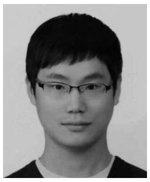
MIKE FLOOD를 이용한 하천횡단 도로교 하부 수로에 관한 수치모의



변 성 준 |
(재)국제도시물정보과학연구원 선임연구원
seongjune@paran.com

최 계 운 |
인천대학교 교수
gyewoon@incheon.ac.kr

박 효 선 |
인천대학교 박사과정
kokomanara84@naver.com

1. 서 론

21세기에 들어서면서 지구촌 곳곳에서 기상이변으로 인하여 자연재해는 다양화되고, 대규모화 되고 있는 실정이다. 게다가 도시화와 발전에 따라 도로의 포장 등에 의한 불투수 면적이 증가하여 강우에 대한 유출량은 점차 증가하게 되고, 또한 하천에 각종 구조물이 건설됨에 따라 하천의 흐름을 방해하여 침수에 의해 피해를 입는 면적은 점차 증가할 수 밖에 없는 실정이다.

이러한 피해를 최소화하기 위해 우수유송시설의 확장, 유수지 활용, 저류지 등 대안을 제시하고 있다. 특히 최근 국가지리정보시스템(GIS)이 구축됨에 따라 GIS 정보를 이용한 DEM(Digital Elevation Model) 제작이 가능해졌으며, 이를 활용한 2차원 해석모델과 기존의 1차원 모델의 연결해석에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 1차원 하천망 또는 관망해석결과를 2차원 모델에 적용시킴으로써 범람된 유량의 흐름에 대한 모의가 가능해졌으며, 홍수 연구에 있어서 이러한 접근은 기존의 1차원 모델로만 해석했을 때와는 달리, 제방 또는 맨홀을 월류한 후 지표면에서의 유출경로 모의와 침수범위 및 침수심 산정이 가능하다는 장점이 있다.

하천의 흐름 및 홍수에 관한 수치해석에 관한 연구는 윤용남 등(1992)은 하천의 상류 댐 구간에서 홍수량에 의한 하류 지점에서의 첨두 홍수량과 홍수 도달시간을 계산한 바 있다. 또한 댐 구간의 홍수도달시간에 영향을 미치는 인자를 댐 방류를 시작하여 이전의 하도 내 초기유량조건, 최대 방류량의 크기, 방류 계속 시간, 하류 댐 여수로의 수문개폐, 하도구간으로 유입하는 측방유입량으로 제시하였다. 이종태 등(1993)은 NETWORK 모형을 이용하여 하천의 홍수규모에 따른 인도교 수위 의 조위영향 분석을 실시한 바 있다. 서규우 등(1995)은 하천 횡단 구조물인

도로교의 수위 자료를 분석하여 1991년의 단면을 기준으로 수위-유량 곡선을 분석하여 연최대치 홍수량 계열을 구성하였으며 확률 분포형을 적용하기 위해 적합도 검정을 실시하였다. 최계운 등(2009)은 하천하구지역의 구조물 설치에 의한 수리학적 영향을 검토하였다. 해당연구에서는 수위 및 유속 등의 수치적 해석을 위해 MIKE 11 모형을 이용하였으며 수공구조물에 따른 조건을 변화하여 해석하였다. 변성준 등(2009)은 하천의 하상변화 기작연구를 위하여 유사이송에 의한 수리학적 특성을 분석하기 위해 상류로부터 이송되어 온 유사에 대하여 시간적 흐름 특성을 통하여 조성된 하천 특성을 분석하고, 지형변화 분석을 위해 MIKE 21 모형의 이동상 해석모듈을 사용하여 지형변화에 따른 하천 홍수기의 하상변화와 유수 흐름 및 수위 등의 변화를 모의하였다.

본 연구에서는 주로 1차원 하천해석 모형으로 알려져 있는 MIKE 11 모형과 2차원 홍수해석, 해양, 항만 분야에서 많이 사용되는 MIKE 21 모형을 동시에 구성하여 해석하는 MIKE FLOOD 모형을 활용하여 하천지역의 홍수해석을 수행하고자 한다. MIKE 11 모형은 점과 선으로 구성되어 있는 하천 정보를 활용한 1차원 해석을 수행하는 프로그램으로 입력해야 할 데이터 양이 적고, 해석 시간이 짧으며 해석 결과를 분석하는데 용이한 장점이 있으나, 흐름의 경로와 방향을 어느정도 예측하고 있어야 정확한 해석을 수행할 수 있고, 모형 결과의 시각화에 한계가 있다. 또한 세부적인 홍수 발생 지역을 정확히 도시화하기 어려운 단점이 있기 때문에 다양하고, 많은 구조물과 복잡한 흐름양상을 보이는 하천지역을 빠르게 해석하고자 할 때 주로 사용이 된다. MIKE 21 모형의 경우는 해석시간이 오래걸리고, 하천에 대한 지형자료 구성이 어렵다는 단점이 있으나 흐름의 경로와 방향을 예측하기 어려운 경우에도 동적인 2차원 모의가 가능하고, 해석 결과의 시각화가 용이하며 범람원의 유속, 깊이 등에 대한 자세한 정보를 알 수 있기 때문에 주로 홍수 해석시 많이 활용되고 있다. 그러나 MIKE 21은 한 개의 2차원 평면 정보가 활용되기 때문에 구조물이 있을 시 하천 단면에 대한 정보와 하천 구조물에 대한 정보를 동시에 사용할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 이러한 1차원 및 2차원의 한계를 극복하고, 2차원 평면 내에서 1차원 입력자료를 활용하여 하천의 단면과 구조물을 동시에 고려할 수 있는 방법을 소개하고자 한다. 본 연구에서 다루고자 하는 예시는 하천의 단면에 도로교가 횡단하는 경우에 대한 부분이

(a) 하천횡단 구조물이 있는 경우

(b)2차원 평면에서 구조물을 무시하고 수로의 일부로 취급하는 경우

그림 1. 하천을 횡단하는 도로교 구조물이 있는 경우 예시

다. 2차원 평면 DEM을 사용하는 1-2차원 통합 모형을 활용하는 경우에서 그림 1의 (a)와 같이 하천 흐름을 방해하는 하천횡단구조물이 있는 경우 2차원 평면 DEM의 특성상 이를 표현할 방법이 없기 때문에 그림 1의 (b)와 같이 구조물을 무시하거나, 하천 흐름을 차단하거나 또는 2차원 해석을 포기하고 해당 구간을 1차원화를 하는 등 1-2차원 통합모형의 장점을 활용하지 못하는 경우가 있다. 따라서 본 연구에서는 하천 횡단 구조물 특히 도로교 하부에 수로가 형성되는 경우에 대하여 이를 입체적으로 표현하면서도 1-2차원 통합모형의 장점을 살릴 수 있는 다양한 방법을 소개하고, 이를 비교분석하여 적절한 방식을 선정할 수 있는 기초자료를 제공하고자 한다.

2. 이론적 배경

MIKE FLOOD는 1차원 하천 해석 프로그램인 MIKE 11의 입력자료를 2차원 흐름 해석 프로그램인 MIKE 21에 입력하여 2차원 해석을 병행하도록 하여 홍수해석에 효율성을 강화하기 위한 프로그램이다. MIKE 11에서 하천의 1차원 입력자료는 각각 점과 선으로 구성되어 있는데 이를 2차원 해석에 사용할 수 있도록 면으로 구성

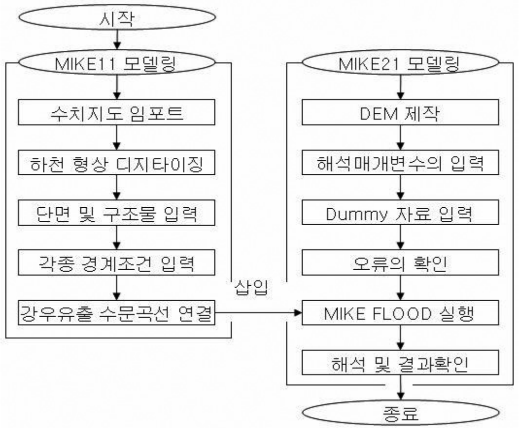


그림 2. MIKE FLOOD 작업 흐름도

된 입력자료로 변경을 하게 된다. 또한 변경된 입력자료는 MIKE 21에서 기본적으로 사용하는 지형학적 자료인 DEM을 기반으로 변경이 된다. 그림 2는 MIKE 11의 자료를 입력한 뒤 이를 MIKE FLOOD를 이용하여 MIKE 21에 삽입하게 되는 흐름도를 나타낸 것이다. 이렇게 구성된 입력자료를 이용하여 해석을 수행하면 MIKE 21의 하천 외부에 흐르는 우수와 MIKE 11의 하천이 서로 연결이 된다.

2.1. MIKE 11의 이론적 배경

MIKE 11 모형에서 부정류 흐름해석은 동역학적 파를 가지고, 질량보존과 모멘트 방정식으로 구성된 Saint-Venant 방정식을 적용하여 해석하였다. 수평바닥과 일정한 폭을 가진 직사각형 횡단면은 연속방정식 식 (1)과 운동량방정식 식 (2)로 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha\frac{Q^2}{A})}{\partial x}+gA\frac{\partial y}{\partial x}+gAS_f=0 \qquad (2)$$

여기서, Q는 유량(m^3/s), x는 흐름방향의 길이(m), A는 단면적(m^2), t는 시간(s), 는 유속분포계수, g는 중력가속도(m/s^2), y는 수심(m)를 나타낸다. 또한, 식 (1)과 식 (2)에 Chezy 공식과 측방유입류를 이용한 수리저항식에 q를 대입하여 수리모형의 기본 방정식으로 사용되며 식 (3)과 (4)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=q \qquad (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha\frac{Q^2}{A})}{\partial x}+gA\frac{\partial y}{\partial x}+\frac{gQ|Q|}{C^2AR}=0 \qquad (4)$$

여기서, C는 Chezy 계수($m^{1/2}/s$), R은 경심(m)을 나타낸다.

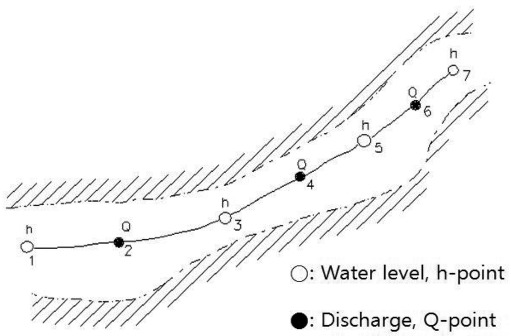


그림 3. 단면의 격자 계산

MIKE 11에서는 미분방정식의 해석을 위하여 유한차분법을 활용한다. 유한차분법은 편미분 방정식을 차분방정식으로 근사시켜 수치해석을 하는 방법이다. 유한차분법의 특징은 유한 요소법(FEM)이나 경계 요소법(BEM)에 비해 편미분 방정식에서 1차 연립 방정식으로의 변환 과정이 직접적이다. 유한차분법은 선형 문제뿐만 아니라 비선형 문제에도 비교적 쉽게 대응할 수 있고, 특히 유체 해석에서 잘 사용된다. 각 시간 단계별로 조합된 방정식을 다음 절차에 의하여 구성하며 해석방법은 각 모델(Kinematic, Diffusive, Dynamic)의 수준과 동일하다. 식 (3)과 (4)를 변환시켜 Q-points와 h-points를 프로그래밍하여 유한차분법으로 구성하며 여기서 Q는 유량, h는 수위를 말한다. 그림 3과 같이 각각의 시간 단계에 적용되고, 격자의 구성은 사용자의 기본 요구에 따라 자동적으로 일반화 된다. Q-points는 항상 h-points 사이 중앙에 위치하게 되며 각 h-points 사이의 거리는 다를 수가 있고, 유량은 x방향으로 흐르게 정의되었다(DHI, 2007, Kerroux, 2006).

2.2. MIKE 21의 이론적 배경

MIKE 21 모형은 덴마크 DHI사에서 개발된 모델로서 자유표면 흐름에 대한 2차원의 포괄적인 모델링 시스템으로 비정상 상태의 수리현상 모의 뿐만아니라 수질, 퇴적물의 이송 등도 모의할 수 있는 2차원 모형이다. 일반적으로 모델을 구성하는데 있어서 시공간적 제약이 거의 없기 때문에 매우 간단한 시스템에서 복잡한 하천, 호수, 연안에 이르기까지 적용범위가 매우 넓게 구성되어 있는 것이 특징이다.

MIKE 21 모형에서는 흐름장 해석을 HD모듈(Hydro Dynamic Module)에서 실행하도록 구성되어 있다. HD모듈은 하구, 만 또는 연안지역에서의 수위와 유속의 모의에 대한 일반적인 수치모형 시스템이며, 식 (5)로 나타나 있는 연속방정식과 식 (6) 및 식 (7)의 운동량방정식을 해석하며 그 결과로부터 수위, 유향 및 유속의 크기 등 흐름의 상태를 파악할 수 있다.

$$\frac{\delta s}{\delta t}+\frac{\delta}{\delta x}Uh+\frac{\delta}{\delta y}Vh=F_s \qquad (5)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}+g\partial_x s+\frac{g}{C^2 d}V\sqrt{U^2+V^2} \qquad (6)$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}(K_{xx}\frac{\partial U}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(K_{yy}\frac{\partial U}{\partial y})=F_s U_s$$

$$\frac{\partial s}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+g\frac{\partial s}{\partial x}+\frac{g}{C^2 d}V\sqrt{U^2+V^2}+ \qquad (7)$$
$$\frac{\partial}{\partial x}(K_{xx}\frac{\partial V}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(K_{yy}\frac{\partial V}{\partial y})=F_s V_s$$

여기서, U는 x방향의 평균유속을 나타내고, V는 y방향의 평균유속, C는 체지의 유속계수, K_{xx}는 x가장자리의 점성, K_{yy}는 y가장자리의 점성을 나타낸다.

위의 방정식은 엇갈림 격자와 ADI 음해법 2단계 알고리즘 기법을 이용한 유한차분법에 의해서 그 해를 구할 수 있다.

MIKE 21의 HD 모듈은 범람원의 모델링에 사용되는 동수역학 모듈로서 각종 힘이 하천, 호수 그리고 범람원 등에 작용할 때의 반응에 의한 수위와 유량의 변화를 모의해석을 수행한다. 기본적인 하상조건은 GIS 프로그램을 이용하여 제작된 그리드 파일로 대체할 수 있으며 수위와 유량은 지형정보, 하상조도 그리고 경계조건 등이 제

공될 때에 해석하고자 하는 지점을 둘러싼 직사각형인 그리드 상에 재해석된다.

유역의 지형도(Bathymetry)를 정확하게 구성하는 것과 입력변수를 찾아내는 과정은 MIKE 21 모델의 전반에 걸쳐 매우 중요한 작업이며, 가장 어려운 작업 중에 하나이다. 하나의 격자 간격을 조밀하게 구성한다면 하천이나 유역의 형상이 정확하게 구성되어 결과를 더욱 정확하게 할 수 있으나, 데이터의 양이 너무 많아지게 되어 계산이 오래 걸린다. 또한 격자의 간격을 넓게 구성하게 되면 소규모 하천의 모의에 있어서 하천의 단면형상을 정확하게 입력할 수 없다는 단점이 있다.

또한 부정류 해석 모델인 MIKE 21을 실행하기 위해서 모의시간 간격을 정해야 하는데, 이는 식 (8)에서 나타나 있는 Courant Number에 의해 결정된다. Courant Number란 하나의 시간 간격동안 얼마나 많은 격자정보가 해석되는가를 의미하며 다음과 같이 계산된다.

$$C_R = c\frac{\Delta t}{\Delta x}, \qquad c = \sqrt{gh} \tag{8}$$

여기서 c는 유속, Δt는 시간 간격, Δx는 격자크기, h는 수심을 의미한다. MIKE 21의 입력변수로 들어가는 flood and dry는 flood depth 이상으로 수심이 높아져야 흐름이 발생하는 것을 의미하고, 반대로 dry depth 이하로 수심이 낮아지면 흐름이 발생하지 않는 것을 의미한다.

해석 후, DFS2 형식으로 제공되는 결과파일로 지표면의 지형정보를 이용하여 그리드 데이터 형태로 침수지역과 침수심을 산출할 수 있다.

3. 입력자료의 구성

본 연구에서는 입력자료의 구성을 위하여 실제하천을 기반으로 가상의 하천을 만들었고, 하천의 일부에 교량이 통과하는 것을 2차원 평면상에서 표현하였다. 교량 하부 단면은 2차원 하상에서 발생하는 교량의 상하류 수위정보를 토대로 유량이 발생하는 교각 형상의 단면정보를 직접 입력하는 방식과 도로교 상판을 보 구조물로 하며 도로교의 교각 부분을 암거(Culvert)의 형태로 하되 교각 상류의 수위정보와 MIKE 11 프로그램 상에서 미리 계산된 수위-유량 관계곡선(Q-H Curve)자료를 각각 경계조건으로 하는 구조물식 방법을 적용하여 비교분석 하였다.

3.1 1차원 MIKE 11 입력자료 구성

하천정보를 구성하기 위하여 MIKE11에서는 우선 하천망과 하천단면 등의 기본적인 자료를 입력하였다. 그리고 두가지 다른 형태의 도로교 하부 구조물을 표현하기 위하여 직접 연결방식(Explicit Structure)과 간접 연결방식(Implicit Structure)을 사용하였다. 도로교 상판의 상하류 길이는 50m이며, 도로교 하부에는 9개의 교각이 8m 간격으로 연결되어 있고, 교각의 높이는 6m인 것으로 가정하였다.

3.1.1 직접연결방식의 도로교 연결(Case-1)

직접연결방식은 도로교가 위치하는 지역에 그림 4와 같이 50m 간격으로 해당지역의 하천 단

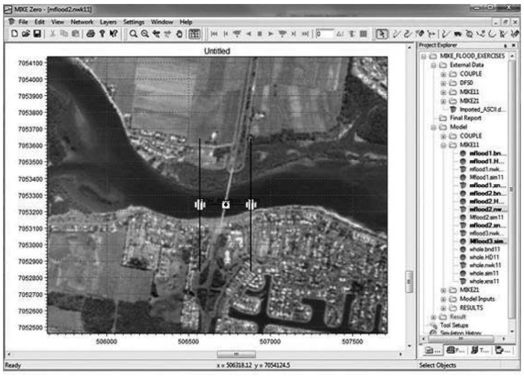


그림 4. 도로교 상하류를 연결한 50m 간격의 단면 구성

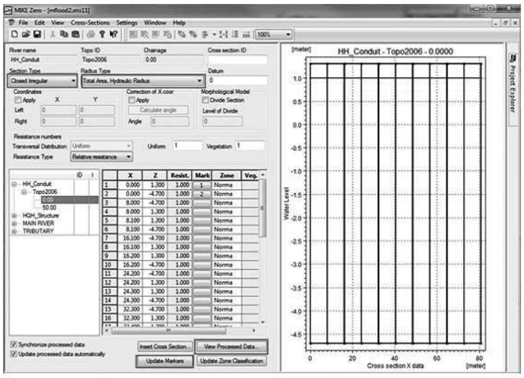


그림 5. 도로교 하부의 단면 정보(8×6×10연)

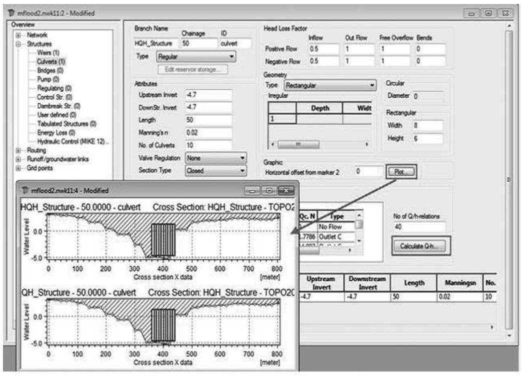


그림 7. 단면 내 교량 하부 구조물 구성

면을 연결한 뒤 하천 단면의 형상을 그림 5와 같이 8m 간격의 10연 수로 형태로 한 뒤, 상하류 경계조건을 자유 유입에 자유 유출이 가능하도록 완전히 개방된 형태의 경계조건 즉, 2차원 해석에 의한 도로교 상 하류의 하천 수위 정보가 직접적으로 흐름을 제어할 수 있도록 하였다.

해당 단면은 MIKE FLOOD 상에서 일반적인 하천의 단면과 같이 인식이 되어 MIKE 21에서 2차원으로 분석된 단면 위치에서의 수위조건을 기반으로 1차원 흐름이 해석되어 하류로 전달되게 된다.

3.1.2 간접연결방식의 도로교 연결(Case–2)

간접연결방식은 도로교가 위치하는 지역에 그림 4와 동일하게 50m 간격으로 해당지역의 하천 단면을 연결한 뒤 하천 단면의 형상에 해당지

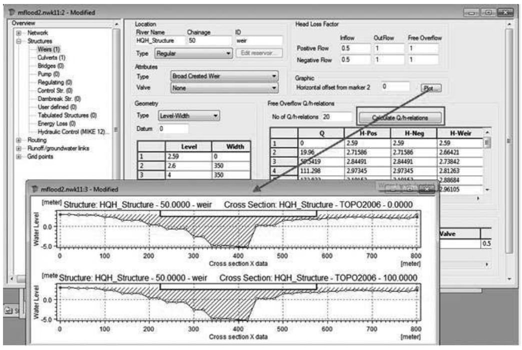


그림 6. 단면 내 교량 상부 구조물 구성

역의 단면을 그대로 입력한 뒤, 그림 6과 같이 하천을 보로 막고 보 하단에 그림 7과 같은 암거를 입력한다. 암거의 흐름에 대하여 수위–유량 곡선을 생성한 뒤, 상하류 경계조건을 자유 유입에 자유 유출이 가능하도록 완전히 개방된 형태의 경계조건, 즉, 2차원 해석에 의한 도로교 상 하류의 하천 수위 정보가 직접적으로 흐름을 제어할 수 있도록 하였다.

3.2 2차원 MIKE 21 입력자료 구성

2차원 모형에서는 그림 8과 같이 해당 지역에 대한 수치표고모델(DEM)을 구성한 뒤 수치표고모델 상 하천단면이 구성된 하천에 대해서는 1차원 모형의 끝단을 2차원 모형에 연결하고, 하천

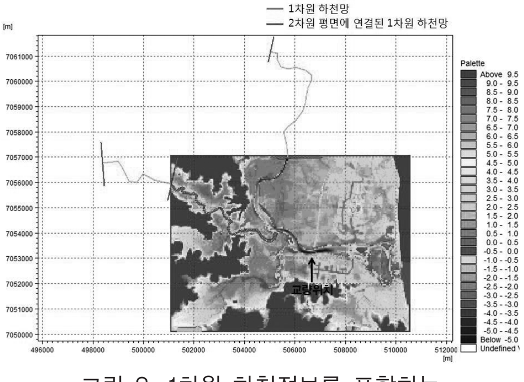


그림 8. 1차원 하천정보를 포함하는 2차원 입력자료 구성

단면이 구성되어 있지 않은 하천에 대하여는 1차원 모형이 전부 2차원 평면상에 반영이 되도록 연결을 하였다. 그림 8에서 교량위치로 표현된 지역에 대하여 1차원 입력자료로 구성된 두가지 다른 형태의 도로교 모형이 연결될 수 있도록 하였다.

여기서 2차원 수치표고모델 상에는 교량의 위치에 그림 9와 같이 2차원 모형상에서의 흐름이 발생되지 않도록 교량이 설치되도록 하며, 하천 외부에도 실제 도로의 형상과 같이 흐름이 발생되지 않는 격자(Zero Flow Grid)를 설치하여 교량 위치에서의 흐름은 전부 1차원 모형에서 구성한 교량 하부 수로를 통하여 발생하도록 설정하였다.

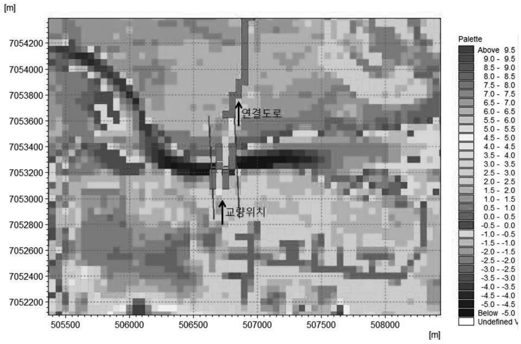


그림 9. 하천 횡단 도로교 구조물 입력

4. 해석 결과의 확인

MIKE FLOOD에서는 다양한 방식으로 해석결과를 확인 할 수 있다. 그림 10과 같이 3차원 형태로 확인할 수도 있고, 그림 11과 같이 지도자료와 함께 확인할 수도 있다. 또한, MIKE 11 해석을 병행하기 때문에 1차원 해석결과를 그림 12 및 13과 같이 수치적으로 추출할 수도 있게 되어 있다.

MIKE 11 결과파일을 활용하여 1차원 해석 결과를 추출하면 그림 12 및 13과 같은 결과파일을

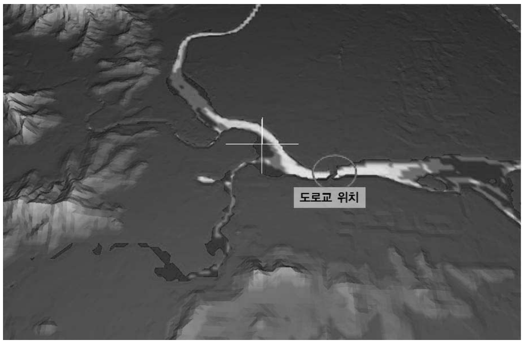


그림 10. 3차원 형태의 결과

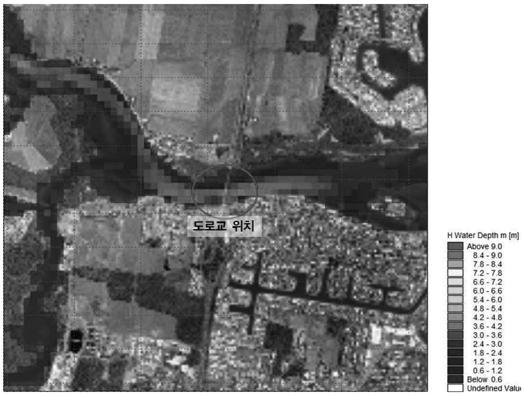


그림 11. 지도정보를 포함한 결과 확인

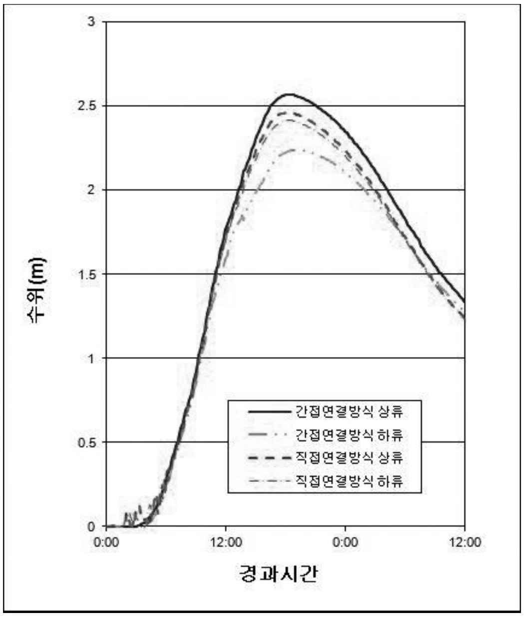


그림 12. 연결방식에 따른 상하류 수위 비교

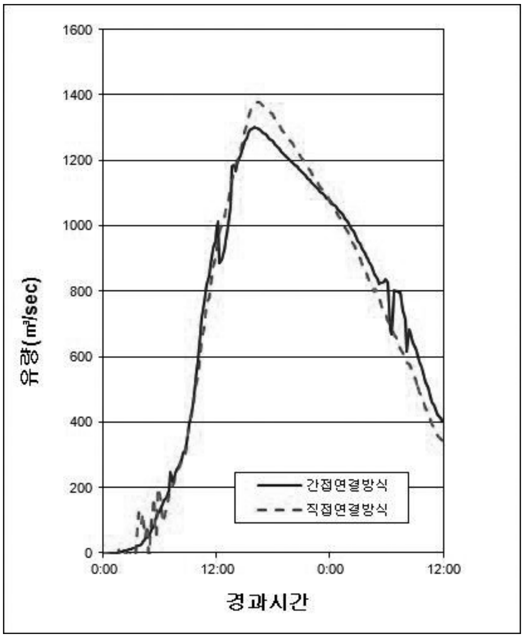


그림 13. 연결방식에 따른 도로교 통과유량 비교

생성하여 비교분석 할 수 있다. 본 해석의 결과로 판단하자면 간접연결방식의 경우 상하류의 수위차가 크고, 발생 유량이 다소 작은 것을 확인할 수 있다. 또한, 직접연결방식을 채택하는 경우 수위가 작을 때에는 수위와 유량 측면에서 불안전한 형태가 발생하는 것을 확인할 수 있다.

해석에는 두가지 방식을 적용을 하였으며, 해석시에는 더 정확한 정보를 파악할 수 있는 방식의 입력자료를 입력해야 한다. 하천 단면 정보가 불명확하고, 교량 구조물의 형태만 알고 있다면 직접 연결방식을 선택해야 하고, 하천 단면의 정보가 명확하고, 또한 교량 구조물의 위치와 형태에 대한 정보를 모두 갖추었을 경우에는 간접 연결방식을 선택하는 것이 유리하다. 위의 해석결과를 살펴보면 일반적으로는 구조물 정보를 입력하는 간접적인 연결방식이 유리한 것으로 나타나며, 일반적으로 DHI에서는 직접연결방식을 구조물의 하천방향 길이가 매우 긴 경우(여러개의 격자를 지나가는 경우)에 활용하고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 1차원 해석과 2차원 해석의 한계점을 상호보완하는 방식으로 두가지 방법을 활용하여 하천 도로교 구조물을 통하는 흐름 해석방식을 연구하였다.

하천의 일반적인 흐름을 해석하는 MIKE 11 모형과 2차원 유체의 흐름에 대하여 범용적으로 사용하는 MIKE 21 모형 그리고 두가지 모형을 연결해주는 MIKE FLOOD 모형을 사용하여 분석하였고, 입력자료는 하천 횡단 구조물을 단면으로 가정하는 직접연결방식과 하천 단면정보와 하천횡단 구조물을 더하여 연결하는 간접연결방식을 사용하여 해석하였다.

해석 결과 일반적으로는 조금 더 복잡한 입력자료를 가지는 간접연결방식을 사용하는 경우에 더 유리한 결과를 가져왔으며, 두가지 입력자료 구성 방식에 대하여 장?단점이 있다는 것을 강조하였다. 이러한 해석 방식과 해석에서 사용된 모형들은 장시간 동안 개발되어 오고 향상되어온 기법들을 활용하고 있으며, 해석시 발생할 수 있는 다양한 한계점을 극복하기 위하여 지금도 노력하고 있다.

이러한 연구 결과를 바탕으로 수치모델링 시에는 더욱 다양하고, 기발한 방식의 해석 기법을 응용 및 개발해야하며 해석대상지역의 특성에 잘 맞는 방식을 적용하여 정확도를 높여야 한다.

참고문헌

1. 변성준, 최계운, 구본진, 김우진(2009) 한강하구지역에서의 하상변화 기작연구. 한국수자원학회 2009년도 학술발표회 논문집, pp. 770-774.
2. 안경훈, 최계운, 조형근, 조상욱(2009) 한강하구지역의 구조물 설치에 의한 수리학적 영향. 한국수자원학회 2009년도 학술발표회논문집, pp. 858-862.
3. 윤용남, 박무종(1992) 수리학적 홍수추적에 의한 댐 방류시 하류수위 및 주요 하도구간별 홍수도달시간의 예측. 한국수자원학회지, 제25권, 제3호, pp. 115-124.
4. 이종태, 한건연, 서병하(1993) 한강의 홍수규모에 따른 인도교수위의 조석영향분석. 한국수자원학회지, 제26권 제2호, pp. 67-77.
5. Berislav Tomicic, Ole Mark, Poul Kronborg(1999) Urban flooding modelling study at Playa De Gandia, Urban Drainage Modeling-A collection of experiences from the past decade, pp. 85-100.
6. Chusit Apirumanekul, Ole Mark(2001) Modelling of Urban Flooding in Dhaka city, Urban Drainage Modeling-A Collection of Experiences from the Past Decade, pp. 101-108.
7. DHI(2012) A Modelling System for Rivers and Channels Reference Manual, MIKE by DHI.
8. DHI(2012) MIKE 21 Flow Model-Scientific Documentation, MIKE by DHI
9. Flemming Schlütter(2005) Urban Flood Modeling, DHI water & environment.