

지수가중이동평균법과 결합된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형 기반 투자 프레임워크 개발 : 글로벌 금융위기 상황 하 한국 주식시장을 중심으로*

박경찬** · 정종빈** · 김성문**[†]

Developing an Investment Framework based on Markowitz's
Portfolio Selection Model Integrated with EWMA :
Case Study in Korea under Global Financial Crisis

Kyungchan Park** · Jongbin Jung** · Seongmoon Kim**

■ Abstract ■

In applying Markowitz's portfolio selection model to the stock market, we developed a comprehensive investment decision-making framework including key inputs for portfolio theory (i.e., individual stocks' expected rate of return and covariance) and minimum required expected return. For estimating the key inputs of our decision-making framework, we utilized an exponentially weighted moving average (EWMA) which places more emphasis on recent data than the conventional simple moving average (SMA). We empirically analyzed the investment results of the decision-making framework with the same 15 stocks in Samsung Group Funds found in the Korean stock market between 2007 and 2011. This five-year investment horizon is marked by global financial crises including the U.S. subprime mortgage crisis, the collapse of Lehman Brothers, and the European sovereign-debt crisis. We measure portfolio performance in terms of rate of return, standard deviation of returns, and Sharpe ratio. Results are compared with the following benchmarks : 1) KOSPI, 2) Samsung Group Funds, 3) Talmudic portfolio based on the naive $1/N$ rule, and 4) Markowitz's model with SMA. We performed sensitivity analyses on all the input parameters that are necessary for designing an investment decision-making framework : smoothing constant for EWMA, minimum required expected return for the portfolio, and portfolio rebalancing period. In conclusion, appropriate use of the comprehensive investment decision-making framework based on the Markowitz's model integrated with EWMA proves to achieve outstanding performance compared to the benchmarks.

Keyword : Investment Decision-Making Framework, Markowitz's Portfolio Selection Model,
Exponential Smoothing, Nonlinear Programming

논문접수일 : 2013년 03월 02일 논문게재확정일 : 2013년 04월 01일

* 본 논문은 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2011-327-B00295).

** 연세대학교 경영대학 경영학과

† 교신저자, kimsm@yonsei.ac.kr

1. 서 론

높은 수익을 낮은 위험으로 달성하는 것이야말로 모든 사람들이 꿈꾸는 이상적인 투자일 것이지만 투자 포트폴리오를 구성함에 있어서 기대수익률과 기대위험도는 일반적으로 비례한다. 따라서 사람들 각자의 투자 성향에 따라 보수적인 사람은 낮은 기대수익률을 갖더라도 낮은 기대위험도를 갖는 포트폴리오를 구성할 것이고, 공격적인 사람은 높은 기대위험도를 갖고 있음에도 불구하고 높은 기대수익률을 갖는 포트폴리오를 구성하여 투자할 것이다. 하지만 여전히 본인이 원하는 기대수익률을 만족시키는 가운데 가장 낮은 기대위험도를 갖는 포트폴리오를 구성, 투자하고자 하는 것은 누구나 같을 것이다.

이러한 기대수익률과 기대위험도의 교환관계 속에서, 최저요구기대수익률을 만족시키며 기대위험도를 최소화 한다는 접근은 1990년에 노벨 경제학상을 수상한 Harry M. Markowitz가 1952년 발표한 ‘포트폴리오 선정 모형(Portfolio Selection Model)’에 잘 제시되어 있다[44]. 마코위츠 포트폴리오 선정 모형, 이른바 마코위츠 모형은 투자 성향에 따라 원하는 최소한의 특정 기대수익률을 달성하는 가운데 가장 낮은 위험을 갖도록 투자 비율을 결정하는 비선형계획법(Nonlinear Programming) 문제로서 [33], ‘재무 분야의 이론과 실제에서 영구한 위치를 차지할’ Modern Portfolio Theory의 시초 격이자 가장 대표적인 것으로 여겨진다[26]. 더불어, 이러한 마코위츠 모형은 비선형계획법과 같은 경영과학적 기법이 현실의 삶 속에 어떻게 적용될 수 있는 지에 대한 대표적인 사례로서 대부분의 경영과학 교과서에 소개되고 있다[8, 32, 33, 51, 56, 58, 59].

마코위츠 모형이 이론적으로 우수함에도 불구하고 실제 투자에 적용하기 위해서는 추가로 고려되어야 하는 사항이 있어, 투자자들이 쉽게 이용하지 못하는 어려움이 존재한다[13]. 투자자가 마코위츠 모형을 실제 투자에 적용하기 위해서는 각 투자 대상 종목의 기대수익률이나 종목 간 공분산 등의 핵

심입력치를 추정해야 하며, 최저요구기대수익률이나 포트폴리오 리밸런싱 주기 등의 변수들도 설정해야 한다. 하지만 그러한 제반 요소들을 설정할 수 있는 통합적인 프레임워크는 존재하지 않아 투자자가 마코위츠 모형을 실생활에 적용하는 데에 어려움이 존재한다. 일부 투자자들은 이론적 우수성과 별개로 마코위츠 모형이 실증적으로 우수한 성과를 보일 지에 대해 의구심을 표현하기도 한다. 그러므로, 본 논문을 통하여 우리는 핵심입력치들을 어떻게 추정해야 하는지를 넘어서, 포트폴리오 이론을 실제 투자자와 같은 입장에서 투자에 적용하기 위해서는 반드시 필요한 포트폴리오의 최저요구수익률이나 리밸런싱 주기의 선정 등을 아우르는 통합적인 프레임워크를 제안하고자 한다.

마코위츠 모형을 바탕으로 Modern Portfolio Theory는 이론적인 발전과 함께 성과 평가 방법에 이르기까지 다양한 접근들을 보여주었는데, 이 중 최적의 포트폴리오를 구성하기 위한 기대수익률, 공분산 등과 같은 핵심입력치를 추정하는 것이 주요한 연구 분야로서 지금까지 이를 개선하고자 하는 다양한 시도와 노력들이 있었다[25]. Blume [12]은 마코위츠 모형을 실제 투자에 적용함에 있어서 이러한 핵심입력치의 정확한 추정이 매우 중요함을 밝혔다. 반면, 아무리 추정의 정확도를 높여도 핵심입력치로 대입되는 예측치는 실제 값과 차이가 있을 수 밖에 없기에 마코위츠 모형을 통하여 구성된 포트폴리오가 최적화된 포트폴리오인지 알 수 없다[39, 48]는 등의 보다 강도 높은 비판을 비롯하여, 마코위츠 모형은 발표 이래 부정확한 핵심입력치의 추정 및 이와 관련된 다양한 위험에 대해 지적 받아왔다[9].

이러한 핵심입력치의 추정에 관한 비판들에 대하여 입력치에는 추정 오류로 인한 불확실성이 내재되어 있음을 감안, Zellner and Chetty[60] 이후 활발히 연구된 예측 분포(Predictive Distributions)를 이용하는 등의 베이저안식 접근법(Bayesian Approach)을 제안하거나[38, 40, 41], Fabozzi et al. [27]에 잘 정

리되어 있듯, 분포 가정에 상당히 강건할 수 있는 모멘트 예측(Moment Estimation)을 위시한 강건 예측법(Robust Estimation Method)을 제안하는 연구[10, 24, 31] 등이 제시되었다. 그 외에도 분산효과를 내기 위하여 서로 다른 기준으로 얻어진 두 개 이상의 최적 포트폴리오를 섞는 방법[42]이나 추정 오류의 편차를 감안하여 모델링하는 방법[54], 전통적인 분산 최소화 문제에 포트폴리오 비중 벡터의 크기를 제한하는 부가적 제약 식을 더하는 방법[20], 확률적 지배의 개념을 사용하여 포트폴리오를 구성하는 방법[4] 등 추정 오류가 존재하는 속에서도 최적화된 포트폴리오를 찾기 위하여 다양한 개선안이 연구되고 제기되었다. 이러한 개선안에서 나아가 추정이 필요한 평균, 분산, 공분산의 세 가지 핵심입력치 가운데 평균의 예측이 어려운데다[46] 마코위츠 모형은 특히 평균 예측치의 변화에 민감하게 반응한다는 점[11, 15, 18]을 바탕으로, 평균을 제외하고 공분산만을 입력치로 사용하는 최소분산 포트폴리오(Minimum-Variance Portfolio)가 주장되기도 하였다[16, 20, 22, 36].

위와 같은 추정의 정확도에 관한 과거 비판들에 반해, 그럼에도 불구하고 최적화에 의한 자산배분 투자 전략이 실증적으로는 유의미한 수익을 실현한다고 보고하는 연구도 있다[5]. 게다가 Pantaleo et al.[49]은 공매도가 허용되지 않고 투자에 포함되는 종목의 숫자보다 추정 시간대의 길이가 더 길다는 조건 하에서는 다양한 세련된 방법들을 사용한 포트폴리오의 성과와 표본 공분산을 사용한 포트폴리오의 성과 간에 유의미한 차이를 발견하지 못하였다고 보고하였다. 그러므로, 본 논문에서는 과거 주가 자료를 바탕으로 핵심입력치를 추정하는데 있어 개선된 추정 기법들을 사용하기 보다는 표본 평균과 표본 공분산을 사용함으로써 실제 투자에 쉽게 적용할 수 있는 단순한 투자 프레임워크를 제안하고자 한다.

과거 주가 자료를 바탕으로 핵심입력치로써의 표본 평균과 표본 공분산을 추정하는데 있어 주로

사용되어 온 것은 단순이동 평균법(Simple Moving Average, 이하 SMA)이다. James[37]는 NYSE(New York Stock Exchange)에서 거래된 보통주의 월 말가를 이용해 지수가중이동평균법(Exponentially Weighted Moving Average, 이하 EWMA)과 SMA를 실제 시장 데이터에 적용해보고, SMA가 투자자에게 있어 효과적인 투자 방안이 될 수 있다고 주장하였다. 또한 김성문, 김홍선[1]은 한국 주식 시장에서, 그리고 최재호 외[6]는 미국 및 홍콩 주식시장에서 SMA를 이용한 마코위츠 모형 기반의 포트폴리오를 실험하고, 이를 벤치마크들과 비교하여 우수한 수익률을 거두었음을 밝힌 바 있다. 이렇게 지금까지 많이 고려되어 온 SMA가 효과적인 방안으로 주장되어 왔음에도 불구하고, 오래된 데이터와 최근 데이터를 같은 비중으로 참조하는 SMA는 급격한 최근 시장의 변화를 적절하게 감지할 수 없기에 수익률의 변동성을 예측하는 데에 적합하지 않을 수 있으며[14] 최근과 같이 주식시장의 등락폭이 크고 그 변화의 속도가 빠른 글로벌 금융위기 상황 속에서는 그러한 우려가 더 커지는 바이다.

Merton[47]은 투자 매니저들이 전통적으로 고객을 위해 사용해왔던 것보다 훨씬 풍부한 도구들을 갖고 있다는 것을 강조하며, 이미 갖고 있는 바를 어떻게 활용할 것인지를 고민해봐야 할 것이라고 하였다. 과거 연구들 속에서 개별 종목의 수익률 및 종목 간 공분산을 추정함에 있어, SMA가 아닌 EWMA를 이용하여 SMA만큼 쉽고 간단하면서도 최근의 동향을 더욱 잘 반영하는 향상된 입력치를 얻어낸 바 있다[29, 30, 34, 50, 57]. 그리고 Morgan and Reuters[35]는 주식 수익률 데이터는 일정한 트렌드를 갖는 시계열 자료이기에 SMA가 아닌 EWMA를 사용하여야 한다고 주장한 바 있다. 이에 본 논문에서 제안하는 투자 프레임워크에서는 핵심입력치를 추정함에 있어 최근 변동을 더욱 잘 반영하여 추정할 수 있는 EWMA를 활용하여 과거 자료를 참조하고자 한다.

기존 연구들에 비하여 본 논문의 기여는 다음과 같다. 우선, 본 논문에서는 마코위츠 모형을 실제 투자에 적용하는 과정에서 반드시 필요한, 각 종목별 기대수익률 및 종목 간 공분산이라는 핵심입력치의 추정과 포트폴리오의 최저요구기대수익률 및 리밸런싱 주기 등 기타 입력 변수를 아우르는 제반 요소를 총체적으로 결정하는 투자 프레임워크를 제안한다. 제안한 투자 프레임워크는 다양한 상황에서도 체계적인 투자 지침을 제시해주며, 핵심입력치를 추정함에 있어서는 EWMA를 활용하여 급변하는 시장 상황을 보다 신속히 반영할 수 있도록 하였다. 나아가, 본 논문은 투자 프레임워크를 이론적으로도 제시하고, 실증적으로 그 성과와 효용성을 입증하기 위하여 한국 주식시장에 실제로 적용하여 여러 벤치마크들과 다양한 성과 평가 지표를 통해 비교하는 사례 연구도 제시하였다. 실험기간은 2007년 개장일에서 2011년 폐장일까지로, 2007년 미국 서브프라임 모기지 사태 및 2008년 리만 브라더스 사태와 2011년 유로존 금융위기 등으로 사상 최악의 경기침체가 이어진 최근 5년으로 설정하고 이를 집중 분석함으로써, 지속되는 경기침체를 포함한 다양한 시장상황 속에서 투자 프레임워크의 성과를 보여준다. 그리고, 투자 프레임워크의 제반 요소들에 대한 총체적인 민감도 분석을 실시함으로써 우수한 투자 성과를 낳는 각 변수의 최적값 구간 설정을 실증적으로 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 마코위츠 포트폴리오 선정 모형에 대하여 간략하게 정리하여 설명하고, 과거 자료를 바탕으로 핵심입력치를 추정하는 데 EWMA가 어떻게 사용되었는지를 보여주며, 본 논문에서 제안하는 통합적 투자 프레임워크를 자세히 소개한다. 이어서 제 3장에서는 투자 프레임워크를 한국 주식시장에 실제로 적용하는 과정을 상세히 설명하고, 그 결과를 다양한 성과 평가 지표로 여러 벤치마크들과 비교한다. 제 4장에서는 본 논문에서 제시한 투자 프레임워크의 제반 요소들에 대해 민감도 분석을 실시한다. 그리

고 마지막 제 5장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향에 대해서 제시한다.

2. 투자 의사결정 프레임워크

2.1 마코위츠 포트폴리오 선정 모형

이번 절에서는 마코위츠 포트폴리오 선정 모형(Markowitz's Portfolio Selection Model)을 이용하여 최적화된 포트폴리오를 구성하는 방법을 간단히 설명한다. 마코위츠가 사용한 포트폴리오 선정 모형은 위험의 정도를 나타내는 포트폴리오의 수익에 대한 분산을 최소화하는 것을 목적함수(Objective Function)로 정하고, 투자 성향에 따라 미리 지정한 포트폴리오의 최저요구기대수익률을 달성해야 하는 제약조건을 가진 비선형계획 모형(Nonlinear Programming Model)이다[44, 45]. 먼저 모형에 사용되는 변수 및 상수 등을 기호로 정의하면 다음과 같다.

- N : 포트폴리오에 포함되는 투자 대상종목의 수
- x_i : 포트폴리오에서 종목 i 에 투자하는 비율 ($i = 1, 2, \dots, N$)
- μ_i : 종목 i 의 기대수익률($i = 1, 2, \dots, N$)
- σ_{ij} : 종목 i 와 j 의 수익률에 대한 기대공분산 ($i, j = 1, 2, \dots, N$)
- K : 포트폴리오에 요구되는 최저요구기대수익률
- E : 포트폴리오의 기대수익률
- V : 포트폴리오의 기대위험도(기대수익률에 대한 분산)

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여 비선형계획법으로 세워진 마코위츠 모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^N \mu_i x_i \geq K \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \quad (4)$$

위의 모형은 식 (2)에서 나타난 것과 같이 포트폴리오의 기대수익률($E = \sum_{i=1}^N \mu_i x_i$)이 요구되는 최저요구기대수익률(K)을 넘고, 식 (3)에 기술된 것과 같이 가용 금액이 100% 투자되어야 하며, 식 (4)를 통해 표현된 공매도는 하지 않는다는 조건을 모두 만족시키는 가운데 식 (1)에 표현된 것과 같이 포트폴리오의 기대위험도(V)를 최소화하는 최적의 투자 비중($x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*$)을 구하는 것을 목표로 한다.¹⁾ 본 모형은 비선형계획법 모형 중에서 목적함수가 한계 체감(Decreasing Marginal Return)을 보이고 제약조건식이 모두 선형인 이차계획(Quadratic Programming)의 경우이므로, *Microsoft Excel*에 내장되어 있는 *Solver* 등의 상용 소프트웨어를 이용하여 최적해(Global Optimal Solution)를 구할 수 있다[32].

2.2 핵심입력치 추정

마코위츠 모형에 따라 최적화된 포트폴리오를 구성하기 위해서는 과거 주가자료를 바탕으로 각 종목에 대한 기대수익률(μ_i)과 종목간의 공분산(σ_{ij})을 구하고, 이들을 사용하여 포트폴리오의 기대수익률(E)과 기대위험도(V)를 계산하게 된다. 본 연구는 핵심입력치, 즉 각 종목에 대한 기대수익률과 종목 간의 공분산을 추정함에 있어 보다 최근 주가의 동향을 빨리 반영하기 위하여, 기존 연구에서 흔히 이용되는 SMA가 아닌 EWMA를 활용한다. 우선 본 논문에서 활용한 EWMA를 간단하게 설명한 후, 이를 핵심입력치를 추정하는데 어떻게 이용하였는지 살펴보겠다.

EWMA는 예측 기법의 하나로 시계열 자료에서 다음 기간에 대한 예측치를 추정하기 위해 과거 실제 자료 값에 가중 평균을 이용하는 기법으로 시계

열 자료로써의 주식 수익률을 예측하는데 간결하면서도 효과적이라고 평가 받아왔다[29, 30, 35]. 과거의 오래된 자료부터 최근의 자료에 이르기까지 모든 자료 값에 동일한 비중을 두기 보다는, 최근 자료에 더 큰 비중을 준다는 특징을 갖는 EWMA를 기호로 정의하면 다음과 같다[55].

- F_t : t 시점에 대한 예측치
- A_t : t 시점에서의 실제 자료 값

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1-\alpha)F_t \quad (0 < \alpha < 1) \quad (5)$$

예측치를 실제 자료 값과 평활 상수(smoothing constant) $\alpha(0 < \alpha < 1)$ 로 정리하면 다음과 같다.

$$F_{t+1} = \alpha A_t + \alpha(1-\alpha)A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-2} + \dots \quad (6)$$

하지만 자료 참조기간이 무한히 긴 것이 아니라 일정 길이로 한정되어 있을 경우 계수들의 합은 1보다 작아진다. 따라서 이러한 계수들의 합이 1이 되도록 각 항의 가중치를 보정할 필요가 있다[19]. 본 논문에서는 이러한 보정치를 다음과 같이 β 라 정의하고 각 항의 가중치에 더해준다.

- m : 자료 참조기간 내 가중치부분 항의 수(자료 참조기간의 길이와 자료의 종류가 연관되며, 예를 들어 주간수익률데이터를 2년간 참조하면 104주이므로 $m=104$)
- β : 자료 참조기간 내 가중치부분 항의 합을 1로 만들기 위한 보정치

$$\beta = \frac{(1 - \sum_{k=0}^{m-1} \alpha(1-\alpha)^k)}{m} \quad (7)$$

각 항의 가중치에 β 를 더하게 됨으로써 α 에 0을 대입할 경우, 이는 SMA를 이용하여 예측치를 추정하는 식과 동일하게 된다.

2.2.1 각 종목에 대한 기대수익률 추정에 있어 EWMA 활용

식 (2)에서 E 를 얻기 위하여 μ_i 를 추정함에 있어

1) 마코위츠의 1959년 모형[45]에선 식 (4)의 공매도 금지 제약조건이 없는 모형이 기술되어 있으나, 본 논문에서는 경제 위기 상황 하를 집중적으로 분석하고 있기에 정부의 공매도 금지 등을 고려하여 1952년 최초로 발표된 기본 모형[44]을 사용하였다.

각 종목의 기대수익률에 대한 예측치를 사용하게 되는데, 본 논문에서는 그러한 핵심입력치를 추정함에 있어 EWMA를 활용한다. 또한 EWMA를 활용하여 추정한 핵심입력치의 사용과 SMA를 이용하여 추정한 핵심입력치의 사용과 비교하고자 하는데, 이에 사용되는 변수 및 상수 등을 기호로 정의하고 식으로 표현하면 다음과 같다.

- R_i^t : 종목 i 에 대한 자료 참조기간 내 t 시점의 $t-1$ 시점 대비 수익률($i=1, 2, \dots, N$)
- $\bar{\mu}_i^t$: SMA를 이용하여 추정된 $t-m+1$ 시점부터 t 시점까지의 종목 i 의 평균수익률

$$\bar{\mu}_i^t = \frac{\sum_{k=0}^{m-1} R_i^{t-k}}{m} \quad (8)$$

본 논문에서는 아래와 같이 EWMA를 활용하여 μ_i 를 추정하였다.

- $\tilde{\mu}_i^t$: EWMA를 활용하여 추정된 $t-m+1$ 시점부터 t 시점까지의 종목 i 의 평균수익률

$$\tilde{\mu}_i^t = \sum_{k=0}^{m-1} (\alpha(1-\alpha)^k + \beta) R_i^{t-k} \quad (9)$$

2.2.2 종목 간 공분산 추정에 있어 EWMA 활용 식 (1)에서 포트폴리오의 기대위험도(V)를 계산하기 위해서는 포트폴리오를 구성하는 종목 i 와 j 의 기대수익률간 공분산(σ_{ij})이 필요하다. SMA를 이용하여 σ_{ij} 를 구하는 과정에 사용되는 변수 및 상수 등을 기호로 정의하고 식으로 표현하면 다음과 같다.

- $\bar{\sigma}_{ij}^t$: SMA를 이용하여 계산된 t 시점의 종목 i 와 j 의 기대수익률간 공분산($i, j=1, 2, \dots, N$)

$$\bar{\sigma}_{ij}^t = \frac{\sum_{k=0}^{m-1} (R_i^{t-k} - \bar{\mu}_i^t)(R_j^{t-k} - \bar{\mu}_j^t)}{m} \quad (10)$$

본 논문에서는 다음과 같이 EWMA를 활용하여 σ_{ij} 를 추정하였다.

- $\tilde{\sigma}_{ij}^t$: EWMA를 이용하여 계산된 t 시점의 종목 i 와 j 의 기대수익률간 공분산($i, j=1, 2, \dots, N$)

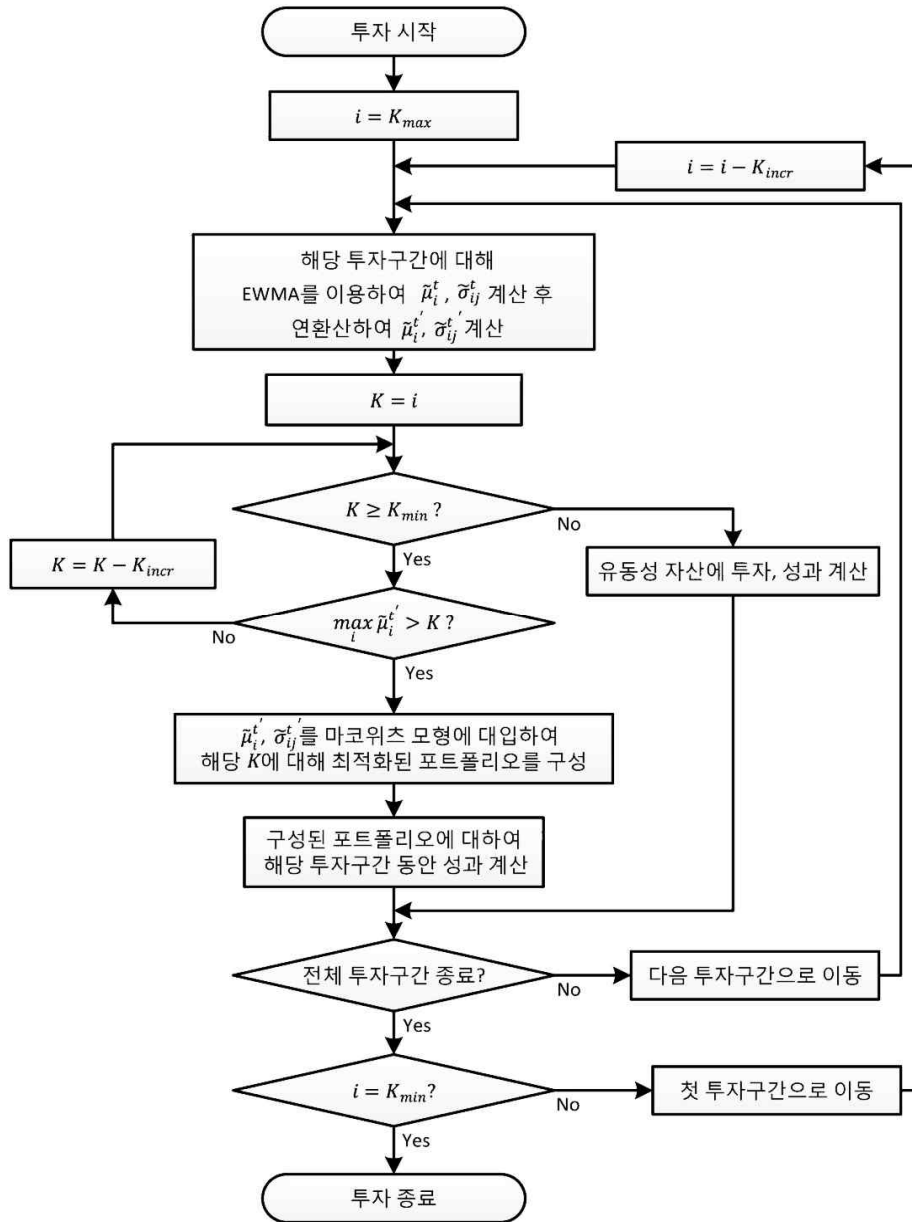
$$\tilde{\sigma}_{ij}^t = \sum_{k=0}^{m-1} (\alpha(1-\alpha)^k + \beta)(R_i^{t-k} - \tilde{\mu}_i^t)(R_j^{t-k} - \tilde{\mu}_j^t) \quad (11)$$

2.3 투자 의사결정 프레임워크 개발

이번 장에서는 본 논문에서 제안하는 투자 프레임워크를 설명한다. 핵심입력치는 어떻게 사용할 것이며, 포트폴리오의 최저요구기대수익률(K) 및 포트폴리오 리밸런싱 주기(이하 L) 설정 등 마코위츠 모형을 투자에 적용하기 위한 제반 요소들의 설정을 살펴본다. 이어서 금액분산정책, 투자 결과 계산 등 보다 상세한 단계별로 투자 프레임워크에 대한 설명이 제시된다. 본 논문에서 제안하는 투자 프레임워크의 전체적 실험 과정을 Flow Chart로 요약하면 [그림 1]과 같다.

제 2.2절에서 언급하였듯, 각 종목 i 별 기대수익률(μ_i)과 종목 i 와 j 의 공분산(σ_{ij})을 추정하기 위해서는 과거 주식 수익률의 시계열 자료를 참조한다. 그리고 이렇게 추정된 핵심입력치들을 바탕으로 E 와 V 를 계산한다. 과거 주식 수익률 자료를 바탕으로 식 (9)와 식 (11)에 정의된 것과 같이 EWMA를 활용하여 $\tilde{\mu}_i^t$ 와 $\tilde{\sigma}_{ij}^t$ 를 계산한다. 이를 비교와 분석의 용이성을 위하여 연단위로 환산하여 각 종목들의 연간기대수익률($\tilde{\mu}_i^t$)과 각 종목 간 연간공분산($\tilde{\sigma}_{ij}^t$)을 구한 뒤[28], 2.1절에 표현된 마코위츠 모형의 μ_i 와 σ_{ij} 에 대입한다. 결론적으로 수익률과 위험도의 교환관계 속에서 연기대수익률(E')이 K 이상임을 만족시키면서 연기대위험도(V)가 가장 낮은 최적화된 포트폴리오를 구성하게 되는 것이다.

마코위츠 모형에 입력하여 얻게 되는 E' 은 설정하는 각 K 값에 따라 달라질 수 있다. K 는 투자자의 투자 성향에 따라 다르게 주어지는 값이기에, 다양한 투자 성향을 아우를 수 있도록 전 투자구간에 대하여 K 를 독립적인 복수 개로 설정하여 각 K 별로 투자를 진행하였다.



[그림 1] 투자 의사결정 과정 Flow Chart

예를 들어 K 를 기본적으로 연 10%, 20%, 30% 총 3개로 설정하는 경우, [그림 1]에서 변수들의 값은 $K_{min} = 10\%$, $K_{max} = 30\%$, $K_{incr} = 10\%$ 가 된다. 보통의 경우 각 K 별로 전체 투자구간에 걸쳐 $E' \geq K$ 를 만족시키는 가운데 V' 을 최소화하는 포트폴리오가 구성되고 그 성과가 계산된다. 하지만 경기침체가 장기화되는 경우에는 과거 주가 자료를 참조하여 계산된 모든 $\tilde{\mu}_i^t$ 값들이 기 설정된 K 값보다 모두

낮은 경우가 발생하여 2.1절에 표현된 모형에서 실현가능 해(Feasible Solution)가 존재하지 않는 경우가 발생할 수 있다. 그러한 경우 해당 투자구간에 대해서는 과거 m 기간의 수익률 자료에 EWMA를 활용하여 구한 $\tilde{\mu}_i^t$ 값 중 가장 큰 값(즉, $\max_i \tilde{\mu}_i^t$)과 같거나 그보다 작아질 때까지 해당 K 값을 K_{incr} 단위로 낮출 수 있도록 유동적으로 설계하였다. 앞서 들었던 $K = 10\%$, 20% , 30% 의 예에서 어느 구간의

$\max_i \tilde{\mu}_i' = 25\%$ 라면, $K = 10\%$ 와 20% 에서는 최적 해를 구할 수 있지만 $K = 30\%$ 의 경우에는 실현가능 해가 존재하지 않기 때문에 $K = 30\%$ 의 해당 투자구간은 $K = 20\%$ 로 내림 하여 최적화된 포트폴리오를 구하는 것이다.

만약 모든 $\tilde{\mu}_i'$ 값이 $K = K_{min}$ 에 대해서도 $\max_i \tilde{\mu}_i' \geq K$ 를 충족시킬 수 없는 경우는 더 이상 K 값을 낮출 수 없기에 해당 K 에 대해 실현가능 해가 존재하지 않는 상황이 될 것이다. 또한 이러한 경우는 곧 목표로 하는 시장상황이 만족스럽지 않을 것으로 예측된다고 해석할 수도 있기에 Roy[52]가 제시한 "Safety First" 전략에서 하향 위험도를 제한하고자 했던 것과 같은 맥락으로, 본 연구에서 제안하는 투자 프레임워크는 해당 투자구간에 대해서는 주식이 아닌 유동성 자산에 투자를 하도록 정책을 설정하였다. 즉, 언제나 모든 자산을 주식에 투자하는 것이 아니라, 조건을 만족시킬 수 없는 특정 구간에 한해서는 자산 감소의 위험이 없는 유동성 자산을 보유하는 전략을 도입한 것이다.

이와 같이 핵심임력치와 기 설정된 K 를 바탕으로 포트폴리오가 최적화되고 나면, 시장동향에 따른 주가의 변동을 반영하기 위하여 일정한 간격으로 이루어지는 리밸런싱을 통해 포트폴리오를 재구성한다. 물론 자주 리밸런싱하는 것이 시장동향을 상대적으로 잘 반영하겠지만 거래 수수료 및 매도세 등의 제약이 있기에 잦은 리밸런싱이 좋다고 할 수만은 없다. 따라서 투자자들은 과도한 거래 비용을 피하면서도 적절히 시장동향을 반영할 수 있는 적합한 포트폴리오 리밸런싱 주기(L)를 결정해야 한다. 이에 본 논문에서는 다양한 L 값에 대하여 민감도 분석을 수행함으로써 적절한 포트폴리오 리밸런싱 주기를 실증적으로 찾고자 한다.

위에 기술된 절차를 통해 각 투자구간별, K 별로 마코위츠 모형을 풀어서 최적 해를 가진 포트폴리오 구성비율($x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*$)들이 나오게 되고, 이 비율들에 따라 각 구간의 투자를 진행하며 투자 결과를 평가한다. 본 연구에서 제안하는 EWMA와 결

합된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형 기반의 투자 프레임워크에 따른 가상 펀드를 이하 '펀드 α '라 칭하도록 하겠다.

3. 사례 연구

이번 장에서는 앞서 제안한 투자 프레임워크의 성과를 α , K , L 등 제반 요소의 특정 값 하에서 한국 주식시장에서의 사례로 평가한다. 우선 실험에 적용할 때의 자료 및 실험 환경 설정을 제시하고, 이어서 벤치마크와 투자 대상종목 그리고 실험기간 등을 살펴본 뒤, 그 투자 결과를 비교대상과 비교 분석하며 본 장을 마무리 짓는다. 본 연구에서 제시한 투자 프레임워크의 실제 투자 적용을 실례를 들어 단계적으로 설명하기 위해서는 구체적인 α , K , L 등의 값이 필요한데, 이를 위해 EWMA를 활용함에 있어 적절히 최근 자료에 높은 비중을 두면서도 어느 정도 오래된 자료까지 참조할 수 있도록 $\alpha = 0.4$ 로, K 는 상대적으로 다양한 투자 성향을 아우르기 위하여 2.3절에서 예로 들었던 바와 같이 10%, 20%, 30%의 3개로, 포트폴리오 리밸런싱 주기(L)는 약 2개월에 한 번씩 할 수 있도록 $L = 8$ 주로 설정하는 것을 예시로 삼아 설명한다.

3.1 자료 및 실험 환경 설정

본 논문에서는 포트폴리오를 구성하는 각 종목별로 주식 수익률 자료를 사용함에 있어 KIS Value Library DB의 전주대비절대수익률을 사용하였다. 다양한 수익률 자료 중 한국신용평가정보의 KIS Value Library DB에서 제공하는 절대수익률 자료는 해당 기간 내의 증자, 감자 그리고 배당 등 주가 외의 수익에 관련된 수치까지 반영된 자료이다.

주간데이터 사용 시 데이터 참조기간이 2년이면 각 종목별로 104개의 자료를 사용하게 된다. SMA에 비하여 최근 자료에 더 큰 비중을 둬으로써 최근의 동향을 더 많이 반영한다는 EWMA의 특징을 보여주기 위해 100개가 넘는 자료는 충분하다고 판단되기

에 자료 참조기간은 2년($m = 104$)으로 설정하였다.

그리고 2.3에서의 설명과 같이, 어느 구간에서 $\max_i \tilde{\mu}_i < K_{\min}$ 이 발생하여 유동성 자산에 투자하게 되는 경우, 그 금리는 2006년부터 2011년까지 최근 5년간의 한국은행 기준금리를 보수적으로 참고한 연이율 2.6%로 설정하였다.

3.2 벤치마크 및 투자대상종목 선정

대체로 각국 주식시장의 흐름이 비슷하게 움직이는 경향이 있는 아시아 시장[17] 중에서도, 한국 주식시장은 가장 먼저 개방하여 간밤의 호재 및 악재에 제일 먼저 노출되고, 다른 국가와는 달리 점심 휴장시간도 없어 거래의 지속성이 있다는 특징 등으로 인하여 여러 국가들의 주목을 받고 있다. 또한 유럽과 미국계 자본이 많이 들어와 있기에 글로벌 증시의 축소판이라고도 할 수 있다. 이러한 한국 주식시장에 상장된 주식을 대상으로 본 연구의 투자 프레임워크를 실험하였기에 전체적인 시장의 흐름을 보여준다는 차원에서, 한국 주식시장의 가장 대표적인 지수인 코스피(KOSPI, the Korea Composite Stock Price Index)를 첫 번째 벤치마크로 선정하였다.

2012년 상반기 수익률 상위 20종 펀드 중 15종이 삼성그룹주 펀드[3]였는데, 삼성그룹주 펀드는 그룹주 펀드의 대표격으로 2004년 첫 출시 이후, 탁월한 수익성과 안정성을 보여오며 큰 인기를 끌어들였다[2, 7]. 그룹주 펀드는 한국 주식시장에 상장된 특정 대기업의 계열사로만 구성되어 있기에 펀드에 포함되는 종목의 수가 제한되어 있고, 계열사들이 대체로 여러 업종에 걸쳐 골고루 분포되어 있

기 때문에 마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 적용하여 비교하기에 용이하다[1]. 삼성그룹주 펀드가 투자 대상으로 삼고 있는 삼성그룹주 종목들은 아래의 <표 1>에 제시되어 있듯 전자, 중공업, 호텔은 물론 의류 등의 다양한 산업에 걸쳐 한국 시장 전반을 아우르고 있으며, 각 분야를 대표하는 글로벌 기업들이다. 이에 상용 삼성그룹주 펀드 중 성과가 우수한 5종의 상품을 골라 본 연구의 두 번째 벤치마크로 정하였다.

이러한 상용 펀드와의 정확한 성과 비교를 위해 삼성그룹주 펀드와 동일하게 <표 1>에 제시되어 있는 삼성그룹주 15개 종목을 펀드 α 의 투자 대상 종목으로 정하였다.

종종 마코위츠 모형에 의한 포트폴리오가 1/N 포트폴리오보다 성과가 좋지 못하다는 주장들도 제기된 바 있고[23], DeMiguel et al.[21]은 마코위츠 모형을 비롯해 다양한 예측치 개선 방안을 토대로 한 총 14개의 평균-분산 모형들의 투자 성과를 1/N 포트폴리오의 성과와 비교함으로써 이러한 주장을 뒷받침하며 마코위츠 모형의 효율성에 의문을 제기하기도 하였다. 이러한 흐름 속에 본 논문에서 제안하는 투자 프레임워크가 마코위츠 모형을 기반으로 하는 만큼, 삼성그룹주 15개 종목에 대하여 동일한 비중으로 투자하는 1/N 포트폴리오를 세 번째 벤치마크로 선정하였다.

또한 일반적으로 많이 사용되는 SMA를 이용하지 않고 EWMA를 활용하는 것이 마코위츠 모형을 실제 투자에 활용하는 데 있어 더 효과적인지 판단하기 위하여 SMA를 이용해 자료를 참조하는 경우도 벤치마크에 포함시켜 총 네 가지의 벤치마크를 사용한다.

<표 1> 삼성그룹주 펀드를 구성하고 있는 삼성그룹주 15개 종목의 종목명과 종목번호

삼성전자	(005930)	삼성중공업	(010140)	에스원	(012750)
삼성물산	(000835)	삼성증권	(016360)	제일기획	(030000)
삼성엔지니어링	(028050)	삼성테크윈	(012450)	호텔신라	(008775)
삼성전기	(009155)	삼성화재	(000815)	제일모직	(001300)
삼성정밀화학	(004000)	삼성 SDI	(006405)	에이스디지텍	(036550)

3.3 실험기간

상용 삼성그룹주 펀드는 2004년 시범적으로 첫 출시되었지만, 2006년에 이르러서야 그 수익성과 안정성이 검증을 받아 타 운용사에서도 관심을 갖고 본격적으로 관련 상품들을 출시하였다. 본 논문에서는 그 중에서도 우수한 펀드 5종을 뽑아 벤치마크로 삼았고, 선정된 5종 중 가장 마지막으로 출범한 펀드가 2006년 하반기에 출시되었기에 본 논문에서의 실험기간은 2007년 개장일인 1월 2일부터 2011년 폐장일인 12월 29일까지의 최근 총 5년으로 설정하였다.

특별히 이 기간에는 코스피가 2000을 돌파했던 2007년의 상승기, 그리고 하반기에 찾아온 미국의 서브프라임 모기지 사태 및 2008년 하반기의 리만 브라더스 발 금융위기에 따른 경기 침체기와 그 뒤로 이어진 회복기와 횡보기, 이후 한국 증시 사상 최초 코스피 2200 돌파의 호황 그리고 바로 이어진 2011년 그리스 재정위기를 위시한 유럽 발 금융위기 등을 포함하고 있다. 그럼으로써 아래의 [그림 2]에서와 같이 상승-횡보-하락의 경기지수그래프 개형이 위로 볼록한 상황뿐만이 아닌, 하락-횡보-상승의 경기지수그래프 개형이 아래로 볼록한 상황 등의 다양한 시장국면을 살펴볼 수 있다. 또한 글로벌 금융위기가 여전히 현재 진행형인 가운데 이러한 글로벌 금융위기의 경과를 아우르는 2007년부터 2011년까지 최근

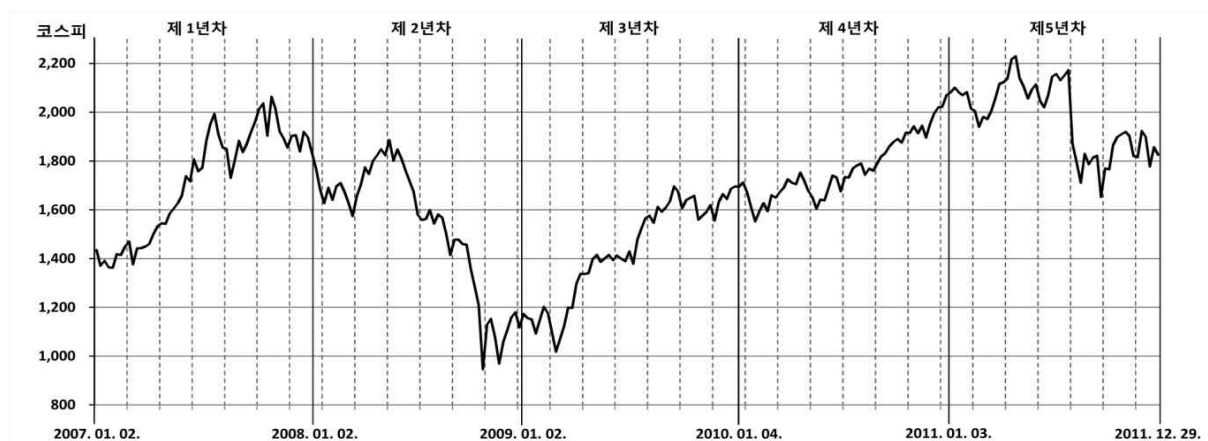
5년의 성과를 살핀다는 것은 작금의 경제 상황 속에서의 투자 지침 마련에 큰 의의가 있을 것이다.

김성문, 김홍선[1]의 연구는 마코위츠 모형을 실제 투자에 이용함에 있어 8주의 리밸런싱 주기가 가장 좋은 성과를 얻었다고 보고하였기에 본 장의 실험에서도 $L = 8$ 주로 정하였으며, 이에 관하여는 다음 장에서 민감도 분석을 실시한다. 우선 본 장의 $L = 8$ 주 하에서 5년의 실험기간은 각 8주씩 총 33개의 투자구간으로 구성되게 되며, 총 33개의 투자구간은 아래 [그림 2]의 세로 점선을 통해 확인할 수 있다.

또한 실험기간을 1년 단위로 나눈다면 대체로 상승과 횡보를 포함하는 제 1년차, 하락과 돌발적 금융위기로 인한 경기침체를 포함하는 제 2년차, 경기침체와 회복을 포함하는 제 3년차, 상승장을 포함하는 제 4년차, 그리고 횡보와 또 한 번의 돌발적 유럽 발 금융위기를 포함하는 제 5년차로 볼 수 있다. 이에 따라 포트폴리오의 수익률을 각 연차별, 그리고 전기간으로 비교, 분석 하겠다.

3.4 투자 결과비교

앞서 다룬 조건들 하에서 벤치마크로 삼은 코스피, 삼성그룹주 펀드 5개의 평균, $1/N$ 포트폴리오, 그리고 SMA의 펀드 α (즉, $\alpha = 0$)와 더불어 EWMA 활용 시 $\alpha = 0.4$ 의 펀드 α 의 수익률을 제 1년차부터 제 5년



[그림 2] 2007년 1월 2일부터 2011년 12월 29일까지 총 5년간 코스피의 변동 그래프

차까지 1년 단위로, 그리고 5년의 전기간 누적수익률로 요약하여 그래프로 정리하면 [그림 3]과 같다.

결과를 분석해보면, SMA로 자료를 참조한 펀드 α 는 5년의 전기간 동안 90.72%의 누적수익률을 기록하여, 27.8% 증가한 코스피보다는 월등하지만 95.88%를 기록한 1/N 포트폴리오나 삼성그룹주 펀드 5종의 평균수익률 81.53%과 대체로 비슷한 성과를 보였다. 반면, $\alpha = 0.4$ 의 EWMA를 활용한 펀드 α 는 189.00%라는 월등한 누적수익률을 기록하였다.

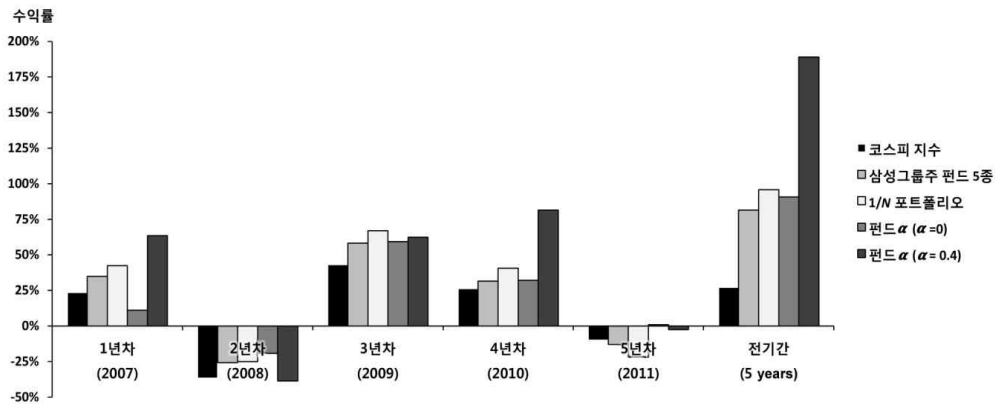
이번 장에서는 특정한 α , K , L 을 활용한 펀드 α 의 성과를 살펴보았다. 다음 장에서는 $K = 0.4$ 이외의 α 에 대해서도 EWMA를 활용한 펀드 α 의 성과가 대체로 우수한지, 또 K 별로의 성과에는 차이가 없는지 그리고 L 을 다변화 시킴에 따라 그 성과는 어떠한지에 대하여 세부적으로 민감도 분석을 수행한다.

4. 민감도 분석

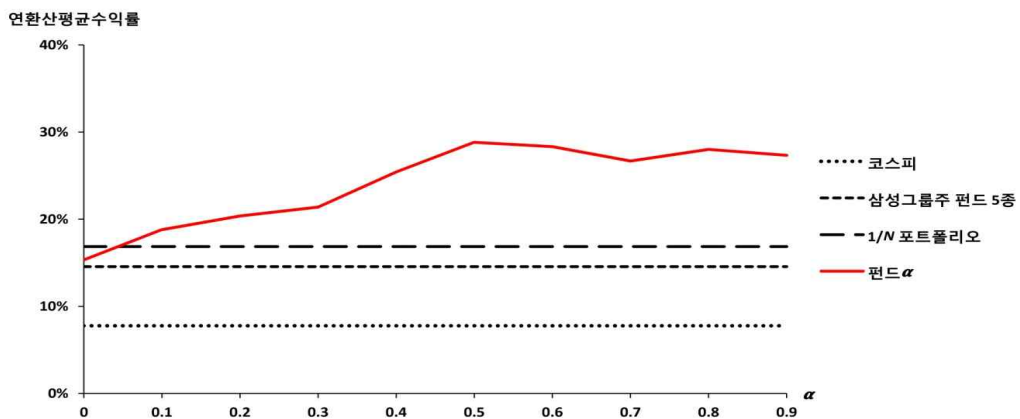
4.1 α 에 대한 민감도 분석

지금까지 이전 장에서는 본 논문에서 제안하는 EWMA와 결합한 마코위츠 모형 기반의 투자 프레임워크에 따른 펀드 α 에 $\alpha = 0.4$ 의 특정 값에 대한 적용을 설명하였다. 하지만 과연 다른 α 값 하에서는 그 성과가 어떻게 될 지에 대한 민감도 분석을 위하여 $\alpha = 0.1$ 부터 0.9까지 0.1단위로 증가시키며 그 결과를 분석하였다.

3.3절에서 언급하였듯 $L = 8$ 주의 경우 33개의 투자구간이 나오게 된다. [그림 4]는 SMA의 펀드 α (즉, $\alpha = 0$)와 EWMA를 활용한 펀드 α 를 $\alpha = 0.1$ 에서 0.9까지 0.1단위로 변화시켜 살펴 본 총



[그림 3] 코스피, 삼성그룹주 펀드 5종 평균, 1/N 포트폴리오와 SMA, $\alpha=0.4$ 의 펀드 α 성과 비교



[그림 4] 코스피, 삼성그룹주 펀드 5종 평균, 1/N 포트폴리오와 펀드 α 의 α 별 연환산평균수익률 비교

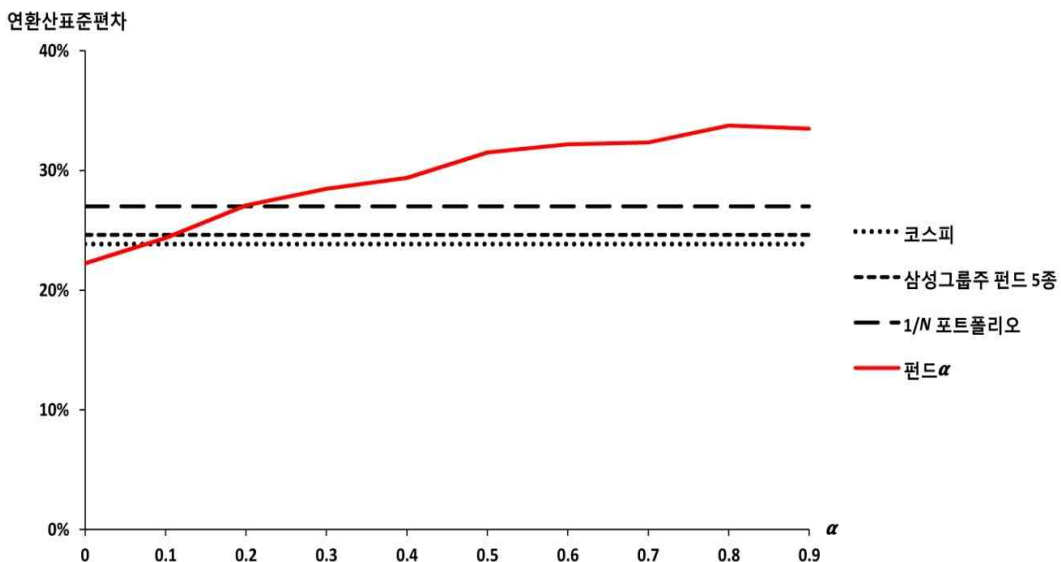
10가지 경우의 연환산평균수익률을 그래프로 보여주고 있으며, 이를 벤치마크로 삼은 코스피, 삼성그룹주 펀드 5종 평균의 수익률, 1/N 포트폴리오의 수익률과 각각 비교하고 있다.

결과를 분석해보면, 연환산평균수익률에 대해서는 $\alpha = 0$ 의 SMA 이용 시 얻은 성과인 15.30%는 삼성그룹주 펀드 5종, 그리고 1/N 포트폴리오와 비슷한 수준이다. 하지만 펀드 α 에 $0.1 \leq \alpha \leq 0.9$ 의 EWMA 적용 시에는 삼성그룹주 펀드 5종의 평균 수익률은 물론 1/N 포트폴리오도 모두 상회하는 탁월한 결과가 나타났다. EWMA를 활용한 펀드 α 는 $\alpha \geq 0.4$ 의 상대적으로 큰 α 하에서 비교적 우수한 성과를 보였는데, 그 연환산평균수익률은 모두 25%를 상회하여 벤치마크 대비 최소 1.5배가 넘는 수익률을 보여주었다. 이를 통해 SMA를 이용하는 것에 비해 상대적으로 큰 α 를 가지고 EWMA를 활용하는 것이 수익률 측면에서 더 나은 성과를 보였으며, 그 결과는 탁월하였다고 할 수 있다.

이렇게 수익률 측면에서는 EWMA를 활용한 펀드 α 의 우수성을 확인할 수 있었으나 그 수익률이 얼마나 안정적으로 얻어진 것인지 수익률의 변동성 측면에서도 비교할 필요가 있다. 따라서 코스피, 삼성그룹주 펀드 5종의 평균, 1/N 포트폴리오,

펀드 α 의 각 투자구간 33개별 수익률 간의 표준편차를 이용해 위험도를 측정하고, 비교의 용이성을 위하여 이를 연환산한 뒤 그래프로 정리하면 아래의 [그림 5]와 같다.

SMA의 펀드 α (즉, $\alpha = 0$)나 $\alpha = 0.1, 0.2$ 의 펀드 α 의 경우 코스피나 삼성그룹주 펀드 5종, 1/N 포트폴리오 등 벤치마크의 수익률의 표준편차와 비슷한 수준을 보여 5년의 투자기간 동안 전반적으로 그들과 비슷한 수준으로 안정적인 수익률을 거두었음을 확인할 수 있으나, $\alpha = 0.3$ 부터 점차 연환산표준편차가 증가하여 $\alpha = 0.8$ 에서는 최대 33.8%의 연환산표준편차를 나타내어 상대적으로 그 수익률의 편차가 크다고 볼 수 있을 것이다. 하지만 앞서 [그림 4]에서 살펴본 수익률의 관점에서 $\alpha = 0.5$ 일 때 펀드 α 는 삼성그룹주 펀드 5종의 1.98배, $\alpha = 0.8$ 일 때 펀드 α 는 삼성그룹주 펀드 5종의 1.93배에 달하는 수익률을 보여줬음을 감안했을 때 이러한 위험도의 증가가 그러한 수익률의 증가에 비해 큰 것인지 작은 것인지 정확히 판단하기 어려울 수 있다. 때문에 본 논문에서는 Larsen and Resnick[43]과 마찬가지로 포트폴리오의 위험도 대비 수익률의 효율성을 비교하기 위해 Sharpe [53]에서 제시한 ex post Sharpe Ratio 측면에서



[그림 5] 코스피, 삼성그룹주 펀드 5종 평균, 1/N 포트폴리오와 펀드 α 의 α 별 연환산표준편차 비교

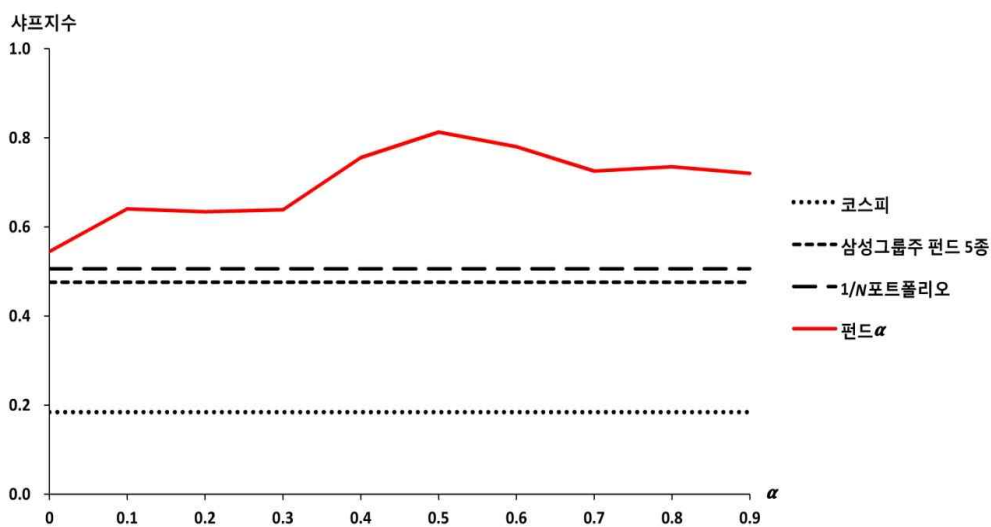
포트폴리오의 성과를 평가한다. 샤프지수를 계산하는 데에 사용되는 무위험수익률로는 실험 중 유동성 자산의 수익률로 정했던 연이율 2.6%를 사용하였고, 그 결과를 그래프로 정리하면 [그림 6]과 같다.

[그림 6]에서 샤프지수를 보면 코스피는 0.18, 삼성그룹주 펀드 5종의 평균은 0.48, 1/N 포트폴리오는 0.51이다. 펀드 α 의 경우 $\alpha = 0$ 의 SMA 이용 시에는 샤프지수가 0.54로 삼성그룹주 펀드 5종의 평균이나 1/N 포트폴리오보다 조금 더 나은 성과를 얻었으며, $0.1 \leq \alpha \leq 0.9$ 의 EWMA 적용 시에는 가장 낮은 샤프지수인 $\alpha = 0.2$ 의 0.63도 모든 벤치마크 대비 우수하며, $\alpha = 0.5$ 일 땐 0.81의 샤프지수라는 상당히 높은 위험도 대비 수익률, 즉, 코스피 대비 4.5배, 삼성그룹주 펀드 5종의 평균 대비 1.69배, 1/N 포트폴리오 대비 1.59배 그리고 SMA 이용 시 대비 1.5배의 성과를 제시하였다. $\alpha = 0.5$ 를 포함한 모든 $\alpha \geq 0.4$ 일 때의 샤프지수는 0.72를 상회하여 벤치마크 대비 최소 1.4배가 넘는 위험도 대비 수익률을 보여주었다.

종합적으로 다시 말해, 앞으로 주식시장이 어떤 방향으로 흘러갈 지에 대한 경기 전망을 내리고

이에 따라 맞는 α 를 고르는 것이 중요할 수도 있지만, 세계적인 금융위기의 불확실한 경기 전망 하 한국 주식시장에서 5년 정도의 장기적인 투자 관점에서 $\alpha = 0.5$ 내외를 선택했다면, 경기에 상관없이 펀드 α 는 벤치마크 대비 최소 1.5배의 성과에 해당하는 평균 20% 후반의 연환산평균수익률과 0.8가량의 샤프지수를 얻을 수 있었다고 할 수 있다. 0.1부터 0.9까지 어떠한 α 를 적용하더라도 연환산평균수익률이 최소 18.80%, 샤프지수는 최소 0.63이었으며, $\alpha \geq 0.4$ 의 큰 평활 상수 구간에서는 위험도 대비 수익률이 더욱 탁월하였음을 확인할 수 있었다.

이와 같은 결과를 통해, 2007년 이후 최근 5년 동안 글로벌 금융위기가 휩쓴 시장 상황 하에서 객관적인 주식 수익률 자료만을 가지고 본 연구에서 제안하는 투자 프레임워크에 따라 투자할 경우, SMA를 이용한다면 펀드매니저의 우수한 정보력과 주관적 판단에 의한 투자와 비슷한 투자 성과를 거둘 수 있으며, 자료를 참조함에 있어 모든 과거자료에 동일한 비중을 주는 SMA보다 최근 자료에 좀 더 큰 비중을 주는 EWMA를 적용한다면 보다 탁월한 성과를 거두었다고 본 실증적 연구를 통해 말할 수 있다.



[그림 6] 코스피, 삼성그룹주 펀드 5종 평균, 1/N 포트폴리오와 펀드 α 의 α 별 샤프지수 비교

4.2 K에 대한 민감도 분석

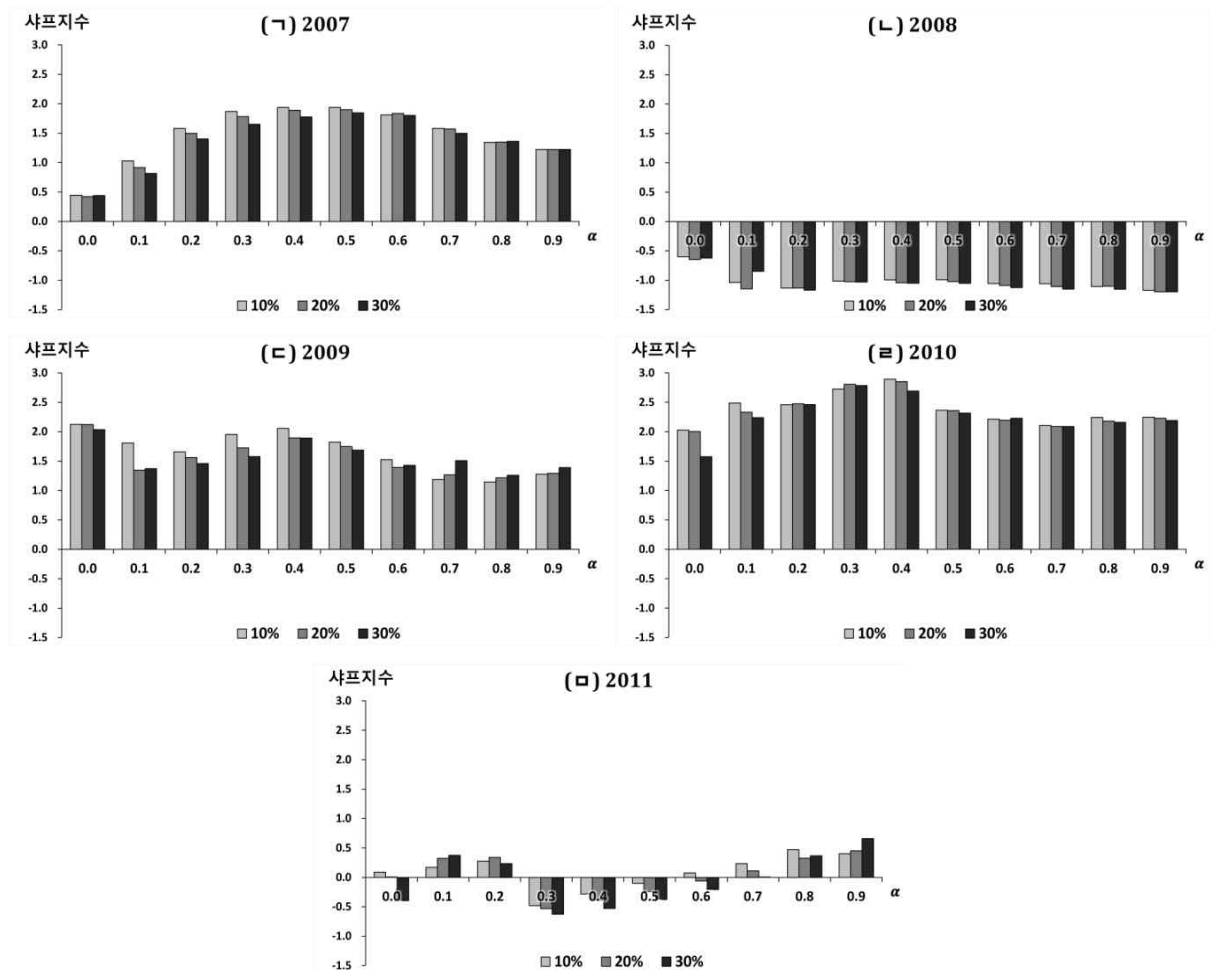
본 실험에서 사용한 10%, 20%, 30% 세 개의 최저요구기대수익률 K 값에 따라 시장국면과 α 에 따른 성과의 차이가 있었는지를 보기 위해 2007년부터 2011년까지 각 투자 연도별로 펀드 α 를 구성하고 K 별 연간 샤프지수를 그래프로 표현하면 아래의 [그림 7]과 같다.

위의 그림들을 통해 K 값을 10%, 20%, 30%의 세 가지 값으로 설정한 경우, 그 성과의 차이가 크지 않기에 최저요구기대수익률(K)의 값의 차이가 성과에 미치는 영향이 확연히 존재한다고는 할 수 없다. 따라서 보수적인 투자 관점에서 상대적으로 낮은 K 를 취하거나, 공격적인 투자 관점에서 상대

적으로 높은 K 를 취하든지 본 연구에서 제안하는 투자 프레임워크를 이용한 투자 성과에 큰 영향을 미치지 않음과, 그 성과는 대체로 모두 우수함을 알 수 있다.

4.3 L에 대한 민감도 분석

지금까지 리밸런싱 주기 $L = 8$ 주(약 2개월)로 고정시키고 실험을 진행하였지만 L 또한 성과에 많은 영향을 미칠 것으로 판단되고, 그 최적의 구간도 존재할 수 있다. 이에 본 절에서는 L 을 다양화하여 각 L 별로, α 에 따라 어떠한 성과가 나타나는지를 알아보려고 한다. 기존의 $L = 8$ 주에 새롭게 4주(약 1개월), 12주(약 3개월), 16주(약 4개월), 20



[그림 7] 펀드 α 의 K 와 α 에 따른 연차별 샤프지수 비교

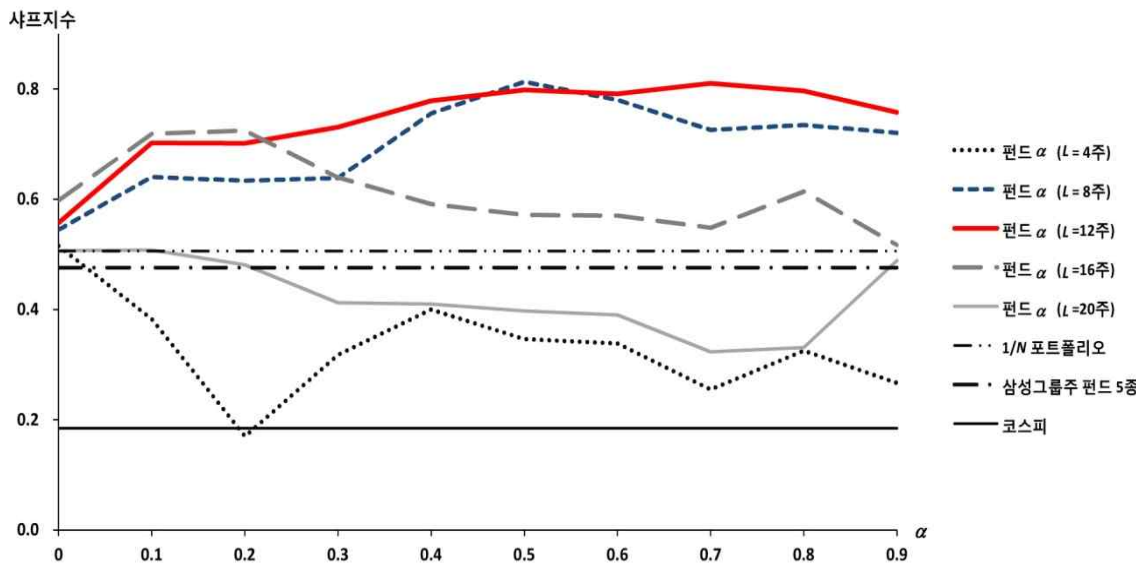
주(약 5개월) 등 4가지를 추가하여 총 5가지의 경우에 대하여 앞선 실험과 동일하게 본 연구에서 제안하는 투자 프레임워크를 사용해 투자를 진행하여 민감도 분석을 진행하였고, 5년 전기간의 성과에 대한 샤프지수를 구한 뒤 정리하면 다음의 [그림 8]과 같다.

[그림 8]에서 가장 짧은 $L = 4$ 주나 $L = 20$ 주 간격의 리밸런싱은 대체로 코스피보다는 높으나 삼성그룹주 펀드 5종 및 $1/N$ 포트폴리오보다는 낮은 성과를 나타냈기에 최적의 L 로는 너무 짧거나 길다는 것을 확인할 수 있다. L 이 너무 짧다면 잦은 종목 교체로 세금 및 거래 비용이 상대적으로 높을 수 있고, 반대로 L 이 너무 길다면 시장 변화에 느리게 대응하여 상대적으로 성과가 좋지 않다고 추측해 볼 수 있다. 전체적 실험에서 샤프지수의 최고치는 $L = 8$ 주, $\alpha = 0.5$ 일 때의 0.81이며, 이 때의 연환산평균수익률은 28.82%이다. 하지만 [그림 8]에서 볼 수 있듯이 대체로 α 전반에 걸쳐 굵은 실선에 해당하는 $L = 12$ 주가 상대적으로 높은 성과를 나타내고 있어, $0.1 \leq \alpha \leq 0.9$ 사이에서 어떠한 α 를 선택하더라도 $L = 12$ 주를 선택하면 벤치마킹 대비 대체로 안정적이고 동시에 우수한 성과를 얻을 수 있었다고 결론지을 수 있다.

5. 결론 및 향후 연구과제

본 논문은 마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 하여 EWMA로 주식 종목의 기대수익률, 분산, 공분산 등의 핵심입력치를 계산하고, 최저요구기대수익률과 리밸런싱 주기 등 포트폴리오 선정 모형을 실제 투자에 적용하기 위해 필수적인 제한 요소들을 총체적으로 결정하면서도 절차가 간결하여 이해와 적용이 쉬운 투자 프레임워크를 제시하였다. 그리고 이를 바탕으로 대한민국의 대표적 기업 삼성그룹의 계열사들로서 국내 주식시장에서 각 업종을 대표하는 기업들 15개 사 종목으로 이루어진 가상 펀드를 구성하여, 2007년 미국 서브프라임 모기지 사태 및 2008년 리만 브라더스 사태와 2011년 유로존 금융위기로 인한 경기침체를 아우르는 2007년 개장일부터 2011년 폐장일까지의 총 5년에 대하여 실험하였다. 그리고 그 성과를 코스피 및 실제 시중에서 판매 및 운용되고 있는 우수한 삼성그룹주 펀드 5종의 평균과 단순하게 모든 종목에 $1/N$ 로 동일하게 투자하는 탈무드식 $1/N$ 포트폴리오, 그리고 기존 SMA를 이용하는 펀드 α 모형과 비교함으로써 실증적으로 분석하였다.

상승, 횡보, 하락의 경기 주기상에서 뿐만이 아니



[그림 8] L에 따른 펀드 α 의 α 별 전기간 누적수익률 비교

라 연이은 금융위기로 사상 최악의 세계적 경기침체라는 예상치 못한 변수를 포함하고 있는 최근 총 5년의 실험기간 전체에 대하여 코스피는 0.18, 삼성그룹주 펀드 5종은 0.48, 1/N 포트폴리오는 0.51의 샤프지수를 각각 기록했다. $\alpha = 0$ 의 SMA를 이용한 경우, 전반적 리밸런싱 주기에 걸쳐 삼성그룹주 펀드 5종과 1/N 포트폴리오의 샤프지수를 약간 상회하는 성과를 보였다. 반면, EWMA를 활용한 경우, 적절한 리밸런싱 주기 선택 시 전반적 α 구간에서 삼성그룹주 펀드 5종 및 1/N 포트폴리오의 샤프지수를 1.4배 가량으로 상회하는 더욱 우수한 성과를 보였으며, 상대적으로 큰 α 구간에서는 샤프지수가 벤치마크 대비 최소 1.6배에 육박하는 탁월한 성과를 보였다.

본 실험을 통하여 금융위기 속에서 다양한 시장 상황을 포함하고 있는 최근 5년간의 기간에 대해, 모든 자료에 동일한 비중을 주어 과거 자료나 최근 자료나 같은 비중으로 참조하는 SMA보다 최근 자료에 보다 큰 비중을 주어 참조하는 EWMA가 마코위츠 모형을 적용함에 있어 상대적으로 더 효과적이었다고 말할 수 있다. 그리고 최저요구기대수익률의 값은 10%, 20%, 30%의 세 가지 값으로 설정한 경우, 그 성과의 차이가 크지 않았기에 투자 성향에 따라 어떠한 최저요구기대수익률을 설정하는지는 투자 성과에 큰 영향을 미치지 않음과, 그 성과는 대체로 모두 우수함을 확인하였다. 또한 리밸런싱에 있어서는 4주나, 20주는 너무 짧거나 긴 주기일 수 있으며, 리밸런싱 주기를 8주, 12주, 16주로 하였을 경우, $\alpha = 0.1$ 에서부터 0.9까지 0.1단위로 무엇을 적용하더라도 삼성그룹주 펀드 5종은 물론 1/N 포트폴리오보다도 효율적인 샤프지수를 거둘 수 있었음을 확인하였다.

마코위츠 포트폴리오 선정 모형이 현대 투자 이론의 시초 격이지만 발표된 지 오래되었고 실제에 적용하기에는 어려움이 많다는 등의 비판이 있다. 하지만 본 연구에서와 같이 모형의 입력치를 일정한 논리에 따라 적절히 선정할 수 있는 종합적인 투자 프레임워크를 잘 설계한다면 마코위츠 모형을

기반으로도 아주 우수한 성과를 보일 수 있었음을 본 논문은 한국 주식시장에서의 적용 사례 실험을 통해 실증적으로 보여준다.

일반 투자자보다 많은 전문지식과 경험을 갖고 있는 펀드매니저들은 그들보다 우월한 정보를 이용하여 보다 적극적으로 포트폴리오를 변경해 나가면서 수익의 극대화를 꾀한다. 그럼에도 불구하고 투자자 개인에 의한 가치 판단을 완전히 배제하고, 철저하게 주식 수익률이란 객관적 데이터만을 바탕으로 포트폴리오를 정한 후 교체 주기마다 기계적으로 포트폴리오를 변경하는 특정 투자 프레임워크에 따른 방식으로 가상의 펀드를 운영한 것이 더 우수한 투자 성과를 보였다. 그 결과 경험과 직관을 바탕으로 내려지는 개인의 판단에 의한 주관적 의사결정 방식보다, 객관적인 데이터를 바탕으로 체계적인 수리계획법 등의 모형을 통하여 최적 해를 찾아내는 경영과학에 의한 의사결정 방식이 우수한 성과를 얻는데 도움이 되며, 그러한 의사결정 방식은 EWMA와 같은 다양한 기법을 추가적으로 적용함으로써 보다 더 월등한 성과를 얻어낼 수 있음을 확인할 수 있다.

본 연구에서는 한국 주식시장에서의 삼성그룹주에 대하여 실험을 진행하였지만 선진 시장과 신흥 시장에서는 최적의 α 구간이 다를 것으로 예상되는 만큼, 다양한 시장의 특성에 따른 α 의 변화를 찾는 후속 연구를 진행 중에 있다. 또한 EWMA와 같은 방법이 아닌 기업가치분석과 같은 방법들을 본 모형과 결합시키는 것도 흥미로운 연구 주제일 것이다. 나아가 여러 예측기법을 활용해서 구한 포트폴리오 핵심입력치의 예측치가 실제 값과 가지는 오차의 정도에 따라 포트폴리오의 수익률 및 위험도 등의 성과를 평가하는 연구를 현재 진행 중에 있다.

참 고 문 헌

- [1] 김성문, 김홍선, “한국 주식시장에서 비선형계획법을 이용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형의 투자 성과에 관한 연구”, 『경영과학』, 제26권, 제2호(2009), pp.19-35.

- [2] 김재영, “[금융특집] ‘한국대표, 가장 믿을 건 너희들’ 그룹펀드에 돈이 몰린다”, 동아일보, (2010).
- [3] 류 정, “톱 20위 중 15개가 삼성그룹株 투자 펀드”, 조선일보(2012. 07. 02).
- [4] 류춘호, “1차 확률적 지배를 하는 최대수익 포트폴리오 가중치의 탐색에 관한 연구”, 『한국경영과학회지』, 제34권, 제4호(2009), pp.153-163.
- [5] 엄철준, “최적자산배분이론의 유용성에 관한 연구”, 『산업경제연구』, 제16권, 제5호(2003), pp.17-26.
- [6] 최재호, 정종빈, 김성문, “마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가 : 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로”, 『경영과학』, 제30권, 제1호(2013), pp.73-89.
- [7] 최형석, “[펀드 따라잡기] 삼성, 펀드수익률도 ‘대한민국 대표선수’”, 조선일보(2008).
- [8] Albright, S.C. and W.L. Winston, *Management Science Modeling*, 3rd edition, Thomson (South-Western), 2009.
- [9] Bawa, V.S., S.J. Brown, and R.W. Klein, *Estimation Risk and Optimal Portfolio Choice*, Amsterdam : North-Holland, 1979.
- [10] Ben-Tal, A., T. Margalit, and A.N. Nemirovski, “Robust modeling of multi-stage portfolio problems,” in Frenk H., K. Roos, T. Terlaky, and S. Zhang (Eds.), *High performance optimization*, Dordrecht : Kluwer, 2002.
- [11] Best, M.J. and R.R. Grauer, “On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means : some analytical and computational results,” *The Review of Financial Studies*, Vol.4, No.2(1991), pp.315-342.
- [12] Blume, M.E., “Portfolio Theory : A Step Toward Its Practical Application,” *The Journal of Business*, Vol.43, No.2(1970), pp.152-173.
- [13] Bodie, Z., A. Kane, and A.J. Marcus, *Investments*, 9th edition, New York : McGraw-Hill, 2011.
- [14] Boudoukh, J., M. Richardson, and R.F. Whitelaw, “Investigation of a class of volatility estimators,” *The Journal of Derivatives*, Vol.4, No.3 (1997), pp.63-71.
- [15] Broadie, M., “Computing efficient frontiers using estimated parameters,” *Annals of Operations Research*, Vol.45(1993), pp.21-58.
- [16] Chan, L., J. Karceski, and J. Lakonishok, “On portfolio optimization : forecasting covariances and choosing the risk model,” *Review of Financial Studies*, Vol.12, No.5(1999), pp. 937-974.
- [17] Chiang, T.C. and D. Zheng, “An empirical analysis of herd behavior in global stock markets,” *Journal of Banking and Finance*, Vol.34(2010), pp.1911-1921.
- [18] Chopra, V.K. and W.T. Ziemba, “The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice,” *Journal of Portfolio Management*, Vol.19, No.2(1993), pp.6-11.
- [19] Cuthbertson, K. and D. Nitzsche, *Financial Engineering : Derivatives and Risk Management*, John Wiley and Sons, 2001.
- [20] DeMiguel, V., L. Garlappi, F.J. Nogales, and R. Uppal, “A Generalized Approach to Portfolio Optimization : Improving Performance by Constraining Portfolio Norms,” *Management Science*, Vol.55, No.5(2009), pp.798-812.
- [21] DeMiguel, V., L. Garlappi, and R. Uppal, “Optimal Versus Naive Diversification : How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?,” *Review of Financial Studies*, Vol.22, No.5 (2009), pp.1915-1953.
- [22] DeMiguel, V. and F.J. Nogales, “Portfolio

- Selection with Robust Estimation,” *Operations Research*, Vol.57, No.3(2009), pp.560-577.
- [23] Duchin, R. and H. Levy, “Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies,” *The Journal of Portfolio Management*, Vol.35, No.2(2009), pp.71-74.
- [24] El Ghaoui, L., M. Oks, and F. Oustry, “Worst-Case Value-At-Risk and Robust Portfolio Optimization : A Conic Programming Approach,” *Operations Research*, Vol.51, No.4 (2003), pp.543-556.
- [25] Elton, E.J. and M.J. Gruber, “Modern Portfolio Theory, 1950 to Date,” *Journal of Banking and Finance*, Vol.21, No.11(1997), pp. 1743-1759.
- [26] Fabozzi, F.J., F. Gupta, and H.M. Markowitz, “The Legacy of Modern Portfolio Theory,” *Journal of Investing*, Vol.11, No.3(2002), pp. 7-22.
- [27] Fabozzi, F.J., D. Huang, and G. Zhou, “Robust portfolios : contributions from operations research and finance,” *Annals of Operations Research*, Vol.176, No.1(2010), pp.191-220.
- [28] Feibel, B.J., *Investment performance measurement*, Hoboken, N.J. : John Wiley and Sons, 2003.
- [29] Gardner Jr., E.S., “Exponential Smoothing: The State of the Art,” *Journal of Forecasting*, Vol.4, No.1(1985), pp.1-28.
- [30] Gardner Jr., E.S., “Exponential smoothing : The state of the art – Part II,” *International Journal of Forecasting*, Vol.22, No.4(2006), pp.637-666.
- [31] Goldfarb, D. and G. Iyengar, “Robust Portfolio Selection Problems,” *Mathematics of Operations Research*, Vol.28, No.1(2003), pp.1-38.
- [32] Hillier, F.S., M.S. Hillier, K. Schmedders, and M. Stephens, *Introduction to Management Science-A Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets*, 3rd edition, New York : McGraw-Hill, 2008.
- [33] Hillier, F.S. and G.J. Lieberman, *Introduction to Operations Research*, 9th edition, New York : McGraw-Hill, 2010.
- [34] Horasanli, M. and N. Fidan, “Portfolio Selection by Using Time Varying Covariance Matrices. *Journal of Economic and Social Research*,” Vol.9, No.2(2007), pp.1-22.
- [35] Morgan, J.P. and Reuters, *RiskMetrics : Technical Document. Risk Management*, 4th edition, New York : Morgan Guaranty Trust Company, 1996.
- [36] Jagannathan, R. and T. Ma, “Risk Reduction in Large Portfolios : Why Imposing the Wrong Constraints Helps,” *The Journal of Finance*, Vol.58, No.4(2003), pp.1651-1683.
- [37] James, F.E., Jr., “Monthly moving averages –An effective investment tool?,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.3, No.3(1968), pp.315-326.
- [38] Jobson, J.D. and B. Korkie, “Estimation for Markowitz Estimation Efficient Portfolios,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol.75, No.371(1980), pp.544-554.
- [39] Jobson, J.D. and B. Korkie, “Putting Markowitz theory to work,” *The Journal of Portfolio Management*, Vol.7, No.4(1981), pp.70-74.
- [40] Jorion, P., “International Portfolio Diversification with Estimation Risk,” *The Journal of Business*, Vol.58, No.3(1985), pp.259-278.
- [41] Jorion, P., “Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis,” *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.21, No.3(1986), pp.279-292.
- [42] Kan, R. and G. Zhou, “Optimal Portfolio

- Choice with Parameter Uncertainty, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*,” Vol. 42, No.3(2007), pp.621-656.
- [43] Larsen, G.A., Jr., and B.G. Resnick, “Parameter Estimation Techniques, Optimization Frequency, and Portfolio Return Enhancement,” *The Journal of Portfolio Management*, Vol.27, No.4(2001), pp.27-34.
- [44] Markowitz, H., “Portfolio selection,” *Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.
- [45] Markowitz, H., *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments(Cowles Foundation Monograph : No. 16)*. New York : John Wiley and Sons, 1959.
- [46] Merton, R.C., “On Estimating the Expected Return on the Market : An Exploratory Investigation,” *Journal of Financial Economics*, Vol.8(1980), pp.323-361.
- [47] Merton, R.C., “Thoughts on the future : theory and practice of investment management,” *Financial Analysts Journal*, Vol.59, No.1(2003), pp.17-23.
- [48] Michaud, R.O., “The Markowitz Optimization Enigma : Is “Optimized” Optimal?,” *Financial Analysts Journal*, Vol.45, No.1(1989), pp.31-42.
- [49] Pantaleo, E., M. Tumminello, F. Lillo, and R.N. Mantegna, “When do improved covariance matrix estimators enhance portfolio optimization? An empirical comparative study of nine estimators,” *Quantitative Finance*, Vol.11, No.7(2011), pp.1067-1080.
- [50] Penza, P. and V.K. Bansal, *Measuring market risk with value at risk*, New York : John Wiley, 2001.
- [51] Radin, R.L., *Optimization in Operations Research*, Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall, 1988.
- [52] Roy, A.D., “Safety first and the holding of assets,” *Econometrica*, Vol.20, No.3(1952), pp.431-449.
- [53] Sharpe, W.F., “The Sharpe Ratio,” *The Journal of Portfolio Management*, Vol.21, No.1 (1994), pp.49-58.
- [54] Siegel, A.F. and A. Woodgate, “Performance of Portfolios Optimized with Estimation Error,” *Management Science*, Vol.53, No.6(2007), pp.1005-1015.
- [55] Sullivan, W.G. and W.W. Claycombe, *Fundamentals of Forecasting*, Reston Publishing Company, Inc, 1977.
- [56] Taylor, B.W., *Introduction to Management Science*, 9th edition, Prentice Hall, 2007.
- [57] Taylor, J., “Volatility forecasting with smooth transition exponential smoothing,” *International Journal of Forecasting*, Vol.20(2004), pp.273-286.
- [58] Winston, W.L., *Operations Research Applications and Algorithms*, 4th edition, Thomson (Brooks/Cole), 2004.
- [59] Winston, W.L. and M. Venkataramanan, *Introduction Mathematical Programming*, 4th edition, Thomson (Brooks/Cole), 2003.
- [60] Zellner, A. and V.K. Chetty, “Prediction and Decision Problems in Regression Models from the Bayesian Point of View,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 60(1965), pp.608-616.