

NHPP소프트웨어 신뢰도 성장모형에서 베이지안 모수추정과 예측[†]

장인홍¹ · 정덕환² · 이승우³ · 송광윤⁴

¹조선대학교 컴퓨터통계학과 · ^{2,3,4}조선대학교 전산통계학과

접수 2013년 6월 3일, 수정 2013년 6월 17일, 게재확정 2013년 6월 24일

요약

본 논문은 NHPP 소프트웨어 신뢰성모형에서 모수추정과 고장시간에 대한 예측을 다루고자 한다. 소프트웨어 신뢰성모형 Goel-Okumoto모형에서 평균값 함수에 대한 최우추정과 경험적 사전분포를 가정한 공액사전분포에서 베이지안 추정을 다루었다. 실제 자료에서 두 가지 추정법에 의한 모수 추정값을 제공하였으며, 모형의 적합성을 판정하고, 고장수에 대한 예측값을 비교하였다.

주요용어: 베이지안 추정, 비동질성 포아송 과정, 사전분포, 사후분포, 소프트웨어 신뢰도 성장모형, 최우추정, 편차제곱합.

1. 서론

소프트웨어의 신뢰성을 예측 하는데 가장 대표적인 방법이라고 할 수 있는 소프트웨어 신뢰 성장 모형 (software reliability growth model)은 소프트웨어의 고장에 대한 원인을 찾아 개선을 하거나 새로운 디자인, 새로운 기술을 도입하게 되므로 시간이 지남에 따라 신뢰도가 증가하는 것을 기대할 수 있는 모형이다. 이 모형은 소프트웨어 테스트 단계에서 소프트웨어 고장수와 고장 간격을 근거로 소프트웨어 고장현상을 모형화 하였으며 고장발생간격시간, 소프트웨어 신뢰도 및 고장률 등의 신뢰성 평가측도들이 추정되어 미래에 어떤 방식으로 고장이 나타날 것인가를 예측 할 수 있다.

Jelingski와 Moranda (1972)는 지수함수의 성질을 이용한 소프트웨어 성장모형을 제안하였다. 고장의 과정을 비동질적 포아송 과정 (nonhomogenous Poisson process; NHPP)의 성질을 이용하여 모형을 제안한 것으로 Goel-Okumoto (1979)가 가장 대표적인 연구를 진행하였으며, 이 연구를 기반으로 Yamada 등 (1983), Kuo 등 (1997)에 의하여 S-shaped NHPP 모델에 대한 연구가 진행되었다. 그 밖에도 Pham (2006, 2007), Yamada 등 (2008), Hayakawa (2001), Yamada 등 (1983), Ohba (1983, 1984), Kapur와 Pham (2011), Pham과 Pham (2000), Yun과 Lee (2012)등에 의해 이 분야에서 많은 연구가 이루어졌다. 신뢰도 모수의 값을 계산하는데 있어서 일반적인 방법으로 최우추정법 (maximum likelihood estimation; MLE)을 사용하였다. 그러나 관측된 데이터에 관한 모형만을 사용하여 모형이

[†] 이 논문은 2010년도 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2010-0024195).

¹ 교신저자: (501-709) 광주시 동구 필문대로 309, 조선대학교 컴퓨터통계학과, 부교수.
E-mail: ihchang@chosun.ac.kr

² (501-709) 광주시 동구 필문대로 309, 조선대학교 전산통계학과, 석사.

³ (501-709) 광주시 동구 필문대로 309, 조선대학교 전산통계학과, 박사수료.

⁴ (501-709) 광주시 동구 필문대로 309, 조선대학교 전산통계학과, 박사수료.

가지는 미지의 모수를 추론하므로, 모수의 불확실성을 고려하지 않는다. 이 단점을 보완하기 위한 모수와 관측된 데이터 모두에 대한 확률 모형이 베이지안 추론으로 알려져 있다. 베이지안 추론의 주된 목적은 데이터로부터 얻은 모수에 관한 정보뿐만 아니라 모수에 관한 과거의 경험이나 사전 지식 같은 주관적 견해를 수량화한 모수의 특성을 결합시켜 보다 정확한 추론을 하고자 하는데 있다. 베이지 이론에 의한 베이지 추정량이 갖는 좋은 성질들 때문에 이 방법의 이용으로 많은 연구결과를 낳고 있는 추세이지만 베이지 추정법에서 사전 확률분포인 수명분포가 복잡하면 적분이 불가능하므로 사후정보의 추출이 불가능해진다. 이러한 분야에서 Kuo와 Yang (1996), Kim과 Shin (2006), Kang 등 (2011) 등은 깁스 알고리즘 (Gibbs algorithm)과 잠재변수 (latent variable)등을 이용하는 베이지안 분석방법을 연구하였다. 베이지안 연구에서 지금까지의 연구로 Achcar 등 (1998), Kim과 Shin (2006), Kim과 Lee (1999)는 사전분포로 감마분포를 가정하여 모수에 대한 추정과 모형 선택에 대한 효율적인 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 Goel-Okumoto모형에 대하여 NTDS 데이터 (Goel과 Okumoto, 1979)를 이용해 최우추정법과 베이지안 추정법을 비교함으로써 효율적 모형의 선택과 신뢰도의 특성을 비교해 보고자 한다.

본 논문의 구성은 2절에서 소프트웨어 신뢰성장모형에 대한 소개를 하고, 3절에서는 NHPP소프트웨어 신뢰성장모형에서 최우추정법과, 공액사전분포를 따르는 베이지안 추정법을 다루었으며, 4절에서는 소프트웨어 고장시간 자료에 대하여 두 가지 방법을 이용하여 모수에 대한 추정치를 제공하고 추정된 모형들을 이용하여 고장시간자료에 대한 예측값을 비교하였다.

2. 소프트웨어 신뢰 성장 모형

2.1. 소프트웨어 신뢰도

소프트웨어는 하드웨어와 같이 제품이 마모, 과부하 등의 제품 손상이 신뢰성에 영향을 주는 것이 아니라, 제품의 합리적인 개발 여부에 따라서 신뢰도가 영향을 받게 된다. 그리고 소프트웨어의 신뢰성은 동일 소프트웨어의 중복 사용은 소스가 같기 때문에 다른 두 개의 복사본은 같은 상황에서 같은 고장을 유발하기 때문에 하드웨어와 같이 반복적인 실험으로 고장의 발생을 낮추는 방법으로는 신뢰도를 높일 수 없다. 따라서 독립적으로 개발된 같은 목적의 소프트웨어를 여러 가지 생산하여 신뢰성을 향상시킬 수 있다. 독립적인 소프트웨어를 병렬 중복 사용해서 개별적인 결과 값들을 얻고 가장 많이 일치하는 결과 값을 사용하는 방식으로 하는 투표방식 (voting method)으로 신뢰성을 향상시킬 수 있다.

소프트웨어의 신뢰성 측정은 개발단계에서 고장을 유발하는 결함을 찾아내는 것이 시간, 경비의 모든 면에서 완성된 제품의 결함을 찾아내는 것보다 절약되기 때문에 개발의 과정에 치중되어 신뢰성을 측정하게 된다.

시간 $(0, t]$ 까지 조사하기 위한 시간절단모형은 n 번째까지 고장시점 자료를 x_k ($k = 1, 2, \dots, n$)이라고 하면 데이터 집합 D_t 는 $\{n, x_1, x_2, \dots, x_n; t\}$ 와 같이 표시할 수 있다. 또한, n 번까지 고장시점이 관찰된 고장 절단 모형일 경우에 데이터 집합 D_{x_n} 은 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 으로 표시할 수 있다. 시간 절단모형에서의 우도함수는 다음과 같이 알려져 있다 (Goel과 Okumoto, 1979).

$$L(\theta, \beta | D_t) = \left(\prod_{i=1}^n \lambda(x_i) \right) \exp[-m(t)] \quad (2.1)$$

여기서, 평균값 함수 $m(t)$ 에서 모수 θ 는 소프트웨어에 잠재해 있는 고장의 기대수를 의미하고, 모수 β 는 결함 탐색 비율을 의미한다.

2.2. Goel-Okumoto 모형

Goel-Okumoto (1979) 모형에 대한 가정은 다음과 같다.

- (1) t 시간까지 발견된 고장의 누적 수는 포아송 분포를 따른다.
- (2) 모든 고장은 독립이며 발견될 가능성은 같다.
- (3) 모든 발견된 고장은 즉시 제거되어지며 새로운 고장을 만들어 내지 않는다.

NHPP의 성질을 만족하는 GO 모형의 평균값 함수 $m(t)$ 와 강도함수 $\lambda(t)$ 는 각각 다음과 같다.

$$m(t) = \theta \left(1 - e^{-\beta t}\right), \lambda(t) = \theta \beta e^{-\beta t}$$

여기서 θ 는 소프트웨어 시험과정에서 발견되어질 수 있는 전체 결함의 수이다. t 를 최종 고장시점 x_n 으로 대체하고 평균값함수 $m(t)$ 과 강도함수 $\lambda(t)$ 를 이용하여 (2.1)식의 우도함수를 구하면 다음과 같다.

$$L(\theta, \beta | D_{x_n}) = \left(\prod_{i=1}^n \theta \beta e^{-\beta x_i} \right) \exp \left[-\theta(1 - e^{-\beta x_n}) \right] \quad (2.2)$$

본 연구에서는 모형의 적합성을 판정하기 위하여 두 개의 척도 (criteria)로 편차제곱합 (the sum of squared error; SSE)과 평균제곱오차 (the mean squared error; MSE)가 사용된다.

SSE는 아래와 같고

$$SSE = \sum_{i=1}^n (m(t_i) - y_i)^2,$$

유사하게 평균제곱오차는

$$MSE = \sum_{i=1}^n (\hat{m}(t_i) - y_i)^2 / n - N$$

에 의해 주어지며, 여기서 $y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 는 실제 데이터이고 $m(t_i)$ 는 시간 t_i 에서 관찰된 고장의 총수이다. MSE는 관측의 수와 모형에서의 모수의 수인 N 을 고려하고 실제데이터로부터 모형 추정의 거리를 측정한다.

작은 MSE는 보다 작은 오류를 나타내고, 같은 데이터 셋에서 실행되는 다른 모형에서 MSE의 값이 더 나은 적합 모형이다.

3. NHPP을 이용한 모수추정

3.1. 최우추정법

이 우도함수의 두 모수 θ 와 β 의 최우추정치 $\hat{\theta}$ 과 $\hat{\beta}$ 를 구하기 위하여 먼저 두 모수에 대한 편미분 함수를 구하기 위해 (2.2)식에 로그를 취하면

$$\ln L(\theta, \beta | D_{x_n}) = n \ln \theta + n \ln \beta - \beta \sum_{i=1}^n x_i - \theta \left(1 - e^{-\beta x_n}\right) \quad (3.1)$$

이고, 로그우도함수를 편미분하여 정리하면,

$$\frac{n}{\hat{\theta}} - 1 + e^{-\hat{\beta} x_n} = 0, \quad \frac{n}{\hat{\beta}} - \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\theta} x_n e^{-\hat{\beta} x_n} = 0$$

이 되고, 따라서 최우추정량 $\hat{\theta}_{MLE}$ 와 $\hat{\beta}_{MLE}$ 에 대한 식은 다음과 같다.

$$\frac{n}{\hat{\theta}} = 1 - e^{-\hat{\beta}x_n} \tag{3.2}$$

$$\frac{n}{\hat{\beta}} = \sum_i^n x_i + \hat{\theta}x_n e^{-\hat{\beta}x_n} \tag{3.3}$$

(3.2)식과 (3.3)식을 수치 해석적 방법을 이용하여 최우추정치 $\hat{\theta}_{MLE}, \hat{\beta}_{MLE}$ 를 구한다.

3.2. 베이저안 추정

두 모수 θ 와 β 에 대하여 데이터 집합 D_t 가 주어졌을 때, θ 와 β 에 대한 조건부 밀도함수를 구체화하기가 어렵기 때문에 모수 $\theta[1 - F(t|\beta)]$ 를 가진 포아송 분포를 따르는 잠재변수 $N' = N - n$ 를 도입한다. $\pi(\theta) \sim \Gamma(a, b), a, b > 0, \pi(\beta) \sim \Gamma(c, d), c, d > 0, \theta \perp \beta$ 이라고 하면 사후 결합 밀도는 다음과 같다 (Kim과 Shin, 2006; Achcar 등, 1998; Kim과 Lee, 1999).

$$\begin{aligned} f(\theta, \beta, N'|D_{x_n}) &\propto L(D_{x_n}|\theta, \beta) \cdot \pi(\theta) \cdot \pi(\beta) \cdot \pi(N') \\ &\propto \frac{(\theta e^{\beta t})^{N'}}{N'!} e^{-\theta e^{\beta t}} \theta^{n+a-1} \beta^{c+n-1} e^{-b\theta} e^{-(d+\sum_{i=1}^n x_i)\beta} e^{-\theta(1-e^{-\beta t})} \\ &\propto \frac{1}{N'!} \theta^{N'+n+a-1} \cdot \beta^{c+n-1} \cdot e^{-\theta(b+1)} e^{-\beta(d+N'x_n+\sum_{i=1}^n x_i)} \end{aligned}$$

모수 N', θ, β 들에 대한 각각의 주변사후분포 $p(N'|\theta, \beta, D_{x_n}), p(\theta|N', \beta, D_{x_n}), p(\beta|N', \theta, D_{x_n})$ 을 얻을 수 있다. 장애모수 개념을 이용하여 깃스 샘플링 알고리즘에 사용되는 각 모수에 대한 사후 밀도함수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} N'|\theta, \beta, D_{x_n} &\sim P(\theta e^{-\beta x_n}) \\ \theta|N', \beta, D_{x_n} &\sim \Gamma(N' + a + n, b + 1) \\ \beta|N', \theta, D_{x_n} &\sim \Gamma(n + c, d + tN' + \sum_{i=1}^n x_i) \end{aligned}$$

4. 수치적 예제

다음의 자료는 고장간격 시간에 대해 실제로 관측된 데이터 (NTDS data; Goel과 Okumoto, 1979)이다.

Table 4.1 NTDS software error

Error no.	Time between errors	CumulativeTime	Error no.	Time between errors	CumulativeTime
1	9	9	14	9	87
2	12	21	15	4	91
3	11	32	16	1	92
4	4	36	17	3	95
5	7	43	18	3	98
6	2	45	19	6	104
7	5	50	20	1	105
8	8	58	21	11	116
9	5	63	22	33	149
10	7	70	23	7	156
11	1	71	24	91	247
12	6	77	25	2	249
13	1	78	26	1	250

Table 4.2의 자료를 분석하기 위해 R 프로그램을 이용하였으며, 최우추정방법, 베이지안 추론을 통해 모수 추정을 실시하였다. 베이지안 모형에서는 공액 사전분포를 적용할 경우 $\theta, \beta \sim \Gamma(1, 0.0001)$ 를 적용하여 각 모수에 대한 조건부 사후분포를 구한 후 깃스 샘플링 알고리즘을 이용하여 1000개, 2000개의 (θ, β) 에 대한 추정치를 얻어냈으며 수렴성을 확인하기 위해 샘플링을 50회와 100회 반복하여 두 반복간의 추정치에 대한 비교를 하였다. Figure 4.1은 각각의 사전분포가 정의된 상태에서 깃스샘플링을 실시하였을 때 나타나는 샘플들에 대해 Burn-in을 거쳐 생성된 샘플들이 특정 점에 대해 수렴하는 것을 나타낸 그래프이다. 그래프의 모양이 일정한 간격 안에 분포되어 있으므로 이 샘플링은 잘 생성된 샘플이라고 말할 수 있다.

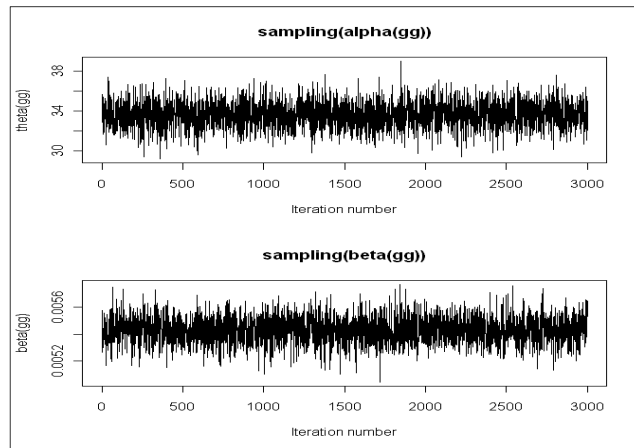


Figure 4.1 Convergence when applying the prior GG in the G-O model

Table 4.2 Estimates of parameter θ

S	R	$\hat{\theta}_{GG}$	$\hat{\theta}_{MLE}$
1000	50	33.92964	29.42827
	100	33.34762	
2000	50	33.70632	29.42827
	100	33.42814	

Table 4.3 Estimates of parameter β

S	R	$\hat{\beta}_{GG}$	$\hat{\beta}_{MLE}$
1000	50	0.006170	0.007402
	100	0.006348	
2000	50	0.006097	0.007402
	100	0.006236	

우리는 분석과 SSE의 모든 계산을 수행하기 위한 Matlab 프로그램을 이용하였다. 모델의 적합도를 평가하기 위해 최우추정법과 베이지안방법에서 SSE 값을 계산하였다. Table 4.2와 Table 4.3은 NTDS 데이터에서 최초 20개의 자료를 이용하여 각각 MLE 방법에서 $\hat{\theta} = 29.42827$, $\hat{\beta} = 0.007402$ (Pham, 2006)일 때 SSE의 최소값은 $SSE = 524.1753$ 이고, 추정된 평균치 함수는 $m(t) = 29.42827(1 - e^{-0.007402t})$ 와 같고, 베이지안 방법에서 $\hat{\theta} = 33.92964$, $\hat{\beta} = 0.006348$ 일 때 SSE의 최소값은 $SSE = 525.16647$ 이고, 추정된 평균치 함수는 $m(t) = 33.92964(1 - e^{-0.006348t})$ 와 같이 얻어진다. Table 4.4에는 두 가지 방법에 의하여 추정된 평균치 함수를 이용하여 고장시간에 대한 예측치,

SSE(fit), SSE(prediction)를 제공하였다. SSE(fit)모형의 적합성을 판정하기위해 최초 20개의 자료를 근거로 한 편차제곱합을 나타내며, SSE(prediction)는 적합된 모형식을 이용하여 21번째 이후의 예측치들에 대한 편차제곱합을 의미한다.

Table 4.4 Comparison of predicted values from MLE and Bayesian

Error no.	Time between errors	MLE	Bayes
1	9	0.217024	0.214703
2	12	0.432447	0.428048
3	11	0.646282	0.640042
4	4	0.85854	0.850695
5	7	1.069232	1.060015
6	2	1.278371	1.268011
7	5	1.485967	1.474690
8	8	1.692032	1.680062
9	5	1.896578	1.884134
10	7	2.099615	2.086914
11	1	2.301155	2.288412
12	6	2.501209	2.488634
13	1	2.699787	2.687589
14	9	2.896901	2.885286
15	4	3.092561	3.081731
16	1	3.286778	3.276933
17	3	3.479563	3.470900
18	3	3.670926	3.663640
19	6	3.860878	3.855160
20	1	4.049429	4.045468
21	11	4.236590	4.234572
22	33	4.422371	4.422479
23	7	4.606781	4.609198
24	91	4.789831	4.794734
25	2	4.971532	4.979097
26	1	5.151892	5.162293
SSE(fit)		524.1753	525.1665
SSE(prediction)		8326.414	8325.709

위의 결과에서 최우추정법과 베이지안추정법에 의해 모형적합 (fit)과 예측 (prediction)에 대한 SSE는 거의 비슷한 결과를 제공하지만, 모형적합에 대하여는 MLE에서 예측에 대하여는 베이지안추정법에서 약간 작은 SSE값을 제공한다. 또한 Figure 4.2는 두 가지 방법에 의한 추정된 모형식을 비교하면 아래의 그래프와 같이 거의 비슷하게 나타난다.

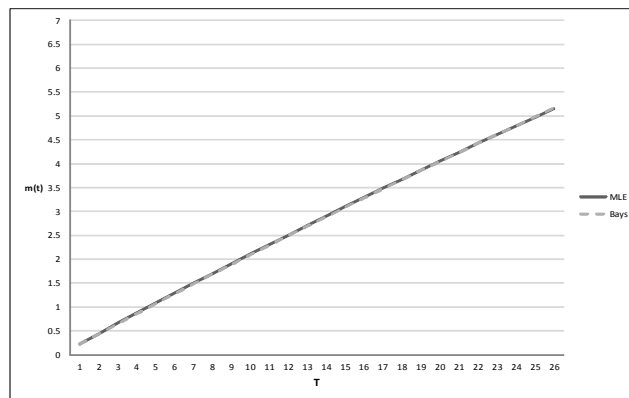


Figure 4.2 MLE and Bayes estimates of the mean value function

5. 결론

본 논문에서는 수리가 가능한 소프트웨어 고장수를 모형화 하는데 비동질적 포아송 과정 형태를 이용하였으며, 기본적으로 널리 알려진 Goel-Okumoto 모형에서의 공액사전분포를 정의하여 베이지안 방법에 의한 모수추정과 최우추정법에 의한 모수추정을 하였다. 실제 자료를 이용하여 추정된 모형을 이용하여 고장시간에 대한 예측값을 비교한 결과 모형적합에 대하여는 MLE에서 예측에 대하여는 베이지안 추정법에서 약간 작은 SSE 값을 제공함을 알 수 있다.

References

- Goel, A. L. and Okumoto, K. (1979). Time-dependent error-detection rate model for software reliability and other performance measures. *IEEE Transactions on Reliability*, **28**, 206-211.
- Hamada, M. S., Wilson, A. G., Reese, C. S. and Martz, H. F. (2008). *Bayesian reliability*, Springer, New York.
- Hayakawa, Y., Irony, T. and Xie, M. (2001). *System and Bayesian reliability*, World Scientific Publishing Company, Singapore.
- Jelinski, Z. and Moranda, P. B. (1972). Software reliability research. In *Statistical Computer Performance Evaluation*, edited by W. Freiberger, Academic Press, New York, 465-484.
- Kang, S. G., Kim, D. H. and Lee, W. D. (2011). Noninformative priors for the reliability function of two-parameter exponential distribution. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **22**, 361-369.
- Kapur, P. K. and Pham, H. (2011). A unified approach for developing software reliability growth models in the presence of imperfect debugging and error generation. *IEEE Transactions on Reliability*, **60**, 331-340.
- Kim, H. C. and Lee, D. C. (1999). Bayesian analysis for nonhomogeneous Poisson process software reliability. *Journal of Industrial and Systems Engineering*, **22**, 23-31.
- Kim, H. C. and Shin, H. C. (2006). The NHPP Bayesian software reliability model using latent variables. *Journal of Information and Security*, **6**, 117-126.
- Kuo, L., Lee, J. C., Choi, K. and Yang, T. Y. (1997). Bayes inference for S-shaped software reliability growth models. *IEEE Transactions on Reliability*, **46**, 76-80.
- Kuo, L. and Yang, T. Y. (1996). Bayesian computation for nonhomogeneous Poisson processes in software reliability. *Journal of the American Statistical Association*, **91**, 763-773.
- Ohba, M. (1984a). Software reliability analysis models. *IBM Journal of Research and Development*, **28**, 428-443.
- Ohba, M. (1984b). Inflection S-shaped software reliability growth models. *Stochastic Models in Reliability Theory*, **235**, 144-62.
- Pham, L. and Pham, H. (2000). Software reliability models with time dependent hazard function based on bayesian approach. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Art A: Systems and Humans*, **30**, 25-35.
- Pham, H. (2006). *System software reliability*, Springer, Berlin, 149-149.
- Pham, H. (2007). On recent generalizations of the weibull distribution, *IEEE Transactions on Reliability*, **56**, 454-458.
- Pham, H., Nordmann, L. and Zhang, X. (1999). A general imperfect software debugging model with S-shaped fault detection rate. *IEEE Transactions on Reliability*, **48**, 169-175.
- Yamada, S., Ohba, M. and Osaki, S. (1983). S-Shaped reliability growth modeling for software error detection. *IEEE Transactions on Reliability*, **32**, 475 - 484.
- Yamada, S. and Osaki, S. (1985). Software reliability growth modeling: Models and applications. *IEEE Transactions on Software Engineering*, **11**, 1431-1437.
- Yun, S. T. and Lee, C. S. (2012). Estimating the reliability and distribution of ratio in two independent variables with different distributions. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **23**, 1017-1025.

Bayesian parameter estimation and prediction in NHPP software reliability growth model[†]

Inhong Chang¹ · Deokhwan Jung² · Seungwoo Lee³ · Kwangyoon Song⁴

¹²³⁴Department of Computer Science and Statistics, Chosun University

Received 3 June 2013, revised 17 June 2013, accepted 24 June 2013

Abstract

In this paper we consider the NHPP software reliability model. And we deal with the maximum likelihood estimation and the Bayesian estimation with conjugate prior for parameter inference in the mean value function of Goel-Okumoto model (1979). The parameter estimates for the proposed model is presented by MLE and Bayes estimator in data set. We compare the predicted number of faults with the actual data set using the proposed mean value function.

Keywords: Bayesian estimate, maximum likelihood estimation, NHPP, posterior distribution, prior distribution, software reliability model, the sum of squared error.

[†] This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology (2010-0024195).

¹ Corresponding author: Associate professor, Department of Computer Science and Statistics, Chosun University, Gwangju 501-709, Korea. E-mail: ihchang@chosun.ac.kr

² Master, Department of Computer Science and Statistics, Chosun University, Gwangju 501-709, Korea.

³ Ph.D. candidate, Department of Computer Science and Statistics, Chosun University, Gwangju 501-709, Korea.

⁴ Ph.D. candidate, Department of Computer Science and Statistics, Chosun University, Gwangju 501-709, Korea.