

## 技術論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 41(8), 665-672(2013)

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2013.41.8.665>

## 복합재 구조물의 모서리 곡면 부위에 대한 두께방향 응력 연구

김성준\*, 황인희

## Study on through the thickness stresses in the corner radius of a laminated composite structure

Sung Joon Kim\* and In Hee Hwang

Korea Aerospace Research Institute

## ABSTRACT

One of the major causes of stiffness and strength degradations in laminated composite structures is the delamination between composite layers. In most engineering applications, laminated composite structures have certain curvatures. If the curved composite structure is subjected to bending that tends to flatten the composite structures, through the thickness stresses can be generated in the thickness direction of the composites. Under normal operation open mode delamination could occur at the sites of peak interlaminar stress. This paper describes a technique to determine radial direction stress of a laminated composite structure using a curved beam. Stacking sequence effects of interlaminar stress were studied. The radial location and intensity of the open mode delamination stress were calculated and compared with the results obtained from the analytical solution and finite element method.

## 초 록

적층된 복합재 구조물의 강도와 강성 저하를 발생시키는 중요원인 중의 하나는 복합재 층 사이에 발생하는 층간 분리이다. 적용되는 대부분의 복합재 구조물은 어느 정도 곡률을 가지고 있다. 만약 굽은 복합재 구조물이 굽힘 하중을 받게 되면 평평하게 되려는 현상 때문에 두께 방향의 수직응력이 발생하게 되며, 최대 응력이 발생하는 곳에서 층간 분리가 발생한다. 본 논문에서는 굽은 복합적층 보의 반경방향 응력을 결정하는 방법을 설명하고, 층간 분리 응력에 미치는 적층 순서의 영향을 검토하였다. 그리고 층간분리 응력의 크기와 위치를 이론적인 해와 유한요소 방법을 이용하여 해석하고 비교하였다.

**Key Words** : Through The Thickness Stress(두께 방향 응력), Laminated Composite (적층 복합재), Curved Beam(굽은 보), Analytical Solution(이론 해)

## 1. 서 론

복합재료 적층판은 두께 방향의 강도가 면내 방향에 비하여 매우 작으므로 설계 시 주의가 필

요하다. 복합재료 적층판의 경우 층간의 접착분리가 발생하게 되면 강성 및 강도가 크게 감소한다. 적층형태의 섬유강화 복합재는 층간 강도가 금속재료에 비하여 작으므로 두께 방향의 하중에

† Received: April 20, 2013 Accepted: July 19, 2013

\* Corresponding author, E-mail : [yaelin@kari.re.kr](mailto:yaelin@kari.re.kr)

<http://journal.ksas.or.kr/>

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

기 호 설 명

$M, P$	: 작용 모멘트, 하중	$A_r, R$	: 보의 단면적, 평균 반경
$\sigma_r, \tau_{r\theta}$	: 반경 방향의 수직 응력, 전단응력	$e$	: 평균반경과 중립면 사이의 거리
$a, b, h, t$	: 내부 반지름, 외부 반지름, 폭, 두께	$I_c$	: 단면 2차 모멘트
$r, r_n$	: 반경 방향의 위치, 중립면 위치	$Q_r$	: 단면 1차 모멘트
$E_r, E_\theta$	: 반경 방향, 원주 방향 강성계수	$\nu_k$	: 적층판에서 각 층의 체적비
$G_{r\theta}$	: 전단강성 계수	$\bar{C}$	: 강성 행렬
$k, g, g_t, \omega$	: 이방성 계수	$E_x, E_y, E_z$	: 유효강성 계수

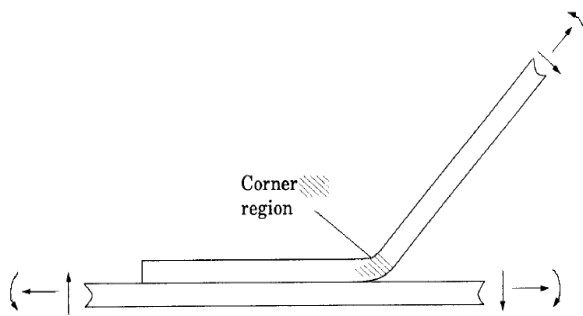


Fig. 1. Configuration of corner radius

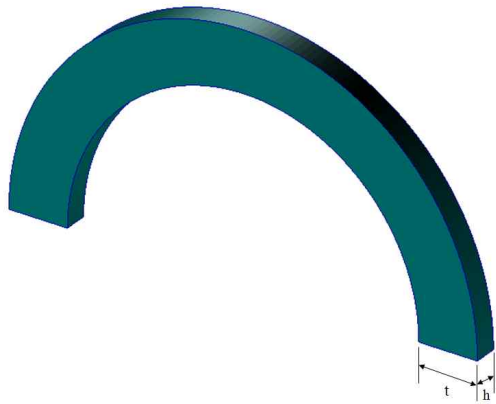
대하여 매우 취약하다. 층간분리가 발생하는 경우는 하중 경로의 편심, 두께 방향의 집중하중, 저속충격 및 제작 시 발생하는 결함 등이다. 또한 많은 경우 구조물은 어느 정도 곡률(curvature)을 가지고 있는데 곡률이 있는 구조물에 굽힘 하중이 작용하는 경우 두께방향의 응력이 발생하게 된다. Fig. 1은 각이 있는 복합재 플랜지(flange)가 평판에 체결되는 경우이다. 곡률이 있는 모서리 부위는 하중 전달경로에 의해 전단 및 굽힘하중을 받게 된다. 이 하중들에 의해 모서리 부위는 두께 방향의 응력이 발생한다. 즉 하중의 방향에 따라 인장 및 압축 응력이 발생한다.

두께방향의 응력이 인장인 경우 층간 분리를 발생시키며 항공기의 운용 시 발생하는 피로하중에 의해 층간 분리가 진전하게 된다. 항공기 제작사 들은 곡률이 있는 부위의 두께 방향응력을 고려하여 복합재 구조물 설계 시 사용하고 있다. 에어버스(airbus)의 경우 ESDU 94019 (Engineering Science Data Unit)<sup>(1)</sup>을 적용하여 두께 방향의 응력을 해석하고 있으며 보잉(boeing)은 자체 해석 매뉴얼을 개발하여 사용하고 있다. 대부분의 경우 이론식을 적용하고 시편 수준의 실험을 통하여 보정된 계수를 적용하여 사용하고 있다. 국내 최초로 개발된 복합재 인증기인 KC-100의 경우 등방성 재료에 대한 이론식과 시편 시험결과를 이용하여 해석하였다. 항공기 개발 시 이론해를

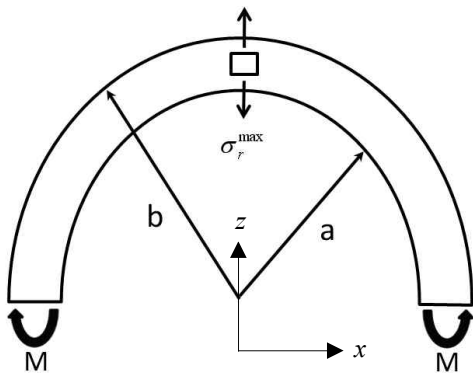
이용한 수계산을 선호하는 이유는 설계 시 용이하게 적용할 수 있기 때문이다. 본 논문에서는 이론적인 해의 정확성을 검토하기 위해 3차원 유한요소 해석결과와 비교하여 향후 해석 시 고려해야 할 사항을 검토하려한다. 본 연구에서는 이론적인 방법과 유한요소 해석을 이용한 방법 등을 이용하여 두께 방향응력을 해석하고 비교하였다. William등<sup>(2-3)</sup>은 유한요소 해석의 경우 등가물성을 이용하여 층간의 응력을 해석하고 이론적인 해와 비교하였다. Wade등<sup>(4)</sup>은 L자형 시편을 이용하여 실험을 수행하고 해석결과와 비교하였다. 본 연구에서는 반원(semicircular) 형상의 시편을 이용하여 층간분리 응력을 해석하였다. 시편의 끝단에 굽힘 하중과 수직하중이 작용하는 경우 두께 방향의 수직응력과 전단응력을 이론적인 방법과 유한요소해석을 이용하여 계산하였다. 유한요소 해석 시 두께 방향의 정확한 응력해석을 위하여 등가물성을 사용하지 않고 복합적층판의 각 층을 솔리드 요소(solid element)로 모사하였다. 여러 가지 적층 순서에 대한 두께 방향의 수직응력과 전단응력을 해석하고 해석결과를 분석하였다.

II. 반경방향의 응력 해석

두께 방향의 응력해석을 위하여 본 논문에서는 Lekhnitskii<sup>(5)</sup>가 이방성 재료에 대하여 제안한 방법과 등방성 재료에 대한 방법<sup>(6)</sup> 및 MSC/NASTRAN의 3차원 유한요소 모델을 이용한 해석을 이용하였다. Lekhnitskii가 제안한 이론 해는 두께 방향의 등가물성을 필요로 하므로 3차원 등가 물성을 해석하여 사용하였다. 3차원 유한요소를 적용하는 경우 등가 강성 계수를 사용하지 않고 각 라미나(lamina)의 물성을 사용하였다. Fig. 2~3은 두께 방향의 응력을 계산하기 위한 해석 모델이다. 반원 형상의 해석 모델 끝단에 모멘트 하중과 집중하중이 작용하는 경우 두께 방향의 응력을 해석하였다. 해석 모델이 반



(a) Configuration of curved beam



(b) Bending of curved beam by moment

Fig. 2. Schematic of analysis model

원 형상이므로 두께 방향의 응력은 반경방향의 응력(radial direction stress)이 된다.

2.1 이방성 재료의 반경방향 수직응력

굽은 복합재 보의 끝단에 모멘트 하중이 작용하는 경우 반경 방향 수직 응력( $\sigma_r$ )은 식 (1)로 표현된다. 식 (1)에서  $E_r, E_\theta$ 는 각각 반경방향과 원주 방향의 강성계수이다. 각각의 강성은 등가 물성을 계산하여 적용하였다. 식(1)은 적층판의 반경방향과 원주방향의 등가 물성을 이용하여 이방성계수( $k, g$ )를 구하고 내부반지름과 외부 반지름을 이용하여 반경방향의 수직응력을 계산한다.

$$\sigma_r = -\frac{M}{b^2hg} \left[ 1 - \frac{1 - (a/b)^{k-1}}{(a/b)^{2k}} \left(\frac{r}{b}\right)^{k-1} - \frac{1 - (a/b)^{k-1}}{(a/b)^{2k}} \left(\frac{a}{b}\right)^{k+1} \left(\frac{b}{r}\right)^{k+1} \right] \quad (1)$$

여기서

- a는 굽은 보의 내부 반지름
- b는 굽은 보의 외부 반지름
- h는 복합재보의 폭

$r$ 은 반경 방향의 거리  
 $\sigma_r$ 은 반경방향의 수직응력

이방성 계수  $k, g$ 는 식(2)와 (3)으로 표현된다.

$$k = \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}} \quad (2)$$

$$g = \frac{1 - (a/b)^2}{2} - \frac{k}{k+1} \frac{[1 - (a/b)^{k+1}]}{[1 - (a/b)^{2k}]} + \frac{k(a/b)^2 [1 - (a/b)^{k-1}]^2}{k-1 [1 - (a/b)^{2k}]} \quad (3)$$

2.2 등방성 재료의 반경방향 수직응력

등방성 재료의 반경방향 수직응력은 식(4) ~ (6)으로 표현된다<sup>(6)</sup>.

$$\sigma_r = \frac{R-e}{hAer} M \left( \int_a^r \frac{dA}{r} - \frac{A_r}{R-e} \right) \quad (4)$$

$$e = R - r_n = R - A / \left( \int_{Area} \frac{dA}{r} \right) \text{ for } \frac{R}{t} < 8 \quad (5)$$

$$e \approx \frac{l_c}{RA} \text{ for } \frac{R}{t} > 8$$

$$A_r = \int_a^r dA, A = th, R = \frac{a+b}{2} \quad (6)$$

여기서  $t, h$ 는 각각 등방성보의 두께와 폭이고,  $r$ 은 반경방향의 거리  $A_r$ 은 거리  $r$ 까지의 보의 단면적,  $A$ 는 보의 단면적,  $e$ 는 평균반경( $R$ )과 중립면사( $r_n$ )의 거리,  $l_c$ 는 단면 2차 모멘트이다. 더 간단한 방법으로 식(7)을 사용할 수도 있다.

$$\sigma_r = \frac{3M}{2R \times t \times h} \quad (7)$$

2.3 이방성 재료의 반경방향 전단응력

굽은 복합재 보의 끝단에 수직 하중이 작용하는 경우 반경 방향의 전단 응력을 해석하였다. Fig. 3은 반경 방향 전단 응력을 계산하기 위한 해석 모델이다. 이방성 재료의 반경 방향의 전단 응력은 식 (8)~(10)로 표현된다.

$$\tau_{r\theta} = \frac{P}{rhg_1} \left( \left(\frac{r}{b}\right)^\omega + \left(\frac{a}{r}\right)^\omega - 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^\omega \right) \sin\theta \quad (8)$$

$$\omega = \left[ 1 + \frac{E_\theta}{E_r} (1 - 2\nu_{r\theta}) + \frac{E_\theta}{G_{r\theta}} \right]^{1/2} \quad (9)$$

$$g_1 = \frac{2}{\omega} \left( 1 - \left(\frac{a}{b}\right)^\omega + \left( 1 + \left(\frac{a}{b}\right)^\omega \right) \ln\left(\frac{a}{b}\right) \right) \quad (10)$$

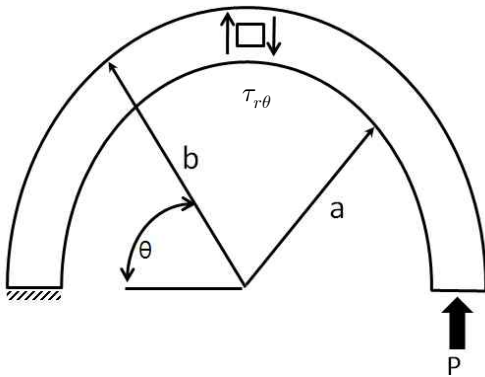


Fig. 3. Shear of curved beam by force

식 (2)에서  $E_r, E_\theta, G_{r\theta}, \nu_{r\theta}$ 는 각각 반경방향과 원주 방향의 강성계수, 전단강성 계수 및 반경방향 포아송비이고,  $\omega, g_1$ 은 이방성 계수이다.

2.4 등방성 재료의 반경방향 전단응력

등방성 재료의 반경방향 전단응력은 식(11)로 표현된다.

$$\tau_{r\theta} = \frac{P(R-e)}{hAer^2}(RA_r - Q_r) \tag{11}$$

$$Q_r = \int_a^r rdA, \quad A_r = \int_a^r dA \tag{12}$$

식(11)의 각 항은 식(5)~(6)의 정의와 같다.

2.5 유효 강성 계수 해석

앞서 언급된 이론식을 이용하여 적층된 복합재의 반경 방향의 응력해석을 해석하기 위해서는 유효 강성 계수(effective modulus)가 필요하다. 본 연구에서는 Sun 등<sup>(7)</sup>이 제안한 방법을 이용하여 적층판의 유효 강성 계수를 해석하였다. 만약에 적층판이 한 가지의 재료로 되어있다면 유효 강성은 다음과 같이 유도된다.

$$E_{ij} = \sum_{k=1}^n \nu_k \bar{c}_{ij}^k \quad i, j = 1, 2, 3, 6 \tag{13}$$

$$E_{pq} = [\sum_{k=1}^n \nu_k \bar{c}_{ij}^k / \Delta_k] / \Delta \quad i, j = 4, 5$$

$$\Delta = [\sum_{k=1}^n \nu_k \bar{c}_{44}^k / \Delta_k] [\sum_{k=1}^n \nu_k \bar{c}_{55}^k / \Delta_k]$$

$$- [\sum_{k=1}^n \nu_k \bar{c}_{45}^k / \Delta_k]^2$$

$$\Delta_k = \bar{c}_{44}^k \bar{c}_{55}^k - [\bar{c}_{45}^k]^2$$

$\nu_k$ 는 적층판에서 각 층의 체적 비(volume ratio)이다. 강성행렬은 식(14)~(17)로 표현된다.

$$[\bar{C}] = [T]^{-1} [C] [T]^{-T} \tag{14}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$m = \cos\theta, n = \sin\theta$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$C_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}, \quad C_{12} = \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta} \tag{17}$$

$$C_{13} = \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}, \quad C_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$C_{23} = \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}, \quad C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}$$

$$C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{31}, \quad C_{66} = G_{12}$$

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}$$

유효 탄성 컴플라이언스 (effective elastic compliance matrix) 행렬은 식(18)과 같이 구해진다.

$$[S] = [E]^{-1} \tag{18}$$

$$E_x = \frac{1}{S_{11}}, E_y = \frac{1}{S_{22}}, E_z = \frac{1}{S_{33}}$$

$$\nu_{yz} = -\frac{S_{23}}{S_{22}}, \nu_{xz} = -\frac{S_{31}}{S_{11}}, \nu_{xy} = -\frac{S_{21}}{S_{11}}$$

$$G_{yz} = \frac{1}{S_{44}}, G_{xz} = \frac{1}{S_{55}}, G_{xy} = \frac{1}{S_{66}}$$

Figure 3에 의하여  $E_r = E_z, E_\theta = E_x, \nu_{r\theta} = \nu_{zx}$ 이고,  $G_{r\theta} = G_{yz}$ 이다.

2.6 유한요소 모델

본 절에서는 등가유효강성을 사용하는 이론해의 정확성을 검토하기 위해 8개 절점의 선형 유한요소를 이용하여 반경 방향의 응력을 해석하였다. 각 층은 등가 직교이방성 물성을 갖는 슬리트 요소로 모사하였다. 각 층의 물성은 Table 1과 같다.

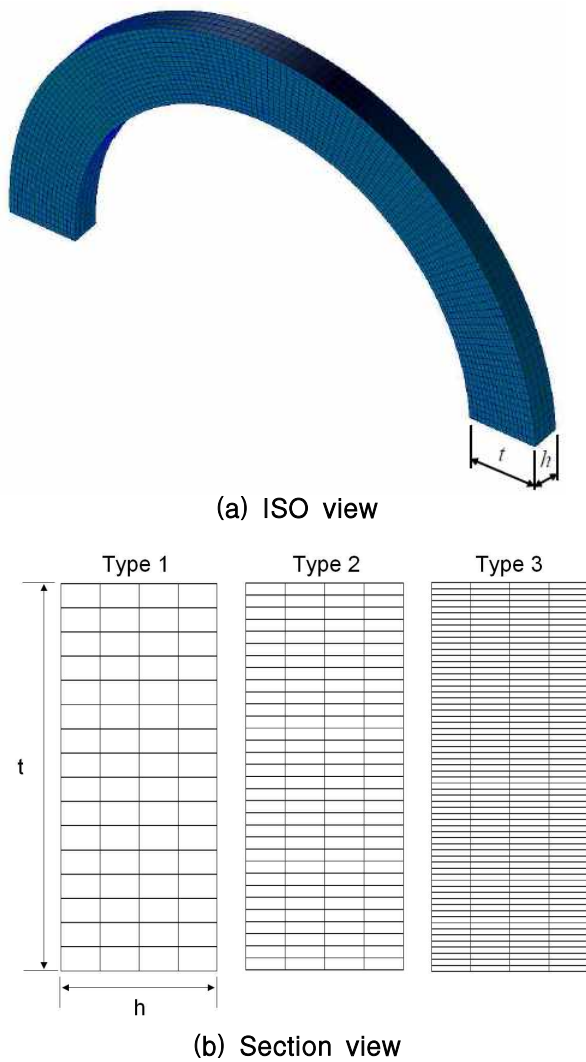


Fig. 4. Finite element model for analysis

해석은 MSC/NASTRAN을 이용하여 복합재 보의 층간응력을 계산하였다. 두께 방향의 요소 개수가 응력에 주는 영향을 검토하기 위해 각층의 두께 방향으로 1개, 2개 및 4개의 요소를 사용하여 해석결과를 비교하였다. 즉 두께( $t$ ) 방향의 요소수가 16개, 32개 및 64개이다. Fig. 4는 해석에 사용된 유한요소 모델이다. 경계조건은 한쪽 끝단이 고정지지이고 하중은 반대편 끝단의 가운데 절점에 부가하고 RBE3요소를 이용하여 끝단의 나머지 절점에 하중을 분배하였다.

### III. 해석 결과 검토

2절에서 언급한 해석 방법을 이용하여 3가지 적층 패턴(Case A, Case B, Case C)에 대한 해석을 수행하였다. 해석 모델의 중앙 단면에서 반경방향 수직응력과 전단응력을 해석하고 결과를

Table 1. Material properties of HFG CU-125 graphite/epoxy

$E_1=135.4\text{GPa}$ , $E_2=E_3=9.6\text{GPa}$ $G_{12}=G_{13}=4.8\text{GPa}$ , $G_{23}=3.2\text{GPa}$ $\nu_{12} = 0.31$ , $\nu_{23} = 0.31$ Lamina thickness = 0.1524 mm
--

비교하였다. 적층패턴은 아래와 같다.

Case A :  $[0]_{16}$ , Case B :  $[0/90]_{4s}$   
 Case C :  $[0/45/-45/90]_{2s}$

해석에 사용된 재료의 물성은 Table 1과 같다.

해석에 사용된 굵은 보의 치수는  $a = 7.315$  mm,  $b = 9.754$  mm,  $h = 1.0$  mm,  $t = 2.438$  mm이고 작용하중은  $M = 100$  N-mm,  $P = 100$  N이다.

### 3.1 반경 방향 응력 해석 결과

Figure 5는 식(1)과 식(4)를 이용하여 3가지 적층 패턴과 등방성 재료에 대한 반경 방향 응력을 비교한 결과이다. Table 2는 각 적층 패턴에 대한 해석 변수의 값이고 Table 3은 Fig. 5에 대한 각 경우의 최대 응력을 정리한 것이다. Lekhnitskii등이 이방성 재료에 관하여 제안한 식은 등방성 재료에 대하여 제안된 식(4)와 식(7)의 결과와 거의 유사함을 알 수 있다. 해석된 수치를 검토하면 식(1)의 각 항의 값들은 적층패턴에 따라 증감하나 전체적인 합은 거의 동일하였다. 이 결과로부터 제안된 식(1)은 이방성 재료의 반경 방향의 응력해석을 적절히 해석하지 못함을 알 수 있다. 이는 반경 방향 및 원주 방향의 강성을 층별로 고려하지 못하고 등가 강성을 이용하는 등 이론 해를 구하기 위한 가정들로 인해 발생하는 문제로 판단된다.

Table 2. Constants for radial normal stress analysis

Type	$E_r$ (MPa)	$E_\theta$ (MPa)	$k$	$g$
Case A	9,600.0	135,400.0	3.756	-0.00974
Case B	12,346.8	72,885.8	2.430	-0.00699
Case C	12,346.8	52,249.8	2.057	-0.00467

Table 3. Radial normal stress by analytical solution

Type	Isotropic	Case A (MPa)	Case B (MPa)	Case C (MPa)
$\sigma_r^{\max}$	7.23 <sub>a</sub> 7.21 <sub>b</sub>	7.26	7.28	7.29

\*) a는 식(4)의 결과, b는 식(7)의 결과

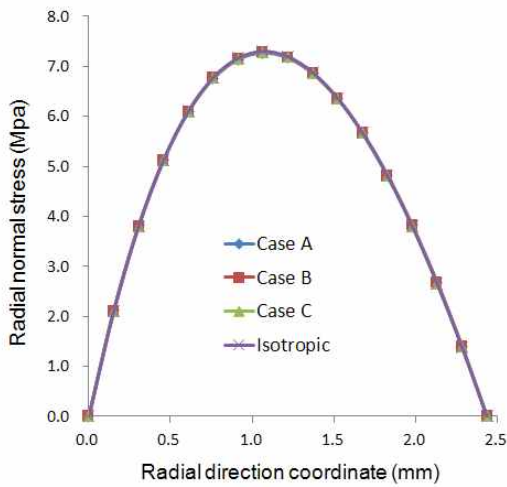


Fig. 5. Comparison of radial normal stress by analytical solution

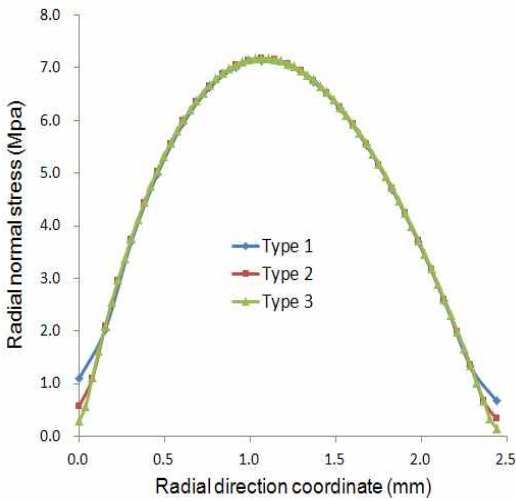


Fig. 6. Comparison of radial normal stress

Figure 6은 Fig. 4의 유한요소 모델을 이용하여 반경방향의 수직응력을 해석한 결과이다. 두께 방향의 요소수를 증가할수록 자유단의 응력 성분이 0에 가까워지는 것을 알 수 있다. MSC/NASTRAN에서는 응력이 적분점에서 계산되고 이중선형보간(bilinear extrapolation)을 이용하여 절점의 응력성분을 계산하므로 이론해와는 달리 자유단에서 응력성분이 0이 되지 않는다. 하지만 최대응력은 3가지 해석결과가 거의 동일하므로 요소수가 가장 작은 Type 1을 해석 시 적용하였다. Table 4는 3가지 해석결과에 대한

Table 4. Maximum radial normal stress

Type	Type 1 (MPa)	Case B (MPa)	Case C (MPa)
$\sigma_r^{\max}$	7.15	7.18	7.18

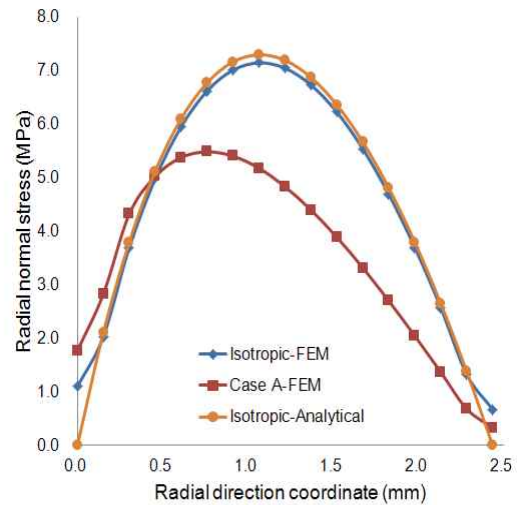


Fig. 7. Radial normal stress comparison between isotropic and Case A

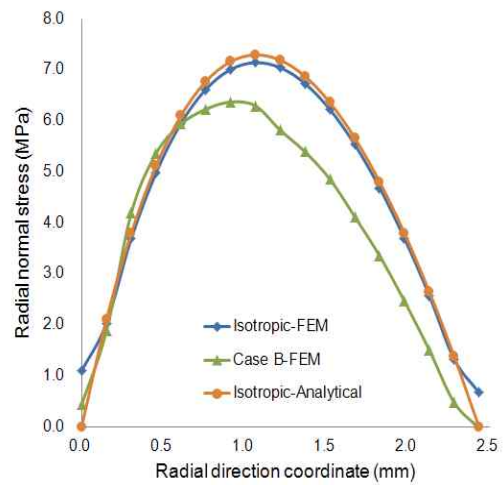


Fig. 8. Radial normal stress comparison between isotropic and Case B

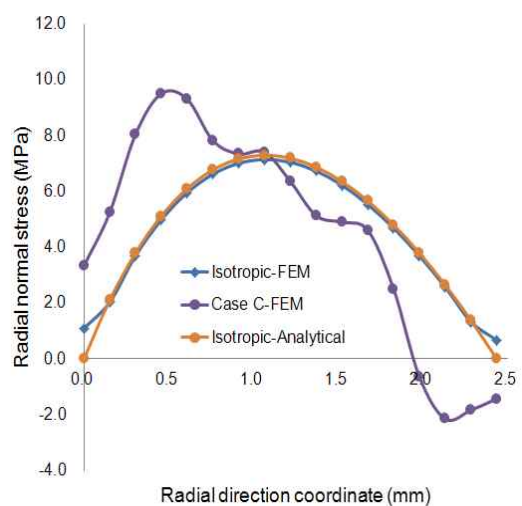


Fig. 9. Radial normal stress comparison between isotropic and Case C



Table 5. Comparison of radial normal stress by FEM

Type	Isotropic (MPa)	Case A (MPa)	Case B (MPa)	Case C (MPa)
$\sigma_r^{\max}$	7.15	5.48	6.37	9.51

최대 응력을 정리한 것이다.

Figure 7~9는 유한요소 해석결과와 등방성 재료에 대한 반경방향 수직응력을 해석적인 방법인 식(4)의 결과를 비교한 것이다. 등방성 재료의 경우 이론 해와 유한요소 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. Table 5는 유한요소 해석을 이용한 각 적층 패턴에 대한 최대 응력을 비교한 것이다. 검토결과 등방성 재료의 응력과 비교하여 77 ~ 133% 사이의 크기를 갖는다. 즉 곡률이 있는 복합재료에 굽힘 하중이 작용하는 경우 등방성 재료의 계산식 (7)등을 사용하는 경우 설계 시 보수적이지 않은 결과를 줄 수 있음을 알 수 있다.

3.2 반경 방향 전단응력 해석 결과 검토

Table 6에 각 적층 패턴에 대한 전단강성을 정리하였다. Fig. 10은 식 (8)과 식(11)을 이용하여 3 가지 적층 패턴과 등방성 재료에 대한 반경 방향 전단응력을 비교한 결과이다. Table 7은 Fig. 9에

Table 6. Constants for radial shear stress analysis

Type	Case A (MPa)	Case B (MPa)	Case C (MPa)
$G_{r\theta}$	4800.0	4000.0	4000.0

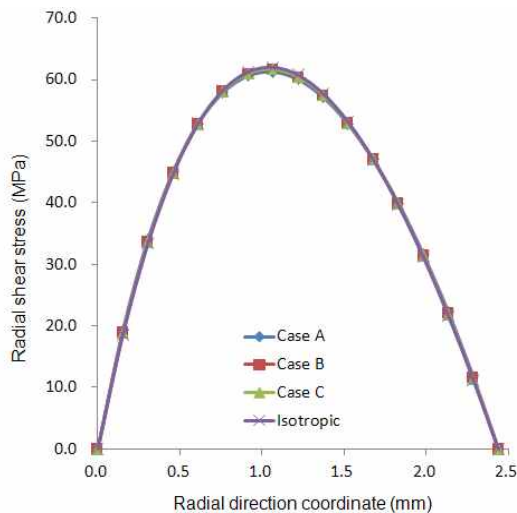


Fig. 10. Radial shear stress by analytical solution

Table 7. Radial shear stress by analytical solution

Type	Isotropic (MPa)	Case A (MPa)	Case B (MPa)	Case C (MPa)
$\tau_{r\theta}$	62.0	61.2	61.6	61.7

서 각 적층 패턴에 대한 최대 전단응력을 비교한 것이다. 이론 해를 이용하여 계산된 최대 전단응력은 거의 유사함을 알 수 있다. Fig. 5의 경우와 같이 이론 해를 이용한 해석은 두께 방향의 강성 변화에 따른 응력변화를 고려하지 못한다.

Figure 11~13은 반경 방향 전단응력을 유한요소 해석결과와 이론적인 해석 방법인 식(8)의 결

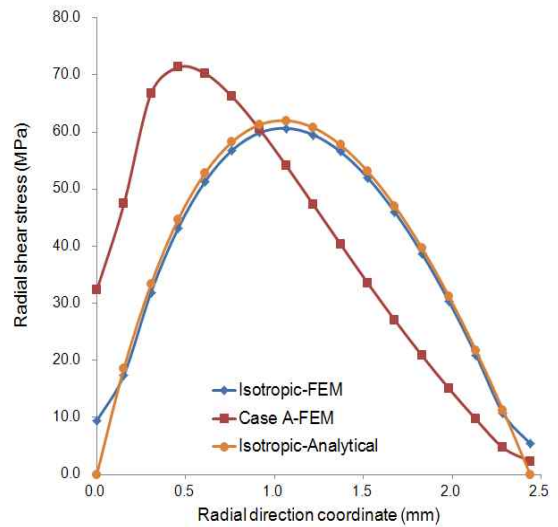


Fig. 11. Radial shear stress comparison between isotropic and Case A

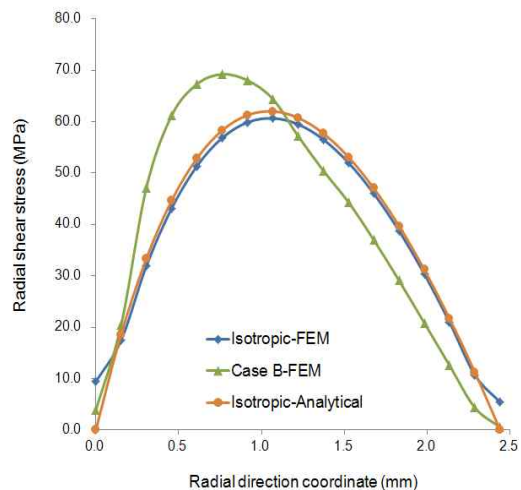


Fig. 12. Radial shear stress comparison between isotropic and Case B

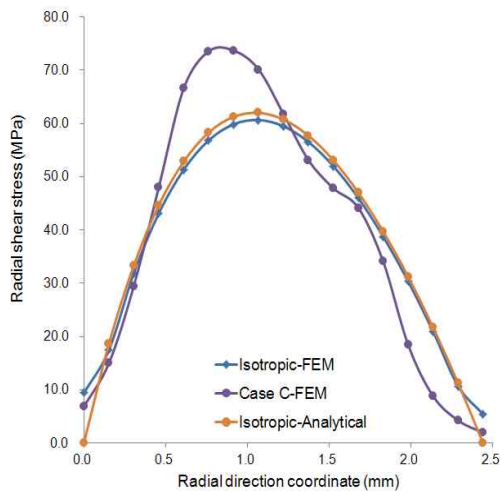


Fig. 13. Radial shear stress comparison between isotropic and Case C

Table 8. Radial shear stress by FEM

Type	Isotropic (MPa)	Case A (MPa)	Case B (MPa)	Case C (MPa)
$\tau_{r\theta}$	60.7	71.3	69.2	73.7

과를 비교한 것이다. Table 8은 유한요소 해석을 이용한 각 적층 패턴에 대한 최대 전단응력을 비교한 것이다. 검토결과 등방성 재료의 응력과 비교하여 114 ~ 121% 사이의 크기를 갖는다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 복합재료 구조물에 곡면이 있는 경우 반경 방향의 수직응력과 전단응력을 이론적인 방법과 유한요소법을 이용하여 해석을 수행하였다. 유한요소법을 이용하여 각층을 솔리드 요소로 모사한 경우 이론적인 방법에 의한 결과와 비교하여 가장 큰 차이를 보이는 경우는 Case C이다. 반경방향 수직응력은 최대 33% 전단응력은 21% 정도 이론적인 결과보다 크게 평가되었다. 즉 이론적인 방법은 계산시간이 빠르지만 정확하지 않은 결과를 줄 수 있다. 신뢰성

있는 설계를 수행하기 위해서는 이론적인 방법을 유한요소해석 결과를 반영하여 사용하여야 한다. 즉 이론 해를 적용하여 반경 방향의 응력을 계산하는 경우 사용하는 적층 형태에 따는 보정계수를 본 논문의 해석모델을 이용하여 계산하고 이론해의 결과를 보정하여 사용하여야 한다.

#### 후 기

본 연구는 기초기술연구회 "Virtual Test 기반 항공기 내추락 설계/해석 기술개발" 사업 수행 결과의 일부이며, 지원에 감사드립니다.

#### Reference

- 1) ESDU 94019, "Through the thickness stresses and failure in the corner radius of a laminated composite section"
- 2) William, L. K., Raymond, H. J., "Multilayer theory for delamination analysis of a composite curved bar subjected to end forces and end moments," NASA Technical memorandum 4139, 1989
- 3) William L. K., "Delamination stresses in semicircular laminated composite bar," NASA Technical memorandum 4206, 1988
- 4) Wade, C. J., Roderick, H. M., "An interlaminar tension strength specimen," NASA Technical memorandum 107623, 1992
- 5) Lekhniskii, S. G., Anisotropic Plates, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1968
- 6) Warren C, Young., Roark's Formulas for Stress and Strain, McGraw-Hill International Edition, 1989
- 7) Sun, C. T., Sijian, Li, "Three-Dimensional Effective Elastic Constants for Thick laminates," Journal of Composite Materials, Vol. 22, 1988, pp.629-639.