

## 연장된 보증을 갖는 예방보전모형<sup>†</sup>

정기문<sup>1</sup>

<sup>1</sup>경성대학교 정보통계학과

접수 2013년 5월 31일, 수정 2013년 6월 24일, 게재확정 2013년 6월 29일

### 요약

최근에 기본 보증이 종료된 이후에 주어지는 시스템의 연장된 보증에 대한 관심이 증가되고 있다. 따라서 본 논문에서는 사용자 측면에서 최소수리보증이 있는 연장된 보증이 종료된 이후의 예방보전모형을 제안하였다. 이 때, 기본 보증과 연장된 보증 하에서 고장이 발생된 시스템에는 판매자에 의해서 무료로 최소수리가 이루어진다. 이러한 제안된 예방보전모형에 대하여 기대순환길이, 총기대비용 그리고 단위시간당 기대비용을 유도하였다. 또한, 유도된 단위시간당 기대비용을 최소화 하는 최적의 예방보전 주기와 예방보전 횟수를 결정하였다. 끝으로 시스템의 고장시간이 와이블 분포를 따를 때 수치적 예를 통하여 이를 설명하였다.

주요용어: 단위시간당 기대비용, 연장된 보증, 예방보전모형, 최소수리보증.

### 1. 서론

교체보증 (replacement warranty)과 수리보증 (repair warranty)이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대한 이론적인 연구는 신뢰성 이론 및 응용분야에서 많은 연구가들이 관심을 갖는 분야 중의 하나이며, 최근까지 활발하게 연구가 진행되고 있다. 우선, 교체보증이 주어진 시스템에 대한 보전정책과 관련된 연구로는 Sahin과 Polatoglu (1996), Jung과 Park (2003), Chien (2008a, 2008b) 그리고 Jung 등 (2010) 등이 있다. 특히, Sahin과 Polatoglu (1996)는 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 시스템을 새것으로 교체해 주고, 보증기간도 재생되는 재생무료보증 (renewing free replacement warranty)과 재생비례보증 (renewing pro-rata replacement warranty), 그리고 시스템은 새것으로 교체되지만 보증기간은 재생되지 않는 비재생무료보증 (non-renewing free replacement warranty)과 비재생비례보증 (non-renewing pro-rata replacement warranty)이 제공되는 수리 가능한 시스템에 대하여 사용자 측면의 교체정책 (replacement policy)을 제안하였다. 그리고 최소수리보증이 주어진 시스템에 관한 보전정책과 관련된 연구로는 Yeh 등 (2007), Jung (2011), Jung (2012)의 연구가 있는데, Yeh 등 (2007)은 보증기간에서 시스템에 고장이 발생되면 최소수리 (minimal repair)가 수행되고, 보증기간은 재생되지 않는 비재생무료최소수리보증 (non-renewing free minimal repair warranty)이 주어진 수리가 가능한 시스템에 대한 교체정책을 제안하였다.

그러나 위에서 언급한 연구들은 시스템을 구입할 때 처음에 기본적으로 제공되는 보증기간만을 고려하였는데, 최근에는 기본적으로 제공되는 보증기간과 더불어 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 선택할 수 있는 연장된 보증 (extended warranty)에 대한 관심이 증가되고 있다. 최근에 Wu와

<sup>†</sup> 이 논문은 2013학년도 경성대학교 학술연구비지원에 의하여 연구되었음.

<sup>1</sup> (608-736) 부산광역시 남구 대연3동 314-79, 경성대학교 정보통계학과, 부교수. E-mail: kmjung@ks.ac.kr

Longhurst (2011)는 두 종류의 고장을 갖는 연장된 보증 하에서의 최적의 보증 및 교체정책을 제안하였으며, Bouguerra 등 (2012)은 다양한 형태의 교체 및 예방보전 정책 하에서 연장된 보증을 구입하기 위한 기준을 제시하였다. 그리고 Jung (2013)은 최소수리 보증이 있는 연장된 보증이 종료된 이후의 교체모형을 제시하고, 사용자 측면에서의 최적의 교체정책을 제안하였다.

한편, 시스템의 사용자는 시스템의 고장률을 일정수준으로 감소시키기 위하여 보증기간이 종료된 이후에 일반적으로 예방보전활동을 수행하게 된다. 따라서 Jung (2013)의 연장된 보증이 종료된 이후의 교체모형을 일반적인 보전모형인 예방보전모형 (preventive maintenance model)으로 확장할 필요가 있다.

위와 같은 이유로 본 논문에서는 연장된 보증이 종료된 이후의 예방보전모형을 제안하고자 한다. 즉, 수리가 가능한 시스템에는 기본적으로 수리보증이 주어지며, 이 기본 보증기간이 종료된 이후에는 일정한 비용을 지불하고 보증기간을 연장할 수 있다. 그리고 연장된 보증이 종료된 이후에는  $\tau, 2\tau, \dots, N\tau$ 에서 사용자에게 의해서 예방보전 활동이 주기적으로 이루어지고 예방보전 사이에서 고장이 발생되면 최소수리가 수행된다. 또한  $N$ 번째 예방보전 주기에서는 사용자에게 의해서 새로운 시스템으로 교체된다. 이렇게 제안되는 예방보전모형에 대하여 총기대비용 (expected total cost), 기대순환길이 (expected cycle length) 그리고 단위시간당 기대비용 (expected cost rate per unit time)을 유도하고, 연장된 보증이 종료된 이후의 최적의 예방보전정책을 제안하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 본 논문에서 제안되는 연장된 보증이 주어진 시스템에 대한 예방보전모형을 다루고자 한다. 그리고 3절에서는 2절에서 제안된 연장된 보증이 있는 예방보전모형에 대하여 단위시간당 기대비용을 유도하고, 이를 최소화하는 최적의 교체정책을 제시하고자 한다. 마지막으로 유도된 단위시간당 기대비용과 최적의 예방보전정책을 설명하기 위해서 시스템의 고장시간이 와이불 분포 (Weibull distribution)를 따를 때의 수치적 예를 4절에서 다루고자 한다.

## 2. 연장된 보증 하에서의 예방보전모형

연장된 보증이란 시스템을 구입할 때 처음에 기본적으로 제공되는 보증기간이 아니고, 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 선택할 수 있는 보증을 의미하며, 최근에 이러한 연장된 보증에 대한 관심이 증가되고 있는 실정이다. 이러한 연장된 보증기간과 관련된 주된 관심사항은 연장된 보증기간의 길이와 구입비용 그리고 연장된 보증기간이 제공되는 경우에 대한 사용자 측면의 최적의 보전정책 등이다. 그런데, 이러한 문제는 제공되는 보증정책의 종류와 시스템의 고장분포 그리고 수반되는 비용과 밀접한 관련이 있다고 할 수 있다.

본 논문에서 고려하고자 하는 보증은 Jung (2013)에서 고려된 최소수리보증이 있는 연장된 보증이다. 즉, 처음에는 기본적으로 무료 최소수리보증이 제공되고 일정비용을 지불하고 추가적으로 연장된 보증기간을 선택할 수 있는 보증이다. 최소수리보증이 있는 연장된 보증에서는 기본 보증기간과 연장된 보증기간 동안에 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 이루어지고, 주어진 보증기간은 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. Figure 2.1은 이러한 최소수리보증이 있는 연장된 보증의 전형적인 형태를 보여주고 있다. 즉, 기본적으로 제공되는 최소수리보증기간  $(0, w)$ 에서는 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 진행된다. 그리고 추가적으로 제공되는 연장된 보증기간  $(w, w + kL)$ 에서도 시스템에 고장이 발생되면 무료로 최소수리가 진행된다. 물론, 전체 보증기간  $(0, w + kL)$ 에서 시스템에 고장이 발생되어도 주어진 보증기간은 재생되지 않고 잔여 보증기간만이 유효하게 된다. 여기서  $L$ 은 연장되는 보증의 기본단위이고,  $k$ 는 연장되는 단위보증의 횟수이다. 따라서 추가적으로 연장되는 보증기간은  $kL$ 이 된다.

이제, 위에서 설명한 최소수리보증을 갖는 연장된 보증에 기초한 사용자 측면의 예방보전모형을 설명

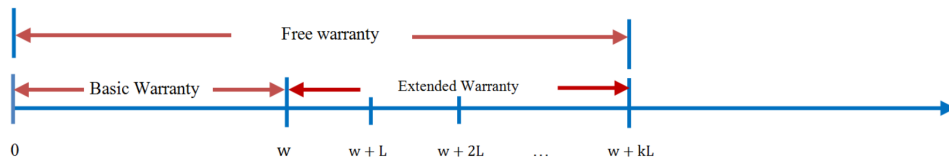


Figure 2.1 Extended warranty with minimal repair warranty

하고자 한다. 시스템에는 기본적으로 최소수리 보증기간  $w$ 가 제공되고, 사용자는 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 연장할 수 있다. 또한 시스템의 고장률을 감소시키기 위해서 연장된 보증이 종료된 이후에는 사용자에게 의해서 예방보전 (preventive maintenance; PM) 활동이  $j\tau, j = 1, 2, \dots, N$ 에서 주기적으로 이루어지고,  $N$ 번째 PM 주기에서는 시스템이 새것으로 교체된다. 이때,  $j$ 번째 PM이 이루어진 이후의 시스템의 고장률함수는 Canfield (1986)가 제안한 것처럼 다음과 같은 고장률함수를 갖는다고 가정한다.

$$h_j(t) = \begin{cases} h(t), & \text{for } 0 \leq t \leq \tau \\ \sum_{i=1}^j \{h(i\tau - (i-1)\eta) - h(i(\tau - \eta))\} + h(t - j\eta), & \text{for } j\tau \leq t \leq (j+1)\tau. \end{cases}$$

위의 고장률함수에서  $h(t)$ 는 PM이 이루어지지 않을 때의 고장률함수로서  $t$ 에 관하여 1차 미분한 함수  $h'(t)$ 를 갖고  $\eta$ 는 예방보전의 수준을 표현하는 인자로서  $0 < \eta \leq \tau$ 이다. Figure 2.2는 이러한 최소수리 보증이 있는 연장된 보증 하에서의 예방보전모형의 전형적인 형태를 보여주고 있다.

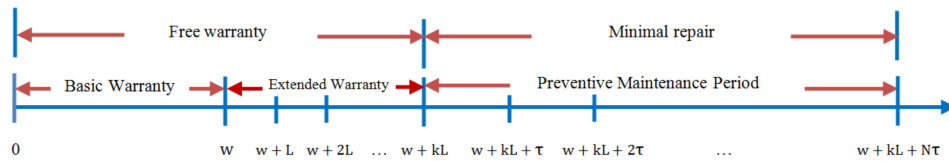


Figure 2.2 Preventive maintenance model under extended warranty

위에서 설명한 연장된 보증 하에서의 예방보전모형에 대하여 최적의 예방보전 횟수 및 예방보전 주기를 결정하기 위한 기준으로 사용될 단위시간당 기대비용에 대해서는 다음 절에서 자세히 설명하고자 한다. 한편, 연장된 보증 하에서의 예방보전모형에 예방보전을 수행하지 않으면, 즉  $N = 1$ 이면 Jung (2013)의 연장된 보증 하에서의 교체모형과 동일하게 된다.

### 3. 연장된 보증 이후의 최적의 예방보전정책

#### 3.1. 단위시간당 기대비용

본 논문에서 고려하고 있는 연장된 보증기간이 제공되는 예방보전모형에서 사용자 측면에서의 관심 사항은 일정한 비용을 지불하고 구입한 연장된 보증기간이 종료되고 난 이후에 시스템의 고장률을 감소시키기 위해서 언제 예방보전활동을 수행할 것인지 그리고 언제 새로운 시스템으로 교체할 것인가이다. 이를 위해서 본 논문에서는 사용자 측면의 단위시간당 기대비용을 사용하고자 하는데, 이는 총기대비용과 기대순환길이를 부러 구해줄 수 있다. 먼저 기대순환길이는 기본 보증과 연장된 보증 그리고 보전기

간에서 모두 최소수리가 이루어지기 때문에 다음과 같이 구해진다.

$$ECL(\tau, N)_k = w + kL + N\tau. \quad (3.1)$$

한편, 연장되는 보증 하에서의 예방보전모형에 대하여 사용자 측면의 총기대비용  $ETC(\tau, N)_k$ 은 연장된 보증의 구입비용  $E(C_E)$ , 보증기간 동안에 발생하는 기대비용  $E(C_W)$ , 보증기간이 종료된 이후의 보전기간 동안에 발생하는 기대비용  $E(C_M)$  그리고 보전기간이 종료되는 시점에서 시스템을 교체하기 위한 기대비용  $E(C_R)$ 의 합으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$ETC(\tau, N)_k = E(C_E) + E(C_W) + E(C_M) + E(C_R). \quad (3.2)$$

이때 위의 식 (3.2)에 주어진 각 기대비용은 다음과 같이 구해진다.

$$E(C_E) = kc_e,$$

$$E(C_W) = c_{fw} \int_0^{w+kL} h(t)dt,$$

$$E(C_M) = (c_{fw} + c_m) \left( \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^j \{h((i-1)(\tau - \eta) + (\tau + w + kL)) - h(i(\tau - \eta) + w + kL)\} \tau + \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j\tau+w+kL}^{(j+1)\tau+w+kL} h(t - j\eta)dt \right) + (N-1)c_p,$$

$$E(C_R) = c_r.$$

위의 식에서  $L$ 은 연장되는 보증의 기본단위이고,  $k$ 는 연장되는 단위보증의 횟수이다. 그리고  $c_r$ 은 시스템의 교체비용,  $c_{fw}$ 는 보증기간에서 발생하는 고장으로 유발되는 비용,  $c_{fm}$ 은 보전기간에서 발생하는 고장으로 유발되는 비용,  $c_m$ 은 보전기간에서 발생하는 고장에 대한 수리비용,  $c_p$ 는 보전기간에서 수행되는 예방보전비용,  $c_e$ 는 연장되는 보증기간을 구입하기 위한 기본 단위비용이다. 따라서 식 (3.2)에 주어진 사용자 측면의 총기대비용  $ETC(\tau, N)_k$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$ETC(\tau, N)_k = kc_e + c_{fw} \int_0^{w+kL} h(t)dt + (c_{fm} + c_m) \left( \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^j \{h((i-1)(\tau - \eta) + (\tau + w + kL)) \tau - h(i(\tau - \eta) + w + kL)\} \tau + \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j\tau+w+kL}^{(j+1)\tau+w+kL} h(t - j\eta)dt \right) + (N-1)c_p + c_r. \quad (3.3)$$

이제, 식 (3.1)의 기대수환길이와 식 (3.3)의 총기대비용으로부터 연장된 보증 하에서의 예방보전정책에 대한 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구해짐을 알 수 있다.

$$C(\tau, N)_k = \frac{1}{w + kL + N\tau} \left[ kc_e + c_{fw} \int_0^{w+kL} h(t)dt + (c_{fm} + c_m) \left( \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^j \{h((i-1)(\tau - \eta) + (\tau + w + kL)) \tau - h(i(\tau - \eta) + w + kL)\} \tau + \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j\tau+w+kL}^{(j+1)\tau+w+kL} h(t - j\eta)dt \right) + (N-1)c_p + c_r \right]. \quad (3.4)$$

### 3.2. 최적의 예방보전정책

이제, 수리보증을 갖는 연장된 보증이 종료된 이후의 예방보전모형에 대한 사용자 측면의 단위시간당 기대비용인 식 (3.4)를 최소화하는 최적의 예방보전정책을 결정하는 문제를 다루고자 한다. 우선, 주어진  $k$ 의 값에 대해서 최적의 예방보전 주기  $\tau^*$ 를 찾기 위해서 식 (3.4)를  $\tau$ 에 관해서 1차 미분한 다음 0으로 놓고 풀면 다음을 얻을 수 있다.

$$(w + kL)(a_1 + \tau a_2 + a_3) + N(\tau^2 a_2 + \tau a_3 - a_4) = Nc_1/(c_m + c_{fm}). \quad (3.5)$$

식 (3.5)에서  $c_1$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} c_1 &= kc_e + c_{fw} \int_0^{w+kL} h(t)dt + (N-1)c_p + c_r, \\ a_1 &= \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^j \{h((i-1)(\tau-\eta) + (\tau+w+kL)) - h(i(\tau-\eta) + w+kL)\}, \\ a_2 &= \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^j \{h'((i-1)(\tau-\eta) + (\tau+w+kL)) - h'(i(\tau-\eta) + w+kL)i\}, \\ a_3 &= \sum_{j=0}^{N-1} \{(j+1)h((j+1)\tau + w+kL - j\eta) - jh(j\tau + w+kL - j\eta)\}, \\ a_4 &= \sum_{j=0}^{N-1} \int_{j\tau+w+kL}^{(j+1)\tau+w+kL} h(t - j\eta)dt. \end{aligned}$$

Jung과 Park (2003)의 결과로부터 시스템의 고장률함수  $h(t)$ 가 블록인 순증가 함수이고  $N$ 의 값이 주어지면, 식 (3.5)를 만족하는 최적의 주기  $\tau^*$ 의 값이 항상 유일하게 존재한다는 사실을 알 수 있다. 그러나 이렇게 구해지는  $\tau^*$ 는  $N$ 의 값에 의존하게 되므로 식 (3.4)를 만족하는 최적의 주기  $\tau^*$ 와 최적의 예방보전 횟수  $N^*$ 를 동시에 찾아야만 한다. 이를 위해서 식 (3.5)를 만족하는  $\tau$ 가  $N$ 의 함수가 되기 때문에 이를  $\tau_N$ 이라고 하고, 이 값을 식 (3.4)의  $\tau$ 대신에 대입하면,  $C(\tau_N, N)_k$ 은  $N$ 만의 함수가 되므로 최적의 횟수  $N^*$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$N^* = \min_N C(\tau_N, N)_k, \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (3.6)$$

따라서 주어진  $k$ 의 값에 대해서 식 (3.4)의 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 횟수는 식 (3.6)에서 구해진  $N^*$ 이고, 이 때 최적의 주기  $\tau^*$ 는  $\tau_{N^*}$ 가 된다. 결국, 연장된 보증이 종료된 이후에  $\tau^*$ 시점마다 주기적으로 예방보전 활동을 수행하고,  $N^*$ 번째 예방보전 주기에서는 사용자에게 의해서 새로운 시스템으로 교체하는 것이 사용자 측면에서 최적의 예방보전정책이 되고, 그 때의 단위시간당 기대비용은  $C(\tau^*, N^*)_k$ 가 된다.

### 4. 수치적 예

본 논문에서 고려된 연장된 보증이 종료된 이후의 예방보전모형에 대한 최적의 예방보전정책을 설명하기 위해서 시스템의 고장시간  $T$ 가 척도모수 (scale parameter)가 1이고 형태모수 (shape parameter)가  $\beta$ 인 와이불분포를 따른다고 가정하자. 즉, 가정된 시스템의 고장시간  $T$ 의 확률밀도함수는  $f(t) = \beta t^{\beta-1} \exp(-t^\beta)$ 이고, 고장률함수는  $h(t) = \beta t^{\beta-1}$ 이 된다. Table 4.1에 나타나 있는 시스템의

고장률함수의 모수, 시스템에 주어지는 기본보증 기간 그리고 다양한 비용 등과 관련된 정보를 사용하여 식 (3.4)에 주어져 있는 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 예방보전정책과 그 때의 단위시간당 기대비용을 결정할 수 있다.

Table 4.2에는 다양한 연장된 보증기간에 대하여 최적의 예방보전 주기와 횟수 그리고 그 때의 단위 시간당 기대비용이 나타나 있다. 예를 들어 Table 4.2에서  $k = 3$ 인 경우에 식 (3.4)를 최소화하는 최적의 예방보전 주기는 0.49906이고 예방보전 횟수는 3이 됨을 알 수 있는데, 이는 연장된 보증이 종료된 이후에 0.49906시점에서 첫 번째 예방보전을 수행하고, 0.99812 ( $= 0.49906 \times 2$ )시점에서 두 번째 예방보전을 수행하며, 세 번째 예방보전주기인 1.49718 ( $= 0.49906 \times 3$ )에서는 새로운 시스템으로 교체하면 단위시간당 기대비용이 80.75982가 되고, 이것이 기대비용 측면에서 최적의 예방보전정책이 된다는 것을 의미한다. Table 4.3에는 최소수리 비용의 변화에 따른 최적의 예방보전정책 및 단위시간당 기대비용이 나타나 있는데, 이로부터 최소수리 비용이 증가함에 따라 연장된 보증이 종료된 이후의 시스템의 운용기간 ( $= \tau^* \times N^*$ )은 짧아지고, 단위시간당 기대비용은 증가한다는 사실을 알 수 있다. Table 4.4에는 교체 비용의 변화에 따른 최적의 예방보전정책 및 단위시간당 기대비용이 나타나 있는데, 이로부터 시스템의 교체비용이 증가함에 따라 최적의 예방보전 횟수와 단위시간당 기대비용이 증가한다는 사실을 알 수 있다. 끝으로 Table 4.5에는 연장되는 보증의 구입비용에 따른 최적의 예방보전정책 및 단위시간당 기대비용이 나타나 있는데, 이로부터 연장된 보증의 구입비용이 증가함에 따라 연장된 보증이 종료된 이후의 시스템의 운용기간은 길어지고, 단위시간당 기대비용은 증가한다는 사실을 알 수 있다.

**Table 4.1** Input parameters for preventive maintenance model under extended warranty

$w$	$L$	$\beta$	$c_e$	$c_{fw}$	$c_{fm}$	$c_m$	$c_p$	$c_r$
0.5	0.05	3	1.5	1.5	3	5	3	100

**Table 4.2** Optimal preventive maintenance policy after extended warranty

$k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$
1	0.43315	4	77.76480
2	0.41560	4	79.31425
3	0.49906	3	80.75982
4	0.47848	3	81.97012
5	0.45802	3	83.10701
6	0.60727	2	84.12406
7	0.58051	2	84.93107
8	0.55372	2	85.67994
9	0.94693	1	86.36037
10	0.90148	1	86.77468

**Table 4.3** Optimal preventive maintenance policy for various  $c_m$

$k$	$c_m$								
	5			15			25		
	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$
1	0.43315	4	77.76480	0.34789	3	104.47121	0.36571	2	121.07503
2	0.41560	4	79.31425	0.45250	2	105.72512	0.60343	1	121.65234
3	0.49906	3	80.75982	0.42418	2	106.65674	0.55357	1	121.68091
4	0.47848	3	81.97012	0.70972	1	107.31416	0.50272	1	121.50688
5	0.45802	3	83.10701	0.66118	1	107.53883	0.45076	1	121.11422
6	0.60727	2	84.12406	0.61189	1	107.64377	0.39766	1	120.48620
7	0.58051	2	84.93107	0.56173	1	107.62119	0.34327	1	119.60526
8	0.55372	2	85.67994	0.51070	1	107.46308	0.28750	1	118.45280
9	0.94693	1	86.36037	0.45871	1	107.16115	0.23023	1	117.00891
10	0.90148	1	86.77468	0.40573	1	106.70680	0.17134	1	115.25212

**Table 4.4** Optimal preventive maintenance policy for various  $c_r$ 

$k$	$c_r$								
	100			150			200		
	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$
1	0.43315	4	77.76480	0.33745	7	96.94548	0.31447	9	112.82940
2	0.41560	4	79.31425	0.36562	6	99.09424	0.33190	8	115.51343
3	0.49906	3	80.75982	0.35122	6	101.05650	0.31924	8	117.95474
4	0.47848	3	81.97012	0.38992	5	102.81219	0.34180	7	120.19008
5	0.45802	3	83.10701	0.37435	5	104.42845	0.37249	6	122.25807
6	0.60727	2	84.12406	0.43015	4	105.85306	0.35830	6	124.09644
7	0.58051	2	84.93107	0.41257	4	107.13829	0.39994	5	125.80434
8	0.55372	2	85.67994	0.50032	3	108.31124	0.38443	5	127.30225
9	0.94693	1	86.36037	0.47926	3	109.27081	0.36910	5	128.69937
10	0.90148	1	86.77468	0.45829	3	110.15497	0.42643	4	129.87759

**Table 4.5** Optimal preventive maintenance policy for various  $c_e$ 

$k$	$c_e$								
	0.5			1.5			2.0		
	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$	$\tau^*$	$N^*$	$C(\tau^*, N^*)_k$
1	0.43114	4	77.32593	0.43315	4	77.76480	0.43414	4	77.98366
2	0.41164	4	78.42712	0.41560	4	79.31425	0.41755	4	79.75550
3	0.49162	3	79.35533	0.49906	3	80.75982	0.40114	4	81.44323
4	0.46864	3	80.08396	0.47848	3	81.97012	0.48331	3	82.90351
5	0.44584	3	80.73266	0.45802	3	83.10701	0.46399	3	84.27905
6	0.58699	2	81.11551	0.60727	2	84.12406	0.44473	3	85.58310
7	0.55702	2	81.40927	0.58051	2	84.93107	0.59191	2	86.66164
8	0.94420	1	81.62514	0.55372	2	85.67994	0.56662	2	87.65976
9	0.89332	1	81.54819	0.94693	1	86.36037	0.54124	2	88.59959
10	0.84202	1	81.43253	0.90148	1	86.77468	0.92986	1	89.38469

## 5. 결론

연장된 보증이란 시스템을 구입할 때 처음에 기본적으로 제공되는 보증기간이 아니고, 일정한 비용을 지불하고 추가적으로 보증기간을 선택할 수 있는 보증을 의미하는데, 최근에 이러한 연장된 보증에 대한 관심이 증가되고 있는 실정이다. 따라서 본 논문에서는 수리가 가능한 시스템에 대하여 최소수리보증에 있는 연장된 보증이 종료된 이후의 예방보전모형을 제안하였다. 즉, 시스템에 기본적으로 제공되는 보증기간과 일정한 비용을 지불하고 추가되는 연장된 보증이 있는 시스템에 대하여 사용자 측면의 최적의 예방보전정책을 제안하였다. 이를 위해서 본 논문에서 제안된 연장된 보증이 있는 예방보전모형에 대하여 단위시간당 기대비용을 이론적으로 유도하였으며, 이 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 예방보전 주기와 횟수를 결정하는 방법에 대하여 살펴보았다. 끝으로 수치적 예를 통하여 본 논문에서 제안된 예방보전모형에 대하여 최적의 예방보전 주기와 그 때의 단위시간당 기대비용을 결정할 수 있음을 보였으며, 시스템의 최소수리 비용, 교체 비용 그리고 연장되는 보증의 구입비용의 변화에 따른 최적의 예방보전정책 및 단위시간당 기대비용의 변화를 자세히 살펴보았다.

본 논문에서는 기본적으로 제공되는 보증기간과 추가적으로 연장되는 보증기간 모두에서 최소수리가 이루어진다는 보증정책을 고려하였는데, 이를 교체보증, 수리시간을 고려한 교체보증, 이차원보증 등 다양한 형태의 보증정책에 대하여도 연구를 진행할 필요가 있다.

## References

- Bouguerra, S., Chelbi, A. and Rezg N. (2012). A decision model for adopting an extended warranty under different maintenance policies. *International Journal of Production Economics*, **135**, 840-849.
- Canfield, R. V. (1986). Cost optimization of periodic preventive maintenance. *IEEE Transactions on Reliability*, **35**, 78-81.
- Chien, Y. H. (2008a). A general age replacement model with minimal repair under renewing free-replacement warranty. *European Journal of Operational Research*, **186**, 1046-1058.
- Chien, Y. H. (2008b). Optimal age-replacement policy under an imperfect renewing free-replacement warranty. *IEEE Transactions on Reliability*, **57**, 125-133.
- Jung, K. M. (2011). Preventive maintenance model following the expiration of NFRRW. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **22**, 775-784.
- Jung, K. M. (2012). Extended warranty policy when minimal repair cost is a function of failure time. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **23**, 1195-1202.
- Jung, K. M. (2013). Optimal replacement policy after extended warranty with minimal repair warranty. *Journal of Applied Reliability*, **13**, 77-86.
- Jung, G. M. and Park, D. H. (2003). Optimal maintenance policies during the post-warranty period. *Reliability Engineering and System Safety*, **82**, 173-185.
- Jung, K. M., Park M. and Park, D. H. (2010). System maintenance cost dependent on life cycle under renewing warranty policy. *Reliability Engineering and System Safety*, **95**, 816-821.
- Sahin, I. and Polatoglu, H. (1996). Maintenance strategies following the expiration of warranty. *IEEE Transactions on Reliability*, **45**, 220-228.
- Wu, S. and Longhurst, P. (2011). Optimising age-replacement and extended non-renewing warranty policies in lifecycle costing. *International Journal of Production Economics*, **130**, 262-267.
- Yeh, R. H., Chen, M. Y. and Lin, C. Y. (2007). Optimal periodic replacement policy for repairable products under free-repair warranty. *European Journal of Operational Research*, **176**, 1678-1686.



## Preventive maintenance model with extended warranty<sup>†</sup>

Ki Mun Jung<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Informational Statistics, Kyungsoong University

Received 31 May 2013, revised 24 June 2013, accepted 29 June 2013

### Abstract

Recently, an extended warranty of the system following the expiration of the basic warranty is becoming increasingly popular to the user. In this respect, we suggest a preventive maintenance model following the expiration of extended warranty with minimal repair warranty from the user's point of view in this paper. Under basic warranty and extended warranty, the failed system is minimally repaired by the manufacturer at no cost to the user. For the preventive maintenance model, we derive the expressions for the expected cycle length, the expected total cost and the expected cost rate per unit time. Also, we determine the optimal preventive maintenance period and the optimal preventive maintenance number by minimizing the expected cost rate per unit time. Finally, the numerical examples are presented to illustrate the purpose when the failure time of the system has a Weibull distribution.

*Keywords:* Expected cost rate per unit time, extended warranty, minimal repair warranty, preventive maintenance model.

---

<sup>†</sup> This research was supported by Kyungsoong University Research Grants in 2013.

<sup>1</sup> Associate professor, Department of Informational Statistics, Kyungsoong University, Busan 608-736, Korea. E-mail: kmjung@ks.ac.kr