

논문 2013-50-7-10

연속 측정된 TDOA와 FDOA를 이용한 Gauss-Newton 기법 기반의 신호원 위치추정 방법

(Gauss-Newton Based Emitter Location Method Using Successive
TDOA and FDOA Measurements)

김 용 희*, 김 동 규*, 한 진 우**, 송 규 하**, 김 형 남***

(Yong-Hee Kim, Dong-Gyu Kim, Jin-Woo Han, Kyu-Ha Song, and Hyoung-Nam Kim[©])

순시(instantaneous) TDOA (time difference of arrival)와 FDOA (frequency difference of arrival)를 이용한 위치추정 방법은 추가적인 측정값 획득을 통해 정확도 향상을 도모할 수 있으며, 이를 위해서는 동시에 운용되는 수신단의 수를 증가하여야 한다. 하지만 전자전 환경에서 수신단 수의 증가는 아군의 피탐확률(probability of intercept) 상승으로 인한 전력 손실을 야기할 수 있고, 수신단 간의 데이터 링크 및 시동동기화와 같은 과정에 대한 추가적인 고려가 필요하다. 따라서 본 논문에서는 이격된 2개의 이동 수신단만을 운용하여 연속적으로 다수의 TDOA와 FDOA 정보를 측정하고, 이를 이용하여 고정 신호원의 위치를 추정하는 방법을 제안한다. 이 경우 매 측정 순간마다 독립된 수신단 쌍(pair)이 추가되므로 각 수신단 조합은 서로 다른 기준 수신단을 가지게 된다. 그러므로 모든 수신단 쌍이 동일한 기준 수신단을 공유해야하는 QCLS (quadratic correction least squares) 방법을 적용할 수 없다. 이러한 이유로 본 논문에서는 비선형 LS 최적해를 반복계산을 통해 얻어내는 Gauss-Newton 기법을 적용한다. 또한 모의실험을 통해 획득된 TDOA와 FDOA의 수가 증가함에 따른 위치추정 결과의 RMSE (root mean square error)값과 CRLB (Cramer-Rao lower bound)를 비교하고, CEP (circular error probable) 평면을 도출하여 2차원 공간상에서의 기대 추정 성능을 분석한다.

Abstract

In the passive emitter localization using instantaneous TDOA (time difference of arrival) and FDOA (frequency difference of arrival) measurements, the estimation accuracy can be improved by collecting additional measurements. To achieve this goal, it is required to increase the number of the sensors. However, in electronic warfare environment, a large number of sensors cause the loss of military strength due to high probability of intercept. Also, the additional processes should be considered such as the data link and the clock synchronization between the sensors. Hence, in this paper, the passive localization of a stationary emitter is presented by using the successive TDOA and FDOA measurements from two moving sensors. In this case, since an independent pair of sensors is added in the data set at every instant of measurement, each pair of sensors does not share the common reference sensor. Therefore, the QCLS (quadratic correction least squares) methods cannot be applied, in which all pairs of sensor should include the common reference sensor. For this reason, a Gauss-Newton algorithm is adopted to solve the non-linear least square problem. In addition, to show the performance of the proposed method, we compare the RMSE (root mean square error) of the estimates with CRLB (Cramer-Rao lower bound) and derived the CEP (circular error probable) planes to analyze the expected estimation performance on the 2-dimensional space.

Keywords : 전자전, 위치추정, Emitter location, TDOA, FDOA

* 학생회원, *** 정회원, 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과
(Department of Electrical and Computer
Engineering, Pusan National University)

** 정회원, 국방과학연구소
(Agency for Defense Development)

© Corresponding Author : (E-mail: hnkim@pusan.ac.kr)

※ 본 논문은 2011년 국방과학연구소의 “FDOA 위치
탐지기술 연구”에 대한 연구용역으로 이루어졌음.

접수일자: 2013년2월5일, 수정완료일: 2013년6월26일

I. 서 론

전자전 지원(electronic warfare support, ES)이란 비
협조적 신호원의 전자파 신호를 수동 탐지를 통해 획득
하여 식별하고 방사위치를 추정하기 위해 취해지는 제
반활동을 의미한다^[1~2]. 특히 현대전에서는 전장이 광역

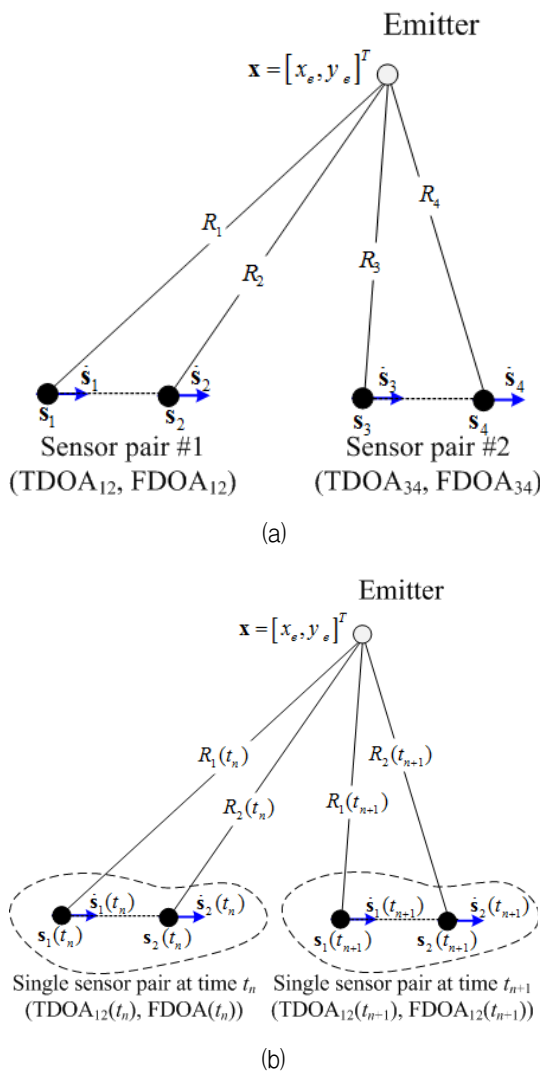


그림 1. 고정 신호원과 이동 수신단의 배치 및 TDOA/FDOA 정보 측정의 예: (a) 동시에 운용되는 두 쌍(4개)의 이동 수신단에서 총 4개의 순시 TDOA와 FDOA를 측정하는 경우, (b) 한 쌍(2개)의 이동 수신단에서 연속적으로 총 4개의 TDOA와 FDOA 측정하는 경우(t_n 과 t_{n+1} 에서 2회 측정)

Fig. 1. Example of the geometry between the stationary emitter and moving sensors, and the measurement of TDOA/FDOA: (a) the total four instantaneous TDOA and FDOA measurements using two sensor pairs, (b) the total four successive TDOA and FDOA measurements using a single sensor pair.

화되면서 원거리에 존재하는 신호원의 위치추정 정확도 향상에 대한 필요성이 제기되고 있다. 이를 위해 이격된 수신단 사이에서 측정된 TDOA (time difference of arrival)와 FDOA (frequency difference of arrival)와 같은 차분 정보를 이용한 다양한 연구들이 진행되어 왔다^[3~11]. 초기에는 각각의 단일 TDOA 또는 단일

FDOA 정보만을 이용하는 방법이 독립적으로 연구되었다. 특히 FDOA의 경우는 이동하는 하나의 수신단에서 연속적으로 수집한 도플러 천이 주파수(Doppler shifted frequency)를 이용하는 방법에^[7~11] 대해 주로 연구되었다. 이러한 TDOA와 FDOA 정보를 이용하는 위치추정 방법은 사용하는 측정값이 서로 상이하지만, 두 경우 모두 비선형 신호모델에 의한 이차(quadratic) 위치선(line of position, LOP)들의 교점을 정확하게 유도하기 위한 비선형 추정문제의 해결을 목표로 한다.

최근에는 그림 1(a)와 같이 각 수신단 쌍(pair)에서 특정 순간에 측정된 순시(instantaneous) TDOA와 FDOA를 동시에 이용하는 방법이 제안되었다^[12~14]. 각 수신단 쌍에서 얻어진 TDOA와 FDOA 방정식은 서로 기하학적으로 상호보완적 관계를 가지므로 두 정보를 동시에 이용하게 되면 단일 TDOA 또는 FDOA를 이용한 경우보다 높은 추정 정확도를 기대할 수 있다^[1]. 이처럼 특정 순간에 측정된 순시 TDOA와 FDOA를 동시에 이용하는 경우에는 최소한 2개 이상의 수신단이 필요하며, 보다 많은 수의 측정값을 수집하여 위치추정 정확도를 향상시키기 위해서는 동시에 운용되는 수신단의 수를 늘려야 한다. 하지만 이는 실제 전자전 환경에서 아군 전력의 손실위험 증가와 운용상의 어려움을 야기하게 된다. 뿐만 아니라 동시에 운용하는 다수의 수신단 쌍에서 정확한 순시 TDOA와 FDOA를 얻기 위해서는 각 수신단 간의 데이터 링크 구축과 시각동기화 등의 추가적인 과정이 고려되어야 한다.

이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 그림 2에서와 같이 이동하는 2개의 수신단(하나의 수신단 쌍)에서 연속적으로 다수의 TDOA와 FDOA 정보를 획득하고 이를 이용하여 고정 신호원의 위치를 추정하는 방법을 제안한다. 그림 1(b)와 같은 연속적인 정보수집 방법에서는 매 측정 순간마다 독립된 수신단 쌍(pair)이 추가되므로 다른 순간에 측정된 각 수신단 쌍은 서로 다른 기준 수신단을 가지게 된다. 그러므로 종속 미지 변수 정의를 위해 모든 수신단 쌍이 동일한 기준 수신단을 공유해야 하는 기존의 비반복적 QCLS (quadratic correction least squares) 방법은 적용할 수 없다^{[12],[15]}. 따라서 Taylor 급수 전개를 사용하여 비선형 TDOA 및 FDOA 방정식을 선형화한 후, 반복계산을 통해 LS (least square) 최적 해를 유도하는 Gauss-Newton 기법을 사용한다. 이 방법은 초기치 설정이 필요하다는 단점이 있으나, 일반적인 전자전 지원 시스템에서는 도래각 기반 방법 등의 사전 과정을 통해 초기치를 설정

할 수 있다. 또한 반복적인 최적해 추정과정을 통해 비 반복적 방법에 비해 상대적으로 높은 정확도를 가지며 다양한 수신단 조합 및 운용조건에 유연하게 적용될 수 있는 장점이 있다^[16].

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 이동 수신단에서 연속적으로 측정되는 TDOA와 FDOA 신호모델을 설명하고 이를 토대로 신호원 위치추정 문제를 정립한다. 그리고 III장에서 연속적으로 측정된 TDOA와 FDOA를 이용한 Gauss-Newton 기법 기반의 고정 신호원 위치추정 방법을 유도한다. IV장에서 모의실험을 통해 제안된 방법의 위치추정 성능을 확인하고 그 결과를 CRLB와 비교한다. 또한 CEP 평면을 도시하여 전체 공간상에서의 기대 추정 성능을 확인한다. 마지막으로 V장에서는 본 논문의 결론을 맺는다.

II. TDOA/FDOA 신호모델

본 논문에서는 그림 1(b)와 같이 등속 이동하는 2개의 수신단에서 연속적으로 측정된 TDOA와 FDOA를 이용하여 고정 신호원의 위치좌표 $\mathbf{x} = [x_e, y_e]^T$ 를 추정하는 방법을 설명한다. 이를 위해 우선 일반적인 TDOA와 FDOA 방정식을 살펴본 후, 이를 이용하여 등속 운동하는 2개의 수신단에서 연속 측정되는 TDOA와 FDOA 방정식을 정의한다.

신호원과 i 번째 수신단과의 거리(r_i)와, 수신단 i 와 j 사이의 TDOA(τ_k)는 다음 식 (1), (2)와 같이 결정된다.

$$r_i = \|\mathbf{s}_i - \mathbf{x}\| = \sqrt{(\mathbf{s}_i - \mathbf{x})^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{x})} \quad (1)$$

$$\tau_k = \frac{1}{c} r_{ij} = \frac{1}{c} (r_i - r_j) \quad (2)$$

여기서 c 는 빛의 속도이다. 또한 수신단이 이동하는 경우, 신호원과 수신단 사이의 상대 운동(relative motion)에 의해 야기되는 거리 변화율(range rate)에 비례하여 도플러 주파수(Doppler frequency)가 발생하게 된다. 신호원과 수신단 i 사이의 거리 변화율은 식 (1)을 시간에 대해 미분하여 얻는다. 이 때 발생하는 도플러 주파수는 파장($\lambda = c/f_0$, f_0 : 반송파 주파수)을 비례상수로 하여 다음 식 (3)과 같은 관계를 가진다.

$$\dot{r}_i = \lambda f_{d,i} = \frac{\dot{\mathbf{s}}_i^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{x})}{r_i} \quad (3)$$

따라서, 수신단 i 와 j 의 FDOA는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} f_k &= f_{d,i} - f_{d,j} \\ &= -\frac{f_0}{c} \left(\frac{\dot{\mathbf{s}}_i^T (\mathbf{x} - \mathbf{s}_i)}{r_i} - \frac{\dot{\mathbf{s}}_j^T (\mathbf{x} - \mathbf{s}_j)}{r_j} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

각 수신단의 초기 위치가 $\mathbf{s}_0 = [x_i(t_0), y_i(t_0)]^T$, 속도가 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{x}_i, \dot{y}_i]^T$ ($i = 1, 2$)와 같고, 일정 시간 간격 T 마다 데이터를 측정한다고 가정할 때, 특정 순간(t_{n+1})에서 두 수신단의 위치는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{s}_i(t_{n+1}) = \mathbf{s}_i(t_n) + \dot{\mathbf{s}}_i T, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

따라서 데이터 수집시간 동안 N 번의 측정이 이루어졌을 때, 각 $2N$ 개의 연속적인 TDOA와 FDOA 값을 벡터로 나타내고 이를 \mathbf{g} 라 하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) &= [\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{f}^T]^T \\ &= [\tau(\mathbf{s}(t_0)), \dots, \tau(\mathbf{s}(t_{N-1})), f(\mathbf{s}(t_0)), \dots, f(\mathbf{s}(t_{N-1}))]^T \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 \mathbf{P} 는 매 측정시간 t_n ($n = 0, \dots, N-1$)에서 두 수신단의 운용정보를 나타낸 행렬이다. 신호원이 이동하는 경우는 매 측정 순간마다 변화하는 신호원 위치가 새로운 추정치로 늘어나게 되어 연속 측정에 의한 성능 향상을 기대하기 어려우나, 고정 신호원의 경우에는 측정횟수를 증가함으로써 적은 수의 수신단을 운용하여 추정 정확도를 향상시킬 수 있다. 이러한 장점은 전자전 환경에서 아군 플랫폼의 피탐확률을 최소화하고 유연하고 효과적인 전략전술 수립을 가능하게 한다.

연속 측정된 TDOA와 FDOA 실제 관측값은 식 (2)와 (4)의 신호모델에 의한 참값 $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{P})$ 에 측정오차가 더해진 형태가 된다. 따라서, TDOA 및 FDOA 측정오차 벡터를 \mathbf{e} 라 하고 실제 관측값 벡터를 \mathbf{u} 라 하면, 다음과 같은 관계식에 의해 표현된다.

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_\tau \\ \mathbf{e}_f \end{bmatrix} = \mathbf{u} - \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) \quad (7)$$

여기서 \mathbf{e} 는 평균이 0이고 공분산 행렬이 $\boldsymbol{\Psi} = E[\mathbf{e}\mathbf{e}^T]$ 인 가우시안(Gaussian) 확률분포를 따른다고 가정한다. 이러한 경우, \mathbf{x} 의 최대우도(maximum likelihood, ML) 추정과 최소자승(least squares, LS) 추정은 서로 등가 관계에 있으며, 식 (8)과 같은 동일한 비용함수를 가진다^[17].

$$J(\hat{\mathbf{x}}) = (\mathbf{u} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P}))^T \Psi^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P})) \quad (8)$$

식 (8)을 최소화하는 $\hat{\mathbf{x}}$ 을 계산함으로써 고정 신호원 위치에 대한 최적 추정치를 얻을 수 있다.

III. 연속 측정된 TDOA/FDOA 이용한 Gauss-Newton 기법 기반의 위치추정 방법

TDOA와 FDOA를 이용한 신호원 위치추정은 비선형 관계에 있는 신호 모델의 최적해를 구하는 과정이다. 이러한 차분정보를 이용한 신호원 위치추정에는 크게 종속 미지변수(nuisance parameter)를 추가로 정의하고 2단계의 최소자승법을 적용하는 비반복적 위치추정 방법^[12]과 Taylor 급수 전개에 기반한 반복적 방법이 있다^[5]. 전자의 방법은 초기값 설정과정이 불필요하고 한 번의 과정으로 해를 계산하므로 상대적으로 계산량이 적은 특징이 있다. 하지만 미지변수 정의를 위해 모든 수신단 쌍이 하나의 기준 수신단을 공유하여야 하는 운용상의 제약조건이 존재한다. 본 논문에서 제안하는 연속 측정값을 이용하는 방법은 매 측정 순간마다 각 수신단 쌍이 독립되어 동일한 기준 수신단을 가질 수 없다. 따라서 비반복적 방법이 아닌 Taylor 전개를 기반의 Gauss-Newton 기법을 적용한다. Gauss-Newton 기법은 비선형 LS 추정문제의 해를 얻기 위한 대표적인 방법이며 다양한 신호원 위치추정 문제에 적용되어 사용되고 있다^[16]. 이 방법은 초기값 설정이 필요하지만 다양한 종류의 측정값과 조합 조건에 적용이 용이하고 반복계산을 통해 원거리에 존재하는 신호원의 위치를 상대적으로 정확하게 추정할 수 있다는 장점이 있다. 이러한 장점을 바탕으로 본 장에서는 2개의 이동 수신단에서 연속 측정된 TDOA와 FDOA를 이용하여 Gauss-Newton 기법으로 고정 신호원의 위치를 추정하는 방법을 유도한다.

먼저 실제 신호원의 위치에 의해 연속적으로 측정된 총 $2N$ 개의 TDOA와 FDOA 참값을 식 (9)와 같이 측정값과 측정오차와의 관계를 이용하여 나타낸다.

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = \mathbf{u} - \mathbf{e} \quad (9)$$

식 (9)를 신호원의 위치 추측값 $\hat{\mathbf{x}}_n$ 과 측정치와의 비선형관계를 선형화하기 위해서 Taylor 급수 전개를 이용하여 정리하면 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_n, \mathbf{P}) + \mathbf{H}[\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_n] \cong \mathbf{u} - \mathbf{e} \quad (10)$$

여기서 \mathbf{H} 는 TDOA와 FDOA 신호모델 행렬을 \mathbf{x} 에 대해 1차 편미분을 수행한 Jacobian 행렬로서 식 (11)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{P})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix}_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} \quad (11)$$

Gauss-Newton 기법에서는 주어진 신호모델의 Jacobian 행렬의 유도가 가장 핵심적인 과정이다. 따라서 고정 신호원의 위치를 추정하기 위해서 TDOA와 FDOA 방정식의 신호원 위치에 대한 Jacobian 행렬값을 계산해야 한다. 이를 위해 TDOA 방정식을 신호원 위치좌표에 대해 편미분하면 각각 식 (12), (13)과 같이 된다.

$$\frac{\partial \tau(t_n)}{\partial x} = \frac{1}{c} \left[\frac{x_1(t_n) - x}{R_1(t_n)} - \frac{x_2(t_n) - x}{R_2(t_n)} \right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tau(t_n)}{\partial y} = \frac{1}{c} \left[\frac{y_1(t_n) - y}{R_1(t_n)} - \frac{y_2(t_n) - y}{R_2(t_n)} \right] \quad (13)$$

여기서 $R_1(t_n)$ 과 $R_2(t_n)$ 는 각각 t_n 순간에서의 신호원과 첫 번째 수신단, 그리고 신호원과 두 번째 수신단 사이의 거리이다. FDOA 방정식을 신호원 위치좌표에 대해 편미분하면 식 (14), (15)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(t_n)}{\partial x} = \frac{f_0}{c} & \left[\left\{ -\frac{\dot{x}_1}{R_1(t_n)} + \frac{(x_1(t_n) - x)(\mathbf{s}_1(t_n) - \mathbf{x})^T \dot{\mathbf{s}}_1}{R_1^3} \right\} \right. \\ & \left. - \frac{f_0}{c} \left[\left\{ -\frac{\dot{x}_2}{R_2(t_n)} + \frac{(x_2(t_n) - x)(\mathbf{s}_2(t_n) - \mathbf{x})^T \dot{\mathbf{s}}_2}{R_2^3} \right\} \right] \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(t_n)}{\partial y} = \frac{f_0}{c} & \left[\left\{ -\frac{\dot{y}_1}{R_1(t_n)} + \frac{(y_1(t_n) - y)(\mathbf{s}_1(t_n) - \mathbf{x})^T \dot{\mathbf{s}}_1}{R_1^3} \right\} \right. \\ & \left. - \frac{f_0}{c} \left[\left\{ -\frac{\dot{y}_2}{R_2(t_n)} + \frac{(y_2(t_n) - y)(\mathbf{s}_2(t_n) - \mathbf{x})^T \dot{\mathbf{s}}_2}{R_2^3} \right\} \right] \right] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $\mathbf{x} = [x_e, y_e]^T$ 는 신호원의 위치를 의미하며,

$\mathbf{s}(t_n) = [x_i(t_n), y_i(t_n)]^T$ 와 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{x}_i, \dot{y}_i]^T$ ($i=1, 2$)는 각 수신단의 위치와 속도를 나타낸 것이다. 단, 두 수신단은 등속도로 이동한다고 가정하였으므로 $\dot{\mathbf{s}}$ 는 측정 순간에 관계없이 동일한 값을 가진다.

이렇게 얻어진 편미분 함수를 이용하여 Jacobian 행렬의 원소를 계산하고, 새로운 측정값($\hat{\mathbf{u}}$)과 추정치(δ)를 정의하여 원래의 비선형 추정문제를 식 (16)과 같은 새로운 선형 LS 추정 문제로 치환한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_n, \mathbf{P}) &\cong \mathbf{H}[\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_n] - \mathbf{e} \\ \hat{\mathbf{u}} &\cong \mathbf{H}\delta - \mathbf{e} \end{aligned} \quad (16)$$

위와 같은 선형 LS 추정 문제의 최적해는 식 (17)과 같은 닫힌(closed-form) 해를 가지며^[11],

$$\delta = [\mathbf{H}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \hat{\mathbf{u}} \quad (17)$$

이렇게 얻어진 값을 이용하여 식 (18)과 같이 현재 추정치를 갱신한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{n+1} \leftarrow \hat{\mathbf{x}}_n + \delta \quad (18)$$

이러한 과정을 추정치의 갱신값(δ)이 기준치 이하로 수렴할 때까지 반복하여 최종값을 얻어낸다.

IV. 모의실험 결과 및 분석

본 장에서는 이동하는 수신단에서 TDOA와 FDOA를 연속적으로 측정하고, 이를 이용하여 III장에서 제시한 Gauss-Newton 기법 기반의 위치추정 방법을 통해 고정 신호원의 위치를 추정한다. 추정된 결과는 CRLB (Cramer-Rao lower bound)를 이용하여 얻어진 오차타원과 RMSE (root mean square error) 값과 비교한다. 이 때 CRLB는 신호모델과 오차요인의 확률특성에 의해 관측모델의 확률밀도함수(probability density function, pdf)가 주어진 경우, 불편 추정기(unbiased estimator)의 최소 분산값을 의미한다^[17]. 이러한 CRLB 행렬의 고유치(eigen-value), 고유벡터(eigen-vector) 그리고 주어진 \mathbf{P}_e (추정치 오차타원 내부에 존재할 확률)값을 이용하여 추정치의 공간적 분포특성을 오차타원으로 도시하여 분석할 수 있다. 이를 통해 전체 추정치의 공간적 분포 특성을 확인하거나 개별 추정치 간의 상관관계를 직관적으로 확인할 수 있다. CRLB는 FIM (Fisher information matrix)과 역행렬의 관계에 있으며,

FIM은 관측모델에 포함된 추정 파라미터에 대한 총 정보량을 의미한다. 추정오차가 가우시안 분포를 가질 때, FIM은 추정오차의 공분산 행렬과 Jacobian 행렬을 통해 식 (19)와 같이 정의된다^[17].

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(\theta) &= \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{H} \\ \mathbf{H} &= \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{P})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{real}} \end{aligned} \quad (19)$$

모의실험에서 신호원의 위치는 그림 2에서와 같이

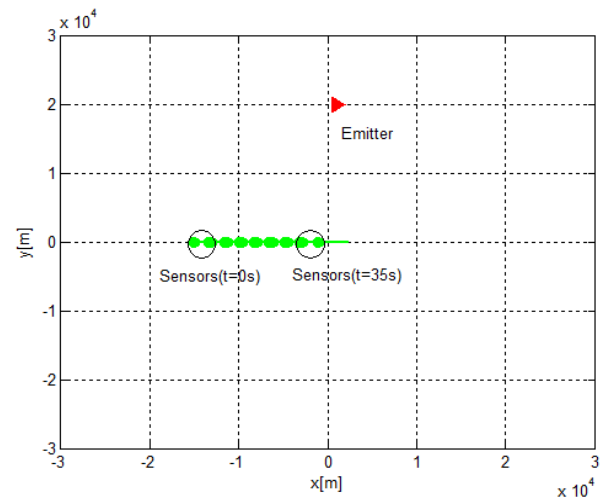


그림 2. 모의실험에 적용된 고정 신호원 위치와 이동 수신단의 연속적인 이동궤적.

Fig. 2. The position of the stationary emitter and the trace of two moving sensors in the simulation.

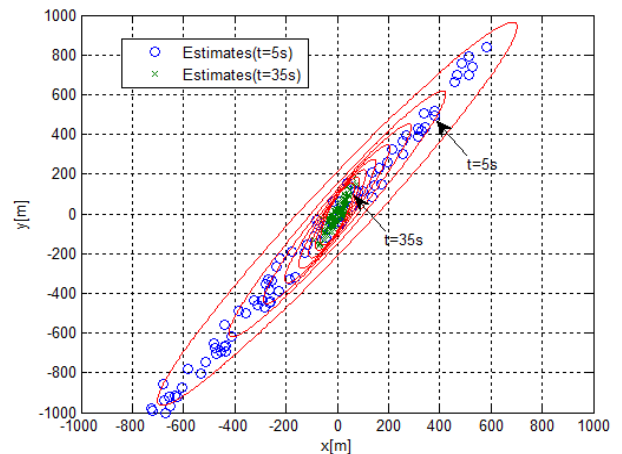


그림 3. 연속 측정된 TDOA와 FDOA 수 증가 따른 오차타원과 t=5s와 35s일 때의 위치추정 결과.

Fig. 3. The error ellipses according to the increment of successive TDOA and FDOA measurements and the resultant estimates in the cases of t=5s and 35s.

$x=[1\text{km } 20\text{km}]$ 이고, 두 수신단의 초기 위치와 속도는 표 1과 같이 설정하였다. 수신단은 2km의 간격을 유지하면서 35초 동안 이동하게 되며, 5초 간격으로 한 쌍의 TDOA와 FDOA 값을 측정한다. 데이터 수집 시간 동안 총 8번의 측정이 이루어지며, 새로운 측정값과 이전에 누적된 측정값을 모두 이용하여 Gauss-Newton 기법을 수행한다. 이 때 반복계산의 횟수는 5회이고, 사전 전자전 지원 과정을 통해 주어진 대략적인 신호원의 위치 범위를 반영하여 초기값은 실제값에 10%의 RMSE (root mean square error) 값을 가지는 가우시안 잡음을 더한 값으로 설정하였다. 또한 TDOA와 FDOA 측정오차는 각각 10ns와 10Hz이며, 매 측정 순간마다 100회의 독립시행을 수행하여 최종 결과를 도출하였다.

그림 3은 총 8번 연속적으로 TDOA와 FDOA를 측정하면서 매 순간 얻어진 CRLB 행렬로부터 2차원 오차 타원을 유도하여 도시한 결과이다. 그림 3에서 두 수신단이 이동하면서 측정한 TDOA와 FDOA 값이 누적될수록 전체적인 오차타원의 크기가 점차 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 또한 $t=5\text{s}$ 와 $t=35\text{s}$ 인 순간의 추정 결과를 함께 도시해 보면 추정치가 해당 오차타원 내에 분포하는 것을 보여주고 있다. 보다 정량적인 분석을 위

해 CRLB를 이용하여 얻어진 최적 분산값과 100회 독립시행을 통해 얻어진 추정치의 RMSE값을 비교하여 그림 4에 나타내었다. 수신단에서의 TDOA와 FDOA 측정값이 증가할수록 점차적으로 RMSE 값이 CRLB에 수렴하는 것을 확인할 수 있었으며, 이에 따라 추정 성능이 향상되는 결과를 보였다. 하지만 측정 데이터가 증가할수록 추정 성능의 개선 정도가 점차적으로 감소한다. 이러한 결과는 반복계산의 연산량을 최소화하면서 목표 추정 성능에 도달하기 위한 최적의 측정횟수와 수신단의 운용방법 결정에 유용하게 응용될 수 있을 것이다.

앞서 설명된 오차타원을 이용한 분석방법은 특정 위치에 존재하는 하나의 신호원에 대한 추정 성능만을 나타낸다. 따라서 2차원 평면상의 모든 지점에서 식 (20)과 같이 정의되는 CEP (circular error probable) 값을 계산하여 도시하는 CEP 평면을 이용하여 전체 공간상에서의 기대 성능의 분포 특성을 살펴볼 수 있다. CEP는 오차타원과 동일한 둘레를 가지는 원의 반지름 값을 의미하며^[17], 장단축의 길이와 방향으로 정의되는 오차타원에 비해 하나의 상수 형태로 특정 지점에서의 추정 성능을 나타낼 수 있다.

표 1. 수신단 초기 위치 및 속도
Table 1. Initial position & velocity of two sensors.

수신단 번호	$x_i [m]$	$y_i [m]$	$\dot{x}_i [m/s]$	$\dot{y}_i [m/s]$
1	-15000	0	300	0
2	-13000	0	300	0

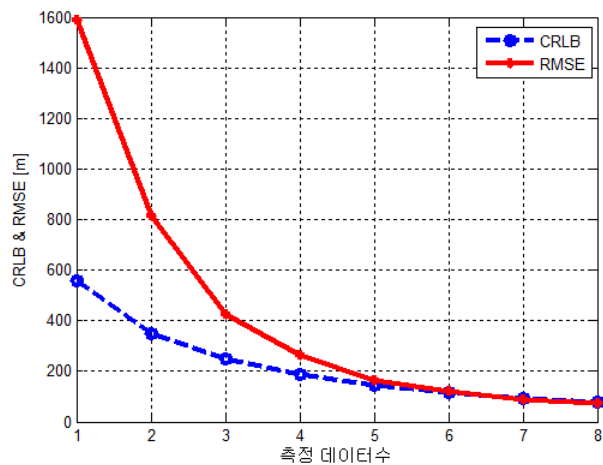


그림 4. 연속 측정된 TDOA와 FDOA 수에 따른 위치추정의 RMSE와 CRLB의 비교.

Fig. 4. The comparison between the RMSE values and CRLB according to the number of successive TDOA and FDOA measurements.

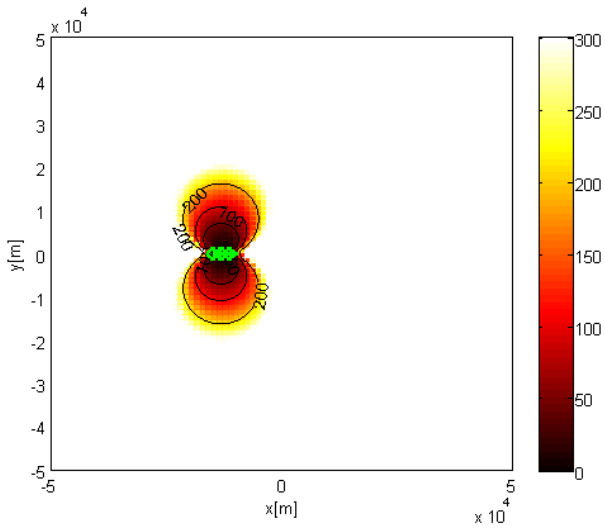
$$CEP \cong \frac{3}{4} \sqrt{k} \sqrt{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{3}{4} \sqrt{k} \sqrt{\text{tr}\{\mathbf{I}(\boldsymbol{\theta})^{-1}\}} \quad (20)$$

여기서 λ_1 과 λ_2 는 CRLB 행렬의 고유치이며, k 는 \mathbf{P}_e 에 의해 식 (21)과 같이 결정되는 상수이다.

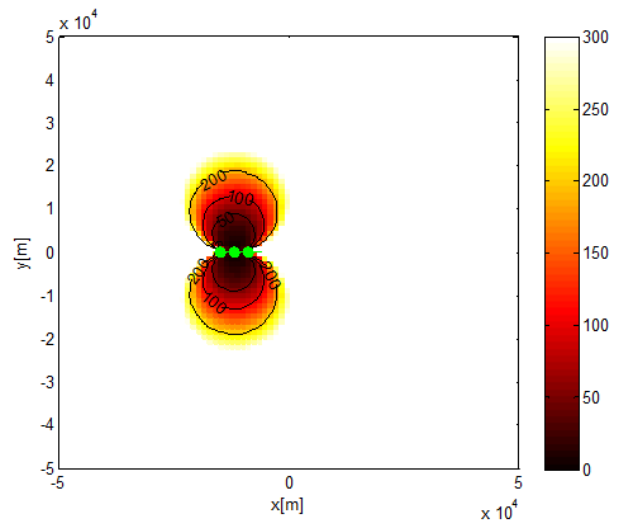
$$k = -2 \ln(1 - P_e), \quad 0 < P_e < 1 \quad (21)$$

그림 5와 6은 각각 $t=5\text{s}$ 와 $t=35\text{s}$ 인 순간의 CEP 평면이며, x - y 축 방향으로 각각 $\pm 50\text{km}$ 범위의 영역에서 500m 간격의 모든 지점에서 CEP 값을 계산하였다. 측정 TDOA와 FDOA의 수가 증가하면서 2차원 공간상에 높은 추정 성능을 기대할 수 있는 영역의 넓이가 점차적으로 넓어짐을 보여준다. 따라서 이동 수신단에서 연속적으로 측정하는 TDOA와 FDOA 수가 증가하면서 2차원 평면 전체에서 신호원의 위치추정 성능이 향상됨을 알 수 있다.

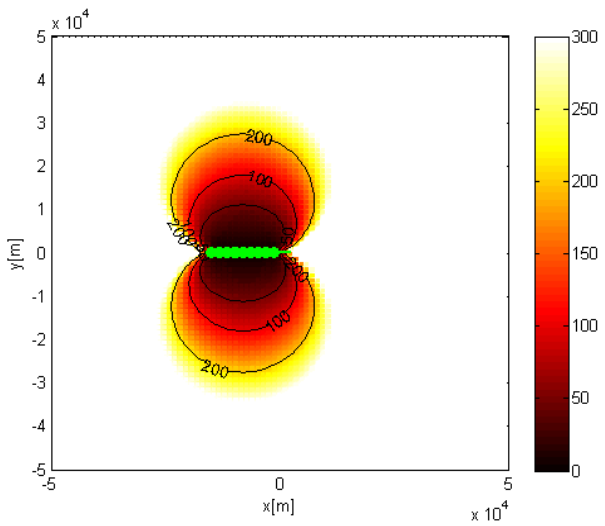
그림 6은 3개의 이동 수신단을 운용할 때, 두 개의 수신단 쌍에서 TDOA와 FDOA를 측정하는 경우의 CEP 평면을 도시하고 있다. 각 수신단들은 표 1의 첫 번째 수신단의 위치를 기준으로 x 축 방향으로 3km씩 이격되어 있다고 가정하였으며, 이동속도는 동일하다. 이 경우에는 시간이 흐르면서 수신단이 이동하여 위치



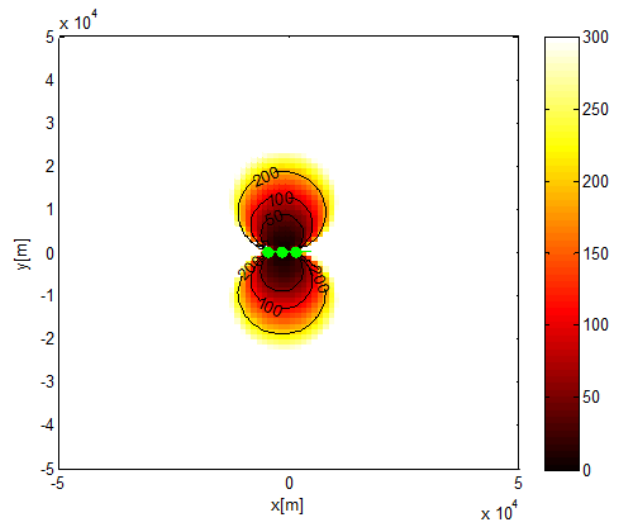
(a)



(a)



(b)



(b)

그림 5. TDOA/FDOA 수집 시간의 증가에 따른 CEP 평면 비교: (a) $t=5s$ 와 (b) $t=35s$ 인 경우 비교.

Fig. 5. Comparison of the CEP plane according to the increment of TDOA/FDOA measurements: (a) $t=5s$ and (b) $t=35s$.

가 변화하지만 각 순간에서 측정된 순시 TDOA/FDOA 값만 사용한다. 따라서 매 순간 사용하는 측정값의 수는 동일하여 정보량의 증가가 없으며, 이에 따라 CEP 평면은 동일한 면적을 가지면서 단지 수신단의 위치변화에 따라 이동한 것을 확인할 수 있다. 이 때 보다 높은 추정 성능(넓은 CEP 평면)을 달성하기 위해서는 3개 이상의 수신단을 운용하여 보다 많은 측정값을 확보하여야 한다.

그림 6. 기존 순시 TDOA/FDOA를 이용한 방법 (3개의 수신단 운용)의 시간에 따른 CEP 평면: (a) $t=5s$ 와 (b) $t=35s$ 인 경우 비교.

Fig. 6. Comparison of the CEP plane in the case of the previous method using instantaneous TDOA/FDOA measurements: (a) $t=5s$ and (b) $t=35s$.

V. 결 론

본 논문에서는 이격된 두 개의 이동 수신단에서 연속적으로 측정된 TDOA와 FDOA 정보를 누적하고 이를 이용하여 고정 신호원의 위치를 추정하는 방법을 유도하였다. 우선 기존의 비선형 TDOA 및 FDOA 방정식에 시간변수를 추가하여 수정하였다. 그리고 Talyor 급수 전개를 통해 선형화하는 Gauss-Newton 기법을 적

용하여 LS 최적해를 반복적으로 얻어냈다. 또한 측정값의 수에 따른 성능분석을 위해 CRLB 행렬을 이용하여 오차타원을 유도하여 실제 추정치와 비교분석하였다. 그리고 2차원 전체 공간상에서 기대 추정 성능을 알아보기 위해 CEP 평면을 이용하였다.

이러한 연속 측정된 TDOA와 FDOA 정보를 이용한 Gauss-Newton 기법 기반의 고정 신호원 위치추정 방법은 기존 방법에 비해 충분한 측정값을 수집하기 위한 관측시간이 필요하지만, 작은 수의 플랫폼 운용을 통해 높은 성능 개선 효과를 얻을 수 있는 장점이 있다. 따라서 제안된 방법은 실제 전자전 환경에서 아군 전력의 피해를 최소화하고, 보다 높은 추정 성능을 얻기 위한 두 수신단의 다양한 운용방법과 배치 결정에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

REFERENCES

- [1] D. L. Adamy, *EW 101: First Course in Electronic Warfare*, Artech House, 2001.
- [2] A. E. Spezio, "Electronic Warfare Systems," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 3, pp. 633-644, Mar. 2002.
- [3] H. B. LEE, "A Novel Procedure for Assessing the Accuracy of Hyperbolic Multilateration Systems," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-11, no. 1, pp. 2-15, Jan. 1975.
- [4] D. J. Torrieri, "Statistical Theory of Passive Location Systems," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-20, no. 2, pp. 183-197, Jan. 1984.
- [5] B. Friedlander, "A Passive Localization Algorithm and Its Accuracy Analysis," *IEEE Journ. of Ocean Engineering*, vol. OE-12, pp. 234-245, Jan. 1987.
- [6] J. O. Smith and J. S. Abel, "Closed-form Least Square Source Location Estimation from Range-difference Measurements," *IEEE Trans. on Acoustics Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-35, no. 12, pp. 1661-1669, Dec. 1987.
- [7] P. C. Chestnut, "Emitter Location Accuracy Using TDOA and Differential Doppler," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-18, no. 2, pp. 214-218, Mar. 1982.
- [8] K. Becker, "An Efficient Method of Passive Emitter Location," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 1091-1104, Oct. 1992.
- [9] M. L. Fowler, "Air-to-Air Passive Location System," U.S. Patent 5,870,056, Feb. 1999.
- [10] K. Becker, "Passive Localization of Frequency-agile Radars from Angle and Frequency Measurements," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 4, pp. 1229-1144, Oct. 1999.
- [11] M. L. Fowler, "Analysis of Single-Platform Passive Emitter Location with Terrian Data," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 2, pp. 495-507, Apr. 2001.
- [12] K. C. Ho, "An Accurate Algebraic Solution for Moving Source Location Using TDOA and FDOA Measurements," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 52, no. 9, pp. 2453-2463, Sep. 2004.
- [13] M. L. Fowler and X. Hu, "Signal Models for TDOA/FDOA Estimation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 44, no. 4, pp. 1543 - 1550, Oct. 2008.
- [14] D. Musicki and W. Koch, "Geolocation Using TDOA and FDOA Measurements," *In Proc. of 11th Int. Conf. on Information Fusion*, pp. 1-8, 2008.
- [15] 김동혁, 송승헌, 박경순, 성태경, "TDOA 추정치를 이용한 가중치 추정방식의 QCLS 측위 방법," *전자공학회 논문지*, 제 44권, 4호, pp. 1-7, 2007년 7월
- [16] W. H. Foy, "Position-Location Solution by Taylor-Series Estimation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-12, no. 2, pp. 187-194, Mar. 1976.
- [17] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Prentice Hall, NJ. 1993.

— 저 자 소 개 —



김 용 희(학생회원)
 2007년 부산대학교 전자전기정보
 컴퓨터공학부 학사 졸업.
 2009년 부산대학교 전자전기
 공학과 석사 졸업.
 2009년~현재 부산대학교 전자전
 기컴퓨터공학과 박사과정.

<주관심분야 : 통신 및 신호처리, 레이더 및 소나
 시스템, 신경디코딩>



송 규 하(정회원)
 1996년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업.
 1998년 포항공과대학교 전자전기
 공학과 석사 졸업.
 1998년~현재 국방과학연구소
 선임 연구원.

2012년~현재 포항공과대학교 전자전기공학과
 박사과정.

<주관심분야 : 통신 및 신호처리>



김 동 규(학생회원)
 2011년 부산대학교 전자전기통신
 공학부 학사 졸업.
 2011년~현재 부산대학교 전자전
 기컴퓨터공학과 석박통합
 과정.

<주관심분야 : 통신 및 신호처리,
 레이더 및 소나시스템>



김 형 남(평생회원)- 교신저자
 1993년 포항공과대학교 전자전기
 공학과 학사 졸업.
 1995년 포항공과대학교 전자전기
 공학과 석사 졸업.
 2000년 포항공과대학교 전자전기
 공학과 박사 졸업.

2000년 포항공과대학교 전자컴퓨터공학부 박사후
 연구원.

2003년 한국전자통신연구원 무선방송연구소 선임
 연구원.

2007년 부산대학교 전자공학과 조교수.

2012년 부산대학교 전자전기공학부 부교수.

2012년~현재 부산대학교 전자공학과 교수.

<주관심분야 : 적응신호처리, 레이더 및 소나시스
 템, 생체신호처리, 디지털TV, 디지털통신, OFDM
 시스템>



한 진 우(정회원)
 2001년 경북대학교 컴퓨터공학과
 석사 졸업.
 2004년 경북대학교 컴퓨터공학과
 석사 졸업.
 2004년~현재 국방과학연구소
 선임 연구원.

<주관심분야 : 신호처리, 패턴인식, 데이터마이닝,
 네트워크>