

임의적 패킷 손실과 외란입력을 고려한 네트워크 제어 시스템의 H_∞ 제어기 설계

H_∞ Control for Networked Control Systems with Randomly Occurring Packet Losses and Disturbances

이 태 희* · 박 주 현† · 권 오 민** · 이 상 문***
(Tae H. Lee · Ju H. Park · Oh-Min Kwon · Sang-Moon Lee)

Abstract - This paper considers the H_∞ control problem for networked control systems(NCSs). In order to solve the problem which comes from discontinuous control signal in NCSs, an approach that discontinuous control signals treat time-varying delayed continuous signals is applied to achieve H_∞ stability of NCSs. In addition, randomly occurring packet losses and disturbances are considered by introducing stochastic variables with Bernoulli distribution. Based on Lyapunov stability theory, a new stability condition is obtained via linear matrix inequality formulation to find the H_∞ controller which achieves the mean square stability of NCSs. Finally, the proposed method is applied to a numerical example in order to show the effectiveness of our results.

Key Words : Networked control systems, Packet losses, Randomly occurring disturbances, H_∞ control

1. 서 론

오늘날의 정보통신기술의 비약적인 발전과 더불어 다양한 센서들과 액츄에이터들의 조합으로 인한 시스템의 복잡성 증가, 시스템의 대규모화 등의 이유로 네트워크 제어시스템(Networked Control Systems: NCSs)에 대한 관심이 고조되고 있다 [1, 2]. 또한, 기존의 중앙집중형 점대점(centralized point-to-point) 접속 방식의 시스템에서는 센서와 액츄에이터 수에 비례하여 배선수가 늘어나며, 이에 따라 유지 관리 및 확장의 어려움이 커지는 문제점 때문에 많은 시스템들이 네트워크 제어시스템으로 대체되고 있다. 특히, 대규모 시스템(large control system)이나 분산형 시스템(distributed system)은 플랜트에 산재한 여러 시스템들을 모두 연결하여 제어에 필요한 데이터를 주기적으로 교환해야 하므로 네트워크 제어 시스템에 대한 관심이 고조되고 있다.

네트워크를 제어 시스템의 공유 버스(common bus)로 적용하면 시스템 구성과 배선작업이 용이하다는 이점이 있지만, 네트워크 환경 및 하드웨어의 처리 속도 등의 여러 가지

요소에 의하여 시스템의 신뢰성이 저하되는 상황이 발생하게 된다. 특히, 원하지 않는 외란이 네트워크를 타고 시스템에 영향을 주는 상황, 제어기로 데이터 전송 중 네트워크 환경의 변화 등의 이유로 패킷손실이 발생하는 상황은 시스템의 안정성에 심각한 영향을 미친다 [3-5]. 또한 이러한 외란입력과 패킷손실은 실제로 상주하여 존재하는 것이 아니라 임의적으로 발생하므로, 임의적으로 발생하는 외란입력(Randomly Occurring Disturbances: RODs)과 패킷손실(Random Packet Losses: RPLs)을 고려하여 네트워크 제어시스템에 대한 연구를 진행하는 것이 보다 일반적이라고 할 수 있다.

네트워크 제어시스템에서 제어기로 입력되는 신호는 시스템을 구성하는 하드웨어, 즉, 센서 및 송수신기의 고유의 샘플링 주기에 따라 불연속 신호로 전송되어진다. 즉, 샘플링 주기 동안 제어 신호가 상수로 존재하며, 오직 샘플링 순간에만 제어 신호가 변동되는 신호를 이용하여 시스템을 제어하게 된다. 지금까지 대부분의 네트워크 제어 시스템에 관한 연구는 제어 목적 시스템을 이산시스템으로 고려하여 연구가 진행되어졌다. 이는 불연속 제어 신호를 가지는 제어 플랜트의 수학적 해석 및 분석이 용이하다. 이와 반대로 연속시간 시스템의 네트워크 제어는 아직까지 많은 연구가 진행되어지지 않고 있다. 연속 시스템의 네트워크 제어는 연속과 불연속신호가 공존하는 일종의 하이브리드 시스템으로, 이러한 불연속 제어 신호를 고려한 안정한 제어기의 설계는 일반적인 이산 시스템을 고려한 네트워크 제어 시스템의 제어기 설계 문제 보다 좀 더 까다로운 절차를 요구한다. 이 문제를 해결하기 위하여, Mikheev와Sobolev, Fridman [6] 팀과 Astrom, Wittenmark [7] 팀은 불연속인 제어 입력 신호를 시변 지연된 연속 신호로 생각하여 제어기의 설계 및 안정성 해석을 수행하는 방법을 제안하였다. 이 연구 이후

* Dept. of Electrical Engineering, Yeungnam University, Korea

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Yeungnam University, Korea

E-mail : jessie@ynu.ac.kr

** Dept. of Electrical Engineering, Chungbuk University, Korea

*** Dept. of Electronics Engineering, Daegu University, Korea

Received : April 17, 2013; Accepted : July 23, 2013

로, 위의 방법을 이용한 제어기법에 대한 많은 연구가 수행되어 지고 있다. [8]에서는 강인한 H_∞ 샘플치 제어기법이 제안되어졌고, 또한, [9]에서는 샘플치 퍼지 제어기가 제안되어졌다. 게다가 많은 연구자들이 이 시변 시간지연된 연속 신호 방법을 이용한 제어기법을 뉴럴 네트워크, 퍼지 시스템, 복잡계망 등과 같은 다양한 분야에 적용하고 있다.

지금까지 언급된 내용들을 토대로, 본 논문에서는 임의적으로 발생하는 패킷손실과 외란입력을 고려한 연속 시스템을 위한 네트워크 제어기 설계 연구를 진행할 것이다. 현재까지, 측정오류(measurement missing) [10, 11], 패킷손실(packet dropout) [3, 5], 입력손실(missing input) [12] 등 제어기를 설계하는데에서 실제적으로 일어날 수 있는 데이터 손실 요소들이 고려되어 많은 연구가 진행되어져왔으나, 본 논문에서 고려하는 시스템에서는 이것의 중요성이 더욱 크다고 할 수 있다. 예를 들어, $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ 이고 t_2, t_4 는 샘플링 시간일 때, 만약 데이터 손실이 $[t_1, t_3]$ 의 시간간격에 일어난다면, 실제적으로는 $(t_3, t_4]$ 의 시간간격동안 제어신호를 구성할 수 있음에도 불구하고, 본 논문에서 고려된 시스템은 $[t_1, t_4]$ 의 시간간격동안 데이터 손실이 일어난 것으로 간주되게 된다. 따라서, 본 논문에서 고려되는 시스템에 데이터 손실의 요소를 고려하는 것은 충분히 가치가 있다고 할 수 있다. 덧붙여, 시스템에 주는 외란입력의 영향을 주어진 단위 이하로 줄이는 H_∞ 제어기법을 적용하여 연구를 진행한다. 이를 위해 불연속 제어 신호를 [6], [7]에서 제안한 시변 시간지연된 연속 신호로 고려하여 이론을 진행할 것이다. 리아푸노프 안정성 이론을 바탕으로, 설계된 제어기의 존재 조건은 선형행렬부등식(Linear Matrix Inequality: LMI)으로 유도되어 진다. 선형행렬부등식을 이용한 접근법은 주어진 문제의 해결에 있어 수학적인 이점과 명료성 때문에 매우 각광받고 있는 기법이다. 이 선형행렬부등식 항은 다양한 볼록최적화 알고리즘에 의해서 쉽게 해를 찾을 수 있다. 마지막으로 수치 예제를 통해 제안된 제어기의 우수성을 보여준다.

기호: R^n 는 n 차원의 유클리드 공간, $\| \cdot \|$ 는 유클리드 벡터 노름, $P > 0$ 는 양한정 대칭행렬, \star 는 대칭행렬 주대각의 하부 원소, $\Pr\{a\}$ 는 사건 a 가 일어날 확률, $E\{a\}$ 는 사건 a 의 기댓값을 각각 의미한다.

2. 문제설정

다음의 네트워크 제어 시스템을 고려하자

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t), \quad (1)$$

여기서 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \in R^n$ 은 상태 벡터이며, $u(t)$ 는 제어입력, $w(t)$ 는 L_2 공간에 속하는 외란 입력, A, B 는 적절한 차원을 가지는 상수 행렬이다.

네트워크 제어 시스템에서는 데이터가 제어기와 원격으로 연결되어 전송되는데 이때 전송되는 데이터는 시스템의 하드웨어 즉, 센서, 송·수신기등의 고유의 샘플링 주기에 따라 샘플링 순간, t_k 에 측정된 불연속 데이터, $x(t_k)$,로 전송되게 된다. 따라서 전송된 불연속 데이터를 이용한 제어기

의 설계를 위하여, [6], [7]에서 제안된 시변 시간지연된 연속 시간 신호형태의 제어 입력신호를 고려한다. 이를 위해 다음의 제어기를 고려하자.

$$u(t) = Kx(t_k), \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad (2)$$

여기서 K 는 제어 이득 행렬이고, t_k 는 Zero-Order-Hold (ZOH)의 갱신 시간이다. 샘플링 간격은 어떠한 $k \geq 0$ 인 정수에 대하여 다음을 만족한다고 가정한다.

$$t_{k+1} - t_k = h, \quad (3)$$

여기서 h 는 양의 상수로 샘플링 간격이다.

따라서, $h(t) = t - t_k, t_k \leq t < t_{k+1}$ 라고 정의 하면, 제어기 (2)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$u(t) = Kx(t_k) \quad (4)$$

$$= Kx(t - h(t)), \quad t_k \leq t < t_{k+1},$$

$$0 \leq h(t) \leq h. \quad (5)$$

여기서 시변시간지연 $h(t)$ 는 그림 1에서와 같이 톱니형태의 함수이다.

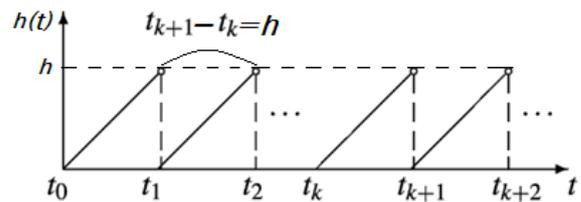


그림 1 톱니형태의 시변시간지연

Fig. 1 Time-varying delay with sawtooth form

네트워크 제어 시스템에서는 측정된 데이터가 네트워크 연결을 통하여 제어기로 전송되는데 여기서 네트워크 환경의 변화, 하드웨어의 갑작스런 오작동 등의 여러 가지 상황으로부터 갑작스러운 패킷 손실이 발생하게 되며, 외란이 고려된 네트워크 제어 시스템 (1)은 다음과 같이 두 가지 모드로 구분되어 운영되어진다.

$$\begin{cases} \text{MODE1: } \dot{x}(t) = Ax(t) + w(t) \\ \text{MODE2: } \dot{x}(t) = Ax(t) + w(t) + BKx(t - h(t)) \end{cases}$$

여기서 패킷 손실의 여부는 오로지 샘플링 순간에만 관여하므로 지금부터는 샘플링 순간의 패킷 손실 여부에만 관심을 두어 시스템을 해석할 것이다. 이를 위해, 베르누이 확률분포를 갖는 확률변수를 도입하여 임의적으로 발생하는 패킷 손실을 가지는 네트워크 제어 시스템을 도식하고, 이러한 상황에서도 네트워크 제어 시스템의 신뢰성을 보장하고자 한다.

본 논문에서는 임의적 패킷 손실을 고려한 제어기를 다음과 같이 표현한다.

$$u(t) = \alpha(t_k)Kx(t_k) = \alpha(t - h(t))Kx(t - h(t)) \quad (6)$$

여기서 $\alpha(t_k) \in \text{set}\{0,1\}$ 는 베르누이 분포를 가지는 확률 변수로 $\alpha(t_k)=1$ 일 경우 패킷 손실을 일어나지 않는 상황, $\alpha(t_k)=0$ 일 경우 패킷 손실이 일어나는 상황을 각각 모사하며, 다음의 성질을 가진다.

$$E\{\alpha(t_k)\} = \Pr\{\alpha(t_k)=1\} = \alpha$$

비평 1. 베르누이 확률변수 $\alpha(t_k)$ 의 확률값은 시간에 독립적이다. 다시말해, $\alpha(t_k)$ 로 표현되는 하나의 이벤트의 발생확률은 실행시간에 영향을 받지 않는다, 즉, $\Pr\{\alpha(t_k)=1\} = \Pr\{\alpha(t_i)=1\}, \forall i$.

덧붙여, 실제 시스템에서는 외란입력 또한 항상 존재하지 않고 네트워크 환경 등의 영향으로 임의적으로 발생하는 것이 일반적이다. 따라서 본 논문에서는 임의 발생적 외란입력 (RODs: Rancmly Occuring Disturbances)의 개념을 고려하여 외란입력의 영향을 주어진 레벨로 줄여주는 H_∞ 제어기를 설계하고자 한다. 이를 위하여 다음의 성질을 지니는 또 하나의 베르누이 분포의 확률변수 $\beta(t) \in \text{set}\{0,1\}$ 를 도입하여 $\beta(t)=1$ 일 경우 외란입력이 발생하는 상황을 모사하는 시스템을 고려 할 것이다.

$$E\{\beta(t)\} = \Pr\{\beta(t)=1\} = \beta$$

여기서 두 개의 베르누이 확률변수, $\alpha(t)$ 와 $\beta(t)$,는 서로 독립인 확률 변수이다.

최종적으로, 임의적인 패킷 손실과 불확실성이 고려된 네트워크 제어시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \alpha(t-h(t))BKx(t-h(t)) + \beta(t)w(t), \quad (7)$$

$$t_k \leq t < t_{k+1}.$$

주요 결과를 유도하기 전에 다음의 정의와 사실, 보조 정리를 제시한다.

정의 1. [13] 만약 페루프 시스템 (7)이 다음의 두 조건

- 왜란입력이 없을 때, 제어이득 K 를 가지는 페루프시스템 (7)은 점근적으로 안정하다.
- 시스템의 초기치가 0이고 양의 상수 γ 가 주어질 때, 모든 영이아닌 외란입력, $w(t)$, 에 대해서 다음 조건을 만족한다.

$$E\left\{\int_0^\infty x^T(t)Ux(t)dt\right\} < E\left\{\gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt\right\} \quad (8)$$

을 만족한다면, 시스템 (7)은 외란상쇄값 γ 로 H_∞ 안정화 되었다고 한다. 여기서 U 는 양의 대칭 행렬이며, $w(t)$ 는 외란 함수, 상수 $\gamma > 0$ 는 H_∞ 노름 경계 또는 외란감쇠 상수이다.

정의 2. [14] 만약 $E\{\|x(0)\|^2\} < \kappa(\rho)$ 일 때 $E\{\|x(t)\|^2\} < \rho, t > 0$, 를 만족하는 $\kappa(\rho) > 0, \rho > 0$ 가 있다면 시스템 (9)는 평균제곱의 의미에서 안정하다(mean sqare stable). 또한

어떠한 초기치에서도 $\lim_{t \rightarrow \infty} E\{\|x(t)\|^2\} = 0$ 가 만족된다면, 시스템 (9)는 글로벌하게 평균제곱의 의미에서 점근적으로 안정하다(globally mean sqare asymptotically stable).

사실 1. (Schur complement) 일정한 값의 대칭행렬 $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ 이 주어지고, $\Sigma_1 + \Sigma_3^T \Sigma_2^{-1} \Sigma_3 < 0$ 이면 다음을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_3^T \\ \Sigma_3 - \Sigma_2 & \end{bmatrix} < 0, \text{ 또는 } \begin{bmatrix} -\Sigma_2 & \Sigma_3 \\ \Sigma_3^T & \Sigma_1 \end{bmatrix} < 0.$$

보조 정리 1. [15] 임의의 상수 행렬 $M \in R^{n \times n}, M = M^T > 0$, 그리고 상수 $\sigma > 0$ 가 주어지면 벡터 함수 $x: [0, \sigma] \rightarrow R^n$ 는 다음과 같이 정의되는 적분 관계를 가진다.

$$\left(\int_0^\sigma x(s)ds\right)^T M \left(\int_0^\sigma x(s)ds\right) \leq \sigma \int_0^\sigma x^T(s)Mx(s)ds.$$

3. 주요결과

본 장에서는 임의적 패킷 손실과 외란입력이 고려된 네트워크 제어 시스템의 안정화를 위한 H_∞ 제어기의 설계를 수행할 것이다. 앞 장의 문제 설정을 토대로 안정한 제어기의 존재 조건을 선형행렬부등식 형태로 유도되어 질 것이다.

본 논문의 이론을 전개하기 전에 먼저 논문의 명료성을 위하여 다음의 기호를 정의 한다.

$$\zeta^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t-h(t)) \quad x^T(t-h)],$$

$$\Gamma = [A \quad \alpha BK \quad 0],$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -R & R-W & W \\ \star & W+W^T-2RR-W & \\ \star & \star & -R \end{bmatrix}. \quad (9)$$

정리 1. 만약 양의 상수 h 와 γ 가 주어지고, 다음의 선형행렬 부등식 (10)-(13)을 만족하는 양한정 행렬 P, Q, R, T_1, T_2, U 와 대칭행렬 T_3, T_4 , 행렬 G, W 가 존재하면, 제어기 (4)는 시스템 (7)의 평균제곱 의미에서의 안정성을 보장한다.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \beta P & \Omega_2 & W & A^T P \\ \star & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ \star & \star & \Omega_3 & R-W & \alpha G^T \\ \star & \star & \star & -Q-R-T_4 & 0 \\ \star & \star & \star & \star & -2P+h^2 R+hT_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} R & W \\ \star & R \end{bmatrix} > 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_3 \\ \star & T_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_4 \\ \star & T_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (13)$$

여기서,

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= PA + A^T P + Q + U - R + hT_1 + T_3, \\ \Omega_2 &= \alpha G + R - W, \\ \Omega_3 &= W + W^T - 2R - T_3 + T_4,\end{aligned}$$

이며, 제어 이득은 $K = B^{-1}P^{-1}G$ 으로 구해진다.

증명. 다음의 리아푸노프 함수를 정의하자.

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t), \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned}V_1(t) &= x^T(t)Px(t), \\ V_2(t) &= \int_{t-h}^t x^T(s)Qx(s)ds + h \int_{t-h}^t \int_s^t \dot{x}^T(u)R\dot{x}(s)duds, \\ V_3(t) &= \int_{t-h}^t \int_s^t x^T(u)T_1x(u)duds \\ &\quad + \int_{t-h}^t \int_s^t \dot{x}^T(u)T_2\dot{x}(u)duds.\end{aligned}$$

리아푸노프 안정성 이론을 이용하기 위하여, $V_1(t)$, $V_2(t)$, $V_3(t)$ 의 미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}E\{\dot{V}_1(t)\} &= E\{x^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t)\} \\ &= E\{x^T(t)(PA + A^T P)x(t) \\ &\quad + 2\alpha x^T(t)PBKx(t-h(t)) + 2\beta x^T(t)Pw(t)\} \\ &\leq E\{x^T(t)(PA + A^T P + U + \beta^2\epsilon^{-1}PP)x(t) \\ &\quad + 2\alpha x^T(t)PBKx(t-h(t)) + \epsilon w^T(t)w(t) \\ &\quad - x^T(t)Ux(t)\},\end{aligned} \quad (15)$$

여기서 잘 알려진 부등식, $2a^Tb \leq \epsilon^{-1}a^T a + \epsilon b^T b$ (여기서 a, b 는 임의의 벡터이고 ϵ 은 양의 상수)가 쓰였다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t) &= x^T(t)Qx(t) - x^T(t-h)Qx(t-h) \\ &\quad + h^2 \dot{x}^T(t)R\dot{x}(t) - \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds,\end{aligned} \quad (16)$$

만약 식 (11)이 만족한다면, 식 (16)의 적분항은 보조정리 1과 참고문헌 [16]의 정리 1에 의해 다음의 상계를 얻게된다.

$$\begin{aligned}& -h \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds \\ &= -h \int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds - h \int_{t-h}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds \\ &\leq -\frac{h}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \dot{x}^T(s)ds R \int_{t-h(t)}^t \dot{x}(s)ds \\ &\quad - \frac{h}{h-h(t)} \int_{t-h}^{t-h(t)} \dot{x}^T(s)ds R \int_{t-h}^{t-h(t)} \dot{x}(s)ds \\ &\leq \zeta^T(t)\Phi\zeta(t),\end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\zeta(t)$ 와 Φ 는 식(9)에서 정의되었다.

제약 조건이 완화된 결과를 유도하기 위하여 참고문헌 [17]의 방법에 따라, 임의의 대칭 행렬 T_3, T_4 를 도입하면, 다음의 등식

$$\begin{aligned}0 &= x^T(t)T_3x(t) - x^T(t-h(t))T_3x(t-h(t)) \\ &\quad - 2 \int_{t-h(t)}^t x^T(s)T_3\dot{x}(s)ds \\ 0 &= x^T(t-h(t))T_4x(t-h(t)) - x^T(t-h)T_4x(t-h) \\ &\quad - 2 \int_{t-h}^{t-h(t)} x^T(s)T_4\dot{x}(s)ds,\end{aligned} \quad (18)$$

을 얻을 수 있고, 이 식 (18)을 이용하면, 리아푸노프 함수 $V_3(t)$ 의 미분값을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_3(t) &= hx^T(t)T_1x(t) - \int_{t-h}^t x^T(s)T_1x(s)ds \\ &\quad + h\dot{x}^T(t)T_2\dot{x}(t) - \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)T_2\dot{x}(s)ds \\ &= x^T(t)(hT_1 + T_3)x(t) + x^T(t-h(t))(T_4 - T_3) \\ &\quad \times x(t-h(t)) - x^T(t-h)T_4x(t-h) + h\dot{x}^T(t)T_2\dot{x}(t) \\ &\quad - \int_{t-h(t)}^t \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_1 & T_3 \\ \star & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds \\ &\quad - \int_{t-h}^{t-h(t)} \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_1 & T_4 \\ \star & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds\end{aligned} \quad (19)$$

만약 앞서 정의된 식 (12)와 (13)이 만족한다면, 식 (19)은 다음의 상계로 어렵할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_3(t) &\leq x^T(t)(hT_1 + T_3)x(t) - x^T(t-h)T_4x(t-h) \\ &\quad + x^T(t-h(t))(T_4 - T_3)x(t-h(t)) + h\dot{x}^T(t)T_2\dot{x}(t)\end{aligned} \quad (20)$$

식 (15)-(17)과 (20)을 이용하고 $\epsilon = \gamma^2$ 으로 설정하면, 다음의 리아푸노프 함수(14)의 미분의 상한유계를 얻게된다.

$$E\{\dot{V}(t)\} \leq E\{\zeta^T(t)(\bar{\Omega} + \Gamma^T Z)\zeta(t) - x^T(t)Ux(t) + \gamma^2 w^T(t)w(t)\}, \quad (21)$$

여기서

$$\begin{aligned}\bar{\Omega} &= \begin{bmatrix} \Omega_1 + \beta^2\gamma^{-2}PP & \Omega_2 & W \\ \star & \Omega_3 & R - W \\ \star & \star & -Q - R - T_4 \end{bmatrix}, \\ Z &= h^2R + hT_2,\end{aligned}$$

이고, Γ 는 식(9)에서 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 은 정리1에서 정의되었다.

식 $\bar{\Omega} + \Gamma^T Z$ 에 사실 1을 적용한 후, 앞뒤로 $diag\{I, I, I, I, P\}$ 를 곱하고, 부등식 $-PZ^{-1}P \leq -2P + Z$ 임을 이용하면 다음의 관계를 얻게 된다.

$$\bar{\Omega} + \Gamma^T Z \leq \Omega \quad (22)$$

따라서 정의 1의 첫 번째 조건으로부터, 만약 $w(t) = 0$ 이고 LMI (10)이 만족된다면 정의 2에 따라 제어이득 K 를 가지는 네트워크 제어 시스템 (7)은 평균제곱의 의미에서 안정하다. 또한, 외란입력이 0이 아닐때 LMI (10)을 만족한다면 리아푸노프 함수 (14)의 미분은 다음의 새로운 상한유계를 얻게된다.

$$E\{\dot{V}(t)\} \leq E\{-x^T(t)Ux(t) + \gamma^2 w^T(t)w(t)\} \quad (23)$$

식 (23)을 적분하면

$$E\{V(x(\infty)) - V(x(0))\} \leq E\left\{-\int_0^\infty x^T(t)Ux(t)dt + \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt\right\}$$

를 얻게 된다. 여기서 $V(\infty) > 0, V(0) = 0$ 이므로, 정의 1의 식(8)를 만족하게 되고, 최종적으로 정리 1의 두 가지 조건을 만족함으로써, 본 시스템은 H_∞ 동기화가 이루어짐을 알 수 있다. 이로서 증명을 마친다.

3. 수치예제

본 장에서는 수치예제를 통해 본 논문에서 제안된 제어기의 유효성을 보이겠다.

다음의 외란입력이 고려된 네트워크 제어 시스템 (7)의 변수들을 고려하자.

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.97 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ -0.1 & -0.1 \end{bmatrix}, w(t) = \begin{bmatrix} 1 + 0.9\sin t \\ 0.5 + 0.4\cos t \end{bmatrix},$$

$$h = 0.1, \beta = 0.7, \gamma = 0.1.$$

표 1은 위 변수값을 가지고 정리 1에서 제안된 선형행렬 부등식 (10)-(13)을 만족하는 제어이득과 목적함수 값을 다양한 α 값에 따라 계산하여 나타낸 것이다.

표 1 다양한 α 값에 따른 제어 이득

Table 1 Control gains for various α

α	K
0.1	$K = \begin{bmatrix} 239.6521 & 0 \\ -239.6521 & 254.3548 \end{bmatrix}$
0.3	$K = \begin{bmatrix} 79.884 & 0 \\ -79.884 & 84.7849 \end{bmatrix}$
0.5	$K = \begin{bmatrix} 47.9104 & 0 \\ -47.9304 & 50.871 \end{bmatrix}$
0.7	$K = \begin{bmatrix} 34.236 & 0 \\ -34.236 & 36.3364 \end{bmatrix}$
0.9	$K = \begin{bmatrix} 26.628 & 0 \\ -26.628 & 28.2616 \end{bmatrix}$

표 1에서 보는 바와 같이, 패킷 손실이 일어날 확률이 적어질수록 (α 값이 커질수록) 주어진 조건식 (10)-(13)을 만족

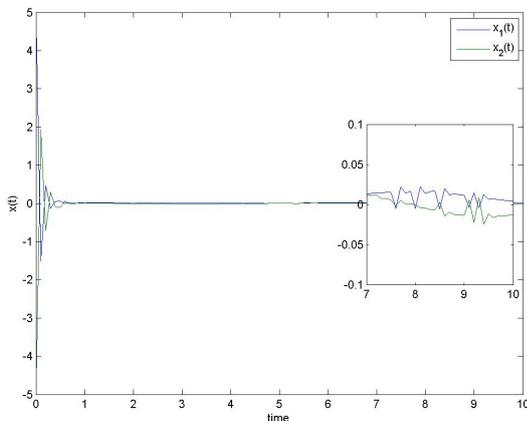


그림 2 시스템 (7)의 상태 궤적
Fig. 2 State trajectories of the system (7)

하는 제어이득의 값이 작아짐을 알 수 있다.

본 예제에서는, 시스템의 초기치는 $x(0) = (1, -2)$ 로 $\alpha = 0.9$ 로 설정하여 표 1에서 나타낸 $\alpha = 0.9$ 에 맞는 제어 이득 K 를 인가하여 모의실험을 진행하였다. 그림 2는 임의적인 패킷 손실과 외란입력이 고려된 네트워크 제어 시스템 (7)의 상태 궤적을 나타낸 그림이고 그림 3은 이때 인가된 제어신호이다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 본 논문에서 제안된 제어기가 외란입력의 영향을 γ 이하로 줄여 H_∞ 안정화를 달성함을 알 수 있다. 또한, 그림 4에는 본 예제에서 사용된 확률변수 $\alpha(t), \beta(t)$ 를 도식한 그림이다. 그림 4에서 0.4초에서 0.5초 사이에 패킷 손실이 발생하는데, 즉, 이 시간 간격에서 제어 신호가 인가되지 않음을 의미하는 것이며, 이는 그림 3의 제어 신호 궤적을 통해 쉽게 확인할 수 있다.

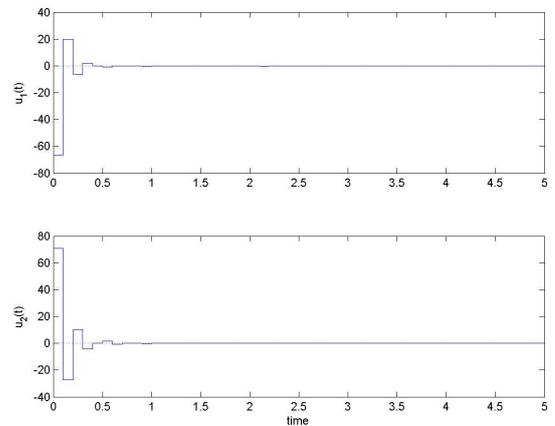


그림 3 제어 입력 신호
Fig. 3 Control inputs

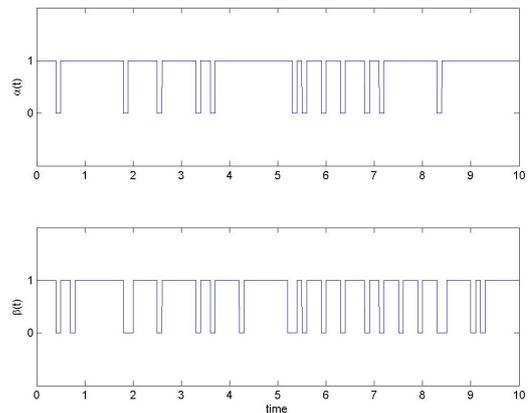


그림 4 확률변수 $\alpha(t)$ 와 $\beta(t)$
Fig. 4 Stochastic variable $\alpha(t)$ and $\beta(t)$

4. 결론

본 논문에서는 임의적으로 발생하는 패킷 손실과 외란입력을 고려한 네트워크 제어 시스템의 H_∞ 제어기 설계에 관한 연구를 수행하였다. 이를 위하여 불연속제어 신호를 시변 시간지연된 연속 시간신호로 고려하는 방법을 사용했으며, 임의적으로 발생하는 요소들을 고려하기 위하여 베르누

이 분포를 갖는 확률 변수를 도입하여 시스템을 수학적으로 모델링하였다. 또한, 제안된 제어기의 안정성을 리아푸노프 안정성 이론을 바탕으로 증명하였고, 안정한 제어기의 존재 조건을 선형행렬부등식의 형태로 제시하였으며, Matlab의 SeDuMi 1.3을 이용하여 제안된 선형행렬부등식의 조건을 만족하는 해를 계산하였다. 마지막으로 적절한 수치예제를 통하여 제안된 제어기의 효용성을 도시하였다.

References

[1] W. Zhang, "Stability of networked control systems," IEEE Control System Magazine, vol. 21, pp.84-99, 2001.

[2] G.C. Walsh, H. Ye, "Scheduling of networked control systems," IEEE Control System Magazine, vol. 21, pp.57-65, 2001.

[3] Y. Zhang, H. Fang, "Sabilization of nonlinear networked systems with sensor random packet dropout and time-varying delay," Applied Math. Modelling, vol. 35, pp.2253-2264, 2011.

[4] E. Fridman, "A refined input delay approach to sampled-data control," Automatica, vol. 46, pp.421-427, 2010.

[5] D. Wang, J. Wang, W. Wang, "Output feedback control of networked control systems with pacet dropouts in both channels," Information Sciences, vol. 221, pp.544-554, 2013.

[6] Y. Mikheev, V. Sobolev, E. Fridman, "Asymptotic analysis of digital control systems," Autom. Remote Cont. vol. 49 pp.1175-1180, 1988.

[7] K. Astrom, B. Wittenmark, Adaptive control, MA: Addison-Wesley, Reading, 1989.

[8] E. Fridman, U. Shaked, V. Suplin, "Input/output delay approach to robust sampled-data H_∞ control," Syst. Cont. Lett. vol. 54, pp.271-282, 2005.

[9] H.K. Lam, W.K. Ling, "Sampled-data fuzzy controller for continuous nonlinear systems," IET Cont. Theo. Appl. vol. 2, pp.32-39, 2008.

[10] Z. Wang, B. Shen, X. Liu, " H_∞ filtering with randomly occurring secsor saturations and missing measurements," Automatica, vol. 48, pp. 556-562, 2012.

[11] Z. Wang, D.W.C. Ho, Y. Liu, X. Liu, "Robust H_∞ control for a class of nonlinear discrete time-delay stochastic systems with missing measurements," Automatica, vol. 45, pp. 684-691, 2009.

[12] H. Zhang, J. Zhou, "Synchronization of sampled-data coupled harmonic oscillators with control inputs missing," Systems and Control Letters, vol. 61, pp. 1277-1285, 2012.

[13] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory," SIAM, Philadelphia, 1994.

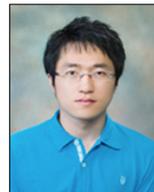
[14] H. Gao, X. Meng, T. Chen, "Stabilization of networked control systems with new delay characterization," IEEE Trans. Automt. Cont., vol. 53, pp.2142-2148, 2008.

[15] K. Gu, V.K. Kharitonov and J. Chen, Stability of time-delay systems, Boston: Birkhauser, 2003.

[16] P.G. Park, J.W. Ko, C. Jeong, "Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays," Automatica, vol. 7, pp.235-238, 2011.

[17] S.H. Kim, P. Park, C. Jeong, "Robust H_∞ stabilisation of networked control systems with packet analyser," IET Cont. Theor. Appl., vol. 4, pp.1828-1837, 2010.

저 자 소 개



이 태 희 (李 泰 憲)

1983년 7월 2일생. 2009년 영남대학교 전기공학과 졸업(공학), 2011년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사), 2011~현재 동 대학원 박사과정.



박 주 현 (朴 柱 炫)

1968년 1월 11일생. 1990년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학). 1997년 포항공과대학교 전기전자공학부 졸업(공학). 현재 영남대학교 전기공학과 교수
Tel : 053-810-2491
E-mail : jessie@ynu.ac.kr



권 오 민 (權 五 珉)

1974년 7월 13일생. 1997년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학). 2004년 포항공과대학교 전기전자공학부 졸업(공학). 현재 충북대학교 전기공학과 부교수.
E-mail : madwind@chungbuk.ac.kr



이 상 문 (李 相 文)

1973년 6월 15일생. 1999년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학). 2006년 포항공과대학교 전기전자공학부 졸업(공학). 현재 대구대학교 전자공학부 조교수.
E-mail : moony@daegu.ac.kr