

불량을 최소화를 통한 강건 최적화의 확률제한조건 처리

이광기* · 박찬경** · 김근연*** · 이권희*** · 한상욱*** · 한승호***†

* 브이피코리아 컨설팅팀, ** 철도기술연구원, *** 동아대학교 기계공학과

Solving Probability Constraint in Robust Optimization by Minimizing Percent Defective

Kwang Ki Lee*, Chan Kyoung Park**, Geun Yeon Kim***, Kwon Hee Lee***, Sang Wook Han***
and Seung Ho Han***†

* Consulting Team, VP Korea, ** KRRI, Railway Standard TFT, *** Dept. of Mechanical Engineering, Dong-A Univ.

(Received January 24, 2013 ; Revised April 7, 2013 ; Accepted June 6, 2013)

Key Words: Robust Optimization(강건 최적화), Percent Defective(불량률), Probability Constraint(확률제한조건), Simplex Algorithm(심플렉스 알고리즘)

초록: 강건 최적화 기법은 설계 초기 단계부터 설계변수의 변동이 목적함수에 미치는 효과를 최소화할 수 있는 유일한 방법이다. 강건 최적화의 정식화를 위해서는 분산을 정확히 예측하고 확률제한조건을 정식화하는 것이 가장 중요한 과정이 된다. 분산 및 확률제한조건을 예측하고 정식화하기 위한 방법으로 공정능력지수 및 식스시그마 기법과 같은 여러 가지 방법이 적용되고 있으나, 실제 공정에서 널리 적용되는 불량률을 이용한 확률제한조건 처리 기법에 대한 연구는 아직까지 전무한 상태이다. 본 연구에서는 자동차 로워암의 무게와 최대응력의 평균과 표준편차에 대한 설계영역을 탐색하고, 이후 로워암의 강건 최적화를 수행하였다. 변동을 예측하기 위한 표준편차의 계산은 2차 테일러 전개를 통해 수치적인 정확도를 기하였다. 강건 최적화는 설계변수의 불연속성을 고려하기 위하여 최적화 과정에서 미분 정보를 적용하지 않은 심플렉스 알고리즘을 적용하였다.

Abstract: A robust optimization is only one of the ways to minimize the effects of variances in design variables on the objective functions at the preliminary design stage. To predict the variances and to formulate the probabilistic constraints are the most important procedures for the robust optimization formulation. Though several methods such as the process capability index and the six sigma technique were proposed for the prediction and formulation of the variances and probabilistic constraints, respectively, there are few attempts using a percent defective which has been widely applied in the quality control of the manufacturing process for probabilistic constraints. In this study, the robust optimization for a lower control arm of automobile vehicle was carried out, in which the design space showing the mean and variance sensitivity of weight and stress was explored before robust optimization for a lower control arm. The 2nd order Taylor expansion for calculating the standard deviation was used to improve the numerical accuracy for predicting the variances. Simplex algorithm which does not use the gradient information in optimization was used to convert constrained optimization into unconstrained one in robust optimization.

- 기호설명 -

x : 설계변수의 평균
 σ : 표준편차
 σ^2 : 분산
 y : 목적함수의 평균

g : 제한조건의 평균
 $P_{y_j}(y_j > y_{jUSL})$: 목적함수의 불량률
 $P_{g_k}(g_k > g_{kUSL})$: 제한조건의 불량률

1. 서론

† Corresponding Author, shhan85@dau.ac.kr
 © 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

제한조건을 고려한 최적화는 설계변수의 확률적 특성 관점에서 불확실성에 의한 변동을 고려하지

않는 확정론적 방법(deterministic method)과 불확실성에 의한 변동을 고려하는 통계학적 방법(stochastic method)으로 분류할 수 있다. 아직까지는 확정론적 방법에 의한 최적화가 주로 적용되고 있으나, 확정론적 방법은 설계 및 시스템변수의 불확실성으로 야기되는 목적함수와 제한조건의 변동을 고려할 수 없기 때문에, 실제 현장에서 발생하는 변동에 의한 현상을 정확히 예측할 수가 없다. 즉, 확정론적 방법만을 고려한 설계 최적화는 실제 제품의 변동 예측에 대한 신뢰성을 떨어뜨릴 가능성이 있다. 반면에, 통계학적 방법은 설계 및 시스템변수의 변동이 목적함수와 제한조건에 미치는 영향을 고려한다는 점에서 확정론적 방법보다 더 현실과 가까운 결과를 도출한다.

일반적으로 설계자들은 강건 최적화를 위해서 제조공정 단계에서 엄밀한 공차관리를 적용하여 왔으나, 이러한 방법은 설계 및 시스템변수의 변동이 목적함수에 미치는 효과를 줄이기 보다는 생산 라인에서 설계 및 시스템변수의 변동 자체를 줄이는 것으로, 제작비용의 증가를 야기시켜 왔다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 설계 초기 단계부터 강건 최적화 기법을 적용하여 설계를 진행하고 있다.⁽¹⁾ 따라서, 제품의 실제 거동에 가깝도록 최적화의 신뢰도를 높이기 위해서는 목적함수 및 제한조건이 이러한 변동에 대하여 강건성을 가져야 한다.

설계 및 시스템변수의 변동에 따른 목적함수의 불확실성을 예측하는 강건 최적화는 변동성의 분산이 정규분포를 추종한다는 가정 하에 근사적으로 예측한 분산으로부터 구축된 반응표면 모델의 분석을 통해 수행된다. 강건 최적화의 정식화에서 주어진 확률제한조건은 위에 언급한 분산으로 표현이 가능하며 이를 통해 목적함수의 강건성이 평가되므로, 분산의 정확한 예측을 통한 확률제한조건의 처리가 강건 최적화에서 가장 중요한 과정이 된다. 저자 등은 확률제한조건을 처리하기 위한 방법으로 고속철도 현수장치 및 터빈 블레이드의 강건 최적화에 공정능력지수 및 식스시그마를 적용하였다.^(2,3) 그러나, 주어진 목적함수와 제한조건의 설계 상한을 초과하는 변동을 계산하는 방법으로 실제 공정에서 변동의 척도로서 일반적으로 널리 적용되는 불량률을 적용한 확률제한조건 처리 기법에 대한 연구가 아직은 전무하다.

본 연구에서는 자동차 로워암의 강건 최적화에 있어서 자동차 산업에서 가장 널리 적용되는 품질

관련 성능지표인 불량률을 확률제한조건에 적용하였다. 이때, 분산의 정확한 예측을 통하여 확률제한조건의 처리를 통해 불량률이 최소로 되는 설계변수가 결정되었다. 변동을 예측하기 위한 표준편차의 계산은 일반적인 1차 테일러 전개가 아닌 2차 테일러 전개를 통해 수치적인 정확도를 기하였고, 강건 최적화는 설계변수의 불연속성을 고려하기 위하여 최적화 과정에서 미분 정보를 적용하지 않은 심플렉스 알고리즘을 적용하였다.

2. 대상체 및 강건 최적화의 정식화

2.1 자동차용 로워암의 설계

로워암은 Fig. 1 과 같이 자동차 현가장치에서 차륜으로부터 들어오는 하중을 분담하는 중요한 요소 부품이다. 로워암의 형상설계는 Fig. 2 와 같이 반경 R(mm), 높이 D(mm), 폭 W(mm) 및 두께 T(mm) 등 모두 네 가지의 설계변수를 무게(Mass)와 최대응력(Smax)을 최소로 하는 값을 결정하는 것이다. 최적화의 관점에서 목적함수 및 제한조건의 응답특성은 무게 및 최대응력으로 하여 정식화할 수 있다. 여기서 응답특성은 로워암의 유한요소해석으로부터 구할 수 있다.

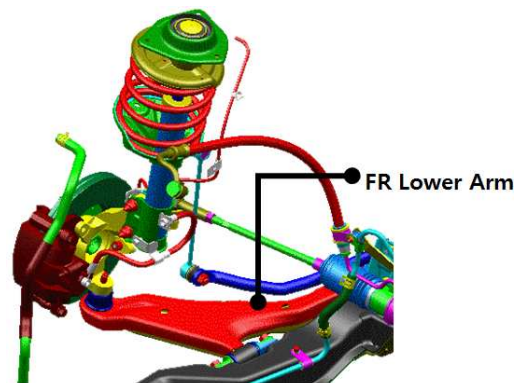


Fig. 1 Feature of lower arm in front suspension

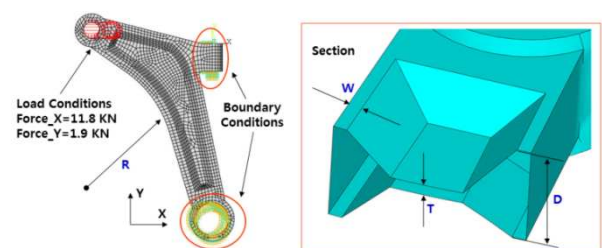


Fig. 2 Design variables of lower arm

로워암의 유한요소해석을 위한 경계조건은 서브 프레임과 고정되는 두 곳에 부쉬요소로 구현하고, 하중조건은 케리어 연결부에 볼조인트를 구현하여 인가하였다. 이때, 하중의 크기는 X 및 Y 축 방향으로 각각 11.8kN 및 1.9kN 이다.⁽⁴⁾ 초기설계 단계에서 R, D, W 및 T 가 각각 250, 30, 10 및 8mm 이므로, 목적함수의 응답특성인 무게와 최대응력은 유한요소해석을 통해 각각 3.33kg 및 181.81MPa 로 얻어진다.

2.2 불량률을 적용한 확률제한조건의 정식화

생산공정에서의 불량률 최소화를 위한 방법론으로 현재 6 시그마⁽⁵⁾가 널리 적용되고 있으며, 특히 품질 척도인 불량률 표현하기 위한 평가지표로서 Table 1 과 같이 공정능력지수(Process Capability Index) C_{pk} , 불량률(Percent Defective) P , 단기 및 장기 PPM(Parts per Million)을 많이 적용하고 있다. 장기 PPM 은 공정에서 발생하는 변동을 단기 PPM 보다 최대 1.5σ 만큼 고려한 값을 의미한다. 여기서 σ 는 표준편차를 의미한다. 공정능력지수 C_{pk} 는 제품의 분포 중심과 규격 중심이 일치하지 않는 경우에 적용하며 평균 μ 가 상한규격(USL, Upper Spec. Limit)과 하한규격(LSL, Lower Spec. Limit) 범위 내에서 요구 한계($\pm 3\sigma$)를 만족하는 품질을 나타내는 척도이다.

$$C_{pk} = \text{Min} \left[\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right] \quad (1)$$

그러나, 0.27%의 불량률 의미하는 3σ ($Z=3$)는 공정능력지수 C_{pk} 가 1 인 경우로서 불량률 P 는 0.27, 단기 PPM 은 2,700 그리고 장기 PPM 은 67,000 으로서 품질을 정의하는 설계자 입장에서 많은 혼란을 야기시켜 왔다. 따라서, 본 연구에서는 누구나 쉽게 이해할 수 있는 불량률 P 를 불량률 표현하기 위한 평가지표로 선정하여 확률제한조건을 정의하고자 한다.

Table 1 Index of defects related to sigma levels

σ (Z)	C_{pk}	P	PPM (short-term)	PPM (long-term)
1	0.33	32	320,000	>500,000
2	0.67	4.7	47,000	309,000
3	1.0	0.27	2,700	67,000
4	1.33	0.0063	63	6,200
5	1.67	0.000057	1	230
6	2.0	0.0000002	0	3.4

설계 상한 USL 이 주어진 경우, USL 을 넘어서는 불량률 $P_y(y > y_{USL})$ 는 다음 식과 Fig. 3 과 같이 정의되며, 일반적으로 표준정규분포를 기준으로 하여 불량률을 환산한다. 여기서 σ_y 는 목적함수 y 의 표준편차를 의미한다.

$$P_y(y > y_{USL}) = \Phi \left(\frac{y_{USL} - y}{\sigma_y} \right) \quad (2)$$

설계변수의 변동에 따라 나타나는 목적함수와 제한조건의 변동을 $P_y(y > y_{USL})$ 확률제한조건으로 적용한 강건 최적화 정식화는 아래와 같다.

Given $x_i(x), \sigma_{x_i}(x), i = 1, 2, \dots, n$
 Objective functions $y_j(x), j = 1, 2, \dots, l$
 Constraints $g_k(x), k = 1, 2, \dots, m$ (3)
 Find x_i
 To minimize
 Maximum $[P_{y_j}(y_j > y_{jUSL}), P_{g_k}(g_k > g_{kUSL})]$
 $j = 1, 2, \dots, l, k = 1, 2, \dots, m$
 where $x_{iL} + \Delta x_i \leq x_i \leq x_{iU} - \Delta x_i$

여기서, x 는 설계변수의 평균, σ_x 는 설계변수의 변동인 표준편차, y 는 목적함수 그리고 g 는 제한조건을 의미한다. $P_{y_j}(y_j > y_{jUSL})$ 와 $P_{g_k}(g_k > g_{kUSL})$ 는 주어진 목적함수와 제한조건의 설계 상한을 초과하는 경우의 확률인 불량률을 나타낸다.

설계변수의 R, D, W 및 T 의 설계 가능한 범위는 설계 엔지니어 및 공정 엔지니어와 협의하여 각각 200~300mm, 25~35mm, 5~15mm 및 4~12mm 로 선정하였고, 각 설계변수의 표준편차는 일반적인 설계공차가 불량률 0.27%를 정의하는 3σ 인 점을 고려하여 설계변수의 표준편차 σ_x 는 각각의 설계공차의 1/3 을 고려하여 $\sigma_R=10, \sigma_D=1, \sigma_W=0.5$ 및 $\sigma_T=0.4$ 로 선정하였다

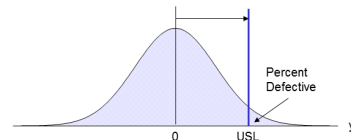


Fig. 3 Percent defective of USL

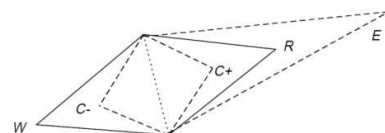


Fig. 4 Schematic illustration for Simplex algorithm

Table 2 Design variables selected for central composite response surface design method

No	R	D	W	T
1	200	25	5	4
2	300	25	5	4
3	200	35	5	4
4	300	35	5	4
5	200	25	15	4
6	300	25	15	4
7	200	35	15	4
8	300	35	15	4
9	200	25	5	12
10	300	25	5	12
11	200	35	5	12
12	300	35	5	12
13	200	25	15	12
14	300	25	15	12
15	200	35	15	12
16	300	35	15	12
17	250	30	10	8
18	200	30	10	8
19	300	30	10	8
20	250	25	10	8
21	250	35	10	8
22	250	30	5	8
23	250	30	15	8
24	250	30	10	4
25	250	30	10	12

Table 3 Summary of fit for response surface model

Summary of fit	Mass	Smax
RSquare	0.999999	0.998576
RSquare Adj	0.999996	0.996583

2.3 심플렉스 알고리즘

본 연구에서는 최대 불량률을 최소화하는 불연속 최적화를 적용하기 때문에 비제한 최적화 방법 중에서도 미분 정보를 사용하지 않는 심플렉스 방법을 적용한다.⁽⁶⁾ 심플렉스 방법은 n 개의 설계 변수를 가진 n 차원 문제에서 (n+1)개의 모서리를 가진 기하학적 형상(Simplex)의 모양과 위치를 반사(Reflection), 확장(Expansion) 및 수축(Contraction)의 3 가지 형태로 변화시키면서 최적점을 찾는 방법이다. W 를 기준점으로 새로운 최적점을 찾는 C-(Negative Contraction), C+(Positive Contraction), R(Reflection), E(Expansion) 알고리즘을 도식적으로 Fig. 4 에 나타내었다.

3. 로워암의 강건 최적화

3.1 반응표면모델 구축

무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 반응표면모델을

구성하기 위하여 실험계획법 중에서 2 인자 완전 요인배치법과 축점을 포함하는 순차적 실험계획법으로 가장 널리 적용되고 있는 중심합성법⁽⁷⁾ 적용하여 총 25 케이스의 ANSYS 해석이⁽⁸⁾ 수행되었다. 이때 선정된 총 25 케이스의 설계변수를 Table 2 에 정리하였다. 반응표면모델의 정확도를 나타내는 결정계수(RSquare)와 수정결정계수(RSquare Adj)는 Table 3 과 같으며 결정계수는 무게 Mass 인 경우에 0.999999, 최대응력 Smax 인 경우에 0.998576 을 나타내어 최소 99.86%의 모델 예측도를 나타낸다.⁽⁹⁾ 즉 무게 Mass 와 최대응력 Smax 는 2 차 반응표면모델로 충분히 표현 가능하다는 것을 의미한다.

3.2 테일러 전개에 의한 확률제한조건 예측

확률제한조건 처리를 위하여 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 불량률 예측이 반드시 필요하다. 일반적으로 테일러 전개에 의한 근사 예측법과 몬테카를로 시뮬레이션을 통한 직접 예측법을 적용하여 분산을 추정하고 이 값을 통하여 불량률을 예측한다. 본 연구에서는 구축된 반응표면모델에 2 차 테일러 전개에 의한 근사 예측법을 적용한다. 테일러 전개에 의한 근사 예측법으로 일반적으로 적용되는 1 차 테일러 전개보다는 2 차 미분값을 필요로 하는 2 차 테일러 전개를 사용하여 불량률을 좀 더 정확하게 예측할 수 있다.⁽¹⁰⁾ 2 차 테일러 전개로부터 불량률 계산을 위하여 분산을 예측하는 수식은 다음과 같다.

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2} \right)^2 \sigma_{x_i}^4 \quad (4)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sum_{j>i}^n \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x_i \partial x_j} \right) \sigma_{x_i}^2 \sigma_{x_j}^2$$

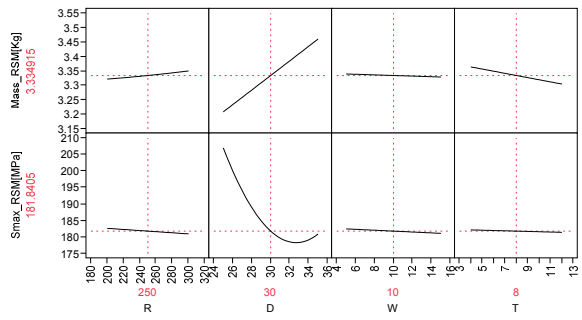
3.3 설계영역 탐색

Fig. 5 는 각 설계변수가 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 평균값, 표준편차 및 불량률에 미치는 주요 효과를 나타낸 결과이다. Fig. 5(a)는 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 평균값에 미치는 설계변수의 영향으로 W 와 T 는 동일한 방향의 민감도(방향성)을 가지며, R 과 D 에는 개선이 어려운 음의 상관관계 (Trade-off)가 존재한다. 이에 대하여, Fig. 5(b)와 같이 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 표준편차에 미치는 설계변수의 효과로 R 과 T 는 동일한 방향의 기울기를 가지며, D 와 W 는 음의 상관관계가 나타난다. 한편, Fig. 5(c)는 무게 Mass 와 최

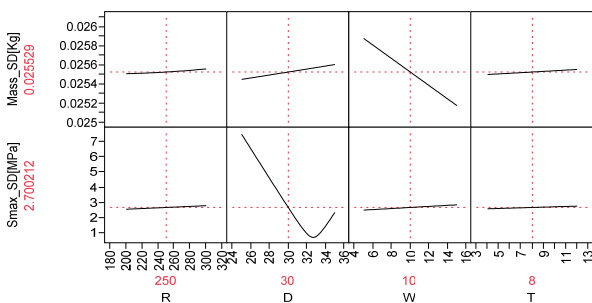
대응력 Smax 의 불량률에 미치는 설계변수의 영향으로서 Fig. 5(a)와 마찬가지로 W 와 T 는 동일한 양의 민감도 보이고, R 과 D 는 음의 상관관계를 보인다. 특히, 설계변수 D 는 강한 비선형 특성을 보인다. 이를 3 차원 그래프로 표시하면 Fig. 6 과 같이 나타남을 알 수 있다.

불량률은 Fig. 5(c)와 같이 최대불량률을 찾는 과정에서 강한 비선형 특성과 상반된 경향을 보이기 때문에 최적화로 느리게 수렴해갈 수 있다. 따라서 심플렉스 알고리즘을 적용하기 전에 주어진 설계영역 안에서 100 회의 초기값을 랜덤하게 생성하고 그 중에서 제일 불량률이 적은 값을 초기값으로 심플렉스 최적화를 시작한다. 최적값이 찾아지면 초기 최적화 종료 기준을 더욱 엄밀하게 재

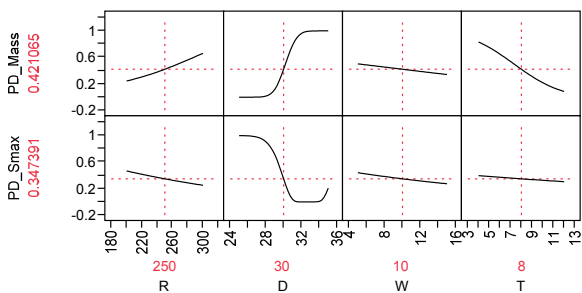
설정하여 추가로 2 차 심플렉스 최적화를 진행하여 가능한 정확한 전역 최적값을 찾는다.⁽¹¹⁾ 불량률 P 의 최소화를 통한 최적값의 근사치는 Fig. 7 과 같다. 여기서 얻어진 최적값은 Mass=3.3094kg 및 Smax=179.8937MPa 이다. 얻어진 최적값의 근사치를 검증하기 위하여 선정된 각 설계변수를 적용하여 CAE 상용도구인 ANSYS 를 통해 구조해석을 실시하였다. Table 4 는 불량률 최소화를 통한 심플렉스 알고리즘으로 얻어진 최적값의 근사치와 구조해석 결과를 비교한 결과이다. Mass 와 Smax 의 오차는 각각 0.002% 및 0.533%으로 최적값의 근사치가 실제 구조해석 결과와 매우 유사함을 확인하였다.



(a) Mean values of Mass and Smax



(b) Standard deviation of Mass and Smax



(c) Percent defectives of Mass and Smax

Fig. 5 Main effects of design variables on standard deviations and percent defectives on mean values of Mass and Smax

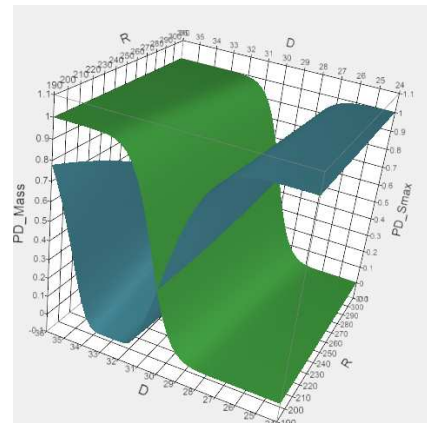
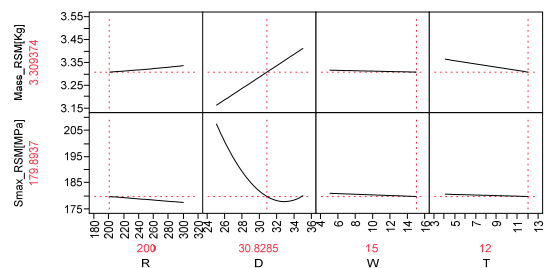
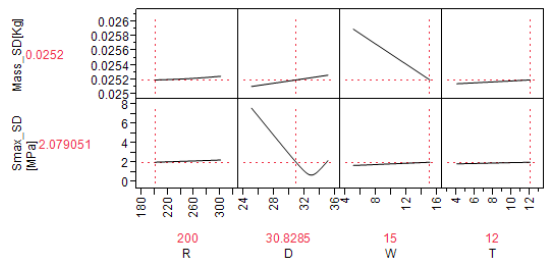


Fig. 6 Trade-off relation of R and D to percent defective of Mass and Smax



(a) Mean values of Mass and Smax



(b) Standard deviation of Mass and Smax

Fig. 7 Optimal solutions by using Simplex algorithm for Mass and Smax

Table 4 Verification between response surface model by Simplex algorithm and structural analysis

Object function	RSM	Structural Analysis	Difference
Mass(kg)	3.3094	3.3093	0.002%
Smax(MPa)	179.8937	180.8577	0.533%

Table 5 Verification between Taylor expansion and MonteCarlo simulation

Object function	Taylor expansion	MonteCarlo simulation	Difference
Mass(kg)	0.0252	0.02527	0.28%
Smax(MPa)	2.079	2.082	0.14%

Table 6 Results of minimized percent defectives

Object function	Initial value	Optimal solution	Improvement
Mass	0.2σ	1.2σ	1.0σ
Smax	0.38σ	1.19σ	0.81σ
Worst percent defective	42.2%	11.7%	30.5%

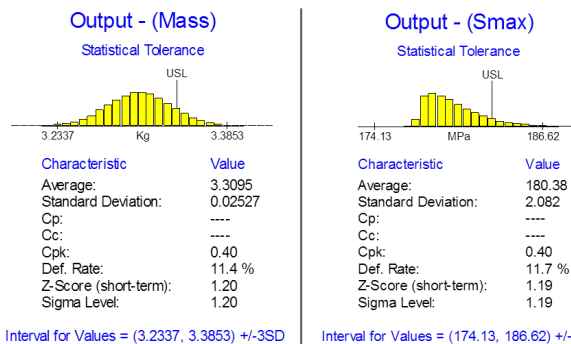


Fig. 8 Optimal percent defective of Mass and Smax

3.4 불량률 최소화

불량률 계산의 정확도는 2 차 테일러 전개로 예측한 표준편차의 정도에 기인한다. 예측된 표준편차를 검증하기 위하여 몬테칼로 시뮬레이션을 실시하였다. Fig. 8 은 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 표준편차를 100,000 회의 몬테칼로 시뮬레이션으로 구한 결과이다. 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 표준편차는 각각 0.02527 및 2.082 이다. 이 결과는 Table 4 와 같이 Fig. 7(b)의 반응표면 모델로 예측한 표준편차인 0.0252 및 2.079 와 비교하여 각각 0.28% 및 0.14%의 오차를 보여준다.

불량률 최소화에 의한 무게 Mass 와 최대응력

Smax 의 개선 결과를 Table 6 에 표시했으며, 강건최적화 결과 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 표준편차가 아닌 평균을 최소화하여 불량률이 향상되었다. 무게 Mass 인 경우에는 설계변수의 공차에 의한 변동이 0.2σ(시그마)에서 1.2σ 로 개선이 되어 1.0σ 의 개선이 이루어지며, 최대응력 Smax 는 설계변수의 공차에 의한 변동이 0.38σ 에서 1.19σ 로 개선이 되어 0.81σ 의 개선을 이루었다. 특히 최대 불량률 관점에서 살펴보면 설계변수의 공차에 의한 최대불량률이 42.2%에서 11.7%로 개선이 되어 30.5%의 개선을 이루었다. 강한 비선형성이 존재하는 불량률 최소화에는 미분 정보가 필요하지 않는 심플렉스 알고리즘과 초기값 랜덤 생성 기법을 적용하면 불량률을 크게 개선하는 최적값을 찾을 수 있다는 것을 입증했다.

4. 결론

(1) 무게 Mass 와 최대응력 Smax 에 대한 불량률의 민감도가 가장 큰 설계변수인 R 과 D 에는 음의 상관관계가 존재하기 때문에 설계변수 R 과 D 의 변화는 초기값과 비교하여 큰 차이가 없다는 것을 알 수 있다.

(2) 반대로 음의 상관관계가 존재하지 않는 설계변수 W 와 T 는 민감도가 동일한 양의 방향을 나타내기 때문에 설계 범위 안에서 무게 Mass 와 최대응력 Smax 에 대한 불량률을 최소화하는 최적값을 손쉽게 선정할 수 있다는 것을 알 수 있다.

(3) 강한 비선형성이 존재하는 불량률 최소화에는 미분 정보가 필요하지 않는 심플렉스 알고리즘과 초기값 랜덤 생성 기법을 적용하면 확률제한조건을 만족하는 무게 Mass 와 최대응력 Smax 의 평균 및 표준편차의 최적해를 찾을 수 있다.

(4) 불량률 최소화를 통한 확률제한조건을 적용하여 무게 Mass 인 경우에는 1.0σ 의 개선이 이루어졌으며, 최대응력 Smax 는 0.81σ 의 개선이 이루어졌다. 특히 최대 불량률 관점에서 최대불량률이 42.2%에서 11.7%로 개선이 되어 30.5%의 개선을 이루었다.

후 기

본 논문은 한국연구재단의 지역혁신인력양성사업과 지식경제부 한국에너지 기술평가원의 지원(No. 20114010203060)을 받아 수행한 결과임.

참고문헌

(1) Chen, W., Allen, J. K., Tsui, K. L. and Mistree, F., 1996, "A Procedure for Robust Design: Minimizing

- Variations Caused by Noise Factors and Control Factors," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 118, pp. 478~485.
- (2) Lee, K.-K., Park, C.-Ky., Han, S.-H., 2010, "Robust Design of Railway Vehicle Suspension Using a Process Capability Index," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 24, pp. 215~218.
- (3) Lee, K.-K. and Han, S.-H., 2010, "Development of Computational Orthogonal Array Based Fatigue Life Prediction Model for Shape Optimization of Turbine Blade," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 34, No. 5, pp. 611~617.
- (4) Lee, K.-K. and Han, S.-H., 2011, "Multi-level Shape Optimization of Lower Arm by Using TOPSIS and Computational Orthogonal Array Multi-level Shape Optimization of Lower Arm by Using TOPSIS and Computational Orthogonal Array," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 28, No. 4, pp. 482~489.
- (5) Shina, S. G., 2002, *Six Sigma for Electronics Design and Manufacturing*, McGraw-Hill.
- (6) Walters, et al., 1991, *Sequential Simplex Optimization*, CRC Press LLC.
- (7) Myers, R. H. and Montgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology – Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, New York.
- (8) ANSYS Inc., 2009, *ANSYS User's Guide ver. 11*
- (9) SAS Institute Inc., 2012, *JMP User's Guide*.
- (10) Wayne A. Taylor, 1992, *Optimization & Variation Reduction in Quality*, McGraw-Hill.
- (11) Taylor Enterprises, Inc., 2005, *VarTran User's Guide*.