

수학 수업 비평의 실제

나귀수*

본 연구의 목적은 수학교육전문가에 의한 수학 수업 비평의 실재를 제공하여 초등학교 수학 수업을 바라보는 하나의 관점을 제공하는 것이다. 본 연구에서는 한국의 지역교육청에서 우수 수업으로 선정된 하나의 초등학교 수학 수업을 대상으로 하여 수업 비평을 실시하였다. 본 연구에서의 수학 수업 비평의 주요 주제는 현장 교사에 의한 수학 수업 모형의 재구성, 관계적 이해의 추구, 수학적 의사소통의 활성화, 교수학적 변환 등이었다. 한편 본 연구에서는 수업 비평을 통해 (몇십 몇)=(몇)의 계산과 관련된 2007 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서와 교사용 지도서의 내용이 수학교육적으로 심층적으로 논의될 필요가 있음을 확인하였다.

I. 들어가며

‘수업 비평’은 주로 교과 교육 전문가들에 의해 시작되어 이론화와 현장에서의 구체화를 향해 나아가고 있는 단계에 있는 분야이다. 수업 현상을 비평적으로 바라보는 전통은 2000년대부터 시작되었으며, 그 이유는 수업 현상을 바라보는 대안적 관점이나 개념들이 복권되거나 새롭게 등장했으며, 수업 현상을 보는 대안적 연구 방법론이 등장했으며, 수업 현상을 촬영하고 편집하고 유통할 수 있는 영상 촬영 기술과 웹 기반 환경이 형성되었기 때문이다(이혁규, 2009).

수업 비평은 수업 현상을 보는 대안적 관점이나 개념으로서 학교 현장의 교사들에게 상당한 설득력을 얻고 있는 것으로 파악된다. 최근 학교 현장의 교사들은, ‘경기도수업비평연구회’, ‘배움과 소통의 수업비평 교육연구회’, ‘제천교육지원청의 수업비평 연구 동아리’ 등을 구성하여 ‘보여주기식 수업’이 아닌 ‘일상적인 수업’을 함께

비평하는 활동을 통해 자신들의 수업을 개선하려는 활동들을 하고 있다. 그러나 수학 수업과 관련된 수업 비평에 대한 연구는 매우 미흡하게 이루어지고 있는 실정이다.

본 연구의 목적은 이러한 상황에서 수학교육 연구자 또는 수학교육전문가라고 할 수 있는 본 연구자에 의한 수학 수업 비평의 실재를 제공하는 것이다. 또한 초등학교 수학 수업을 바라보는 하나의 관점을 제공함과 더불어 초등학교 수학 수업의 질을 향상시키는 데에 간접적인 수준에서나마 일조하고자 하는 것이 본 연구의 목적인다고 할 수 있다.

II. 선행연구 고찰

수업을 비평적으로 바라보는 관점은, 교육 현상을 예술 작품을 비평하는 것과 같은 방식으로 평가해야 한다고 주장한 Eisner(1979, 1985)에게서 그 뿌리를 찾을 수 있다. Eisner는 교육과정

* 청주교육대학교 (gsna21@cje.ac.kr)

및 학교 프로그램 평가자는 교육 현상을 보고 교육 활동의 질을 판단할 수 있는 ‘교육적 감식안(educational connoisseurship)’을 지녀야 한다고 주장하였다. 여기에서 ‘감식안’은 복잡하고 미묘한 특징을 섬세하게 식별하는 능력을 의미한다. Eisner는 감상과 비평을 구분하였는바, 감상은 사물에 대한 경험을 깨닫고 느끼며 이해하는 개인적이고 사적인 차원의 활동인 반면에, 비평은 자신이 이해한 바를 바르고 새로운 시각에서 그의 의미와 가치에 대해 판단을 내리는 사회적이고 공적인 활동이다.

Eisner(1979, 1985)가 교육에서의 비평적 평가를 주장하게 된 배경에는 행동주의 심리학에 근거한 목표 중심 평가나 경영적 평가의 한계에 대한 비판이 존재한다. Eisner에 따르면, 행동주의 심리학에 근거한 평가는 교육 현상을 수량화, 단순화시킴으로써 개별 교육 현상의 고유성을 무시하고, 미리 설정된 목표에 대해 과도하게 의존함으로써 현재 발생하고 있는 교육 현상을 간과하고 경시하는 결과를 초래한다. 또한 행동주의 심리학에 근거한 평가는 교육의 개별화와 인간화를 저해하며, 교육의 질적인 측면을 경시하게 되는 결과를 초래한다.

Eisner(1979, 1985)는 비평적 관점에서의 교육 평가를 위해서는 평가자의 교육적, 평가적 전문성 확보가 필수적이라고 주장하였다. 또한 평가자의 전문성이 평가 결과의 타당성과 합리성을 확보해 주는 가장 중요한 요건임을 강조하였다. 교육 평가에 대한 이러한 Eisner의 주장은 수업을 평가하는 방식에도 그대로 적용될 수 있다. 개별 수업을 미리 설정된 목표나 준거에 따라 평가하는 대신에, 개별 수업이 위치하고 있는 맥락과 현상을 비평적으로 해석함으로써 수업의 질적이고 예술적인 측면을 살려낼 수 있는 것이다. 이 때 수업을 비평하는 비평가의 교육적 감식안이 매우 중요하며, 비평가의 교육적 전문성

이 수업 비평 결과의 타당성과 합리성을 보장해 준다고 할 수 있다.

한편, 수업 비평에 대해서는 다양한 정의가 존재한다(곽영순, 2003; 유정애, 2003; 이혁규, 2007; 정재찬, 2006). 여기에서 대표적으로 두 연구자의 정의를 살펴보면, 먼저 정재찬(2006)은 “수업 비평은 교육 텍스트이자 일종의 문화예술 텍스트로서 수업 텍스트를 대상으로 인문학과 사회과학, 아울러 예술과 과학의 양면적 가치를 종합적으로 고려하면서 기술과 해석과 평가를 주축으로 행하는 비판적인 창조적인 글쓰기”라고 정의하였다. 이혁규(2007)는 “수업 비평은 교사와 학생들이 함께 구성해 가는 수업 현상을 하나의 분석 텍스트로 하여 수업 활동의 과학성과 예술성, 수업 참여자의 의도와 언행, 교과와 사회적 맥락 등을 종합적으로 고려하면서 수업을 기술, 분석, 해석, 평가하는 비판적이고 창조적인 글쓰기”로 잠정적으로 정의하였다.

본 연구에서는 이혁규(2007)의 수업 비평의 정의를 근거로 수업 비평을 실시하였다. 다시 말해서, 수학교육전문가라고 할 수 있는 본 연구자의 수학교육적 관점에 비추어 김교사의 수학 수업(수업 동영상)과 수업지도안을 분석 텍스트로 하여 수업 활동의 과학성과 예술성, 수업 참여자의 의도와 언행, 수학 교과와 사회적 맥락 등을 종합적으로 고려하면서 수업을 기술, 분석, 해석, 평가하고자 하였다.

수학과에서 수업 비평과 관련된 대표적인 글은 이경화(2007a, 2007b)를 들 수 있다. 이경화(2007a)는 김초롱(가명) 교사가 실시한 3학년 <도형 움직이기> 단원에 대해 ‘도형 움직이기 단원의 딜레마’라는 제목으로 수업 비평을 실시하였다. 이경화는 ‘도형 움직이기 단원의 딜레마’에서는 가르칠 지식의 확인, 장면 1-오른쪽 위로 옮기기, 장면 2-볼투명 종이 사용, 장면3-기준 도입, 장면 4-용어 창안, ‘가르칠 지식’과 ‘가

르친 지식', 도형 움직이기 단원을 가르치기 어려운 이유 등을 중심으로 수업을 비평하였다. 또한 이경화(2007b)는 정희망(가명) 교사가 실시한 3학년 <분수> 단원에 대해 '구체로부터 추상으로 나아가는 고된 여정'이라는 제목으로 수업 비평을 하였다. '구체로부터 추상으로 나아가는 고된 여정'에서는 추상적인 분수 개념 도입, 분수 수업 장면(생활에서 똑같이 나누어 본 경험, 색종이 접기 활동, 패턴블럭과 점판, 분수의 도입), 구체로부터 추상으로 가는 길(1단계: 생활 속의 구체물, 2단계: 반구체물-도형, 패턴블럭과 점판, 3단계: 추상화-분수의 도입) 등을 중심으로 수업을 비평하였다.

나귀수(2009)는 초등학교 현직 교사 11명을 대상으로 교사들의 수학 수업 비평의 특징과 주요 측면을 조사하는 연구를 수행하였다. 연구의 결과, 초등학교 교사들은 수업을 있는 그대로 이해하고 기술하면서 수업을 비평하였으며, 교사들의 수학 수업 비평은 상황적이고 맥락적이고 수학 교과 특수적인 것으로 나타났다. 또한 초등학교 교사들이 수학 수업 비평에서 주로 주목하는 측면은, 수학적 의사소통, 학생들의 수학적 사고 활성화를 위한 교사의 발문, 과제 제시의 적절성, 학생들의 동기 유발, 학생들의 인지 수준에 적합한 구체적 조작 활동, 교사의 수학적 용어 사용 및 수학적 행동의 적절성, 학생의 수학적 사고 시간의 배려, 선수 학습 내용 상기, 귀납적 추론 경험 제공, 수학적 용어 설명의 적절성, 학생들의 돌발 질문에 대한 교사의 대처, 교사의 일상적 언어 사용의 적절성, 학습 목표 제시, 교사의 반복 설명, 수업 시간에 인터넷 활용의 적절성, 학습 활동 순서 안내의 적절성 등으로 나타났다. 한편, 교사들은 수업을 비평하는 동시에 자신의 수업을 성찰하였으며, 보여주기 위한 수업이 아닌 일상적인 수업의 관찰 및 비평이 매우 중요함을 지적하였다.

한편, Simon & Tzur(1999)는 '수업 비평'이라는 용어를 사용하지 않고 '수업 해설'이라는 용어를 사용하였지만, 본 연구에서 말하고 있는 수업 비평과 거의 동일한 활동을 강조하였다. Simon & Tzur(1999)는 수학 교사의 수업 실제 연구를 위한 대안적인 방법으로 '연구자의 관점에서 수학 교사의 수업 해설하기'를 제안하였다. Simon & Tzur(1999)는 이러한 방법을 통해 교사가 현재 가지고 있지 못하는 미흡한 측면이 아닌 교사가 현재 가지고 있는 훌륭한 측면에 주목할 수 있다고 주장하였다. 또한 교사가 실시하는 수업의 제 측면들을 해설하는 방식으로 교사의 수업을 이해할 필요가 있다고 주장하였다. 더불어 이와 같은 수업 해설의 방법론을 통해 수학 교사의 현재 수업의 특징을 파악할 수 있으며, 동시에 수학 교사의 지속적인 전문성 발달의 관점에서 수업을 해석할 수 있다고 주장하였다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 방법 및 연구 대상

Creswell(1998)는 정성적 연구를 자전적 생애사(a biographical life history), 현상학(a phenomenology), 근거 이론 연구(grounded theory study), 민족지학적 연구(ethnography), 사례 연구(case study)의 다섯 가지 유형으로 분류하였다. 여기에서 사례 연구는 '하나의 실례, 현상 또는 사회적 단위에 대한 집중적이고 전체적인 묘사이며 분석(Merriam, 1998)'으로 정의할 수 있다. 본 연구에서는 김교사(가명)에 의한 수학 수업이라는 하나의 사례 또는 현상에 대해 집중적이고 전체적으로 기술하고 비평하고 있다. 따라서 본 연구는 정성적 연구 중에서 사례연구에 속한다고 할 수 있다.

본 연구에서의 비평의 대상이 된 수업은 다음

과 같은 절차로 선정되었다. 본 연구자는 ‘수학 교육전문가에 의한 수학 수업 비평’을 실시하기 위하여 우수한 수학 수업으로 선정된 수업들을 1차적으로 살펴보았다. 본 연구자가 1차적으로 살펴본 수업들은 ‘경기도교육정보원(<http://www.ggetv.net>)’에 탑재된 수학 수업 10개와 ‘대구광역시교육연구정보원(<http://media.edunavi.kr/>)’에 탑재된 수학 수업 11개였다. 본 연구자는 이러한 21개의 수업 중에서 김교사의 수학 수업을 비평하기로 결정하였으며, 그 이유는 김교사가 다른 교사들에 비해 독특한 지도 방식을 취하고 있는 것으로 파악되었기 때문이다(구체적인 내용은 IV장 참고). 본 연구자는 김교사를 전혀 알고 있지 못하며, 단지 김교사의 수업 동영상과 수업지도안을 바탕으로 본 비평문을 작성하였다.

2. 자료 수집 및 자료 분석

본 연구에서 김교사의 수학 수업을 비평하기 위해 수집한 자료는 수업 동영상 자료, 수업 후에 동료 교사들과 장학관을 대상으로 한 김교사의 수업 설명 동영상 자료, 수업지도안 자료 등이다. 이러한 자료들은 모두 대구광역시교육연구정보원 웹 사이트를 통해 수집하였다.

정성적 연구의 자료 수집 방법에는 문서 자료, 참여 관찰 자료, 서술적 관찰 자료, 면담 자료, 서술적 설문조사 자료 등이 있다(이용숙, 1999). 본 연구에서는 문서 자료로서 수업지도안 자료를, 서술적 관찰 자료로서 김교사의 수업 동영상 자료를, 그리고 면담 자료로서 수업 설명 동영상 자료를 활용하였다. 본 연구에서는 수업 동영상 자료, 수업 설명 동영상 자료, 수업지도안 자료 등의 다양한 자료를 활용하여 수업을 비평함으

로써, 정성적 연구에서 강조하는 삼각검증법(triangulation)을 추구하고자 하였다.

본 연구에서는 Spradley(1980)가 제안한 ‘기술적 관찰(descriptive observation) → 집중 관찰(focused observation) → 정선 관찰(selective observation)’의 단계를 거쳐 수업 비평의 최종적인 주제를 추출하였다. 기술적 관찰 단계에서는 특별한 질문이나 관점 없이 김교사의 수학 수업이 어떻게 진행되는가를 전체적으로 관찰하였다.

집중 관찰 단계에서는 우리나라 수학과 교육과정에서 제시하고 있는 성취기준과 교수·학습 방법상의 강조점(교육인적자원부, 2007; 교육과학기술부, 2010), 여러 수학교육학 이론가와 연구자들의 강조점과 제안점(강완, 1991; 강완 외, 2013; 김수환 외, 2009; 남승인 외, 2004; 이경화, 1996; Brousseau, 1997; Bruner, 1960; Chevallard, 1980; NCTM, 2000; Reys, et al., 2007; Skemp, 1989) 등에 초점을 맞추어 김교사의 수업을 관찰하고 분석하였다. 집중 관찰 단계에서 추출된 수업 비평의 주제는 김교사의 수업 모형의 재구성, 관계적 이해의 강조, 구체적 조작 활동, 귀납적 추론 활동, 수학적 의사소통의 강조, (몇십몇)÷(몇)의 계산 원리 지도를 위한 김교사의 독특한 지도 방식 등이었다.

정선 관찰 단계에서는 집중 관찰 단계에서 추출한 주제들이 김교사의 수학 수업에서 어떻게 다루어지고 있는가를 더욱 집중적으로 관찰하여 수업 비평의 초점을 더욱 좁히는 연구 활동을 하였다. 집중 관찰 단계에서 추출된 수업 비평의 주제들과 관련된 수업 동영상을 선택적으로 관찰하면서, 이 부분들이 김교사의 수업에서 활용되고 있는 2007 교육과정에 따른 초등학교 3학년 교과서와 교사용 지도서(교육과학기술부, 2011a, 2011b)에서 어떻게 다루어지고 있는가를

1) 이러한 자료들은 대구광역시교육연구정보원(http://media.edunavi.kr/vodBoard/list.do?category2=0&category3=0&category4=0&category5=0&category6=0&sortField=&rowSize=5&find=TVM_M.MT_TITLE&search=&sortType=&viewPage=2&ct_id=694&menu_seq=27#p)에서 살펴볼 수 있다.

함께 분석하였다. 이러한 과정을 거쳐 수학 수업 모형의 재구성, 관계적 이해의 추구, 수학적 의사소통의 활성화, 김교사의 교수학적 변환 등을 중심으로 한 수학 수업 비평의 최종적인 주제로 추출하였다.

선행연구 고찰에서 살펴본 바와 같이, Eisner (1979, 1985)에 따르면, 본 연구에서 수학 수업을 비평하는 본 연구자의 수학교육적 전문성이 본 연구의 수학 수업 비평 결과의 타당성과 합리성을 보장해 준다고 할 수 있다. 본 연구자는 수학교육 분야에서 박사학위를 취득하였으며, 중학교 수학 교사로서 5년, 수학교육 분야 연구원으로서 4년, 대학에서 수학교육을 강의하고 교수로서 10년의 경력을 가지고 있으며 다양한 수학교육 연구 논문을 산출하였으므로 수학교육전문가라고 할 수 있다.

IV. 수학 수업 비평의 실제

이 장에서는 ‘기술적 관찰 → 집중 관찰 → 정선 관찰’ 단계를 따라 수업 비평의 최종적인 주제로 추출된 수학 수업 모형의 재구성, 관계적

이해의 추구, 수학적 의사소통의 활성화, 김교사의 교수학적 변환 등을 중심으로 한 수학 수업 비평을 제시하고자 한다.

1. 수학 수업 모형의 재구성

김교사는 2007 개정 수학과 교육과정에 따른 3학년 2학기 ‘4단원: 나눗셈’의 총 10차시 중에서 7차시에 해당하는 수업을 실시하고 있다. 수업 내용은 ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십몇)÷(몇)의 계산’이다. 김교사는 수업지도안에서 자신이 수업의 모형을 ‘원리 탐구 학습’이라고 제시하고 있다(대구광역시교육연구정보원, 2012). 김교사의 수업지도안 및 수업 동영상상을 살펴보면, 김교사는 초등학교 수학과 교사용 지도서에 제시된 ‘원리 탐구 수업 모형’과 ‘귀납적 추론 수업 모형’을 결합하고 재구성하여 ‘원리 탐구 학습 모형’을 활용하고 있음을 알 수 있다.

초등학교 수학과 교사용 지도서에 따르면, 수학과에서 ‘원리 탐구 수업 모형’은 다음의 표에 제시된 단계로 진행된다(교육과학기술부, 2009).

한편, 김교사의 ‘원리 탐구 학습 모형’에 따른

<표 IV-1> 원리 탐구 수업 모형

단계	교수·학습 활동
도입	○ 선수 학습 상기 및 동기 유발 ○ 학습 목표 확인
새로운 문제 상황 제시	○ 새로운 문제 상황을 제시함으로써 학생들의 인지적 갈등 상황을 유도한다.
수학적 원리의 필요성 인식	○ 이전에 습득한 지식을 활용하여 문제해결 방법을 탐색함으로써 일반적인 수학적 원리의 필요성을 인식한다.
수학적 원리가 내재된 조작 활동	○ 학습해야 할 수학적 원리가 내재되어 있는 조작 활동을 한다.
수학적 원리의 형식화	○ 수학적 원리를 형식화한다.
익히기 및 적용하기	○ 형식화한 수학적 원리를 익히고 적용한다.
정리 및 평가	○ 학습 내용 정리 및 형성 평가 ○ 차시 예고

<표 IV-2> 김교사의 ‘원리 탐구 학습 모형’

학습 단계	학습 요항	교수 · 학습 활동
문제 파악	학습문제 접근	● 이야기 자료를 활용하여 학습문제 접근하기
	학습문제 확인	● 학습문제 확인하기
예상	유추	● 선수 학습으로 유추단서 제공하기
	어림하기	● 어림으로 계산하기
	구체물 조작하기	● 구체물로 조작하여 $33 \div 2$ 계산하기 ● 구체물로 활동한 것을 여러 가지 방법으로 나타내기
검증	해결방법 발표	● 해결결과 발표 및 토의하기
	해결 결과 확인	● 문제 해결 결과 확인하기
	잠정적 원리 발견	● 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 잠정적 원리 발견하기
일반화	타당성 검토	● 발견한 원리로 비슷한 문제 해결하기
	원리 확정	● 원리 확정하기
적용	형성평가	● ppt 자료, 화이트보드를 활용하여 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 골든벨 놀이하기
	수준별 학습	● 수준별 학습하기
	정리 및 차시예고	● 학습 내용 정리

수업은 다음의 <표 IV-2>와 같이 진행된다(대구광역시교육연구정보원, 2012).

김교사의 수업은 크게 ‘문제 파악 → 예상 → 검증 → 일반화 → 적용’의 단계로 진행된다. 문제 파악 단계는 다시 학습문제 접근과 학습문제 확인의 순서로 진행되며, 예상 단계는 다시 유추, 어림하기, 구체물 조작하기의 순서로 진행된다. 검증 단계는 다시 해결 방법 발표하기, 해결 결과 확인하기, 잠정적 원리 발견하기의 순서로 진행되며, 일반화 단계는 다시 타당성 검토, 원리 확정의 순서로, 또한 적용 단계는 형성평가, 수준별 학습, 정리 및 차시예고의 순서로 진행된다.

김교사의 수업 단계를 수학과 교사용 지도서에 제시된 원리 탐구 수업 모형과 비교해 보면, 먼저 문제 파악 단계의 학습 문제 접근과 학습 문제 확인은 원리 탐구 수업 모형의 도입 및 새로운 문제 상황 제시 단계에 해당한다. 예상 단

계의 유추와 어림하기는 원리 탐구 수업 모형의 수학적 원리의 필요성 인식 단계에 해당하며, 예상 단계의 구체물 조작하기는 원리 탐구 수업 모형의 수학적 원리가 내재된 조작 활동 단계에 해당한다. 검증 단계의 해결 방법 발표, 해결 결과 확인, 잠정적 원리 발견, 그리고 일반화 단계의 타당성 검토와 원리 확정은 원리 탐구 수업 모형의 수학적 원리의 형식화에 해당한다. 마지막으로 적용 단계의 형성평가, 수준별 학습, 정리 및 차시예고는 원리 탐구 수업 모형의 정리 및 평가 단계에 해당한다.

김교사가 교사용 지도서에 제시된 원리 탐구 수업 모형을 재구성한 방식은 매우 훌륭하고 바람직하다고 판단된다. 김교사는 예상 단계의 유추에서 이전 시간에 학습한 $36 \div 2$ 와 이번 시간에 학습하는 $33 \div 2$ 의 같은 점과 다른 점을 학생들이 탐색하도록 지도하고 있는데, 여기에서 김교사의

훌륭한 수학 수업 아이디어를 확인할 수 있다. 또한, 김교사는 예상 단계의 어렵하기에서 $33 \div 2$ 의 몫을 학생들이 어렵하도록 지도하고 있는데, 이것은 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈에서 계산을 하기 전에 계산 결과를 어렵할 것을 지속적으로 강조하고 있는 수학과 교육과정의 강조점(교육인적자원부, 2007; 교육과학기술부, 2010) 수업에서 구체적으로 구현한 것이라고 할 수 있다.

김교사는 예상 단계의 구체물 조작하기에서 매쓰링크라고 하는 구체물 조작 활동을 통하여 $33 \div 2$ 의 몫을 구하도록 한 후, 구체물로 활동한 것을 그림과 식 등의 여러 가지 방법으로 나타내도록 지도하고 있다. 김교사의 수업지도안 및 수업동영상을 살펴보면(대구광역시교육연구정보원, 2012), 김교사가 ‘구체물 → 반구체물 → 수학적 추상화’의 순서로 학생들을 지도하고 있음을 확인할 수 있다. ‘구체물 → 반구체물 → 수학적 추상화’는 ‘활동적 표현(Enative representation) → 영상적 표현(Iconic representation) → 기호적 표현(Symbolic representation)’에 대응되며, 이것은 Bruner(1960)의 EIS 이론이 수업에서 구체적으로 구현되는 것이라고 할 수 있다. 또한 김교사는 구체물 조작 활동을 통해 알게 된 $33 \div 2$ 의 몫과 나머지를 구하는 원리를 다음과 같은 다양한 수학적 식으로 표현하여 지도하고 있다.

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 2 \overline{) 33} \\
 \underline{2} \\
 13 \\
 \underline{12} \\
 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 20 \div 2 = 10 \\
 13 \div 2 = 6 \cdots 1 \\
 \hline
 33 \div 2 = 16 \cdots 1 \\
 33 \div 2 = 16 \cdots 1
 \end{array}$$

김교사의 수업에서 가장 인상적인 부분은 교사용 지도서의 원리 탐구 수업 모형의 ‘수학적 원리의 형식화’ 단계를 재구성한 부분이다. 김교사는 ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷

(몇)’의 계산 원리를 형식화하기 위해서, ‘구체적 조작 활동을 통한 해결 방법 발표하기 → 해결 결과 확인하기 → 잠정적 원리 발견하기 → 타당성 검토하기 → 원리 확정하기’의 여러 하위 단계로 수업을 진행하고 있다. 이 부분은 중요한 초등학교 수학 수업 모형 중의 하나로 인식되고 있는 ‘귀납적 추론 모형(교육과학기술부, 2009)’의 일부 단계를 원리 탐구 수업 모형의 ‘수학적 원리의 형식화’ 단계에 적용한 것이라고 할 수 있다. 귀납적 추론 모형은 ‘도입 → 관찰 및 실험 → 추측하기 → 추측의 검증 → 발전 → 정리 및 평가’의 단계로 진행된다. 김교사의 수업에서 ‘잠정적 원리 발견하기 → 타당성 검토하기 → 원리 확정하기’가 바로 귀납적 추론 모형의 ‘추측하기 → 추측의 검증 → 발전’과 거의 유사하며, 이 부분에서 김교사의 뛰어난 수학 수업 역량을 확인할 수 있다.

이상에서는 김교사의 수학 수업 모형 재구성에 대해 살펴보았는데, 김교사는 다양한 수학 수업 모형에 대해 심도 깊은 지식을 바탕으로 실제 수업에서 수학 수업 모형을 재구성하여 의미 충실한 방식으로 활용하고 있다. 수학과 교사용 지도서에 제시되어 있는 수학 수업 모형들은 매우 기본적인 수업 모형들이다. 교사가 이러한 수업 모형들에 대한 정확한 이해를 바탕으로 실제 수업에서 학생들의 수학적 사고 활성화를 위해 수업 모형들을 의미있게 활용하는 것은 매우 중요하다. 더욱이, 교사가 기본적인 수학 수업 모형들에 대한 심도 깊은 이해를 토대로, 여러 수업 모형들을 결합하거나 재구성하여 교사 자신이 처한 수업 상황에 맞는 ‘친상황적’ 수학 수업 모형을 만들어 가는 일은 더욱 중요하다고 할 수 있다. 김교사의 수학 수업 관련 지식 이해 및 실제 적용 역량은, ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)’의 계산’에 해당하는 초등학교 3학년 수학 교과서의 내용과(〔그림 IV-1〕 참고) 비교

익힘책 68~69쪽

(몇십 몇) ÷ (몇)을 계산할 수 있어요 (3)

활동 1 $76 \div 3$ 의 계산 방법을 알아봅시다.

- $76 \div 3$ 을 계산할 수 있는 2가지 방법을 친구들과 이야기해 보시오.
- 어느 방법이 더 좋다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- 좋다고 생각한 방법으로 $76 \div 3$ 을 계산하십시오.
- $76 \div 3$ 의 몫은 얼마입니까?
- 머리셈과 필산으로 몫을 계산하는 방법을 말해 보시오.

$76 \div 3 = \square \dots \square$

$$\begin{array}{r} \square \square \\ 3 \overline{) 76} \\ \underline{6} \\ 16 \\ \underline{15} \\ 1 \end{array}$$

1 나눗셈의 몫과 나머지를 각각 구하고, 검산하십시오.

$65 \div 4$	$78 \div 5$
$3 \overline{) 80}$	$6 \overline{) 87}$

59

[그림 IV-1] ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’ 교과서 내용 (교육과학기술부, 2011a)

하면?) 더욱 확연하게 드러난다(구체적인 내용은 IV장 4절 참고).

2. 관계적 이해의 추구

김교사의 수업 내용인 ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’에 해당하는 2009 수학과 교육과정의 성취기준은, ‘나누는 수가 한

자리 수인 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 그 계산을 할 수 있으며, 나눗셈에서 몫과 나머지의 의미를 이해한다.’이다(교육과학기술부, 2009). 수학과 교육과정의 성취기준에 따르면, 학생들이 단지 나눗셈 계산을 할 수 있는 것이 아니라, 나눗셈의 계산 원리를 이해하면서 계산을 할 수 있는 것이 중요하다.

수학적 지식은 크게 개념적 지식(conceptual

2) 김교사가 수업을 실시한 2012년에 학교 현장에서 사용되는 초등학교 3학년 수학 교과서와 교사용 지도서는 2007 개정 수학과 교육과정에 따른 교과서이다. 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 새 교과서는 초등학교 1~2학년군은 2013년, 3~4학년군은 2014년, 5~6학년군은 2015년부터 학교 현장에서 활용된다.

knowledge)과 절차적 지식(procedural knowledge)으로 분류할 수 있다. 개념적 지식은 수학의 개념(concept), 원리, 법칙 등을 포함하는 지식이며, 절차적 지식은 수학의 기능(skill), 알고리즘 등을 포함하는 지식을 일컫는다. 수학적 원리의 이해를 위해서는 개념적 지식이 체계적으로 형성되어야 하며, 절차적 지식은 그 배경이 되는 수학적 원리의 이해가 뒷받침될 때에 더욱 의미 충실한 지식이 된다. 김교사의 수업 내용에서 나눗셈의 계산 원리는 개념적 지식에 해당하며, 나눗셈 계산을 수행하는 것은 절차적 지식에 해당한다.

개념적 지식과 절차적 지식을 함께 갖춘 학생은 Skemp의 ‘관계적 이해’ 상태에 있다고 할 수 있지만, 개념적 지식은 모르는 채 절차적 지식만 갖춘 학생은 ‘도구적 이해’ 상태에 있다고 할 수 있다(Skemp, 1989). 다시 말해서, 나눗셈의 계산 원리를 이해하고 계산을 할 수 있는 학생은 관계적 이해 상태에 있지만, 반면에 나눗셈 계산의 원리는 이해하지 못한 채 단지 나눗셈 계산 절차를 암기하여 기계적으로 계산을 수행하는 학생은 도구적 이해 상태에 있는 것이다.

학생들에게는 개념적 지식보다 절차적 지식을 습득하는 것이 더 쉬운 일이다. 왜냐하면 절차적 지식은 몇 단계의 절차를 외워서 단계별로 그것을 수행하기만 하면 되지만, 개념적 지식에 대해서는 보다 심층적인 수학적 사고와 수학적 이해가 필요하기 때문이다. 그러므로 교사는 절차적 지식과 함께 절차적 지식의 이면에 숨어 있는 개념적 지식을 학생들이 이해할 수 있도록 지도할 필요가 있다. 즉, 학생들이 도구적 이해 상태를 넘어서서 관계적 이해 상태에 도달할 수 있도록 지도할 필요가 있는 것이다.

이러한 맥락에서 김교사의 수업은 매우 큰 강점을 갖는다. 김교사는 수업지도안에서 학습 목표를 다음과 같이 제시하고 있다(<표 IV-3> 참고). 김교사는 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십

몇) \div (몇)의 계산 원리의 이해와 계산 수행을 주요 학습 목표로 설정하고 있다.

<표 IV-3> 김교사의 학습 목표 (대구광역시교육연구정보원, 2012)

학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> • 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)\div(몇)의 계산 원리를 이해한다. (지식) • 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)\div(몇)의 계산과정을 구체물로 조작하고 계산할 수 있다. (기능) • 구체물 활용이나 수학적 의사소통에 적극적인 태도를 지닌다. (태도)
----------	--

김교사는 이와 같이 설정한 학습 목표에 일관되게, 실제 수업에서도 학생들이 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇) \div (몇)의 계산 원리를 이해하는 데에 많은 노력을 기울이고 있다. 김교사는 학생들이 계산 원리를 이해하는 것을 돕기 위해 다양한 활동을 시도하고 있다. 먼저, 구체물 조작 활동을 통해 알게 된 $33\div 2$ 의 해결 방법을 모두 구성원들끼리 토의함으로써 친구의 해결 방법이 학생 자신의 해결 방법과 어떻게 다른지 생각하며 듣고 질문함으로써, 자신의 해결 방법을 보충하고 자신이 해결한 방법이 맞는지 확인하도록 한다. 다음으로 모두의 구성원들과 토의하여 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇) \div (몇)의 몫과 나머지를 구하는 잠정적 원리를 발견하도록 한 후, 발견한 잠정적 원리로 $46\div 3$ 과 같은 비슷한 문제를 해결하도록 지도함으로써 학생들이 잠정적 원리의 타당성을 검토하도록 지도한다. 마지막으로 잠정적 원리를 확정하여 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇) \div (몇)의 몫과 나머지를 구하는 원리를 수학 학습장에 적으면서 이해하도록 지도하고 있다.

이와 같은 수업 과정을 통해 김교사가 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇) \div (몇)의 계산 원리를 학생들이 충분히 탐색하도록 수업을 진행하

고 있음을 확인할 수 있다. 김교사의 이러한 지도 방식은 ‘구체적 조작 활동과 탐구 활동을 통하여 학생 스스로 개념, 원리, 법칙을 발견하고 이를 정당화하게 한다.’고 지속적으로 강조하고 있는 수학과 교육과정의 교수·학습상의 강조점을(교육과학기술부, 2010; 교육인적자원부, 2007) 실제 수업에서 충실하게 구현하고 있다는 점에서 더욱 가치 있다고 판단된다. 또한 김교사의 수업은 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산 방법을 익히고 계산을 잘 수행하는 데에 집중하기 쉬운 ‘보통의 또는 일상적인’ 수업의 문제점을 잘 극복하고 있는 수업이라고 판단된다.

수학 교과서나 교사용 지도서가([그림 IV-1], [그림 IV-2] 참고) 나눗셈의 계산 원리의 적극적

인 교수·학습과 관련하여 그 내용이 미흡하게 기술되어 있다는 점을 고려하면, 김교사가 나눗셈의 계산 원리를 지도하기 위해 시도한 수업은 그 가치가 더욱 빛난다고 할 수 있다(구체적인 내용은 IV장 4절 참고).

3. 수학적 의사소통의 활성화

김교사의 수학 수업의 강점 중의 하나는 수학적 의사소통이 의미 충실하게 활성화되고 있다는 것이다. 김교사의 수학 수업에서는 교사와 학생 사이의 의사소통과 학생과 학생 사이의 의사소통이 매우 활발하게 구현되고 있다.

김교사가 수업 실시 전에 실시한 학생들의 선수 학습 실태 조사를 보면(대구광역시교육연구

■ 활동 1

• $76 \div 3$ 을 계산할 수 있는 2가지 방법을 친구들과 이야기해 보시오. 학생들은 동수누감 나눗셈 방법으로 계산하는 것과 등분제 나눗셈 방법으로 계산하는 것을 생각하게 될 것이다.

• 어떤 학생들은 등분제 나눗셈 방법이 더 좋다고 말할 것이고 다른 학생들은 동수누감 나눗셈 방법이 더 좋다고 말할 것이다. 그 이유는 다음에서 생각할 수 있다.

[1] 동수누감 나눗셈 방법 : ① 먼저, 70에서 3씩 빼면 23번 뺄 수 있고 나머지 1이 된다. ② 다음, 나머지 1과 6을 더하면 7이 된다. ③ 마지막으로, 7에서 3씩 빼면 2번 뺄 수 있고 나머지 1이 된다. ④ 결과적으로, 76에는 3씩 25번 뺄 수 있고 나머지 1이므로 $76 \div 3 = 25 \dots 1$ 이 된다.

[2] 등분제 나눗셈 방법 : ① 먼저, 십 모형 7 개를 3 곳으로 똑같이 나누면 한 곳에 십 모형 2 개씩이고 십 모형 1 개가 남는다. ② 다음, 남은 십 모형 1 개를 날개 모형 10 개로 바꾼다. ③ 그다음, 바꾼 날개 모형 10과 6을 더하면 16 개가 된다. ④ 마지막으로, 날개 모형 16 개를 3 곳으로 똑같이 나누면 한 곳에 5 개씩 되고 나머지 1 개가 된다. ⑤ 결과적으로, 76을 3 곳으로 똑같이 나누면 한 곳에 25씩이고 나머지 1이므로 $76 \div 3 = 25 \dots 1$ 이 된다.

• 학생들은 그들이 좋다고 생각한 방법으로 $76 \div 3$ 을 계산해 본다.

등분제 나눗셈 방법과 동수누감 나눗셈 방법 중에서 어느 방법을 강요해선 안 된다. 가장 좋은 방법은 학생들이 2 가지 방법을 각자 경험해 보고, 어느 방법이 좀 더 쉽고 간단하고 편리하고 빠른지를 스스로 판단하여 결정하도록 기회를 주어야 한다.

■ 방법

• $76 \div 3$ 의 계산은 내림이 있고 나머지가 있기 때문에 조금 복잡하다고 생각할 수도 있지만 동수누감 나눗셈 방법과 등분제 나눗셈 방법을 생각하여 쉽고 편리한 방법으로 나눗셈을 계산하도록 한다.

■ 익히기 1

$$65 \div 4 = 16 \dots 1 \text{ (검산)} \quad 4 \times 16 + 1 = 65$$

$$78 \div 5 = 15 \dots 3 \text{ (검산)} \quad 5 \times 15 + 3 = 78$$

$$80 \div 3 = 26 \dots 2 \text{ (검산)} \quad 3 \times 26 + 2 = 80$$

$$87 \div 6 = 14 \dots 3 \text{ (검산)} \quad 6 \times 14 + 3 = 87$$

[그림 IV-2] ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’ 교사용 지도서 내용 (교육과학기술부, 2011b)

정보원, 2012), 예를 들어 $57 \div 3$ 과 같이 ‘받아내림이 있고 나머지가 없는 (몇십 몇)÷(몇)이 계산’을 수행할 수 있는 학생들은 22명 중에서 19명(88.4%)으로 나타났다. 반면에 수학적 원리나 개념을 잘 표현하고 적극적으로 의사소통에 참여하는 학생들은 11명(50.0%)로 나타났다. 김교사는, 원리나 개념을 수학적 용어로 표현하는 활동에 어려움을 느끼며 전체 학생들 앞에서 자신이 발견한 원리를 설명할 때 목소리가 작거나 소극적으로 참여하는 학생이 있는데, 이는 자신의 답이 틀릴 수도 있다는 데서 오는 두려움과 틀린 답을 말했다고 학급 친구들의 반응에 대한 두려움 때문이라고 학생들이 응답했다고 기술하고 있다.

이와 관련하여 김교사는 수업지도안에서 다음과 같이 기술하고 있다(대구광역시교육연구정보원, 2012).

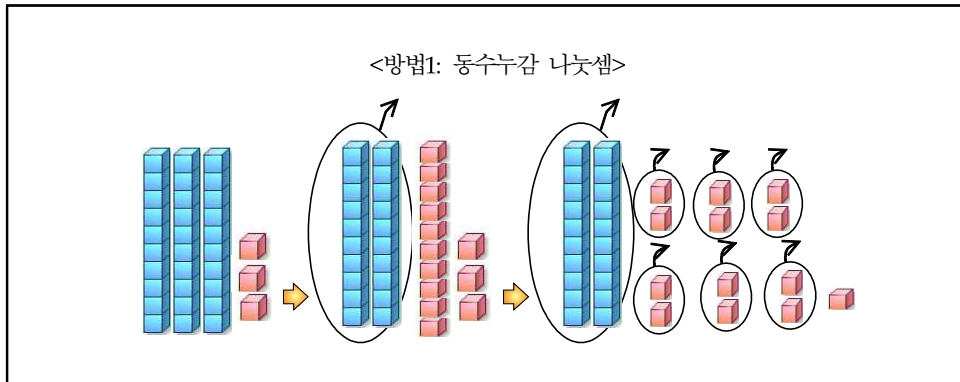
우리 반 학생들은 의사소통 활동에 개인차가 심해 의사소통에 매우 적극적인 학생이 있는 반면 거의 말없이 앉아 있는 경우도 있다. 특히 모둠 활동에서보다는 전체를 대상으로 해결 과정을 설명하는 일에 두려움을 느끼는 경우가 많이 있어 이에 대한 대책도 필요하다. [중략] 단원의 학습 후 수학 편지 쓰기 활동으로 나눗셈의 원리를 다른 사람에게 설명하게 함으로써 원리를 확실히 익히도록 한다. 수업시 오류가 발생하였을 경우 학생 상호간의 협의를 통해 해결하도록 하며, [중략] 열린 발문을 통하여 자신의 생각을 자유롭게 말할 수 있도록 하며, 허용적인 학급 분위기와 칭찬을 통해 자신의 생각을 자유롭게 말할 수 있는 분위기를 조성한다.

실제로 김교사의 수업 동영상을 살펴보면, 학생들은 구체물 조작을 통해 알게 된 해결 방법을 모둠 친구들에게 발표하고, 나의 방법과 모둠 친구들의 방법이 어떻게 다른지 생각하고 듣고 질문하고, 자신의 해결 방법을 보충하는 활동을

한다. 또한 구체물 조작 활동을 통해 발견한 나눗셈의 몫과 나머지를 구하는 잠정적 원리를 모둠 친구들과 토의한 후 학습장에 적어보는 활동을 한다. 김교사의 수학 수업에서 독특한 점은, 학생들이 모둠별 활동을 할 때 각 모둠의 학생들이 모둠별로 큰 소리로 의사소통을 하기 때문에 교실 전체가 매우 소란스러워진다는 것이다. 학생들은 이러한 방식으로 모둠별 의사소통을 하는 것에 매우 익숙해 있었다. 김교사는 전체 학생들을 대상으로 할 때 수학적 의사소통에 두려움을 느끼는 학생들이 보다 작은 규모의 모둠 활동에서 수학적 의사소통에 적극적으로 참여하도록 하기 위해, 이러한 소란스러움을 수학 교실에서 적극적으로 활용하고 있는 것으로 판단된다. 따라서 김교사의 수학 수업에서의 소란스러움은, 수학적 과제에 대한 다양한 문제해결 방법이나 수학적 원리를 탐색하기 위한 소란스러움이란 점에서 ‘생산적이고 의미있는 소란스러움’이라고 할 수 있다.

김교사의 수업에서 모둠별로 학생들끼리의 의사소통 활동이 끝난 다음에는 학생들과 교사의 수학적 의사소통이 이루어진다. 교사와 학생들이 함께 참여하는 수학적 의사소통을 통해 모둠별로 발견한 해결 방법이나 잠정적 원리를 정돈하게 되는데, 이 과정에서도 교사와 학생들 사이의 수학적 의사소통이 매우 충실하게 이루어짐을 확인할 수 있다.

이러한 활동은 ‘수학적 아이디어를 말과 글로 설명하고 시각적으로 표현하여 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 한다.’, ‘수학적 아이디어를 표현하고 토론하며 다른 사람의 수학적 아이디어와 사고를 이해하는 과정을 통해 의사소통의 중요성을 인식하게 한다.’는 수학과 교육과정의(교육인적자원부, 2007; 교육과학기술부, 2010) 강조점을 실제 수학 수업에서 구현하고 있다는 점에서 매우 가치있다고 할 수 있다.



[그림 IV-3] 김교사의 동수누감 나눗셈 지도 방법 (대구광역시교육연구정보원, 2012)

4. 더 살펴보기: 김교사의 교수학적 변환

다른 모든 수학 수업과 마찬가지로, 김교사의 수업에도 제한점이 존재하는 것이 사실이다. 그러나 이하에서 기술되는 수업의 제한점은 김교사의 수업에서만 나타나는 독특한 현상이 아닐 것으로 판단된다. 2012년에 초등학교 현장에서 활용되고 있는 2007 수학과 교육과정에 따른 초등학교 3학년 교과서와 교사용 지도서가 내포하고 있는 제한점으로 인해, 학교 현장의 수학 수업에서 필연적으로 발생할 수밖에 없는 제한점이 김교사의 수업에서도 나타나고 있는 것으로 해석된다.³⁾

2007 수학과 교육과정에 따른 초등학교 3학년 교과서와 교사용 지도서에서는 자연수의 나눗셈을 계산할 때, 학생들이 두 가지의 나눗셈 방법,

즉 동수누감 나눗셈 방법과 등분제 나눗셈 방법으로 계산하도록 하고 있다([그림 IV-1], [그림 IV-2] 참고). 초등학교 3학년 교과서를 살펴보면, $76 \div 3$ 을 계산할 수 있는 2가지 방법을 친구들과 이야기해 보고 어느 방법이 더 좋다고 생각하는지, 그리고 좋다고 생각하는 방법으로 $76 \div 3$ 을 계산하도록 진술하고 있다. 교사용 지도서에서도, 학생들이 동수누감 나눗셈 방법과 등분제 나눗셈 방법으로 계산하는 것을 생각하도록 하고, 학생들이 좋다고 생각하는 방법으로 나눗셈을 계산하도록 하고, 어느 한 가지 방법을 학생들에게 강요해서는 안 된다고 언급하고 있다(교육과학기술부, 2011b). 교사용 지도서에서는 $76 \div 3$ 을 계산하는 동수누감 나눗셈 방법을 다음과 같이 기술하고 있다.

3) [그림 IV-1]과 [그림 IV-2]의 초등학교 3학년 교과서와 교사용 지도서에서는, ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’을 지도할 때, 학생들이 동수누감 나눗셈 방법과 등분제 나눗셈 방법의 두 가지 방법으로 계산을 한 다음, 학생들이 좋다고 생각하는 방법으로 나눗셈을 계산하도록 제안하고 있다. 이러한 제안에 따르면, 어떤 학생이 동수누감 나눗셈 방법이 더 좋다고 생각한다면, 예를 들어 $99 \div 2$ 를 계산할 때, 90에서 2씩 45번 빼 다음 남아 있는 9에서 2씩 4번 빼어서 $99 \div 2$ 의 몫은 49이고 나머지는 1이라는 방식으로 나눗셈을 계산하도록 지도하라는 것이다. 이 학생에게 ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’을 계속해서 이와 같은 동수누감 방법으로 해결하도록 지도하는 것이 과연 교육적으로 바람직한가에 대한 수학교육 전문가들의 심층적인 논의가 필요하다. 왜냐하면 ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’의 지도에서는, 학생들이 계산의 원리를 이해하고 이것을 토대로 세로식이라는 수학적 표현으로 형식화한 다음, 세로식을 활용하여 나눗셈을 효율적으로 수행하도록 지도하는 것이 바람직한 방향인 것으로 여러 선행연구에서 주장되고 있기 때문이다(김수환 외, 2009; 남승인 외, 2004; Reys, et al., 2007).

동수누감 나눗셈 방법: ① 먼저, 70에서 3씩 빼면 23번 뺄 수 있고 나머지 1이 된다. ② 다음, 나머지 1과 6을 더하면 7이 된다. ③ 마지막으로, 7에서 3씩 빼면 2번 뺄 수 있고 나머지 1이 된다. ④ 결과적으로 76에는 3씩 25번 뺄 수 있고 나머지 1이므로 $76 \div 3 = 25 \dots 1$ 이 된다.

김교사가 수업에서 다루고 있는 $33 \div 2$ 의 나눗셈을 교사용 지도서의 설명에 따라서 동수누감 방법으로 지도한다면 다음과 같게 된다: ① 먼저, 30에서 2씩 빼면 15번 뺄 수 있다; ② 다음, 3에서 2씩 빼면 1번 뺄 수 있고 나머지 1이 된다; ③ 결과적으로 33에는 2씩 16번 뺄 수 있고 나머지 1이므로 $33 \div 2 = 16 \dots 1$ 이 된다.

그러나 김교사는 교사용 지도서에 제시된 방법으로 동수누감 나눗셈을 지도하지 않고 있다. 김교사는 $33 \div 2$ 의 동수누감 나눗셈을 다음과 같은 그림을 활용하여 지도하고 있다. 김교사는 십 모형 2개를 묶어서 먼저 뺀 다음, 남아 있는 십 모형 1개를 날개 모형 10개로 분해하여 원래의 날개 모형 3개와 합한 후, 날개 모형 13개에서 2씩 6번을 빼는 방식으로 동수누감 나눗셈을 지도하고 있다.

김교사가 동수누감 나눗셈 지도 방법은 $46 \div 3$ 의 동수누감 나눗셈을 다루는 다음의 수업 대화록을 보면 더욱 분명하게 드러난다.

교사: 여러분이 찾은 원리대로 풀어보세요.

교사: 다했어요?

학생들: 네~

교사: 누가 답 한번 말해볼 사람?

학생: 저요~

교사: 지우?

지우: 몫은 15이고, 나머지는 1입니다.

교사: 여러분도 그렇게 했어요?

학생들: 네~

교사: 그러면 선생님하고 확인 한번 해 봅시다. 아까는 똑같이 나누는 것으로 했으니까, 이번에는 묶어서 덜어내는 것으로 해 볼게요. 처음에

뭐 하라고 했나요?

학생들: 십의 자리~

교사: 십의 자리부터 묶어서 덜어내겠습니다. 4개중에서?

학생들: 3개

교사: 그렇죠. 3개를 묶어 덜어내겠습니다. 몇 번 덜어냈어요?

학생들: 한 번

교사: 한 번 덜어냈죠. 한 번. 한 번 덜어냈는데 (칠판에 나눗셈 세로식에서 몫을 쓰는 십의 자리에 1을 쓰면서) 왜 여기서 적어줬을까요?

학생들: 십의 자리니까~

교사: 십의 자리니까 열 번 덜어낸 거랑 같죠. 한번 덜어냈으니까, 4개중에서 3개를 덜어냈습니다. 그럼 몇 개 남았어요?

학생들: 16개.

교사: 십 모양 1개랑 날개 6개, 16개 남았죠? 남은 십의 자리와 일의 자리를 합쳐서 나누라고 하네요. 그럼 합쳐서 나눠보겠습니다. 몇 개씩?

학생들: 2개씩?

교사: 2개씩?

학생들: 3개씩.

교사: 자, 한 번, 세어 보세요.

학생들: 두 번, 세 번, 네 번, 다섯 번.

교사: 다섯 번 덜어내고 나니까 내가 가진 16개중에서 15개를 덜어내고 한 개가 남았습니다. 그래서 나머지는 1이죠. 자 여러분이 아까 한 것과 답이 맞네요. 우리가 찾은 원리가 맞으니까 원리 확정해도 되겠다. 그치?

김교사는 $46 \div 3$ 의 동수누감 나눗셈 방법을 다음과 같이 설명하고 있다: 먼저 십 모형 4개 중에서 3개를 묶어 덜어내면 한 번 덜어낼 수 있다; 십의 자리에서 3개를 1번 덜어낸 것은 3씩 10번 덜어낸 것과 똑같으므로 십의 자리에 1이라고 쓴다; 이제 남아있는 십의 자리에 있는 10개와 일의 자리에 6개를 합치면 16개가 된다; 16개에서 3씩 5번 덜어내면 1이 남는다; 그러므로 몫은 15이고 나머지는 1이다. 수업에서 학생들이 동수누감 나눗셈을 할 때 계속해서 김교사의 방

식처럼 동수누감 나눗셈 방법을 설명하는 것으로 보아, 김교사는 이 단원 전체에서 동수누감 나눗셈 방법을 지도할 때 계속해서 이러한 방법을 활용한 것으로 판단된다.

수업 대화록에서 확인할 수 있듯이, 김교사는 동수누감 나눗셈에 대한 이와 같은 방법을 활용하여 학생들이 발견한 ‘나머지가 있는 (몇십몇)÷(몇)의 계산’에 대한 잠정적 원리의 타당성을 검토하였다. 학생들이 발견한 잠정적 원리는 ‘① 10의 자리에 있는 수부터 먼저 나눈다. → ② 남은 십의 자리에 있는 수와 일의 자리의 수를 합쳐서 나눈다. → ③ 나누어지지 않는 수는 나머지가.’였으며, 이것은 비록 수학적으로 완벽하게 표현되지는 않았지만 수학적으로 옳은 나눗셈의 계산 원리이다.

이상에서 살펴보았듯이, 김교사의 동수누감 나눗셈 방법과 교사용 지도서에 제시된 동수누감 나눗셈 방법에는 큰 차이가 있다. 그러나 등분 나눗셈 방법에서는 김교사의 지도 방법과 교사용 지도서의 방법이 정확하게 일치한다. 등분 나눗셈 방법에서는 김교사의 지도 방법과 교사용 지도서의 방법이 정확하게 일치하는데, 왜 동수누감 나눗셈 방법에서는 그 차이가 이토록 크게 나타나는 것일까? 이러한 의문점에 대한 답은 김교사의 수업에서 찾을 수 있다.

김교사는 등분 나눗셈 방법과 동수누감 나눗셈 방법의 양자 모두를 활용하여 학생들이 발견한 잠정적 원리가 타당함을 설명하려고 시도하였다. 등분 나눗셈 방법으로는 학생들이 발견한 잠정적 원리가 자연스럽게 도출된다. 또한 김교사의 동수누감 나눗셈 방법으로도 학생들이 발견한 잠정적 원리가 자연스럽게 도출된다. 그러나 교사용 지도서에 제시된 동수누감 나눗셈 방법으로는 학생들이 발견한 잠정적 원리를 도출할 수 없다. 다시 말해서, 교사용 지도서에 제시된 동수누감 나눗셈 방법은 나눗셈의 계산 원리

에 들어맞지 않는다.

한편, ‘동수누감’이라는 아이디어의 본래 의미에 더욱 충실한 것은, 김교사의 동수누감 나눗셈 방법이 아니라 교사용 지도서의 동수누감 나눗셈 방법이다. 김교사의 동수누감 나눗셈 방법은 ‘동수누감’이라는 아이디어의 본래의 의미에서 많이 벗어나 있다고 할 수 있다. 그렇다고 해서 김교사의 동수누감 나눗셈 방법을 수학적으로 옳지 않은 방법으로 치부하고 김교사가 ‘동수누감’이라는 아이디어를 잘못 해석했다고 비난하는 것은 온당하지 않다. 왜냐하면 김교사는 나눗셈의 계산 원리를 학생들이 이해하도록 하기 위해 동수누감 나눗셈 방법에 대한 교사 나름의 ‘교수학적 변환(강완, 1991; 이경화, 1996; 강완·백석운, 1998; Brousseau, 1997; Chevallard, 1980)’을 시도했고, 교사의 교수학적 변환에서 견지할 필요가 있는 ‘인식론적 경각심’을 잘 유지하고 있는 것으로 판단되기 때문이다.

교사의 교수학적 변환 및 ‘인식론적 경각심’의 유지는 수학 수업을 실시하는 교사에게 필수적으로 요구되는 양식이다(강완, 1991; 이경화, 1996; 강완·백석운, 1998; Brousseau, 1997; Chevallard, 1980). 여기에서 ‘교수학적 변환’은 학문으로서의 수학 지식을 배우고 가르치기 위한 교수학적 수학 지식으로 변형하는 것을 의미한다. 교사의 입장에서 교과서에 제시된 지식을 자신의 수업에서 가르치기 위한 목적으로 변형하는 것도 ‘교수학적 변환’에 포함된다. 또한 ‘인식론적 경각심’은 지식을 전달하는 과정에서 그 표현 형식과 의미가 변질되고 왜곡되기 쉽기 때문에 지식의 의미를 손상시키지 않기 위해서는 그 의미가 변질되지 않도록 정신을 가다듬고 경계하는 마음을 가져야 함을 의미한다(강완, 1991; 이경화, 1996; 강완·백석운, 1998; Brousseau, 1997; Chevallard, 1980).

수학 교과서나 교사용 지도서를 맹신하고 무

비판적으로 수용하여 그것을 그대로 수업에 옮기는 교사의 태도는 개선이 필요한 부분이다. 수학 교과서와 교사용 지도서를 비판적 안목으로 해석하여 잘못된 부분이 있으면 수정하고 개선하여 수업을 실시하는 것이 교사의 올바른 양식이라고 할 수 있다. 이러한 입장에서 보면, 김교사는 수학 수업을 실시하는 교사로서 매우 훌륭한 양식을 지니고 있다고 할 수 있다. 특히, 앞에서 언급하였듯이, ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇) \div (몇)의 계산’을 다루는 2007 개정 교육 과정에 따른 초등학교 교과서와 교사용 지도서의 내용이, 수학과 교육과정에서 강조하고 있는 ‘학생들 스스로의 계산 원리의 발견’을 거의 구현하지 못하고 있다는 문제점을 고려하면, 김교사의 수업 재구성 방식과 동수누감 나눗셈 지도 방법은 수학교육적으로 논의할 가치가 있다고 할 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구에서는 내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇) \div (몇)의 계산을 학습 내용으로 하는 김교사의 수업을 대상으로 수학 수업 비평을 실시하였다. 본 연구에서 실시한 수학 수업 비평의 의의를 제시하면 다음과 같다.

첫째, 수학 수업 비평을 통해 현장교사에 의한 의미충실한 수업 모형 재구성의 양상을 확인할 수 있었다. 김교사는 ‘문제 파악 \rightarrow 예상 \rightarrow 검증 \rightarrow 일반화 \rightarrow 적용’의 단계로 수업을 진행하였다. 김교사의 수업에서 ‘문제 파악’은 교사용 지도서(교육과학기술부, 2009)에 제시된 원리 탐구 수업 모형의 ‘도입’ 및 ‘새로운 문제 상황 제시’ 단계에, ‘예상’은 ‘수학적 원리의 필요성 인식’ 및 ‘수학적 원리가 내재된 조작 활동’ 단계에, ‘검증’ 및 ‘일반화’는 ‘수학적 원리의 형식화’

단계에, 그리고 마지막으로 ‘적용’은 ‘정리 및 평가’ 단계에 상응하였다. 또한, 김교사의 수업에서 ‘검증’은 ‘구체물 조작 활동을 통한 해결 방법 발표하기 \rightarrow 해결 결과 확인하기 \rightarrow 잠정적 원리 발견하기’의 순서로 진행되었으며, ‘일반화’는 ‘타당성 검토 \rightarrow 원리 확정’의 순서로 진행되었다. 여기에서 ‘잠정적 원리 발견하기 \rightarrow 타당성 검토하기 \rightarrow 원리 확정하기’는 바로 교사용 지도서에 제시된 귀납적 추론 모형(교육과학기술부, 2009)의 ‘추측하기 \rightarrow 추측의 검증 \rightarrow 발전’ 단계를 원리 탐구 수업 모형에 결합한 것이라고 할 수 있다.

김교사가 이와 같이 교사용 지도서에 제시된 수업 모형을 재구성한 것은, 학생들이 (몇십 몇) \div (몇)의 계산 원리를 충실히 이해하면서 계산 방법을 익히도록 도와주기 위한 것이었음을 IV장에서 이미 확인하였다. 또한 김교사의 수업에서 학생들이 수학적 지식과 수학적 활동을 의미충실하게 경험하고 있음도 이미 확인하였다. 교실 수업이 이루어지는 상황 맥락을 고려하고 수업에서 다루고 있는 지식이나 활동의 내용이 학생들의 진정성 있는 경험으로 이어지는 수업을 ‘친상황적 수업’이라고 할 때(박윤경, 2010; 임진영, 2009), 김교사의 수업 모형은 현장교사에 의한 ‘친상황적 수업 모형’의 하나라고 할 수 있을 것이다.

둘째, 수학 수업 비평을 통해 우리나라의 수학과 교육과정 및 다양한 수학교육이론에서 강조하고 있는 사항들이 학교 수업에서 구체적으로 어떻게 구현될 수 있는가를 확인할 수 있었다. 우리나라의 수학과 교육과정과 여러 선행연구들에서는 관계적 이해의 추구, 수학적 의사소통의 활성화, 귀납적 추론, 구체적 조작 활동, 수학적 의사소통 등을 지속적으로 강조하고 있다(강완외, 2013; 교육과학기술부, 2010; 교육인적자원부, 2007; 김수환 외, 2009; 남승인 외, 2004; NCTM,

2000; Reys, et al., 2007; Skemp, R. R., 1989). 본 논문에서 비평한 김교사의 수학 수업에서는 이와 같은 강조점들이 수학 수업에서 구체적으로 실현되고 있었다.

수학과 교육과정과 여러 선행 연구들에서는 이러한 강조점들이 선언적이거나 이론적인 수준에서 주장되는 것이라고 할 수 있다. 김교사가 이렇게 이론적으로 강조되고 있는 사항들을 학교 현장의 수업에서 실제로 구현하는 모습을 수업 비평을 통해 확인한 것은 매우 가치있고 중요한 일이라고 할 수 있다.

셋째, 김교사의 수학 수업에 대한 비평을 통해 (몇십 몇) \div (몇)의 계산에 대한 2007 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서와 교사용 지도의 내용을 수학교육적으로 심층적으로 논의할 필요성을 확인하였다. (몇십 몇) \div (몇)의 계산과 관련하여, 학생들이 계산의 원리를 이해하고 계산을 할 수 있도록 지도하는 것은 수학교육에서 매우 강조되고 있는 사항이다(강완 외, 2013; 교육과학기술부, 2010; 김수환 외, 2009; 남승인 외, 2004; NCTM, 2000; Reys, et al., 2007). 김교사는 (몇십 몇) \div (몇)의 계산 원리를 학생들이 이해하도록 돕기 위하여 교사용 지도에서 제시하고 있는 방식과 다른 방식으로 학생들을 지도하였다.

현재 활용되고 있는 2007 교육과정에 따른 초등학교 3학년 교과서와 교사용 지도서에서는 (몇십 몇) \div (몇)의 계산 방법으로서 ‘동수누감 나눗셈 방법’과 ‘등분제 나눗셈 방법’을 강조하고

있다(교육과학기술부, 2011a, 2011b). 한편, 나눗셈이 이루어지는 ‘상황’에는 등분제 상황과 측정하는 포함제 상황이 있으며(강완 외, 2013; 김수환 외, 2009; 남승인 외, 2004), 우리나라의 수학과 교육과정에서는 학생들이 나눗셈이 이루어지는 상황을 알 것을 지속적으로 강조하고 있다(교육인적자원부, 2007; 교육과학기술부, 2010). 등분제 상황이란 주어진 대상을 몇 부분으로 똑같이 나누었을 때 부분의 크기, 즉 몫이 얼마인지를 묻는 상황이며, 포함제 상황은 측정 상황으로서 주어진 대상을 일정한 단위로 측정하면 몇 단위나 되는지, 몇 단위가 포함되는지 즉, 단위의 수를 묻는 상황이다(김수환 외, 2009). ‘동수누감’은 ‘포함제’ 상황 중에서 나눗셈의 몫이 자연수이고 나머지는 0인 특별한 경우이다.⁴⁾

2007 교육과정에 따른 초등학교 3학년 교과서와 교사용 지도서에서 강조하고 있는 ‘동수누감’이나 ‘등분제’는 나눗셈이 이루어지는 ‘상황’으로서 의미를 갖는 것이지, 나눗셈을 수행하는 ‘방법’으로서 의미가 있는 것은 아니다. 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서와 교사용 지도서 개발자들은, 나눗셈이 이루어지는 ‘상황’을 나눗셈을 계산하기 위한 ‘방법’으로 오해한 것은 아닌지 깊이 있게 성찰할 필요가 있다고 판단된다.

수학과 교육과정에 제시된 수학적 지식을 교과서에서 구현하는 과정에서 교과서 개발자에 의한 교수학적 변환은 필연적으로 발생할 수밖에

4) 나눗셈이 이루어지는 포함제 상황의 문제 2가지를 예로 들어 보자. 먼저, ‘한 바퀴가 2km인 달리기 트랙이 있다. 유수가 이 트랙을 따라 4km를 달렸다면 유수는 트랙을 몇 바퀴 달린 것입니까?’라는 포함제 상황의 나눗셈 문제를 고려해 보자. 이 문제에서 주어진 대상 4km를 일정한 단위 2km를 기준으로 측정하면 2단위가 되므로 $4\div 2=2$ 가 되어 유수는 트랙을 2바퀴 달린 것이다. 한편 이 문제는 ‘ $4-2-2=0$ 이므로 $4\div 2=2$ ’라는 식으로 동수누감으로 설명이 가능하다. 다음으로, ‘한 바퀴가 2km인 달리기 트랙이 있다. 민우가 이 트랙을 따라 3km를 달렸다면 민우는 트랙을 몇 바퀴 달린 것입니까?’라는 포함제 상황의 문제를 고려해 보자. 이 문제에서 주어진 대상 3km를 일정한 단위 2km를 기준으로 측정하면 $1\frac{1}{2}$ 단위가 되므로 $3\div 2=1\frac{1}{2}$ 가 되어 민우는 트랙을 $1\frac{1}{2}$ 바퀴 달린 것이다. 그러나 이 포함제 문제는 동수누감으로 설명이 불가능하다. 따라서 동수누감은 포함제 상황 중에서 특별히 몫이 자연수이고 나머지는 0인 경우에만 설명이 가능한 특별한 경우인 것이다.

에 없다. 이러한 교수학적 변환의 과정에서 교과서 개발자들은 ‘인식론적 경각심’(강완, 1991; 이경화, 1996; 강완·백석윤, 1998; Brousseau, 1997; Chevallard, 1980)을 견지할 필요가 있다. 한편, 2009 개정 수학과 교육과정에 따른 새로운 수학 교과서가 현재 개발되고 있으며, 초등학교 3학년의 경우 2014년부터 새로운 수학 교과서가 학교 현장에서 활용될 계획이다. 위에서 언급한 2007 교육과정에 따른 초등학교 3학년 수학 교과서가 (몇십 몇)÷(몇)의 계산과 관련하여 안고 있는 제한점이 새로운 교과서에서는 개선되어야 할 것이다.

본 논문에서 비평한 김교사의 수학 수업은 다른 모든 수학 수업과 마찬가지로 제한점이 존재하는 것이 사실이다. 그러나 김교사의 수학 수업은 제한점보다는 강점과 배울 부분이 훨씬 많은 매우 훌륭한 수업이라고 할 수 있다. 예비교사뿐만 아니라 현직교사도 김교사의 수업에 나타나고 있는 훌륭한 수업 아이디어와 수업 방법을 학습하고 이해하여, 본인의 실제 수학 수업에 적용해 볼 것을 권하는 바이다.

참 고 문 헌

강완(1991). 수학적 지식의 교수학적 변환. **수학 교육**, 30(3), 71-89. 한국수학교육학회.
 강완, 백석윤(1998). **초등수학교육론**. 서울: 동명사.
 강완, 나귀수, 백석윤, 이경화(2013). **초등 수학 교수단위 사전**. 서울: 경문사.
 광영순(2003). **질적 연구로서 과학 수업비평-수업 비평의 이론과 실제-**. 교육과학사.
 김수환 외(2009). **초등학교 수학과 교재연구**. 동명사.
 교육과학기술부(2009). **초등학교 수학과 교사용 지도서 2-2**. 교육과학기술부.

교육과학기술부(2010). **2009 개정 수학과 교육과정**. 교육과학기술부.
 교육과학기술부(2011a). **초등학교 수학 3-2**. 교육과학기술부.
 교육과학기술부(2011b). **초등학교 수학과 교사용 지도서 3-2**. 교육과학기술부.
 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**. 대한교과서주식회사.
 나귀수(2009). 초등학교 교사의 수학 수업 비평의 특징에 대한 연구. **학교수학**, 11(4), 583-605. 대한수학교육학회.
 남승인 외(2004). **초등 교사 교육을 위한 수학 프로그램 적용 및 확산 연구**. 교육인적자원부.
 유정애(2003). **체육수업비평**. 무지개사.
 이경화(1996). 교수학적 변환론의 이해. **대한수학교육학회 논문집**, 6(1), 203-213.
 이경화(2007a). 도형 움직이기 단원의 딜레마. 이혁규 외(2007). **수업, 비평을 만나다**(96-112). 우리교육.
 이경화(2007b). 구체로부터 추상으로 나아가는 고된 여정. 이혁규 외(2007). **수업, 비평을 만나다**(116-131). 우리교육.
 이용숙(1999). 교육연구에서의 질적 자료의 분석. 이용숙·김영천(1999). **교육에서의 질적 연구-방법과 적용-**(107-186). 교육과학사.
 이혁규(2007). 수업 비평의 필요성과 방법에 대한 탐색적 논의. **교육인류학연구**, 10(1), 151-185.
 이혁규(2009). 수업 비평의 개념과 위상. **청주교육대학교 교육연구원 2009년도 제 2차 학술대회 논문집: 수업 연구와 교사의 성장, 새로운 모색**. 청주교육대학교 교육연구원.
 임진영(2009). 친상황성의 맥락주의적 해석. **청주교육대학교 교육연구원 2009년도 제2차 학술대회 논문집**. 청주교육대학교 교육연구원.
 대구광역시교육연구정보원(2012). ‘내림이 있고 나머지가 있는 (몇십 몇)÷(몇)의 계산’ 수업

- 지도안 및 수업동영상. 대구광역시교육연구정보원
(http://media.edunavi.kr/vodBoard/list.do?category2=0&category3=0&category4=0&category5=0&category6=0&sortField=&rowSize=5&find=TVM_M.MT_TITLE&search=&sortType=&viewPage=2&ct_id=694&menu_seq=27#p).
- 박윤경(2010). 친상황적 수업모형 개발의 필요성과 의미. **한국교육심리학회 2010년도 제2차 학술대회 발표논문집**. 한국교육심리학회.
- 정재찬(2006). 국어 수업 비평론. **국어교육학연구, 25집**, 389-420.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. New York: Vintage.
- Chevallard, Y. (1980). The Didactics of Mathematics: Its Problematic and Related Research. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 1*, 146-157.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design-Choosing Among Five Traditions*. Thousand Oaks, Calif.: Sage.
- Eisner, E. W. (1979). *The educational imagination: on the design and evaluation of school programs*. New York: Macmillan.
- Eisner, E. W. (1985). Connoisseurship, criticism and the art of education. *The encyclopaedia of informal education*, www.infed.org/thinkers/eisner.htm.
- Merriam, S. B. (1998) *Qualitative Research and Case Study Applications in education*. John Wiley & Sons, Inc. 강윤수 외 8인 역(2005). **정성연구 방법론과 사례 연구**. 교우사
- NCTM(2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc. 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 공역(2007). **학교수학을 위한 원리와 기준**. 경문사.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2007). *Helping Children Learn Mathematics*. NY, New York: John Wiley & Sons Inc. 강문봉 외 역(2003), 초등수학 학습 지도의 이해. 양서원.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (1999). Explicating the Teacher's Perspective From the Researchers' Perspectives: Generating Accounts of Mathematics Teacher's Practice. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(3), 252-264.
- Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge.
- Spradley(1980). *Participant Observation*. N.Y.: Holt, Rinehart and Winston. 이희봉 역(1988), 참여 관찰 방법. 대한교과서주식회사.

A Practice of Mathematics Lesson-Critique

Na, Gwisoo (Cheongju National University of Education)

This research intends to give a practice of mathematics lesson-critique and some perspectives on a mathematics lesson in the elementary school level. We carried out a mathematics lesson-critique on a lesson chosen as a good lesson by a local educational district in Korea. The main themes of mathematics lesson-critique were the reconstruction of lesson models, the pursuit of relational understanding, the activation of mathematical communication, and the didactical transformation by a in-service teacher. Meanwhile we confirmed that we need to discuss the properness and adequateness of contents about division of natural numbers given in the elementary mathematics textbook and teachers' guide according to the revised 2007 mathematics curriculum.

* Key Words : elementary mathematics lesson(초등학교 수학 수업), lesson-critique(수업 비평), division(나눗셈)

논문접수 : 2013. 5. 6

논문수정 : 2013. 5. 31

심사완료 : 2013. 6. 14