한국경영과학회지
제38권 제1호
2013년 3월, pp.61-67
http://dx.doi.org/10.7737/JKORMS.2013.38.1.061

# 일괄처리를 위한 배치통합문제의 근사해법*

명 영 수**†

# An Approximation Algorithm for 2-batch Consolidation with Small Items

Young-Soo Myung**

■ Abstract ■

We consider a problem of grouping orders for batch processing that arises in production systems where customer orders are processed in batches. This problem can be viewed as a variant of bin packing problem where items can be split and a pair of items can be placed in a bin when the items are compatible with each other. In this paper, we consider a special case that at most two different items can be placed in a single bin and the size of every item is at most the size of a bin.

Keyword : 2-batch Consolidation Problem, Approximation Algorithm

## 1. 서 론

일괄처리 생산방식(batch processing)이란 시스템에서 주문 받은 물량을 일정한 규모의 배치(batch) 단위로 묶어서 생산하는 것이다. 일괄처리 생산을 위해서는 요구량과 생산조건이 다른 주문들을 적절하게 통합하여 배치를 구성해야 한다. 주문을 통합할 때는 생산시스템이 요구하는 조건을 만족시켜야 하는데 이러한 조건은 의사결정 환경에 따라 다양하게 나타난다. 하나의 주문에 포함된 주문량을 두

논문접수일 : 2012년 12월 10일 논문게재확정일 : 2013년 02월 23일
논문수정일(1차 : 2013년 01월 22일, 2차 : 2013년 02월 11일)
* 이 논문은 2010년도 정부재원(교육과학기술부 인문사회연구역량강화사업비)으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었음(NRF327-2010-1-B00157).
** 단국대학교 경영학부
† 교신저자, myung@dankook.ac.kr

개 이상의 배치에 나누어서 생산이 가능한지 여부, 하나의 배치에 포함시킬 수 있는 서로 다른 주문의 수에 제한이 있는지 등이 대표적인 예이다. 처음 조건을 분할생산 가능성 조건이라 부르기로 하고, 하나의 배치에 포함시킬 수 있는 서로 다른 주문의 최대수를 $k$로 표시한다. 또한 요구사항이 유사한 주문끼리만 동일한 배치에 포함될 수 있는데 두 주문이 함께 배치에 묶일 수 있는지는 양립성그래프(compatibility graph)를 이용하여 표현한다. 양립성그래프에서는 마디(node)에 주문이 대응되고 두 주문이 같은 배치에 포함될 수 있으면 해당하는 마디 사이에 호(edge)가 존재하게 된다.

본 논문에서는 분할생산이 가능하고, 양립성그래프와 k의 값이 주어진 경우에 주어진 주문을 생산하는데 사용된 배치의 수를 최소화하는 $k$-배치통합문제($k$-batch consolidation problem)를 다루기로 한다. 배치통합문제는 철강 회사의 공정문제를 다루기 위해서 Lee et al.[10]에 의해서 처음 제시되었고, 철강, 화학 등의 소재를 생산하는 시스템에서 흔히 발생하는 문제로 알려져 있다(Tang et al. [14], Chang et al.[1]). 또한 배치통합문제는 조합최적화(combinatorial optimization)분야의 대표적인 문제들인 상자포장문제(bin packing problem) 및 클릭분할문제(clique partitioning problem)와 밀접한 관계를 갖고 있다. 분할생산이 불가능하고, $k=\infty$, 양립성그래프가 완전그래프(complete graph : 모든 마디 사이에 호가 존재하는 그래프)일 때, 배치통합문제는 전통적인 상자포장문제가 되고, 분할생산이 불가능하고, $k=\infty$, 양립성그래프가 임의의 그래프일 때는, 클릭분할문제가 된다. 배치의 용량이 모든 주문량의 합보다 큰 경우에는 전통적인 클릭분할문제이고, 그렇지 않은 경우에는 클릭의 용량에 제한이 있는 클릭분할문제가 된다. 그러나 상자포장문제와 클릭분할문제에서도 분할생산 가능성, $k$의 값 등의 조건을 달리하는 변형문제들이 많이 다루어졌기 때문에 배치통합문제, 상자포장문제, 클릭분할문제는 명칭의 차이일 뿐 근본적인 차이는 없다고 할 수 있다.

배치통합문제와 유사한 문제들에 대한 기존 연구결과는 다음과 같다. Lee et al.[10]은 $k=\infty$이고, 양립성그래프가 구간그래프(interval graph)인 경우에 대해서 배치의 수를 최소화하는 문제를 다루었다. Myung[12]은 동일한 문제에 대해서 온라인 해법을 제시하였다. 온라인 해법은 고객의 주문에 대한 정보를 사전에 알 수 없는 경우에도 적용 가능한 해법이다. 임의의 양립성그래프를 갖는 배치통합문제는 NP-hard 문제인 클릭분할문제를 포함하므로 역시 NP-hard 문제이나, 양립성그래프가 구간그래프의 형태를 갖는 경우에는 최적해를 구할 수 있다. 양립성그래프가 완전그래프인 문제는 컴퓨터 프로세서에 메모리를 할당하는 문제에 응용하기 위해서 Chung et al.[3]에 의해서 처음 소개되었다. 저자들은 이 문제가 NP-hard임을 보이고 근사해법을 제시하였다. 동일한 문제에 대해서 Epstein and Stee[5, 6]는 개선된 해법들을 제시하였다. 한편으로 분할생산이 허용되지 않는 문제도 상자포장문제나 클릭분할문제의 변형문제로 소개되었고, 많은 연구가 이루어졌다. 분할생산이 허용되지 않고, $k=\infty$인 경우에 대해서 Jansen[8], Epstein and Levin[4]은 양립성그래프가 임의의 그래프인 문제를, Jansen and Öhring[9], Chen et al.[2], Myung[11]은 양립성그래프가 특수한 그래프인 문제에 대해서 연구하였다.

k-배치통합문제는 Chang et al.[1]과 Hong et al.[7]에 의해서 최초로 연구되었다. Chang 등은 2-배치통합문제가 max-SNP hard임을 보이고 근사해법(approximation algorithm)을 제시하였으며, Hong 등은 $k$가 임의의 상수 값을 갖는 경우에 대한 근사해법을 개발하였다. Chang 등의 근사해법은 어떤 형태의 입력 자료에도 구해진 해가 최적해의 1.5배 이하인, 즉 근사비율이 1.5인 해법이다. $n$이 주문의 개수 일 때 Chang 등의 해법은 $O(n^{2.5})$의 계산시간을 필요로 한다. 또한 최근에 Myung[13]은 2-배치통합문제에 상자포장문제에서 흔히 사용하는 First-Fit 유형의 해법을 활용하여 근사비율이 1.5인 해를 구하는 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 2-배치통합문제에서 주문량의 크기가 배치의 용량을 초과하지 않는 경우를 다루기로 한다. 대상문제를 기존의 2-배치통합문제와 구별하기 위하여 기존의 문제를 2-BCP(2-batch consolidation problem)로, 본 연구의 대상문제는 2-BCPS(2-batch consolidation problem with small items)로 표시하기로 한다. 본 논문의 대상문제와 기존의 연구들과의 관계는 <표 1>과 같다. 나중에 언급하겠지만 2-BCPS도 2-BCP처럼 NP-hard이며, max-SNP hard이다. 2-BCPS는 2-BCP의 특별한 경우이므로 2-BCP의 해법을 이용해서 풀 수 있다. 하지만 특수한 상태를 활용하는 특화된 해법을 개발할 수 있다면 바람직할 것이다. 본 논문에서는 2-BCPS에 대한 기존의 해법보다도 간단하면서 동일한 근사비율을 제공하고, 온라인해법으로도 활용할 수 있는 해법을 개발하기로 한다.

배치 통합문제에서 온라인해법이란 해법을 시작하기 전에 배정할 전체 주문에 대한 정보를 알 수 없는 경우에도 적용할 수 있는 해법을 의미한다. 즉 현재 배정할 주문의 주문량만 알 수 있고, 앞으로 배정할 나머지 주문에 대해서는 주문량을 사전에 알 수 없는 경우에도 적용할 수 있게 고안된 해법이 온라인해법이다. Chang et al.[1]의 해법은 원래의 문제를 주문량에 따라 마디의 수가 증가된 문제로 변형하고 짝짓기문제(matching problem)의 해법을 이용해서 풀기 때문에 온라인해법(on-line algorithm)으로 활용할 수 없다. 또한 Myung[13]의 해법도 온라인 형태로는 사용할 수 없다. 본 논문에서는 2-BCPS에서 온라인해법의 최선의 근사비율은 1.5임을 보이고, 이러한 최선의 비율을 보장하는 온라인해법을 제시하기로 한다.

## 2. 용어의 정의와 문제의 복잡성

다음과 같은 기호를 정의하기로 한다. $n$개의 주문의 집합을 $V=\{1,\cdots,n\}$로, 주문 $i \in V$의 주문량을 $s(i)$로 표시한다. 배치의 크기(또는 용량)를 1이라고 가정하고, 모든 $s(i)$는 1 이하의 값으로 가정한다. 주문 $i$와 $j$가 동일한 배치에 배정 가능한지 여부를 나타내기 위하여 주문의 집합 $V$를 마디의 집합으로 갖는 무향그래프(undirected graph) $G=(V, E)$를 활용하기로 한다. 이러한 그래프를 양립성그래프라고 부르고 호의 집합 $E = 1, \ldots, m$은 다음과 같이 정의한다. 두 주문 $i$와 $j$에 해당하는 마디 $i \in V$와 $j \in V$사이에 호 $e=\{i, j\}$가 존재하면 두 주문은 양립 가능한, 즉 동일한 배치에 배정 가능한 주문임을 나타낸다.

2-BCPS는 주문량의 크기에 대한 제약에도 불구하고 문제의 복잡성(complexity)은 2-BCP와 다르지 않음을 쉽게 보일 수 있다.

<표 1> 배치통합문제와 관련된 연구들

<table>
<tr><th></th><th>분할생산</th><th>k</th><th>양립성그래프</th><th>배치용량초과 주문량</th></tr>
<tr><td>Lee et al.[10]<br>Myung[12]</td><td rowspan="5">가능</td><td>∞</td><td>구간그래프</td><td rowspan="4">존재</td></tr>
<tr><td>Epstein and Stee[5, 6]</td><td>2, 3</td><td>완전그래프</td></tr>
<tr><td>Chang et al.[1](2-BCP)</td><td>2</td><td rowspan="3">임의의 그래프</td></tr>
<tr><td>Hong et al.[7]</td><td>상수</td></tr>
<tr><td>본 논문(2-BCPS)</td><td>2</td><td rowspan="3">존재하지 않음</td></tr>
<tr><td>Jansen[8]<br>Epstein and Levin[4]<br>Jansen and Öhring[9]</td><td rowspan="2">불가능</td><td rowspan="2">∞</td><td>특정한 그래프</td></tr>
<tr><td>Chen et al.[2]<br>Myung[11]</td><td>구간그래프</td></tr>
</table>

**정리 1** : 2-BCPS는 NP-hard이며, max-SNP hard 이다.

**(증명)** Chang et al.[1]이 2-BCP의 복잡성 증명을 위해서 사용한 방법을 그대로 이용할 수 있다. Chang 등은 모든 마디에 인접한 호의 수가 일정 개수 이하인 그래프에서의 마디커버 문제(vertex cover problem)가 2-BCP 문제로 변환됨을 이용하였는데 이 때 사용된 2-BCP의 주문량은 모두 배치의 용량 이하이다. □

이제 2-BCPS의 온라인해법(online algorithm)이 성취할 수 있는 근사비율의 하한(lower bound)은 1.5임을 보이기로 한다. 앞서 언급한대로 배치통합문제에서 온라인해법이란 해법을 시작하기 전에 배정할 전체 주문에 대한 정보를 알 수 없고, 해법을 수행할 때 현재 배정할 주문의 주문량만 알 수 있어도 적용이 가능한 해법이다.

**정리 2** : 2-BCPS의 어떠한 온라인해법도 근사비율은 1.5 이상이다.

**(증명)** 처음에 $2n$개의 주문이 발생하고 뒤에 다시 추가로 주문이 발생하는 2-BCPS의 경우를 고려해 보자. 모든 주문량은 매우 적은 양이라고 가정한다. 양립성은 $n$개의 짝 $\{i, n+i\}$, $i=1, \ldots, n$에 대해서만 존재한다고 가정하자. 그러면 어떠한 온라인해법도 처음 $2n$개의 주문을 $n$개에서 $2n$개 사이의 배치에 배정하게 될 것이다. 임의의 해법이 처음 $2n$개의 주문을 $2n-k$개의 배치에 배정하고, $0 \le k \le n$인 $k$개의 배치에는 양립이 허용된 $k$개의 짝에 해당하는 주문을 배정하였다고 가정하자. 이제 추가로 배정할 주문이 $2k$개이고 $k$개의 배치에 들어 있는 $2k$개의 주문과 각각 1대 1로 하나씩만 양립할 수 있고 이외의 다른 양립관계는 존재하지 않는다고 가정하자. 그러면 현재의 해법에서는 추가로 $2k$개의 배치가 필요하게 되어서 총 배치의 수는 $2n+k$개가 된다. 그러나 최적해에서는 처음에 $k$개의 짝을 배정한 배치의 주문과 나중에 배정한 $2k$개의 주문을 $2k$개의 배치에 배정하고, $2n-2k$개의 배치에 한 개씩 들어있던 주문들은 $n-k$개의 배치에 배정할 수 있어서 총 $n+k$개의 배치에 배정가능하다. 그리고 $0 \le k \le n$이므로 어떠한 $k$에 대해서도 근사비율은 1.5 이상이 된다. □

2-BCPS는 2-BCP의 특별한 경우이므로 정리 2는 2-BCP를 위한 온라인해법이 달성할 수 있는 최선의 근사비율도 1.5 이상임을 보여준다.

## 3. 근사비율 1.5의 온라인해법

제 3장에서는 어떠한 입력자료에 대해서도 2-BCPS 최적해의 1.5배 이하의 해를 보장하는 온라인해법을 제시하려고 한다. Myung[13]은 2-BCP에 대해서 상자포장문제에서 흔히 사용되는 First-Fit 유형의 해법을 활용하여 근사비율 1.5인 근사해법을 개발하였다. First-Fit 해법은 배정할 주문량을 아직 채워지지 않은 배치 중에서 만들어진 순서에 따라 배정을 하고, 어떤 배치에도 배정이 불가능한 경우에는 새로운 배치를 만들어 배정하는 방법이다. 전통적인 상자포장문제에서는 분할이 불가능하고 양립성의 제약도 없으므로 배치에 남은 공간이 배정할 주문량에 충분한지만 검토해서 배정을 결정하면 된다. 하지만 2-BCP나 2-BCPS에서는 배치에 이미 배정된 주문과 양립 가능해야 되고 남은 공간이 배정할 주문량에 모자라는 경우에는 배정할 주문량의 일부만도 배정이 가능하다. Myung[13]은 후자의 경우 주문량의 일부만이라도 배치의 용량까지 배정하는 전략을 분할을 허용하는 First-Fit(FFS)로, 주문량 전체를 배정 못하는 경우에는 배정하지 않는 전통적인 형태의 전략을 First-Fit (FF)로 정의하였다. Myung[13]은 2-BCP의 경우

FFS와 FF 중 한 전략만 사용하거나 두 전략의 순서가 잘못 되는 경우에는 근사비율이 2보다 나은 해를 구할 수 없음을 보이고, 두 전략과 추가적인 보완 방법을 통하여 근사비율이 1.5인 해를 구하는 방법을 제시하였다. 그러나 이 해법은 온라인 형태로는 사용할 수 없다.

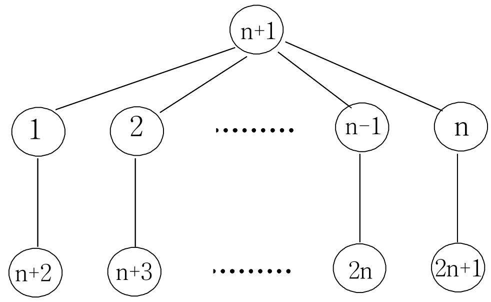
본 논문에서는 2-BCPS의 경우는 단순히 FF를 사용하는 것이 최선임을 보이려고 한다. 우선 2-BCPS에 FFS를 적용하는 해법은 좋은 선택이 아님을 보이기로 한다. 즉 FFS를 2-BCPS에 적용하는 경우에는 근사비율이 2 이상인 해법이 된다.

**정리 3** : FFS를 2-BCPS에 적용하는 경우 근사비율은 2 이상이다.

**(증명)** 배정해야 할 순서별로 주문이 다음과 같다고 가정하자. 처음 $n$개의 주문은 주문량이 $1-\epsilon$이고 서로 양립하지 못하며, 다음 주문은 주문량이 $n\epsilon(n\epsilon \le 1)$이고 앞선 $n$개의 주문과 모두 양립한다고 가정하자. 그리고 다시 $n$개의 주문이 있고 주문량은 $\epsilon$이고 처음 $n$개의 주문과 각각 1대 1로 하나씩만 양립할 수 있다고 가정하자. 주문에 대한 정보와 양립성그래프가 [그림 1]에 나타나 있다. 그러면 FFS는 주문량 $n\epsilon$의 주문을 처음 $n$개의 주문과 $n$개의 배치에 배정하고 나중 $n$개의 주문을 새로운 $n$개의 배치에 배정하게 된다. 그러나 최적해는 처음과 나중 $n$개의 주문을 $n$개의 배치에 배정하고 주문량 $n\epsilon$의 주문을 하나의 배치에 배정하는 것이므로 근사비율은 $n$이 커짐에 따라 2에 접근하게 된다. □

이제 우리는 FF가 2-BCPS의 근사비율 1.5인 해법이 된다는 것을 보이려고 한다. 이 주장이 맞다면 FF는 온라인해법이므로 정리 2의 결과에 의해서 2-BCPS의 최선의 근사비율을 제공하는 온라인해법이 된다.

| 주문 | 1 | 2 | … … | $n$ | $n$+1 | $n$+2 | … … | 2$n$+1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 주문량 | 1-ε | 1-ε | | 1-ε | $n$ε | ε | | ε |




[그림 1] 주문량과 양립성그래프

**정리 4** : FF는 2-BCPS의 근사비율 1.5인 온라인 해법이다.

**(증명)** 임의의 2-BCPS 문제에 FF를 적용하여 구해진 해가 있다고 가정하자. 이제 어떻게 주문을 재배치해도 전체 주문량을 배정하는데 필요한 배치의 수를 FF의 해에서 사용된 배치의 수의 2/3 미만으로 줄일 수는 없음을 보이기로 한다. FF에서 구해진 해에서 하나의 주문만 포함하는 배치의 집합을 $A_1$, 두 개의 주문을 포함하는 배치의 집합을 $A_2$라고 하고, $|A_1|=k_1$, $|A_2|=k_2$라고 하자. FF의 특성상 동일한 주문이 두 개의 배치에 나누어 배정된 경우는 없으므로, 총 주문의 수는 $k_1+2k_2$이다. 이제 임의의 새로운 해를 고려해 보자. 새로운 해에 포함된 배치들은 배치를 구성하는 주문의 성격에 따라 3가지 유형으로 나눌 수 있는데 집합 $B_1, B_2, B_3$로 다음과 같이 구분하기로 한다. $A_1$의 주문만으로 구성된 배치의 집합을 $B_1$, $A_1$과 $A_2$의 주문이 각각 하나씩 혼적된 배치의 집합을 $B_2$, $A_2$의 주문만으로 구성된 배치의 집합을 $B_3$로 정의한다. 즉 $B_1$과 $B_3$는 하나의 주문만 배정된 배치와 두 주문이 배정된 배치가 모두 포함될 수 있으나, $B_2$에 속한 배치는 모두 두 주문이 배정된 배치이고 각 배치에는 $A_1$과 $A_2$의 주문이 하나씩 배정되어 있다. 이제 $A_1$의 배치 중에서 갖고 있는 주문

과 동일한 주문이 $B_2$에 속한 배치 중 어느 하나에 포함되어 있는 배치의 집합을 $A_{11}$으로, 그렇지 못한 배치의 집합을 $A_{12}$로 정의하고, $|A_{11}|=k_{11}$, $|A_{12}|=k_{12}$로 표시하기로 한다.. 즉 $A_1=A_{11}\cup A_{12}$이고, $k_1=k_{11}+k_{12}$이다.

지금부터 우리는 $|B_1|\geq\frac{2}{3}|A_{12}|$이고, $|B_2|+|B_3|\geq\frac{2}{3}(|A_{11}|+|A_2|)$임을 보임으로써 증명을 완결하려고 한다. 우선 $|B_1|\geq\frac{2}{3}|A_{12}|$임을 보이기로 한다. $A_{12}$의 주문들은 $B_1$의 배치에만 포함되므로 주문량 전체가 포함되어야 한다. $A_{12}$에 속한 $k_{12}$개의 주문 중에서 분할 없이 $B_1$의 배치에 배정된 주문의 수를 $x$개라고 가정하자. 원래 $A_1$에 속한 임의의 한 쌍의 주문은 서로 양립이 불가능하거나 양립이 가능한 경우에는 주문량의 합이 1을 초과한다. 왜냐하면 그렇지 않았다면 FF의 특성상 두 주문이 함께 배치에 배정되었을 것이기 때문이다. 이러한 속성 때문에 $A_{12}$에 속한 $x$개의 주문을 분할 없이 배정할 수 있는 최대의 배치의 수는 $x$개다. 즉 $x\leq|B_1|$이다. 그러면 $k_{12}-x$개의 주문은 두 군데 이상의 배치에 나누어 배정되어야 하므로 $k_{12}$개의 주문이 배정되어야 할 곳은 $2(k_{12}-x)+x(=2k_{12}-x)$ 이상이 된다. 그런데 $|B_1|<\frac{2}{3}k_{12}$이면 $x\leq|B_1|$이므로, $2k_{12}-x>3|B_1|-x\geq2|B_1|$이어서 한 배치에 두 종류 이하의 주문이 포함되어야 한다는 가정에 모순이 된다. 따라서 $|B_1|\geq\frac{2}{3}|A_{12}|$가 성립한다. 이제 $|B_2|+|B_3|\geq\frac{2}{3}(|A_{11}|+|A_2|)$임을 보이기로 한다. $A_{11}$의 각 주문은 $B_2$의 배치에 하나씩 배정되어 있으므로 $|B_2|\geq k_{11}$이다. 그리고 $B_3$는 $A_2$의 배치에 포함되어 있던 주문들 중에서 $B_2$의 배치에 배정된 나머지를 포함해야 한다. $A_2$의 각 배치에는 두 개의 서로 다른 주문이 포함되어 있었으므로, $|A_2|-|B_3|>0$인 경우에는 $A_2$의 배치에 포함되어 있던 주문들 중 적어도 $|A_2|-|B_3|$의 두 배 이상의 주문이 $B_2$의 배치로 이동 되어야 한다. 그리고 이동된 주문 하나는 $B_2$의 배치 하나에만 배정될 수 있으므로 $|B_2|\geq2(|A_2|-|B_3|)$가 된다. 따라서 $|B_2|\geq\max[2(|A_2|-|B_3|),k_{11}]$이 된다. 이제 두 가지 경우를 나누어서 다음과 같이 $|B_2|+|B_3|\geq\frac{2}{3}(|A_{11}+|A_2|)$가 성립함을 보일 수 있다.

(i) $2(|A_2|-|B_3|)\geq k_{11}$인 경우 :

$$|B_2|\geq2(|A_2|-|B_3|)\geq\frac{2}{3}k_{11}+\frac{2}{3}(|A_2|-|B_3|)\geq\frac{2}{3}k_{11}+\frac{2}{3}|A_2|-|B_3|$$

(ii) $2(|A_2|-|B_3|)<k_{11}$인 경우 :

$$|B_2|\geq k_{11}>\frac{2}{3}k_{11}+\frac{2}{3}(|A_2|-|B_3|)\geq\frac{2}{3}k_{11}+\frac{2}{3}|A_2|-|B_3|$$

결국, $|B_1|+|B_2|+|B_3|\geq\frac{2}{3}(|A_{12}|+|A_{11}|+|A_2|)$가 성립하므로, 어떠한 새로운 해도 FF의 해에서 사용된 배치의 수의 2/3 미만의 배치를 가질 수는 없다. □

## 4. 결 론

2-배치통합문제는 하나의 주문에 포함된 주문량을 두 개 이상의 배치에 나누어 생산할 수 있고, 하나의 배치에 포함시킬 수 있는 서로 다른 주문의 수가 2개로 제한되며, 함께 배치에 포함할 수 있는 주문과 포함할 수 없는 주문이 존재할 때, 생산에 필요한 배치의 수를 최소화하도록 배치를 구성하는 문제이다. 배치통합문제는 철강, 화학 등의 소재를 생산하는 시스템에서 흔히 발생하는 문제로 알려져 있다. 본 논문에서는 2-배치통합문제에서 주문량의 크기가 배치의 용량을 초과하지 않는 경우를 다루었다. 주문량의 크기가 배치의 용량을 초과하는 경우에 대해서는 기존에 근사비율이 1.5인 근사해법이 개발되었으나, 이 해법들은 온라인 형태로는 활용할 수 없는 해법이었다. 배치통합문제의 적용 환경은 배정할 전체 주문에 대한 정보를 사전에 알 수 없는 경우가 더욱 현실적이므로 온라인해법이 훨씬 응용가능성이 높다.

본 논문에서는 새로운 대상문제도 NP-hard이며, max-SNP hard임을 보이고, 아주 간단한 해법인

First-Fit 해법이 1.5의 근사비율을 갖는 온라인해법이 됨을 증명하였다. 또한 제시된 온라인해법의 근사비율 1.5는 대상문제에서 온라인해법이 얻을 수 있는 최선의 근사비율임을 보였다. 본 논문에서 개발된 해법은 단순하면서도 매우 실용적인 해법인 동시에 근사비율에서도 최선의 효율을 갖는 해법이다. 배치통합문제의 발생 환경에서는 온라인해법의 응용가능성이 높으므로, 본 논문에서 개발한 해법은 현실에서의 활용가능성이 높을 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌


[1] Chang, J., S.Y. Chang, S.-P. Hong, Y.-H. Min, and M.-J. Park, "Approximation of a batch consolidation problem," *Networks*, Vol. 58(2011), pp.12-19.

[2] Chen, M., J. Li, J. Li, W. Li, and L. Wang, "Some approximation algorithms for the clique partition problem in weighted interval graphs," *Theoretical Computer Science*, Vol. 381(2007), pp.124-133.

[3] Chung, F., R. Graham, J. Mao, and G. Varghese, "Parallelism versus memory allocation in pipelined router forwarding engines," *Theory of Computing Systems,* Vol.39(2006), pp.829-849.

[4] Epstein, L. and A. Levin, "On bin packing with conflicts," *SIAM J. Optimization*, Vol. 19(2008), pp.1270-1285.

[5] Epstein, L. and R.V. Stee, "Improved results for a memory allocation problem," *Theory of Computing Systems*, Vol.48, No.1(2011), pp. 79-92.

[6] Epstein, L. and R.V. Stee, "Approximation schemes for packing splittable items with cardinality constraints," *Algorithmica*, Vol.62(2012), pp.102-129.

[7] Hong, S.-P., M.-J. Park, and S.Y. Chang, "Approximation of k-batch consolidation problem," *Theoretical Computer Science*, Vol.410 (2009), pp.963-967.

[8] Jansen, K., An approximation scheme for bin packing with conflicts, *Journal of Combinatorial Optimization*, Vol.3(1999), pp.363-377.

[9] Jansen, K. and Öhring, S., Approximation algorithms for time constrained scheduling, *Information and computation*, Vol.132(1997) pp.85-108.

[10] Lee, K., S.Y. Chang, and Y. Hong, "Continuous slab caster scheduling and interval graphs," *Production Planning and Control,* Vol.13, No.5(2004), pp.495-501.

[11] Myung, Y.S., "On the clique partition problem in weighted interval graphs," *Theoretical Computer Science*, Vol.396(2008), pp.290-293.

[12] Myung, Y.S., "An online algorithm for continuous slab caster scheduling," *Production Planning and Control*, Vol.21(2010), pp.339-342.

[13] Myung, Y.S., A new 3/2 approximation algorithm for 2-batch consolidation problem. (in preparation).

[14] Tang, L., J. Liu, A. Ring, and Z. Yang, "A review of planning and scheduling system and methods for integrated steel production," *European Journal of Operational Research*, Vol.133(2001), pp.1-20.