고려하여 고장률 $\rho(t)$ 를 imperfect로 현실성 있게 적용하면서 신뢰도를 다음과 같이 제시하였다.

$$\begin{aligned}
 R(t) &= \int_0^t \rho(u) f^{(x)}(u) r(t-u) du \\
 &> \tilde{R}(t) &= \int_0^t \rho(t) f^{(x)}(u) r(t-u) du \\
 &= \rho(t) \int_0^t f^{(x)}(u) r(t-u) du
 \end{aligned}$$

시간 u 는 고장감지기가 fail한 시간을 의미하며 이는 현재 가동중인 주부품의 고장시간인 t 와의 관계 $u \leq t$ 에 대하여 $\rho(u) \geq \rho(t)$ 를 고려한 것으로 $R(t) - \tilde{R}(t)$ 의 차이가 0이 되는 순간 시스템의 신뢰도는 정확한 값을 구할 수 있다. 그러나 근사 신뢰도의 접근법으로는 만일에 발생할 수 있는 원자력 발전소의 사고, 항공기 결함, 우주선 발사의 실패, 전쟁무기체계 부정확성 등에 대하여 시스템 완성도를 장담할 수 없다. 이번 연구는 흡수 마코프체인(Markov Chain)을 활용하여 고장감지기의 고장률을 고려한 혼합중복 k-out-of-n 시스템의 최적의 신뢰도 값을 산출할 수 있는 수리모형을 제시한다.

이번 연구에서 또 하나 주목할 부분은 고장감지기(Detector/Switch Device)의 고장 식별이후 warm standby와 cold standby

부품의 전이 시간을 고려하였다는 것이다. 기존연구들(Baek and Jeon, 2013; El-Damcese and Helmy, 2012; Wang, 1993; Wang and Kuo, 2000)은 혼합중복 전략을 고려하였다 하더라도 고장감지기가 고장 식별이후 warm standby와 cold standby 부품의 전이 시간을 무시하고 0으로 동일하게 적용함으로써 혼합중복 전략 결과는 고장률이 없어 상대적으로 신뢰도가 높게 산출되는 cold standby 부품을 많이 사용하게 하는 결과를 도출하였다. 하지만 실제 현실에서는 warm standby 상태의 부품이 선호되는 현상을 볼 때 시스템을 보면 전이시간의 중요성을 무시할 수 없음을 알 수 있다. 본 연구는 이를 고려하여 cold standby 부품의 전이 시간을 고려한 모형을 제시했다.

이상의 논의를 위해 제 2장에서는 연구하고자 하는 시스템의 구성을 설명하고 수리모형을 제시하며, 제 3장에서는 실험에서 최적해 산출을 위하여 사용할 메타 휴리스틱 해법의 하나인 하모니 서치 알고리즘(Harmony Search Algorithm)을 소개한다. 제 4장은 제시한 연속시간 흡수 마코프체인(Continuous Time Absorbing Markov Chain)을 활용하여 고장감지기 고장률에 따른 신뢰도의 변화와 부품의 전이시간을 고려하였을 경우 중복 전략의 변화에 대하여 실제 수치실험 결과를 제시한다.

2. 수리모형

2.1 시스템 구성

시스템이란 여러 개의 구성요소가 결합된 것으로 일반적으로 하나의 제품은 여러 개의 부품이나 부시스템(sub-system)이 조합되어 구성된다.

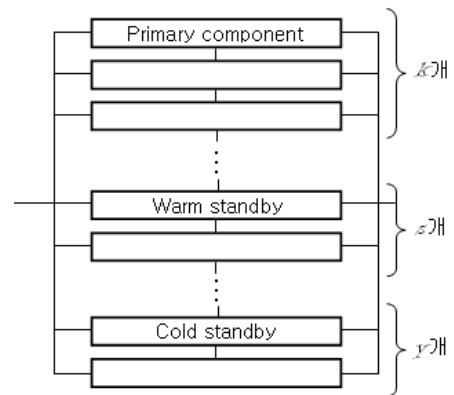


Figure 1. Mixed redundancy k-out-of-n system configuration

본 연구에서는 <Figure 1>과 같이 k-out-of-n : G 구조로 신뢰도를 향상시키기 위하여 대기부품(Standby Component)을 병렬로 구성하고, 시스템의 효율성을 극대화하기 위한 전략(Stratgy)으로 혼합중복 형태를 취하는 시스템을 고려한다. k-out-of-n : G 시스템은 n개의 구성품 중에서 k개 이상이 가동되고 있으면 시스템이 제 기능을 발휘하는 시스템을 의미한다.

먼저 <Figure 1>과 같이 총 $N = k + s + y$ 개의 부품을 갖고 있는 시스템을 생각해 보자. k 는 주부품의 수, s 는 warm standby 부품의 수, y 는 cold standby 부품의 수를 의미한다. 대기부품(Standby Components)은 주부품(Primary Components)의 고장이 발생할 때 필요하며, 고장에 대하여 감지하고 전이(Switchover)해주는 고장감지기는 imperfect로 가정한다.

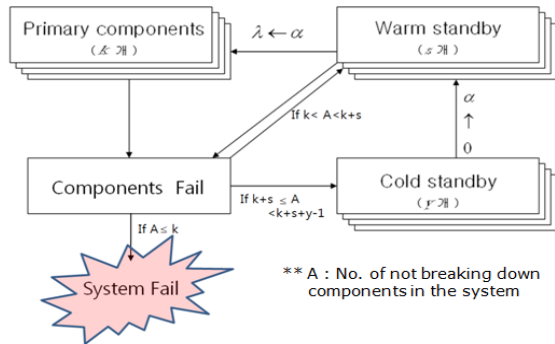


Figure 2. Procedure of mixed redundancy k-out-of-n system

k-out-of-n 시스템에 대한 혼합중복 시스템 운용절차는 <Figure 2>를 통해 보다 쉽게 이해할 수 있다. 주부품의 고장이 감지되어 전이가 발생시 warm standby 부품은 primary 부품으로, cold standby 부품은 warm standby로 이동하고 고장이 발생한 부품은 수리(Repair)되어 다시 cold standby ($k + s \leq A < k + s + y - 1$ 인 경우, 이때 A 는 시스템 내에 살아있는 부품수) 상태 또는 warm standby($k \leq A < k + s$ 인 경우) 상태로 이동한다. 이 때 고장감지기의 고장으로 대기부품이 전이 못할 확률은 q 이다. Warm standby 상태의 각 부품은 바로 주부품으로 전환되어 사용가능하며, 이 때 전이시간 T^w 를 0으로 가정하고, cold standby 상태에서 warm standby 상태로 전환되는 전이시간은 $T^c \geq 0$ 으로 가정한다. 주부품의 고장은 독립적으로 발생하고, 고장률은 지수분포(Exponential Distribution)를 따르며 이때 파라미터(Parameter)를 λ 라 한다. Warm standby 부품이 주부품으로 전환되면 고장률 또한 주부품의 고장률을 따른다. 이와 동일하게 cold standby 부품이 warm standby 상태로 전환되면 warm standby의 고장률을 따른다. 각각의 Warm standby 부품의

고장도 다른 부품과 독립적으로 발생하며, 고장률은 파라미터 α ($0 \leq \alpha \leq \lambda$)의 지수분포를 따른다. $\alpha = 0$ 은 cold standby 부품의 고장률로써 가동하지 않는 부품의 고장률은 0이다. 주부품과 warm standby 부품이 고장시 바로 수리상태로 이동하며, 부품을 수리하는데 소요되는 시간은 파라미터 μ 의 지수분포를 따른다.

이와 같은 혼합중복 k-out-of-n 시스템은 원자력 발전소, 핵 추진 엔진, 함정 발전기 등의 EDG(Emergency Diesel Generator) 처럼 복수의 발전기로 구성된 체계나 네트워크상의 서버 등에 활용되고 있다.

2.2 수리계획 모형

시스템의 성능을 측정하는 척도로 다음 네 가지 방법 1) 평균 수명/고장발생 평균시간(MTBF/MTTF) 2) 고장률(Failure Rate) 3) 신뢰도(Reliability) 4) 가용도(Availability)를 주로 사용한다. 본 연구에서는 MTTF를 활용하여 혼합중복 k-out-of-n 시스템의 신뢰도를 측정하였으며, 앞서 언급한 바와 같이 일반적인 확률모형(Stochastic Model) 식을 대신하여 연속시간 흡수 마코프체인(Continuous Time Absorbing Markov Chain)의 전이행렬의 확률적 성격을 활용하여 혼합중복 최적화 문제의 해를 유도하였다.

제 2.1절의 시스템을 <Figure 3>과 같이 전이율 다이어그램으로 먼저 설명하면, 상태(State)를 시스템 내의 고장난 부품수로 정의하고 최초 부품의 고장 개수가 0부터 시스템 작동이 불가능한 $y + s + 1$ 인 흡수 상태까지 고려한다. 연속시간 마코프체인의 특성상 시간의 흐름에 따라 하나의 사건이 발생하므로 상태 0에서 k 개의 주부품 중 하나가 고장나면(상태 1) 이를 고장감지기가 감지하고 대기 중인 부품을 주부품으로 전환시키는데, 이 때의 전이율은 $k(1-q)\lambda$ 이다. 또한 warm standby 부품이 고장나는 사건은 $s\alpha$ 의 비율(rate)로 발생하므로 상태에서 상태 1로 전이하는 전이율은 $k(1-q)\lambda + s\alpha$ 가 된다. 상태 0에서 상태 $y + s + 1$ 로 되었을 경우 시스템은 작동이 불가능한 흡수상태로써 전이율은 $kq\lambda$ 이다. 이를 일반화하면 상태의 시작 위치($i = 0, \dots, y + s - 1$)와 무관하게 부품의 고장 개수가 $y + s + 1$ 이 되면 흡수상태로써 전이율은 $kq\lambda$ 이다.

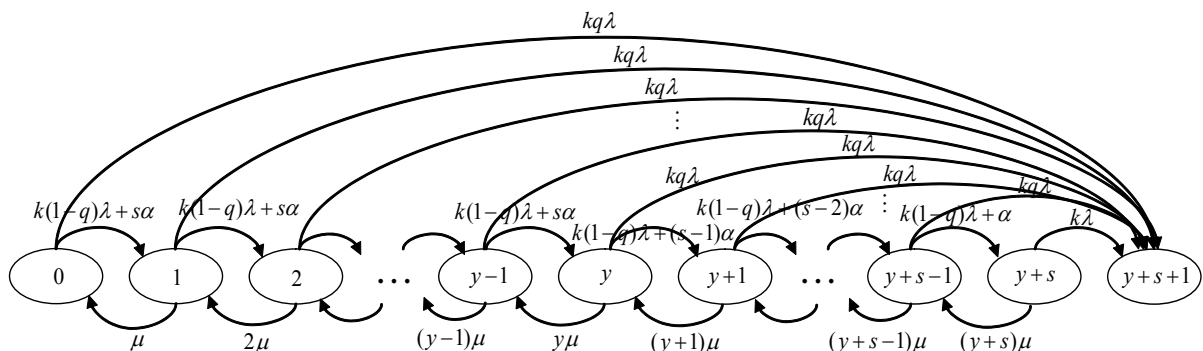


Figure 3. Transition rate diagram of mixed redundancy k-out-of-n system considering failure rate of detector/switch device

또한 고장난 부품의 수리는 하나씩 서비스가 순차적으로 이루어지며 고장난 부품수에 수리율 μ 만큼 발생한다. 시스템이 흡수상태가 되면 수리는 무의미함으로 상태 $y+s+1$ 에서 상태 $y+s$ 로 전이율은 0이다.

따라서 $[\cdot]_{ij}$ 를 행렬의 i 행 j 열의 원소라 하면, $[Q]_{ij}$ 는 상태 $i(i=0, \dots, y+s)$ 가 상태 $j(j=0, \dots, y+s)$ 로 전이될 때 전이율로써 다음과 같다.

1) $j = i+1$ 인 경우,

$$\begin{cases} 1 \leq i \leq y : & [Q]_{ij} = k(1-q)\lambda + s\alpha \\ y+1 \leq i \leq y+s-1 : & [Q]_{ij} = k(1-q)\lambda \\ & + (s+y-i)\alpha \end{cases}$$

단, $i = y+s : [Q]_{ij} = k\lambda$

2) $j = i-1$ 인 경우, $[Q]_{ij} = i\mu$

3) $j = i$ 인 경우, $[Q]_{ij} = -\left(\sum_{j=0, i \neq j}^{y+s+1} [Q]_{ij}\right)$

이를 정리하면 전이율 행렬 Q 는 <Figure 4>와 같다.

전이율 행렬 Q 에서 상태 $\{0, \dots, y+s\}$ 을 일시상태(T), 상태 $\{y+s+1\}$ 을 흡수상태(T^0)라고 정의하면, 이때 확률변수는 상태를 $\{0, \dots, y+s+1\}$ 을 갖고 다음 식 (1)을 가지는 흡수 마코프체인에서 흡수될 때까지 걸린 시간이라 할 수 있다.

$$Q = \begin{bmatrix} T & T^0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$P_i(t)$ 를 시간 $t (t \geq 0)$ 에 시스템 내에 i 개의 부품이 작동 상태에 있을 확률이라고 하고 $\mathbf{P}(t)$ 를 $n-i$ 번째 원소가 $P_i(t)$ 인 행벡터로 정의한다. 최초 시작시에는 n 개의 부품 모두 작동 중이므로 $\mathbf{P}(0)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{P}(0) = [1, 0, \dots, 0, 0] \quad (2)$$

흡수 마코프체인에서 흡수될 때까지 걸린 시간으로 정의되는 확률변수의 특징은 다음과 같다. 자세한 내용은 Latouche

and Ramaswami(1999), 이호우(2006)를 참조하기 바라며, 본 연구에서는 결과만 제시한다.

Theorem 1 : $(-T)^{-1}$ 의 (i, j) 원소는 일시상태 i 에서 출발해서 흡수될 때까지 일시상태 j 에 머문 평균시간이다.

$$E = (-T)^{-1} \quad (3)$$

Remark 1 : 출발상태가 주어졌을 때 흡수될 때까지의 평균시간은 식 (3)의 각 행을 더하면 된다.

$$Ee = (-T)^{-1}e \quad (4)$$

단, e 는 원소가 1로 이루어진 열벡터이다.

Remark 2 : 식 (4)에 초기상태 확률벡터 τ (τ 는 초기상태 확률 $P(0)$ 중 일시상태를 나타내는 초기상태 확률벡터)를 곱하면 결국 출발해서 흡수될 때까지의 평균시간이 된다.

이를 이용하여 흡수상태까지의 기대시간인 $MTTF$ 는 시스템이 초기상태에서 고장이 발생하는 흡수상태(Absorbing State)까지 걸리는 평균시간으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$MTTF = E[T_{(initial \rightarrow absorbing)}] = \tau(-T)^{-1}e \quad (5)$$

시스템의 성능 척도인 신뢰도 중 $MTTF$ 를 활용하여 시스템의 수리계획 모형을 다음과 같이 제시한다.

<목적함수>

$$Max. \quad MTTF = \tau(-T)^{-1}e \quad (6)$$

<제약식>

$$(k + y_i + s_i) \times c_i \leq C \quad (7)$$

$$(k + y_i + s_i) \times w_i \leq W \quad (8)$$

$$N = k + y_i + s_i \leq n_{max} \quad (9)$$

$$T^c - T^w \geq 0 \quad (10)$$

$$Q = \begin{bmatrix} -(k\lambda + s\alpha) & k(1-q)\lambda + s\alpha & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & kq\lambda \\ \mu & -(k\lambda + s\alpha + \mu) & k(1-q)\lambda + s\alpha & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & kq\lambda \\ 0 & 2\mu & -(k\lambda + s\alpha + 2\mu) & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & kq\lambda \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\{k\lambda + (s-1)\alpha + (y+2)\mu\} & k(1-q)\lambda + (s-1)\alpha & \dots & 0 & 0 & kq\lambda \\ 0 & 0 & 0 & \dots & (y+2)\mu & -\{k\lambda + (s-2)\alpha + (y+3)\mu\} & \dots & 0 & 0 & kq\lambda \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & -\{k\lambda + \alpha + (y+s-1)\mu\} & k(1-q)\lambda + \alpha & kq\lambda \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & (y+s)\mu & -\{k\lambda + (y+s)\mu\} & k\lambda \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure 4. Transition rate matrix of mixed redundancy k-out-of-n system considering failure rate of detector/switch device

$$y_i \geq 1, s_i \geq 1 \tag{11}$$

수리모형에서 목적함수 식 (6)은 시스템의 신뢰도를 최대화 하는 것이며, 제약함수 식 (7)~식 (9)는 시스템 구성을 위한 자원의 제약(Constraint)을 의미하는 것으로 시스템을 구성하는 부품들의 비용과 무게, 부품수량의 합이 가능한 자원을 초과할 수 없음을 의미한다. 제약식 (10)은 고장시 상태전이 시간에 대한 조건이고, 식 (11)은 대기부품(Warm and Cold Standby)의 최소수량에 대한 조건식이다.

3. Harmony Search 알고리즘

HS 알고리즘은 Geem *et al.*(2001)에 의해 새롭게 제안된 메타휴리스틱 기법으로 여러 가지 악기들의 완벽한 화음을 찾는 과정에 착안한 최적화 방법이다. 이번 연구에서 다른 메타휴리스틱보다 HS 알고리즘을 활용한 이유는 다음의 장점들을 갖고 있어서이다. 첫째, 기존의 그래디언트(Gradient) 기반의 최적화 알고리즘에 비해 수리적 요구사항이 적고, 결정 변수(Decision Variables)의 초기 값 설정을 필요로 하지 않으며, 둘째, HSA를 활용하면 확률적 무작위 검색(Stochastic Random Searches)을 실시하여 여타 파생 정보도 필요하지 않는다. 셋째, GA가 두 모수 벡터를 고려 반면, HSA는 HMCR(Harmony Memory Considering Rate)과 PAR(Pitch Adjusting Rate)을 기반으로 모든 벡터를 고려하여 새로운 벡터를 생성한다. 따라서 이러한 기능을 갖는 HS 알고리즘은 결과를 도출하는데 보다 유연성을 높이고 더 나은 해를 찾는다(Lee and Geem, 2005).

연주자가 각 악기들의 화음을 악보에 기록하고 이를 반복하면서 더 낫은 화음을 찾으면 악보를 수정하듯이, HSA는 초기 해를 랜덤하게 구성하고 이후 연산을 반복하면서 해 벡터(Solution Vector)가 개선된 값이면 하모니 메모리(HM : Harmony Memory)에 저장하면서 최적 값에 접근한다. 좀더 자세히 살펴보면 HS 알고리즘의 최적화 절차는 다음 5단계 순서를 따르며, 본 내용은 Geem *et al.*(2001)과 Lee and Geem(2005)을 재정리한 것이다.

- Step 1 : 최적화 문제와 알고리즘 파라미터 초기화

즉, 최적화 하고자 하는 문제의 목적함수 $f(x)$ 와, 결정변수 (x_i) 의 집합 x 와 각 결정변수에 대한 가능한 범위 값들의 집합 X_i 의 관계를 나타내는 제약식을 다음과 같이 구체화한다.

$$\begin{aligned} & Min. \quad f(x) \\ & s.t. \\ & x_i \in X_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \tag{12}$$

또한 식 (12)를 풀기위한 HS 알고리즘 파라미터, Harmony Memory Size (HMS), HMCR, PAR, 종료조건을 초기화한다. 여

기서 HMCR과 PAR은 해 벡터를 개선시키는 파라미터이다.

- Step 2 : HM 초기화

HM은 식 (13)과 같이 랜덤하게 생성된 해 벡터로 구성된다. 여기서 n 은 변수의 개수이고 HMS는 HM에 저장 가능한 최대 하모니수이다.

$$HM = \begin{pmatrix} x^{(1,1)} & x^{(1,2)} & \dots & x^{(1,n)} \\ x^{(2,1)} & x^{(2,2)} & \dots & x^{(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x^{(HMS,1)} & x^{(HMS,2)} & \dots & x^{(HMS,n)} \end{pmatrix} \tag{13}$$

- Step 3 : HM으로부터 새로운 하모니 생성

최초로 구성된 HM을 Memory Consideration, Pitch Adjustment, Random Selection의 세 가지 방법을 사용하여 개선된 하모니 벡터, $x' = (x'^{(k,1)}, x'^{(k,2)}, \dots, x'^{(k,n)})$ (단, $1 \leq k \leq HMS$),를 구성한다.

- Step 4 : HM 갱신(update)

새롭게 구성된 하모니 벡터를 목적함수에 대입하여 결과값을 구한다. 이때 기존 HM에 있었던 하모니 벡터보다 좋은 결과값을 얻으면 HM을 새 하모니 벡터로 갱신한다.

- Step 5 : 초기에 설정한 종료조건까지 Step 3과 Step 4를 반복한다.

<Figure 5>는 앞에서 설명한 HS 알고리즘 5단계 절차에 대한 순서도이며, HS 알고리즘에 대한 자세한 내용은 앞에 언급한 참고문헌을 참고하기 바란다.

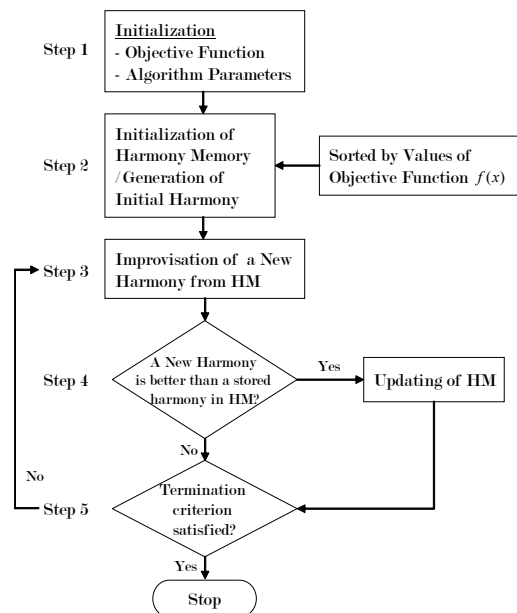


Figure 5. Optimization procedure of HS algorithm

4. 수치실험 및 분석

본 장에서는 제 2.1절에서 제시한 혼합중복 k-out-of-n 시스템의 연속시간 흡수 마코프체인 모형을 활용하여 1) 고장감지기 고장률에 따른 신뢰도의 변화와 2) 부품의 전이시간을 고려하였을 경우 선택되는 중복 전략의 변화에 대하여 실제 수치실험을 해본다. HSA의 해 산출은 $[i, s_i, y_i]$ 형태로 나타내며, 이 때 실험에 적용한 파라미터는 다음 <Table 1>과 같다.

Table 1. Parameters of HSA

Parameter	Value
HMS	10
HMCR	0.96
PAR	0.2
bw	1
Max Iteration (Termination Condition)	5,000

HMCR, PAR은 본 연구와 유사한 RROP에 대해 Nahas *et al.* (2010)이 HS 알고리즘을 활용하면서 이용한 값을 적용하였으며, HMS는 해공간의 차이를 고려하여 10으로 지정하였다. 또한 실험에서 많은 부품수를 고려하지 않기 때문에 $bw = 1$ 로 하되, 해가 양의 정수로 도출되어야 하므로 $bw \times u(-1, 1)$ 값이 음수일 경우 -1, 양수일 경우 1을 적용하도록 조정하였다. 종료조건은 Lee and Geem(2005)의 연구를 근거로 정확한 해로 수렴되는 조건인 5,000으로 하였다.

4.1 고장감지기 고장률을 고려한 시스템 신뢰도 실험

실험 1은 고장감지기의 정확한 고장률을 적용하여 신뢰도의 변화를 알아본다. 기존실험 데이터를 활용하기 위하여 제시한 혼합중복 k-out-of-n 시스템에서 warm standby 부품은 존재하지 않고($s = 0, \alpha = 0$) 오직 주부품과 cold standby 부품만 구성한 시스템을 고려하였다. 이때 cold Standby 부품의 전이시간은 기존 연구와 동일하게 고려하지 않는다($T^c = 0$). 또한 고장감지기의 기능이 불완전한 imperfect인 상태에 대하여 고장률을 0부터 0.2까지 조정하여 MTTF 값을 도출하고 대안 부품선택의 변화에 대하여 알아본다. 실험 데이터는 혼합중복 k-out-of-n 시스템의 수치실험에 대하여 Fyffe *et al.*(1968), Zia *et al.*(2008), Kim and Jeon(2012)에서 사용한 14개 부시스템(Sub-system) 중 <Table 2>와 같이 5개만(No. 1~5) 발췌하여 실험하였다. 즉, No. 1~5까지 5가지 실험 조건을 각각 독립적인 시스템으로 간주하고 RROP의 최적 신뢰도를 구한다. No. 1의 경우 시스템은 최소 가동 부품수 k 를 1개로 하고 $i = 1$ 부터 $i = 4$ 까지 대안부품 4개 중 비용 c_i 와 무게 w_i 의 조건을 만족하면서 가장 높은 신뢰도를 산출하는 대안부품을 찾아 신뢰도 값을 얻는다. 동일하게 No. 2~4는 최소 가동 부품수 k 를 만족하면

서 3개의 대안부품 중 신뢰도를 가장 높일수 있는 최적의 대안부품을 찾는 것이고, No. 5는 No. 1과 같이 최소 가동 부품수 k 를 1개로 하고 $i = 1$ 부터 $i = 4$ 까지 대안부품 4개 중 최상의 신뢰도를 산출하는 대안부품 종류 및 개수를 구한다.

Table 2. Component data for experiment 1

No	k	Component Choices(i)											
		$i = 1$			$i = 2$			$i = 3$			$i = 4$		
		λ_i	c_i	w_i	λ_i	c_i	w_i	λ_i	c_i	w_i	λ_i	c_i	w_i
1	1	0.001054	1	3	0.000726	1	4	0.000943	2	2	0.000513	2	5
2	2	0.001863	3	5	0.001393	4	6	0.001625	5	4	-	-	-
3	2	0.002107	3	4	0.001054	5	7	0.000943	6	6	-	-	-
4	3	0.001863	4	6	0.001625	4	5	0.001054	5	6	-	-	-
5	1	0.002357	2	4	0.001985	3	5	0.001625	4	6	0.001054	5	7

실험 1에 앞서 제 2장에서 제시한 수리모형과 <Table 1>의 파라미터 값의 적절성을 확인하기 위하여 <Table 3>과 같이 기존연구(Coit, 2003)와 값을 비교하였다.

Table 3. Verification of proposed model and HSA parameters

No.	k	Coit			This study			
		i	s_i	y_i	i	s_i	y_i	MTTF
1	1	3	0	1	3	0	1	2120.9
2	2	3	0	1	3	0	1	615.385
3	2	1	0	1	1	0	1	474.608
4	3	2	0	1	2	0	1	410.256
5	1	1	0	1	1	0	1	848.536

실험결과는 <Table 3>과 같이 각 시스템마다 선택한 부품의 종류가 같았으며, 필요한 cold standby 부품의 수량이 동일하게 산출되어 수리모형과 적용한 HSA 파라미터 값이 적절성을 검증하였다.

다음은 실험 1을 통하여 고장감지기의 정확한 고장률에 의한 신뢰도의 변화를 확인하였다.

Table 4. Result of experiment 1

No.	MTTF (perfect)	MTTF(imperfect)			
		$q = 0.05$	$q = 0.10$	$q = 0.15$	$q = 0.20$
1	2120.9	2067.9	2014.8	1961.8	1908.8
2	615.385	600	584.615	569.231	553.846
3	474.608	462.743	450.878	439.013	427.148
4	410.256	400	389.744	379.487	369.231
5	848.536	827.323	806.110	748.896	763.683

<Table 4>의 실험결과로부터 시스템의 신뢰도는 고장감지기의 고장률 변화에 따라 상대적으로 차이가 발생함을 알 수 있다. 따라서 고장감지기의 기능을 perfect로 고려한 기존 연구 (Shayeghi *et al.*, 2008; Safari and Tavakkoli-Moghaddam, 2010)와

달리, 주부품의 고장을 감지하고 대기부품을 주부품으로 전이시키는 고장감지기의 고장률 $\rho(t)$ 를 imperfect로 현실성 있게 적용하는 것이 바람직할 것이며, 고장률이 고려되었을 경우라도 $\bar{R}(t)$ 이 근사값으로 산출된 신뢰도를 적용한 경우 원자력 발전이나 우주탐사를 위한 우주발사체, 전쟁 무기체계 등 결과에 있어 치명적인 오류가 발생할 가능성이 존재할 것이다. 따라서 사회적, 경제적 영향이 막대한 시스템인 경우 정확한 시스템 신뢰도 산출이 더욱 중요함을 알 수 있다.

4.2 대기부품 전환시간을 고려한 시스템 신뢰도 실험

실험 2는 대기부품의 상태가 고장에 의해 주부품 또는 warm standby 부품으로 전환시 전환시간을 고려하였을 때 대기부품의 선택결과가 어떻게 변화하는지와 신뢰도의 변화를 알아본다. 이를 위하여 제 2.1절에서 제시한 수리모형과 동일하게 warm standby 부품과 cold standby 부품이 동시에 구성된 시스템을 고려하였다. Warm standby시 고장률 α 는 기존 연구(Baek and Jeon, 2013)의 데이터 값인 $\lambda_i \times 0.05$ 을 적용하였으며, 수리율 μ_i 또한 기존연구와 동일하게 Dulik(1996)의 EDG(Emergency Diesel Generator) 평균 수리시간을 적용하였다. 전이시간은 T^w 를 0으로 하고, T^c 를 2초로 하였다. 고장감지기의 고장률 q 는 0.05이고, 자원의 허용한도는 시스템 최대 부품수 6, 최소 가동 부품수(k)는 2를 적용하였으며, 자원의 제약은 비용은 15로 고정하고 무게를 31부터 50까지 1씩 증가하여 20개의 문제(No. 1~20)로 구성하였다. 실험 2에 적용한 데이터를 정리하면 다음과 <Table 5>와 같다.

Table 5. Component data for experiment 2

	Component Choices(<i>i</i>)				
	<i>i</i> = 1	<i>i</i> = 2	<i>i</i> = 3	<i>i</i> = 4	<i>i</i> = 5
λ_i	0.001054	0.000726	0.000943	0.000513	0.000619
α_i	5.27E-05	3.63E-05	4.715E-05	2.565E-05	3.095E-05
c_i	1	2	3	4	2
w_i	7	8	8	6	9
μ_i	0.167	0.125	0.143	0.111	0.125

실험 2의 결과인 <Table 6>과 같이 기존 연구들은 모든 대기 부품들의 전이시간을 0으로 적용하였을 경우 상대적으로 신뢰도가 높아지는 cold standby 부품을 선호하도록 결과값을 도출하고 있으나, 현실에서는 시스템의 성격에 따라 hot standby, warm standby, cold standby를 적용하는 이유가 그 전이시간의 차이를 내재하고 있기 때문에 이번 연구에서 제안한 실험 결과값이 오히려 타당할 수 있다. 다만 이번 실험은 임의로 warm standby 부품과 cold standby 부품의 전이시간을 설정하여 단순히 고장탐지 후 전이시간이 중요 고려요소로써 제약조건에 포함되어야 함을 보여준 사례이며, 현실에서 시스템을 설계시에

는 실제 부품들의 전이시간이 고려되어 최적의 신뢰도 값과 선택 부품의 개수를 산출해야 할 것이다.

Table 6. Result comparison of previous study v.s. experiment 2

No.	<i>w</i>	Result of Previous Study				Result of Experiment 2			
		<i>i</i>	s_i	y_i	MTTF	<i>i</i>	s_i	y_i	MTTF
1	31	1	1	1	5595918	1	1	1	9.4743E+03
2	32	2	1	1	9578387	2	1	1	1.3758E+04
3	33	2	1	1	9578387	2	1	1	1.3758E+04
4	34	2	1	1	9578387	2	1	1	1.3758E+04
5	35	1	1	2	1.27E+09	2	1	1	1.3758E+04
6	36	1	1	2	1.27E+09	5	1	1	1.6141E+04
7	37	1	1	2	1.27E+09	5	1	1	1.6141E+04
8	38	1	1	2	1.27E+09	5	1	1	1.6141E+04
9	39	1	1	2	1.27E+09	5	1	1	1.6141E+04
10	40	2	1	2	2.37E+09	5	1	1	1.6141E+04
11	41	2	1	2	2.37E+09	5	1	1	1.6141E+04
12	42	1	1	3	3.87E+11	5	1	1	1.6141E+04
13	43	1	1	3	3.87E+11	5	1	1	1.6141E+04
14	44	1	1	3	3.87E+11	5	1	1	1.6141E+04
15	45	1	1	3	3.87E+11	5	2	1	1.6155E+04
16	46	1	1	3	3.87E+11	5	2	1	1.6155E+04
17	47	1	1	3	3.87E+11	5	2	1	1.6155E+04
18	48	2	1	3	7.83E+11	5	2	1	1.6155E+04
19	49	2	1	3	7.83E+11	5	2	1	1.6155E+04
20	50	2	1	3	7.83E+11	5	2	1	1.6155E+04

5. 결론 및 향후연구 방안

지금까지 오랜 기간 동안 시스템의 신뢰도를 향상시키기 위한 노력이 계속되어 왔으며, 보다 현실적 제약 조건에 맞게 문제를 구성하여 더 나은 방안을 제시하여왔다. 하지만 시스템 설계시 신뢰도를 높이기 위하여 동일한 부품을 중복해서 구성한 직렬-병렬 시스템이나 직렬 k-out-of-n 시스템에서 중복 전략을 warm standby나 cold standby 상태 중 하나만을 고려한 문제가 주로 연구되었다. 이번 연구는 기존의 연구와는 달리 하나의 시스템 내에 두 대기상태 부품이 모두 존재하는 시스템을 구성하고, 기존연구에서 일반적 확률모형(Stochastic Model)식을 이용하여 복잡한 계산을 하는 것과는 달리 연속시간 마코프체인의 개념을 활용한 행렬식으로 모형을 구성하였다. 따라서 문제의 확장성을 용이하게 되었고 고장감지기의 고장률을 근사 신뢰도로 표현했던 과거 연구와는 달리 신뢰도의 차이($R(t) - \bar{R}(t)$)를 전이율 행렬 Q 안에 모두 포함하여 표현함으로써 신뢰도의 최적값을 산출할 수 있도록 하였다.

더불어 warm standby 상태에서 주(Primary) 작동부품으로 또는 cold standby 상태에서 warm standby 상태로 전이할 때 소요되는 시간을 무시하였던 기존 연구와는 달리 임의의 시간이었

지만 전이시간을 부여함으로써 상대적으로 신뢰도를 높게 만드는 cold standby 부품을 우선적으로 중복 설계하도록 하였던 문제점을 지적하고, 현실적으로 전이시간을 고려하여 시스템의 성격에 맞게 대기부품을 구성할 수 있도록 하였다. 다만, 모형의 상태 정의에 의해 cold standby에서 warm standby 상태로 전이 시 소요되는 시간에 대해서는 향후 추가적으로 연구가 필요하다.

또한 향후 연구사항으로 고장시간 분포를 현실과 문제에 맞게 지수분포뿐만 아니라 다양화하여 적용하고, 군 무기체계나 산업현장 등 실제문제에 대하여 해법을 찾아보는 노력이 필요할 것이다.

참고문헌

- Baek, S.-W. and Jeon, G.-W. (2013), A k-out-of-n System Reliability Optimization Problem with Mixed Redundancy, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **39**(2), 90-98.
- Chen, T. C. and You, P. S. (2005), Immune algorithms-based approach for redundant reliability problems with multiple component choices, *Computers in Industry*, **56**(2), 195-205.
- Coit, D. W. and Smith, A. E. (1996), Adaptive Penalty Methods for Genetic Optimization of Constrained Combinatorial Problems, *INFORMS Journal on Computing*, **8**(2), 173-182.
- Coit, D. W. and Liu, J. (2000), System Reliability Optimization with k-out-of-n Subsystems, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, **7**(2), 129-142.
- Coit, D. W. (2001), Cold-standby redundancy optimization for nonrepairable systems, *IEEE Transactions*, **33**, 471-478.
- Coit, D. W. (2003), Maximization of system reliability with a choice of redundancy strategies, *IEEE Transactions*, **35**, 535-543.
- Dulik, J. D. (1996), Use of Performance Monitoring to Improve Reliability of Emergency Diesel Generator, Massachusetts Institute of Technology.
- El-Damcese, M. A. and Helmy, A. N. (2012), Study of Reliability with Mixed Standby Components, *Asian Journal of Applied Sciences*, **R-19**(4), 128-134.
- Fyffe, D. E., Hines, W. W., and Lee, N. K. (1968), System Reliability Allocation and a Computational Algorithm, *Operations Research*, **17**(2), 64-69.
- Geem, Z. W., Kim, J. H., and Loganathan, G. V. (2001), A New Heuristic Optimization Algorithm : Harmony Search, *Simulation*, **76**(2), 60-68.
- Kim, H.-S. and Jeon, G.-W. (2012), A Reliability Optimization Problem of System with Mixed Redundancy Strategies, *IE Interfaces*, **25**(2), 153-162.
- Kulturel-Konak, S., Smith, A. E., and Coit, D. W. (2003), Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search, *IIE Trans.*, **35**(6), 515-526.
- Latouche, G. and Ramaswami, V. (1999), *Introduction to Matrix Analytic Methods in Stochastic Modeling*, SIAM.
- Lee, H.-W. (2006), *Queueing Theory : Analysis by Stochastic process method*, Sigma Press.
- Lee, K. S. and Geem, Z. W. (2005), A New Meta-Heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization : Harmony Search Theory and Practice, *Computational Methods Applied Mechanic Engineering*, **194**, 3902-3933.
- Liang, Y. C. and Smith, A. E. (2004), An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem, *IEEE Transactions on Reliability*, **53**(3), 417-423.
- Nahas, N. and Thien-My, D. (2010), Harmony Search Algorithm : Application to the Redundancy Optimization Problem, *Engineering Optimization*, **42**(9), 845-861.
- Safari, J. and Tavakkoli-Moghaddam, R. (2010), A redundancy allocation problem with the choice of redundancy strategies by a memetic algorithm, *Journal of Industrial Engineering International*, **6**(11), 6-16.
- Shayeghi, H., Shayanfar, H. A., Fotuhi Firuzabad, M., Jalili, A., and Molla Mohammadi Behnagh, S. (2008), *Reliability Optimization of Series-parallel systems Using PSO Technique, Proceedings of the 2008 International Conference on Artificial Intelligence*, Las Vegas, Nevada, USA.
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Safari, J., and Sassani, F. (2008), Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm, *Reliability Engineering and System Safety*, **93**(4), 550-556.
- Wang, K. H. (1993), Cost Analysis of the M/M/R Machine Repair Problem with Mixed Standby Spares, *Microelectronics Reliability*, **33**, 1293-1301.
- Wang, K. H. and Kuo, C. C. (2000), Cost and Probabilistic Analysis of Series Systems with Mixed Standby Components, *Applied Mathematical Modeling*, **24**, 957-967.
- Yokota, T., Gen, M., and Li, X. (1996), Genetic Algorithm for Non-linear Mixed Integer Programming Problems and Its Applications, *Computers and Industrial Engineering*, **30**(4), 905-917.
- Zia, L. and Coit, D. W. (2008), *Reliability- Redundancy Allocation Using a Column Generation Approach*, Working paper, Rutgers University, Piscataway, USA