

## 한정된 계측 변위를 이용한 구조물 변형 형상 추정

최준호\* · 김승준\*\* · 한승룡\*\*\* · 강영중\*\*\*\*

Choi, Junho\*, Kim, Seungjun\*\*, Han, Seungryong\*\*\*, Kang, Youngjong\*\*\*\*

### Estimation of Structural Deformed Shapes Using Limited Number of Displacement Measurements

#### ABSTRACT

The structural deformed shape is important information to structural analysis. If the sufficient measuring points are secured at the structural monitoring system, reasonable and accurate structural deformation shapes can be obtained and structural analysis is possible using this deformation. However, the accurate estimation of the global structural shapes might be difficult if sufficient measuring points are not secure under cost limitations. In this study, SFSM-LS algorithm, the economic and effective estimation method for the structural deformation shapes with limited displacement measuring points is developed and suggested. In the suggested method, the global structural deformation shape is determined by the superposition of the pre-investigated structural deformed shapes obtained by preliminary FE analyses, with their optimum weight factors which lead minimization of the estimate errors. 2-span continuous bridge model is used to verify developed algorithm and parametric studies are performed. By the parametric studies, the characteristics of the estimation results obtained by the suggested method were investigated considering essential parameters such as pre-investigated structural shapes, locations and numbers of displacement measuring points. By quantitative comparison of estimation results with the conventional methods such as polynomial, Lagrange and spline interpolation, the applicability and accuracy of the suggested method was validated.

**Key words** : Structural deformed shape, Measured displacement, Interpolation, SFSM-LS, Structural health monitoring

#### 초 록

구조물의 변형 형상은 구조해석을 위한 중요한 정보이다. 구조물 모니터링 시스템에서도 충분한 변위 계측점이 확보되어 명확하고 합리적인 구조물의 변형 형상이 도출된다면 이를 이용한 구조해석이 가능 할 것이다. 하지만 실제 구조물에서는 한정된 비용으로 인해 충분한 변위 계측점이 확보되지 못하기 때문에 합리적인 구조물 변형 형상의 도출이 어렵다. 본 연구에서는 경제적이고 합리적인 구조물 변형 형상 추정을 위해 최소의 변위 계측 데이터를 이용한 효과적인 구조물의 거동 형상 추정기법인 SFSM-LS 알고리즘을 개발하였다. 본 기법은 구조물의 변형 형상을 추정하기 위해 계측 대상 구조물의 사전 유한요소해석을 통해 여러 구조 거동 형상을 기본 구조형상함수로 정의하고, 이들 함수를 추정 변위의 오차를 최소화 시키는 각 함수의 가중치로써 중첩한다. 2경간 연속교 모델의 수치해석을 통해 개발된 알고리즘을 검증하고 매개변수 연구를 수행하였다. 개발된 알고리즘의 매개 변수인 구조형상함수, 변위 계측 위치, 변위 계측 개소에 대한 형상 추정 결과의 특성을 분석하고 Polynomial, Lagrange, Spline 보간법과 형상 추정 정밀도를 비교하여 개발된 기법의 적용성을 검증하였다. 이를 통해 적은 개소의 변위 데이터로 정밀한 형상을 추정하는 결과를 도출하여 제안된 기법의 우월성을 입증하였다.

**검색어** : 구조물 변형 형상, 변위 계측, 보간법, SFSM-LS, 전진도 모니터링

\* 정회원 · 고려대학교 건축사회환경공학부 (tojunhochoi@gmail.com)

\*\* 정회원 · Coastal & Ocean Engineering Div., Zachry Dept. of Civil Engineering, Texas A&M University (rocksmell@gmail.com)

\*\*\* 정회원 · 한국전력기술 (hoanung@gmail.com)

\*\*\*\* 정회원 · 교신저자 · 고려대학교 건축사회환경공학부 (Corresponding Author · Korea University · yjkang@korea.ac.kr)

Received October 15 2012, Revised December 27 2012, Accepted April 26 2013

## 1. 서론

구조물이 대형화 되고 노후화된 구조물이 점차 증가함에 따라 구조물의 유지관리에 대한 중요성이 점차 부각되고 있으며, 이에 대한 비용 또한 점차 증가하고 있다.

효율적인 구조물의 유지관리를 위해서 다양한 센서를 활용하여 구조물의 거동을 계측하고, 계측된 데이터를 활용하여 구조 건전성 모니터링 및 건전도 평가가 이루어지고 있다. 이런 다양한 센서를 활용한 유지관리 기술은 계측기술이 점차 발전함에 따라 이에 대한 비용이 감소하고 정밀도가 향상됨에 따라 가능하게 되었다.

센서를 이용하여 계측되는 구조물 거동 정보는 주로 가속도와 변위이다. 구조물의 거동 변위 정보는 구조 건전도 평가를 위한 매우 중요한 정보이다. 계측 변위는 구조물의 정적·준정적·동적 거동의 모든 거동을 반영 할 수 있으며, 구조물의 모든 절점의 변위를 계측하여 구조물의 변형 형상이 도출된다면 구조해석을 통해 구조물의 건전도를 평가 할 수 있다. 하지만, 실제 구조물에서는 가속도에 대한 활용기술은 상당부분 발전(조수진 등, 2007)해 있는 반면 변위 계측 정보가 매우 부족하기 때문에 계측 변위의 활용수준이 미미한 실정이다.

과거 상시 변위 계측을 위한 적절한 장비의 부재로 인해서 최근에 들어서야 대형 구조물에서 상시 변위 계측이 이루어지고 있으며 다양한 장비를 활용하여 구조물에서 변위를 계측 하고 있다. 광파기, 레이저 변위계와 같은 변위 계측 장비에서 현재의 사강교, 현수교와 같은 대형 구조물에서는 GNSS(Global Navigation Satellite System)를 이용한 상시 변위 계측이 이루어지고 있다.(Im 등, 2011) 실제 운영 중인 현수교에서 GNSS를 이용한 계측 변위를 레이저 변위계를 이용한 변위와 검증함으로써 GNSS에 대한 적용성을 분석(배인환 등, 2007)하고 GNSS를 통해 계측된 변위를 가속도로 변환하여 구조물의 모드형상 비교를 통해 동특성을 분석(박종철 등, 2010)하는 등 구조물에서 계측된 변위 데이터가 다양하게 활용이 되고 있다. 계측된 변위는 현재 다수의 GNSS를 이용해 계측된 데이터를 각각의 변위 계측 위치에서 독립적으로 활용하여 계측 지점별 한계값 초과 구간 분석, 시간별 변위 분석(최병길 등, 2008)이 이루어지고 있으며, 거동 형상 도출을 위해 각 위치의 값들을 Spline 보간법을 이용하여 보간(Meo and Zumpano, 2005)하는 정도로 활용하고 있다. 실제 현수교에서 해석모델 제안을 위해 케이블과 거더에서 각 부재별로 다른 차수의 다항식 보간법을 사용하여 형상을 결정(김호경 등, 2007)하기 위한 선행 연구 사례가 있지만 이는 다수의 계측 변위를 이용했다는 점에서 한계가 있다.

이와 같이 계측 변위의 활용성이 미미한 이유는 변위 모니터링 장비가 매우 고가이기 때문에 다수의 계측 지점을 계측할 수 없어 변위 계측 개소에 제한이 있는 실제 상시 모니터링 시스템의

한계 때문이다. 이에 단순 변위 초과량 분석 비교를 위한 계측 자료로 활용되고 있는 실정이다. 계측 변위를 통한 구조물의 형상 관리는 단순 시각적인 표현을 위한 용도로 활용되고 있어 해석 모델을 위한 형상관리는 이루어지고 있지 않아 활용도 높은 변위 계측 데이터의 활용성이 미미한 것이 사실이다.

본 연구에서는 상시 변위 모니터링 시스템에서 변위 계측 개소의 제한으로 인한 한계를 극복하기 위해 최소한의 변위 계측 데이터를 이용해 실제 구조해석 모델로 사용할 수 있는 형상을 추정하기 위한 형상 추정 알고리즘 SFSM-LS를 개발하였다. 개발된 알고리즘은 실제 구조물이 거동할 수 있는 형상들과 실제 계측된 변위 데이터를 알고리즘의 입력데이터로 설정하고, 최적화 기법을 도입하여 구조물 거동 형상을 추정하였다. 알고리즘의 검증에 위해 2경간 연속교 모델을 선정하여 매개변수 해석 연구를 수행하였다. 형상 추정 결과에 영향을 미칠 수 있는 구조 거동 가능 형상, 변위 계측 개소, 변위 계측 위치를 매개 변수로써 대한 알고리즘의 추정 결과값 특성을 분석하였으며, 기존에 사용되고 있는 Polynomial, Lagrangian, Spline보간법과의 형상 추정 정밀도 비교 연구를 통해 개발된 알고리즘의 우수성을 검증하였다.

## 2. SFSM-LS 알고리즘

실제 구조물에서 계측된 데이터로 구조물의 거동을 평가하는데 있어서는 계측 데이터 수의 제약으로 인해 정밀한 해석 모델이 존재한다 하더라도 정밀한 해석 결과를 기대하기 어렵다. 계측 대상 구조물은 무한의 절점을 갖는 시스템으로 모델링 될 수 있지만, 실제 계측 모델에서는 변위 측점이 제한적이므로 계측 변위 정보를 바탕으로 적절히 보간하여 미 계측 절점의 변위성분을 추정하여 구조물의 형상을 추정해야 한다. 정밀한 미 계측 변위의 추정을 위해서는 단순 보간법이 아닌, 보다 합리적이고 엄밀한 구조형상의 추정 기법이 필요하다. 이를 위해 본 연구에서는 유한요소 해석 모델을 이용하여 구조물이 실제 거동 할 수 있는 여러 형상을 구조형상함수라 정의하였다. 정의된 구조형상함수에 임의의 가중치를 부여하고 이들 형상들을 중첩하여 중첩형상 SFSM(Structural shape Function Superposition Method)을 도출하였다. 도출된 중첩형상의 변위와 실제 구조물에서 계측 된 변위와의 변위 오차를 최소화 하는 목적함수를 구성하였다. 목적함수는 최소제곱법(S.C. Chapra, 2008)을 이용하여 오차를 최소화하였으며, 이를 통해 구조형상함수 가중치를 계산하였다. 계산된 가중치를 각 구조형상함수에 대입하여 최종적으로 계측 변위를 이용한 미 측정 지점의 변위들을 추정하여 구조물 형상을 도출하였다. 이와 같은 알고리즘을 SFSM-LS(Least Square)라 명명하였으며, 알고리즘 개요는 Figure 1과 같다.

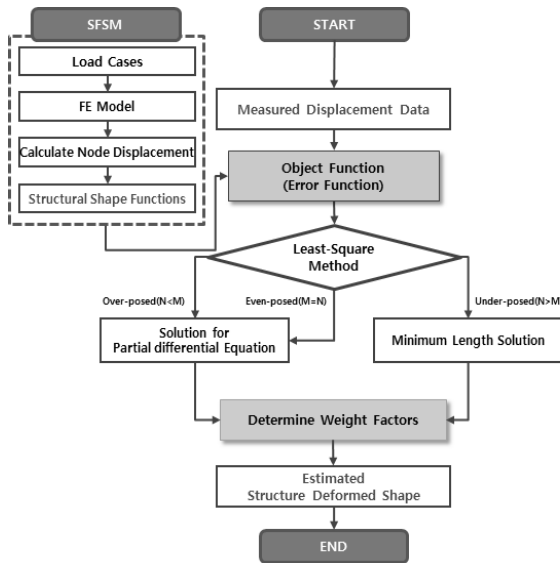


Fig. 1. Algorithm Flow Chart of SFSM-LS

### 2.1 구조 형상 함수(Structural Shape Function)

구조물 유한요소모델을 이용하여 구조물이 실제 거동 할 수 있는 다양한 형상을 구조형상함수라 정의하였다. 구조형상함수는 각 절점의 변위벡터 행렬로 구성된다. 이들 함수는 해석모델에 다양한 하중 경우를 재하여 얻은 형상과 자유 진동 해석을 통해 얻은 모드 형상 등 다양한 형상으로 구성할 수 있다. 여러 구조형상함수( $\Phi_i$ )에 각각의 가중치( $\alpha_i$ )를 부여하고 이들을 중첩하면 다음 식 (1)과 같은 중첩형상  $S$ 를 얻을 수 있다.

$$S = \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2 + \dots + \alpha_n \Phi_n = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Phi_i \quad (1)$$

여기서,  $S$  : 구조형상함수 중첩형상

$\Phi_i$  : 구조형상함수

$\alpha_i$  : 구조형상함수 가중치

$n$  : 고려된 구조형상함수의 개수

### 2.2 목적함수(Object Function)

실제 구조물의 각 지점에서 계측된 변위 데이터를  $F_j$ 라 하고 총  $m$ 개의 계측 개소에서 변위를 계측 하였을 경우  $j$ 는 계측 지점 위치 번호로서  $j = 1, 2, 3, \dots, m$ 이다. 실제 구조물에서 계측된 지점의 변위  $F_j$ 와 이와 동일한 지점에서의 구조형상함수로 중첩된 형상의 변위 오차는 식 (2)와 같이 구성할 수 있다.

$$Error = \sum_{j=1}^m (F_j - S_j) \quad (2)$$

식 (2)의 변위 오차를 최소화는 구조형상함수 가중치를 산정하기 위해서 최소제곱법(Least Square)을 도입하여 오차 제곱의 합을 최소화 하는 목적함수를 구성하였다. 이를 식 (2)에 적용하여 다음 식 (3)과 같은 목적함수를 최종적으로 구성하였다.

$$\epsilon = \sum_{j=1}^m (F_j - S_j)^2 \quad (3)$$

### 2.3 구조형상함수 가중치 계수(Weight Factor)

도출된 목적함수로 각각의 구조형상함수 가중치를 산정하기 위해서 식 (3)을 각각의 가중치에 대해서 편미분을 하여 식 (4)와 같은 편미분 방정식을 구성하였다. 여기서,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ 이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_k} &= 2 \sum_{j=1}^m [(F_j - S_j) (\frac{\partial F_j}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial S_j}{\partial \alpha_k})] \\ &= 2 \sum_{j=1}^m [(F_j - S_j) (-\Phi_{kj})] \\ &= 2 \sum_{j=1}^m \left[ (\sum_{i=1}^n \alpha_i \Phi_{ij} - F_j) (\Phi_{kj}) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

고려된 구조형상함수 개수만큼의 가중치에 대해서 편미분을 하였기 때문에 미지수의 개수 만큼인  $n$ 개의 방정식이 도출되며, 목적함수를 최소화하는 가중치 계수를 산정하기 위해서 식 (5)와 같이 각 편미분방정식의 값이 0이 만족되도록 하였다.

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_k} = 2 \sum_{j=1}^m \left[ (\sum_{i=1}^n \alpha_i \Phi_{ij} - F_j) (\Phi_{kj}) \right] = 0 \quad (5)$$

위의 식 (5)을 정리하면 최종적으로 다음과 같은 식 (6)이 도출된다.

$$\therefore \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_k} \Rightarrow \sum_{j=1}^m \left[ (\sum_{i=1}^n \alpha_i \Phi_{ij}) (\Phi_{kj}) \right] = \sum_{j=1}^m [(F_j) (\Phi_{kj})] \quad (6)$$

식 (6)과 같은 총  $n$ 개의 연립방정식을 풀이하여 최종적으로 목적함수를 최소화하는 값으로 구조형상함수 가중치 계수가 결정 된다.

정밀한 형상 추정 결과를 도출하기 위해서는 구조물의 거동 형상이 다양하게 고려될 수 있도록 고려된 구조형상 함수의 수가 증가 할수록 유리하지만 실제 구조물에서는 비용적인 측면 때문에 변위 계측 개소에는 제한이 있다. 이처럼 구조형상함수의 수( $N$ )가 고려되는 변위계측 개소( $M$ )보다 많을 경우에 식(6)과 같은  $n$ 개의 편미분 연립 방정식이 방정식 간 독립성이 유지되지

않아 무한수의 해가 나오는 부정의 문제가 발생하게 된다. 이와 같은 부정의 문제를 해결하기 위해서 변위 계측 개소와 구조형상함수를 비교하여 Figure 1과 같이 각각 다른 해법을 적용하였다.  $N=M$ ,  $N<M$  일 경우는 일반적인 연립방정식으로 해를 산정하고  $N>M$ 일 경우 여러 해 중 최소거리법(Mimnimu Length Solution)을 적용(G.R.Liu and X. Han, 2003)하고 QR Decomposition (B.N, Datta, 2007)로 해를 산정하여 가중치 계수를 결정하였다. 이러한 방법으로 결정된 각각의 가중치 계수를 각 구조형상함수에 대입하여 중첩형상의 각 절점의 변위를 도출하였다. 이런 과정을 통해 구조물에서 계측된 변위데이터를 이용해 미측점 변위를 정밀하게 추정하여 최종적으로 구조물 거동 해석 모델 산정을 위한 SFSM-LS알고리즘을 개발하였다.

### 3. 알고리즘 검증 및 특성 분석

#### 3.1 검증 모델 및 검증 조건

실제 구조물에서는 계측 장비에 의해서 발생하는 계측 오차, 제작오차, 구조물 초기 변형, 해석모델과 실제 구조물과의 불일치 등의 불확실성으로 다양한 오차가 존재한다. 본 연구에서는 SFSM-LS 알고리즘의 검증을 위해 이와 같은 오차에 의한 영향은 배제하여 모든 조건을 완전한 상태로 가정하고 다음 Figure 2과 같은 과정으로 알고리즘 검증을 하였다.

우선 검증대상모델을 선정하여 FE모델을 구성하고 이를 통해 구조형상함수를 구성, 변위를 계측할 구조물 형상을 구성하였다.

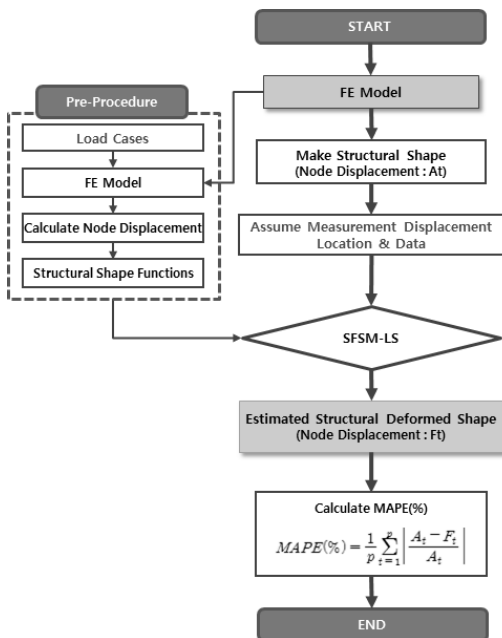


Fig. 2. Verification process of developed algorithm

이를 위해 임의의 구조물 변형 형상을 만들고 계측 위치와 개소를 선정하여 계측 변위를 가정하였다. 이를 통해 구성된 구조형상함수와 가정된 계측 변위로 SFSM-LS알고리즘을 이용해 구조형상함수 가중치를 계산하고 최종으로 추정된 구조형상을 계산하였다. 가정된 실제 형상과 추정된 구조형상간의 오차를 평균절대값퍼센트오차(Mean Absolute Percent Error)로 추정 결과 정밀도를 분석하였다. Figure 2의 MAPE에서  $A_i$  : 절점  $i$ 에서의 구조물 실제 변위,  $F_i$  : 절점  $i$ 에서의 추정 형상 변위,  $p$ :노드 개수이다.

다음 Figure 3과 같은 2@75m 2경간 연속교 모델을 선정하여 총 61개의 절점과 60개의 요소를 갖는 FE모델을 구성하였으며 단면제원은 Table 1와 같다.

구조물은 하중의 작용형태에 따라 다양한 변형 형상이 나타난다. 다양한 형상에 대한 본 연구의 알고리즘 기법의 효율성을 입증하기 위해 Figure 4과 같이 DS1, DS2과 같은 2개의 대칭형상, DS3와 같은 1개의 비대칭 형상의 총 3가지 경우의 대표적인 휨 변형의 형상으로 구조물 거동 형상을 가정하였다.

구조형상함수는 구조물의 다양한 거동 형상을 반영하기 위해서 총 61개의 절점 중 경계조건인 3개의 절점을 제외한 58개의 각각의

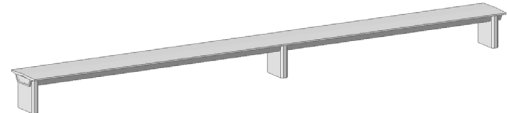


Fig. 3. Numerical model of 2-span continuous bridge

Table 1. Section Properties

Elastic Modulus [GPA]	Moment of Inertia [m <sup>4</sup> ]	Area [m <sup>2</sup> ]
25.7	0.614	0.861

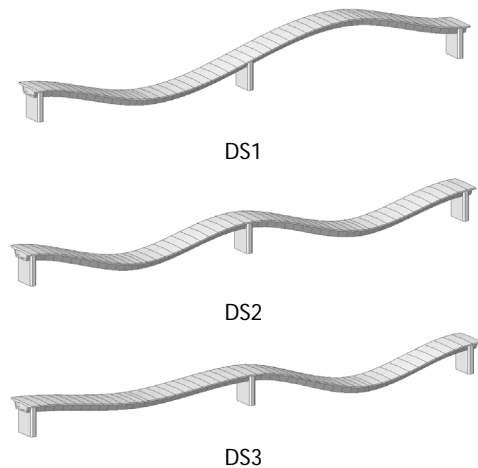


Fig. 4. Assumed real deformed shape cases

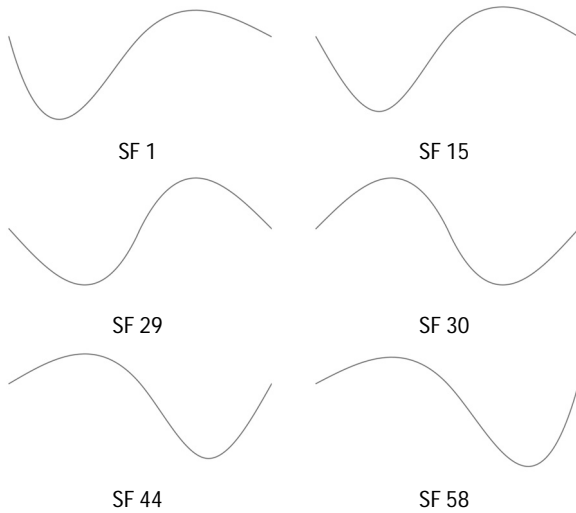


Fig. 5. Examples of structural shape function

Table 2. Combined structural shape function cases

Structural shape function cases	Loading Distance (m)
N4	25
N6	18.65
N8	15
N10	15
N12	12.5
N16	10.7
N20	7.5
N30	5
N58	2.5

절점에 임의의 하중을 이동시켜가며 재하하고 정적해석을 통해 총 58개의 구조형상함수(SF)를 도출하였다. SF1~SF29은 좌측경간에 하중에 작용하였을 경우이며, SF30~SF58은 우측경간에 하중을 재하 하였을 경우의 구조형상 함수로 다음 Figure 5는 구조형상함수 중 6개의 구조형상함수에 대한 형상을 나타내었다.

구조형상함수의 조합이 SFMSM-LS알고리즘을 적용한 형상추정 결과에 미치는 영향성을 분석하기 위해서 Table 2와 같이 하중의 재하 간격에 따라 SFMSM-LS에 고려되는 구조형상함수의 개수를 결정하였다. N4의 경우 하중을 25m 간격으로 재하 하여 총 4개의 형상을 사용하였으며, N58의 경우 하중을 2.5m 간격으로 재하하여 총 58개의 형상을 사용하였다.

변위계측 위치와 개소는 다음 Figure 6과 같이 총 4가지 경우로 계측 위치는 동일간격으로 배치하고 계측개소를 각각 2개, 4개, 6개, 8개로 가정하였다.

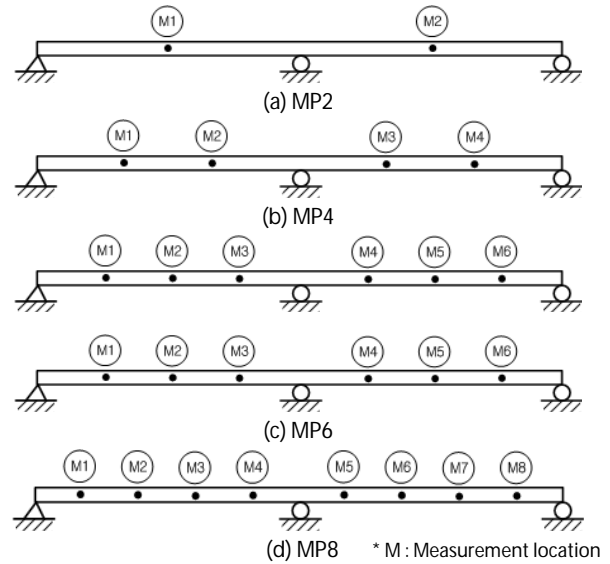


Fig. 6. Displacement measuring location cases according to the number of measuring location

### 3.2 구조형상함수와 변위 계측 개소

구조물 거동형상에 따라 고려된 구조형상함수와 계측 개소에 따라 SFMSM-LS로 추정된 형상 정밀도는 다음 Figure 7과 같다. Figure 7(a)의 경우 변위 계측 개소 2개인 MP2와 변위 계측개소 8개인 MP8의 오차율이 최대 2%정도인 반면, Figure 7(c)의 경우는 MP2와 MP8의 오차율이 최대 8%정도로 거동형상이 복잡할수록 계측 개소에 따른 오차의 영향이 크게 나타났다. 이와 같은 원인은 고려된 구조형상함수들이 기본적으로 DS1과 유사한 형상이기 때문에 고려된 구조형상함수들과 실제 거동형상이 유사할 경우 수렴 조건을 더욱 쉽게 만족시키기 때문이라 판단된다. 변위계측 개소에 대한 추정정밀도는 계측 개소가 증가 할수록 추정 항상되지만 일정 개소의 계측 개소이상이면 추정 정밀도의 향상 폭이 감소하는 경향을 나타냈으며, 모든 거동형상에서 6개 이상의 계측 개소의 경우 비슷한 정밀도의 형상 추정 결과를 나타내고 있다. 이를 이용하면 구조물 형상 추정을 위해 필요한 변위 계측 개소를 결정할 수 있는 자료로 활용 할 수 있을 것이라 판단된다.

고려된 구조형상함수의 개수에 대한 추정 정밀도는 고려된 형상 함수가 적을 경우(N4~N16)는 정밀도의 향상에 일정한 경향성이 나타나지는 않지만, 고려된 구조형상함수의 개수가 증가할수록 (N20~N58) 일정 정밀도로 수렴하는 결과를 보였다. 이와 같은 현상은 실제 구조물의 거동형상을 추정하는데 있어 고려된 구조형상함수가 실제 구조물의 형상 반영 유무에 따라 영향을 받기 때문이라 판단된다. 즉, 고려된 형상 함수가 적을 경우 실제 거동을 반영할 확률이 낮아지고 많은 형상을 조합했을 경우는 실제 거동형상을 반영할 확률이 증가하기 때문이라 판단된다. 이와 같은 현상은

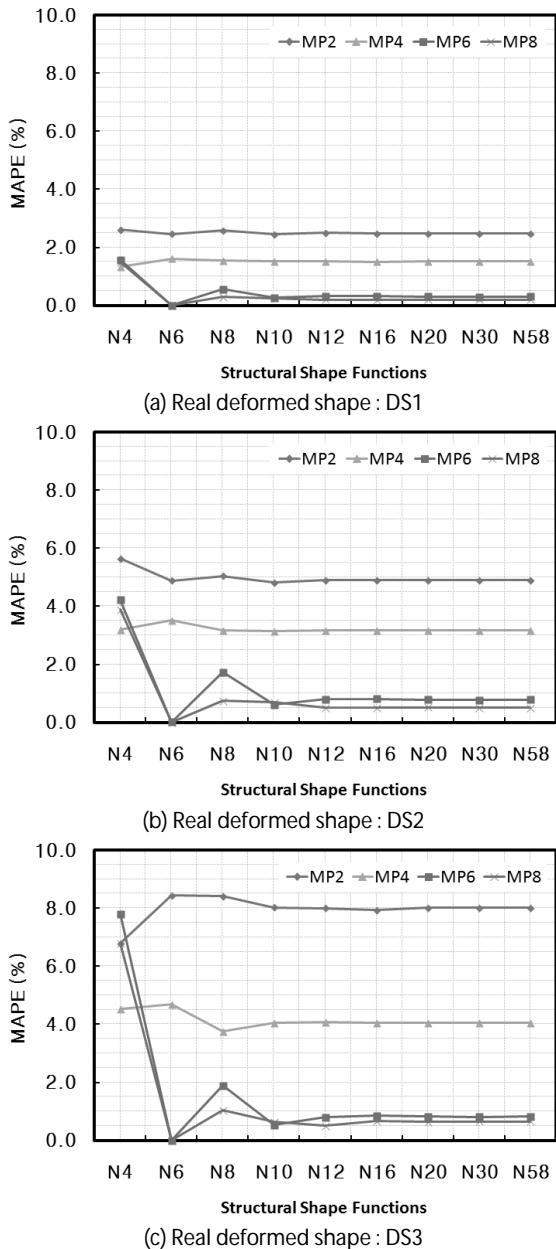


Fig. 7. Estimation error between structural shape function and the number of displacement measuring location using SFMS-LS

실제 거동 현상이 복잡해질수록 영향성이 크게 나타난다. DS1형상의 경우 N12이상의 경우 일정 정밀도로 수렴하지만 DS2, DS3형상의 경우 각각 N16, N20이상의 경우에 일정 정밀도로 수렴하는 경향을 나타낸다. 또한 변위 계측 개소가 증가할수록 추정 정밀도가 일정하게 수렴하기 위해서는 고려된 형상함수의 수가 많아지는 경향이 나타나는데 이는 SFMS-LS알고리즘 안에서 변위 계측 개소와 고려되는 형상함수의 개수에 따라 연립미분방정식의 풀이법 차이에 따른 영향이라 판단된다.

SFSM-LS알고리즘을 이용해 형상 추정을 하기 위해서는 특정 개소 이상의 변위 계측 데이터가 있고 고려되는 구조형상함수가 구조물의 거동을 반영할 수 있도록 충분히 많은 형상함수가 고려된다면 신뢰도 있는 형상 추정 결과를 도출할 것이라 판단된다.

### 3.3 구조형상함수와 변위 계측 위치

실제 구조물에서의 변위 계측 위치는 직관적인 방법으로 구조적으로 중요한 지점이나 최대 발생 변위 지점 또는 대형 구조물의 경우 유지관리상의 이유로 인해 측정위치가 구조물에 대해서 비대칭적으로 선정이 될 수 있다. 앞의 3.2 연구내용에서는 등간격 배치에 따른 추정정밀도 분석을 통해 SFMS-LS특징을 분석하였으며, 본 내용에서는 앞선 장에서 추정된 결과를 바탕으로 계측 위치에 따른 형상 추정결과의 영향을 검토하였다.

앞선 연구내용에서 변위 계측 개소가 4개일 경우 DS1, DS2, DS3형상의 추정 정밀도가 5%내의 결과를 나타내었다. 이에 따라 최대 4개의 계측 지점을 가정하였을 경우 신뢰도 있는 추정결과를 나타낼 수 있다고 판단되어 4개의 계측 개소에 대한 위치 선정에 따른 추정 영향성을 검토하기 위해 Figure 8와 같이 경간 중앙에서 일정 간격(s)을 증가시켜 가며 결과를 추정하였다.

다음 Figure 9와 같이 계측 위치에 따른 형상 추정결과 DS1형상일 경우 계측 위치에 따른 오차의 영향이 2%내외인 반면, DS3형상인 경우 최대 6%이상 오차가 나타나는 것으로 나타났다. 이러한 형상은 3.2의 연구내용과 마찬가지로 구조물의 거동형상이 복잡할수록 계측 위치에 따른 영향성이 크게 나타난다는 것을 알 수 있다. 모든 형상에서 S/L=0.47의 경우 가장 정밀한 형상 추정 결과를 도출 할 수 있어 본 연구와 같은 구조물과 계측 조건에서는 구조물에 고르게 변위를 계측하는 것이 가장 효율적인 계측 위치 선정이라 판단된다.

### 4. SFMS-LS와 기존 보간법과의 비교 연구

3장의 내용에서는 SFMS-LS알고리즘에 대한 특성 분석 연구를 수행하였으며, 본 장에서는 기존의 보간법과의 비교 분석 연구를 통해 제시한 알고리즘의 효율성을 분석하였다. 앞서 서론에서 설명

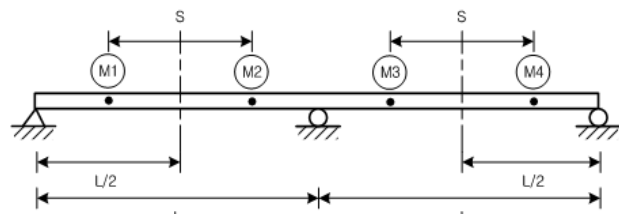


Fig. 8. Displacement measuring location

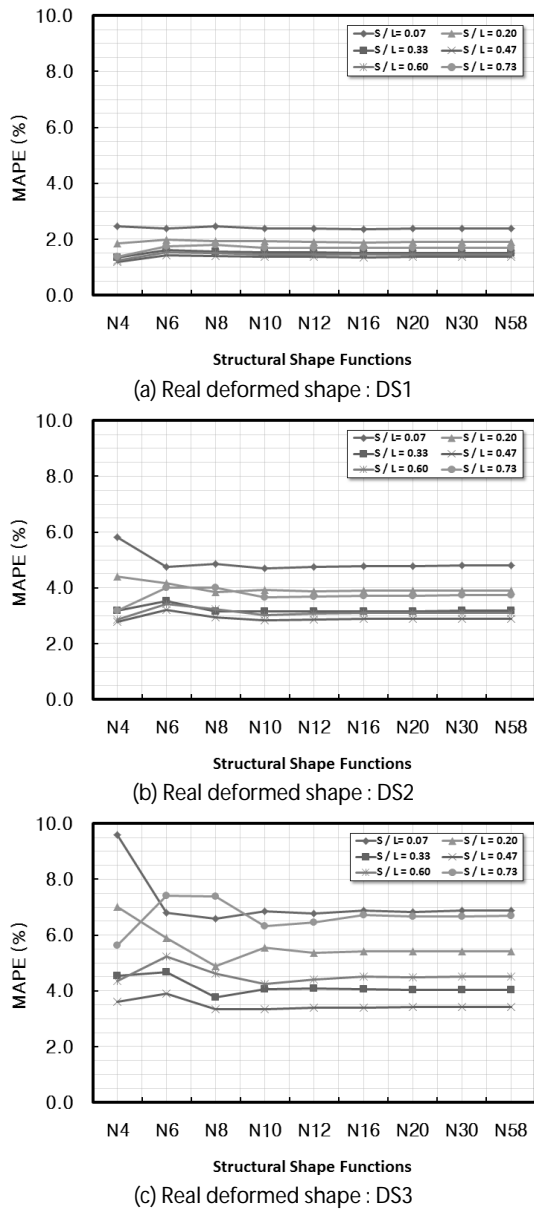


Fig. 9. Estimation error between structural shape function and displacement measuring location using SFSM-LS

하였듯 형상 결정을 위해 측정 변위들을 단순 보간하는 방법으로 Polynomial, Lagrangian, Spline 보간법 등 다양한 방법이 활용되고 있다.

Polynomial 보간법의 경우 n차 다항식을 사용하기 위해서는 총 n+1개의 계측 정보를 필요로 하며 구조물의 형상이 복잡해 질수록 고차의 다항식을 사용해야 하므로 그만큼 많은 변위 계측 정보를 필요로 한다. Spline보간법의 경우 계측 정보의 수에 관계없이 임의의 두 점을 잇는 곡선을 3차 다항식으로 사용하여 매끄럽게 연결하는 방법으로 계측 변위들을 단순 보간하는 방법이다.

형상 추정 정밀도 비교를 위해 SFSM-LS 알고리즘에는 총 58개의 구조형상 함수를 사용하였으며, 변위 계측 지점과 구조물의 거동형상은 앞서 제시된 조건과 동일하지만 기존 보간법은 경계조건을 변위를 추가적으로 가정하였다. 구조형상함수를 사용하는 SFSM-LS 알고리즘의 경우 이미 경계조건이 고려되어 있어 경계조건을 변위 계측 정보가 필수적이지 않은 반면 기존 보간법은 경계조건을 변위를 가정해야만 근접한 형상으로 보간 할 수 있기 때문에 이에 대한 정보가 필수적이다.

대표적으로 사용되는 보간법과 SFSM-LS 알고리즘과의 형상 추정 정밀도를 MAPE와 오차의 분산으로 비교하였으며, 그 결과 Table 3과 같다.

변위 계측 개소가 증가할수록 어떤 방법으로 구조물의 형상을 추정하더라도 추정 정밀도가 증가하지만 SFSM-LS 알고리즘은 다른 보간법에 비해 적은 변위 계측 개소로 정밀한 추정 결과를 도출함을 알 수 있다. 본 연구의 목적이 변위 계측 개소를 최소화하면서 정밀한 형상 추정결과를 얻기 위한 알고리즘을 제시하는 것이므로 이에 SFSM-LS 알고리즘이 매우 효과적인 알고리즘이라 할 수 있다. 이는 SFSM-LS 알고리즘의 경우 실제 구조물의 거동 가능한 형상인 구조형상함수를 기본으로 사용하기 때문에 계측 위치를 최소화하면서 정밀한 추정 결과를 도출 하는 것이라 판단된

Table 3. Accuracy comparison between interpolation methods and SFSM-LS algorithm

	Estimation Result of DS1							
	Polynomial		Lagrange		Spline		SFSM-LS	
	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$
MP2	17.8	18.8	17.8	18.8	17.8	18.8	2.5	1.7
MP4	1.3	1.6	7.1	10.5	6.3	8.6	1.5	1.0
MP6	2.3	4.9	2.3	4.9	0.1	0.1	0.3	0.3

	Estimation Result of DS2							
	Polynomial		Lagrange		Spline		SFSM-LS	
	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$
MP2	50.5	49.0	50.5	49.0	31.1	31.9	4.9	4.9
MP4	18.5	29.1	18.5	29.1	6.9	6.5	3.2	2.4
MP6	8.5	16.7	7.6	14.5	0.3	0.9	0.8	0.8

	Estimation Result of DS3							
	Polynomial		Lagrange		Spline		SFSM-LS	
	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$	$\mu$ [%]	$\sigma$
MP2	77.2	102.9	77.2	102.9	40.1	47.0	8.0	8.4
MP4	31.5	55.5	29.6	53.1	9.6	11.8	4.0	5.8
MP6	26.6	56.3	11.6	29.4	0.2	0.3	0.8	0.8

where,  $\mu$  : MAPE,  $\sigma$  : Variance of Error

다. 이러한 특징은 구조물의 거동형상이 복잡할수록 두드러지게 나타난다. 또한 추정 오차의 분산을 살펴보면 Polynomial 보간법의 경우 DS1과 DS3의 형상에서 변위 계측 개소가 증가하더라도 오히려 분산이 증가하는 현상을 나타내고 있는데 이는 고차식을 사용할 경우 형상이 진동하여 오히려 불안정한 형상이 나타나는 Rung함수의 문제가 발생하는 것으로 판단되어 정밀한 모델을 도출하기 위해 고차다항식을 사용할 경우 주의가 필요하다고 판단된다. SFSM-LS 알고리즘의 경우 변위 계측 개소가 증가할수록 분산이 감소하여 Rung함수의 경우와 같은 오류를 최소화하여 안정적인 결과를 도출함을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 계측 변위를 최소화하면서 정밀한 구조물의 거동 형상을 추정하기 위한 SFSM-LS 알고리즘을 개발 하였다. 개발된 알고리즘의 특징을 분석하고 기존에 사용하고 있는 보간법과의 비교연구를 통해 알고리즘의 효율성을 입증하였으며 결과를 정리 하면 다음과 같다.

- (1) FE 모델을 이용해 구조물이 거동할 수 있는 여러 형상을 구조형상함수로 가정하고 이들 구조형상함수들을 임의의 가중치로 중첩하여 중첩형상을 도출하였다. 가중치를 결정하기 위해 실제 구조물에서의 계측 변위를 이용하여 오차함수를 선정하고 오차를 최소화하기 위해 최소제곱법을 이용하였다. 이를 통해 구조물 형상 추정 알고리즘 SFSM-LS을 개발하였다.
- (2) SFSM-LS 알고리즘은 구조물이 실제 거동할 수 있는 구조형상함수를 기반으로 형상을 추정하므로 다른 보간법에 비해 적은 변위 계측 데이터로 정밀한 형상을 추정 할 수 있다.
- (3) SFSM-LS 알고리즘은 실제 구조물의 거동 형상이 복잡해질수록 다른 보간법에 비해 뛰어난 형상 추정 정밀도를 나타내며 안정적인 추정 결과를 도출하기 때문에 다양한 거동 형상에 대해서도 적용 가능 할 것으로 판단된다.
- (4) SFSM-LS에 고려되는 구조형상함수가 증가할수록 추정 정밀도가 일정하게 수렴하여 안정적인 추정 결과를 도출하기 위해서는 최대한 많은 구조형상을 고려하는 것이 타당하지만, 실제 거동되는 형상을 반영할 수 있는 구조형상함수가 고려된다면 더욱 정밀한 결과를 도출 할 수 있기 때문에 고려되는 구조형상함수에 대한 최적화 과정이 추가로 필요하다고 판단된다.
- (5) 변위 계측 개소가 특정개소 이상이 될 경우 SFMS-LS의 추정 정밀도가 일정하게 수렴하는 경향이 나타나기 때문에 이를 통해 구조물 형상 추정에 필요한 최소의 변위 계측 개소 선정을

위한 기초 자료로 활용 할 수 있을 것으로 판단된다.

- (6) 2경간 연속교에서 변위 계측 개소를 4 곳으로 가정하였을 경우 구조물에 대해서 등간 격으로 고르게 변위를 계측하는 것이 정밀한 추정 결과를 도출하여, 변위 계측 위치에 따라서도 정밀도가 다양하게 나타나지만 다양한 계측 조건과 구조물에 대해 변위 계측 위치를 선정할 수 있는 변위 계측 위치 선정에 대한 연구가 추가적으로 필요하다고 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부 건설기술혁신 연구개발사업의 연구비지원(과제번호 10기술혁신 E05)에 의해 수행되었습니다.

## References

- Bae, I. H., Ha, K. H., Ham, H. J. and Choi, I. H. (2007). "A study on the long-span bridge behavior using GPS." *Korean Society of Civil Engineers conference*, pp. 1764-1767 (in Korean).
- Chapra, S. C. (2008). *Applied numerical methods with MATLAB for engineers and scientists: 2nd Edition*, McGraw-Hill.
- Cho, S. J., Yi, J. H., Lee, C. G. and Yun, C. B. (2007). "Evaluation of load carrying of bridge using ambient vibration tests." *Journal of the Korean Society of civil Engineers*, 27(1A), pp. 79-89 (in Korean).
- Choi, B. G., Cho, K. H. and Na, Y. W. (2008). "Development of GPS monitoring for behavior analysis of long span bridge." *Journal of the Korean Society for Geo-Spatial information System*, Vol. 16, No. 3, pp. 111-116 (in Korean).
- Datta, B. N. (2009). *Numerical linear algebra and applications*, SIAM.
- Im, S., Hurlbaeus, S. and Kang, Y. J. (2011). "A summary review of GPS technology for structural health monitoring." *Journal of Structural Engineering*.
- Kim, H. K., Lee, H. J., Jang, J. H. and Ro, S. K. (2007). "Development of field-measured data-based analysis model of a suspension bridge." *Journal of the Korean Society of civil Engineers*, 27(6A), pp. 829-836 (in Korean).
- Liu, G. R. and Han, X. (2003). *Computational inverse techniques in nondestructive evaluation*, CRC Press.
- Meo, M. and Zumpano, G. (2007). "On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure." *Engineering Structures*, Vol. 27, pp. 1488-1497.
- Park, J. C., Gil, H. B., Kang, S. G. and Lim, C. W. (2010). "Dynamic characteristics of cable-stayed bridge using global navigation satellite system." *Journal of the Korean Society of civil Engineers*, 30(4A), pp. 375-382 (in Korean).