대한수학교육학회지 <학교수학> 제 15 권 제 2 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 15, No. 2, 315 ~ 335. Jun 2013

확률 개념을 위한 '가능성'의 지도[1)]
- 2009 개정 교육과정에 따른 초등학교 확률지도 방안 탐색 -

장 혜 원*

학교 수학의 주요 영역이면서 다른 영역과 구별되는 특성을 지닌 확률 지도와 관련하여 2009 개정 교육과정에서는 큰 변화가 주목된다. 곧 확률의 정의를 중학교로 옮기고 확률을 위한 직관적 개념으로서 '가능성'을 초등 5~6학년군에서 지도하는 것이다. 본 연구의 목적은 새로운 교육과정에 따른 교과서가 개발되지 않은 시점에서 교육과정의 성취기준 및 교수·학습상의 유의점을 반영한 바람직한 가능성 지도 방안을 모색하는 것이다. 이를 위해 선행 연구 조사를 포함한 이론적 고찰 및 교육과정의 종횡 분석에 기초하여 교육과정 변화의 타당성을 검토하고 가능성 지도를 위한 활동을 고안하였다. 이 활동 과제를 이용하는 수업을 계획하여 5학년 학생들에게 적용하고 수업 과정을 관찰, 분석함으로써 과제의 적절성을 검토하였다. 가능성 학습시 학생들이 경험하는 어려움 및 관련한 교수학적 논의를 포함한다.

I. 서론

확률은 가능성을 다루는 수학 분야이다. 확률론의 발달과 더불어 복잡해지는 사회 현상을 예측하고 이해하기 위한 도구의 필요 등에 힘입어 확률은 학교 수학의 주요 영역을 차지하게 되었다. 그러나 확률 영역은 학교 수학의 다른 영역과 구별되는 특성을 지니기 때문에 교수 학습 상황에서 별도의 주의를 필요로 한다.

> 확률론은 현대 기술 사회에 매우 중요한데, 일상 및 직업에서 통계 사용의 증가와 마찬가지로 물리, 사회과학과 응용수학에서 확률의 역할이 증가하고 있어 학교 수학에서 확률의 지도는 필수적이다. 확률 개념이 학교 수학 교육과정에 포함되어야 하는 한 가지 이유는 종종 반직관적이고 따라서 지도 없이는 쉽게 발달되지 않는 추론을 포함하기 때문이다(Jones & Tarr, 2010).

이와 같이 확률적 추론의 반직관성과 더불어, 확률이 학교 수학과 구별되는 영역인 이유로서 확률에 근거한 판단은 확실성의 보장이 아니라 높은 가능성을 제공할 뿐이라는 점이 지적된다(서동엽, 홍진곤, 2001). 예를 들어 '내일 비가 올 확률이 80%이다'라는 것은 확률이 크니까 내일 비가 온다는 의미가 아니라, 기상학자가 내일과 유사한 조건의 여러 날을 관찰했더니 그런 날 중 80%는 실제로 비가 왔다는 의미로, 비가 올 가능성의 크기를 의미하는 것이다. 50%를 넘는 확률에 대해 다음날 비가 올 것을 예측하고 우산을 준비하게 되겠지만 실제로 다음날이 되면

---

* 진주교육대학교 수학교육과 (hwchang@cue.ac.kr)
1) 이 논문은 2012학년도 진주교육대학교 교내연구비 지원을 받아 작성된 것임

결과는 비가 오거나 아니면 안 오거나 둘 중 하나이므로, 가능성은 80%, 즉 0.8이지만 결과는 1 아니면 0인 것이다. 확률은 가능성의 의미와 실제의 결과 간에 상당한 차이를 야기시키는 개념인 것이다.

그러한 차이가 지도상의 어려움의 원인을 제공하며, 실제로 확률과 관련한 개념적 어려움은 수업을 이끄는 교사의 경험이나 연구에 의해 확인되어온 사실이다(Moore, 1990). 그러나 지도상의 어려움에도 불구하고 확률은 실생활 수학을 대표하고, 세기나 도형과의 연결과 같은 수학 영역간의 연결성을 가능하게 하고, 정치, 의학, 기상, 사회과학, 자연과학, 체육 등 타학문의 연구를 가능하게 한다는 이유에서 학교 수학에서의 위상을 공고히 하는 추세이다(Taylor, 2001).

여타의 다른 학교 수학 내용과 구별되고 그로 인한 지도상의 어려움을 지닌 확률을 도입하기 위한 바람직한 교수법은 무엇일까? 학교 수학의 개념을 도입하기에 앞서 그와 관련하여 학생이 지닌 비형식적 지식과의 연결은 효과적인 교수법으로 인식되어 왔고(Baroody & Coslick, 1998; Bonotto, 2005 등), Metz(1998)는 통계와 확률 영역에서도 교사는 학생이 지니고 있는 직관을 알 필요가 있다고 하였다. 확률에 대해서는 어떤 비형식적 지식을 이용하는 것이 좋을까? Turner (2006)는 확률을 형식적인 수학적 개념으로, 그것을 의미하는 비형식적 개념으로 가능성 (chance)을 설명하였다. Nikiforidou & Pange(2010) 역시 확률은 가능성의 양화이며, 확률의 수학적 요소 중 하나가 무작위성(randomness)이라고 하였다. 한편 San Martin(2006)은 확률이 가능성과 조작(operation)이라는 두 개념의 종합이라는 의미에서 이차적 개념이라고 하여 확률 개념의 이해가 복잡함을 함의하였다.

따라서 확률 개념의 복잡함을 이해하기 위한 선수 요소로서 확률 개념으로의 수량화가 일어나기 전 단계의 비형식적 개념인 가능성에 대해 다룰 것을 주장할 수 있다. 이러한 취지가 2009 개정 교육과정에서 '초등학교에서의 확률 학습은 확률의 수치적 표현보다 어떤 상황에 대하여 공정한가와 같은 직관적인 확률 개념 형성에 초점이 맞추어져야 한다고 할 수 있다(한국과학창의재단, 2011b).'라는 맥락에서 '실생활 속에서 가능성을 수치로 나타내는 예를 알아보고, 사건이 일어날 가능성을 수로 표현할 수 있다(교육과학기술부, 2011)'와 같이 확률의 형식적 정의에 앞서 가능성의 도입으로 반영된 것은 매우 고무적인 현상이라 할 수 있다.

이제 이와 같은 교육과정 상의 변화로서 새로운 성취기준이 학교 수업에서 어떻게 구현될 것인가에 대해 고민해보아야 한다. 가능성을 지도하도록 계획된 5~6학년군 교과서가 아직 개발되지 않은 시점에서 구체적인 수업 장면을 구상하기 어렵지만, 교육과정에 제시된 성취기준 및 교수·학습상의 유의점을 근거로 가능성 지도를 위한 몇 가지 활동을 구상하여 적용함으로써 현장 적용을 위한 시사점을 도출하는 것이 본 연구의 목표이다. 우선 새로운 교육과정의 내용 영역에서 큰 변화 중 하나인 확률 관련 개념의 지도가 수학교육의 이론적, 실제적 측면에서 적합한 것인지 확인하기 위해 확률 개념에 대한 역사적, 심리적 분석을 통해 확률 관련 개념의 지도 내용 및 시기를 파악하고, 학교 수학의 범위에서 가능성 지도에 대한 면밀한 고찰을 위해 종적 비교와 횡적 비교의 이차원적 분석을 실시하였다. 종적 차원에서는 우리나라 역대 교육과정에서 확률 개념 이전에 지도된 내용 요소를 고찰하는 것이고, 횡적 차원에서는 외국의 교육과정에서 가능성 관련 내용을 조사하는 것이다. 두 가지 접근으로부터 지도 아이디어를 추출하고 이를 바탕으로 교육과정의 성취기준을 적용하기 위한 활동 과제를 고안하였다. 이를 초등학교 5

학년 학생들을 대상으로 적용하고 학생 및 교사의 반응을 관찰, 분석함으로써 적용가능성을 검토하고자 한다.

II. 확률 개념의 역사적, 심리적 개관

본 연구의 초점인 가능성은 확률 개념에 대한 직관적 준비로 의도되기 때문에 역사적으로 그리고 심리적으로 확률 개념이 어떻게 발달하는지를 고찰하는 것은 확률의 초기 개념 및 관념을 파악하여 교수학적 시사점을 얻을 수 있다는 측면에서 의의를 찾을 수 있다. 학교 수학의 다른 영역과 구별되는 확률 내용의 특성상 확률 개념에 대한 연구는 다양한 측면에서 빈번히 시행되어왔고, 역사적, 심리적 측면에서의 분석도 다수 이루어져 왔기 때문에 본고에서는 Hajek & Hoefer(2006), Steinbring(1991)과 다양한 학령기의 실험 연구 결과를 기반으로 개괄적인 파악에 만족하고자 한다.

확률의 역사를 말할 때 17세기 파스칼과 페르마의 도박 상황에서의 탐구를 가능성에 대한 수학 연구의 최초로 간주하는 것이 보통이다. 그러나 Hajek & Hoefer(2006)에 따르면, 가능성에 대한 아이디어는 고대 철학까지 거슬러 오른다. 원자가 원인 없이 비결정적으로 방향을 바꾼다고 믿은 에피쿠르스나 루크레티우스와 반대로 아리스토텔레스처럼 모든 사건의 필연성을 믿어 우연이란 독립적인 인과 고리의 교점으로 해석되거나, 오거스틴과 같이 신의 의지가 모든 것을 통제하므로 우연이란 없다고 생각하기도 하였다. 중세의 이븐루시드가 지닌 동등(equipotency)의 관념은 라이프니츠의 동일가능성(equipossibility)의 관념으로 이어져, 곧 수학에서 확률은 전체 경우에 대한 사건이 일어나는 동일가능성을 지닌 경우의 수의 비라는 고전적 해석을 뒷받침하게 된다. 그 이전의 카르다노, 갈릴레이, 페르마, 파스칼, 이후의 베르누이, 라플라스, 드무아브르 등에 의해 다양한 관점에서 확률론이 발달하며, 20세기에는 러시아의 콜모고로프에 의해 확률론이 공리화되면서, 사건 x가 일어날 가능성을 p라 할 때, $p(x) \geq 0$, p(전체사건)=1로 규정된다.

이와 같은 역사적 사건들을 Steinbring(1991)은 대상, 기호, 개념의 세 요소로 이루어진 지식의 인식론적 삼각형을 이용하여 형식적인 기호 측면의 확률 개념(예컨대, 라플라스 확률, 논리적 확률, 비교 확률)과 대상 측면의 확률 개념(예컨대, 빈도로서의 확률, 조작적 확률)으로 구분하였다. 그리고 확률 개념의 역사적 발달은 경험적 수준이 아닌 형식적이고 기호적인 수준의 자치화를 증가시켰다고 하면서, 결국 확률에 대한 보편적이고 명료한 정의를 내리기 어려움을 결론 내렸다.

한편 심리적 측면에서 확률에 대한 아동의 초기 관념을 말할 때 Piaget & Inhelder(1975)의 연구가 빠질 수 없다. 가능성 및 확률 개념의 형성이 여타 심리발생 조작의 형성 단계를 따른다고 하여 가능성 개념 발달의 세 단계를 구분하였다. 역시 변화 시점은 7, 8세와 11, 12세이다. 7, 8세까지는 우연성과 필연성을 구분하지 못하고 예측을 확률적 판단으로 간주하지 못하여 다소 주관적인 확신에 의존하지만, 이후 직관적 수준에서 임의성과 우연성을 인식하고 가능성 관념의 개인적 발달 및 큰 수에 기초한 확률이 필연과 우연 사이의 종합을 나타내게 되는 둘째 단계를 거친다. 12세 이후에는 체계적인 확률 개념의 적용이 가능하다고 하였다. 즉 직관적 수준에서의 확률적 사고가 7, 8세 이후인 학령기에 발달한다고 볼 수 있다.

이와 같은 전통적 견해와 달리 더 이른 시기에 확률 관련 기초 개념을 직관적으로 파악할 수 있다는 연구 결과(Nikiforidou & Pange, 2010;

Fischbein, 1975 등)는 학령기 이전에도 확실한, 불가능한, 가능한 사건을 구별하고, 간단한 사건에 대한 우연성 및 가능성을 파악할 수 있다고 하여 확률 관련 개념의 지도 시기에 대한 재고를 요구한다. Jones et al.(1997)은 확률적 사고의 네 수준을 제시하면서, 단일 사건의 확률에 대해 제1수준인 가능한 사건과 불가능한 사건을 인식하는 것으로부터 시작하여 주관적으로 판단하는 수준과 확실, 불가능, 또는 가능한 사건을 구별하고 양적으로 정당화할 수 있는 수준을 거쳐 제4수준인 사건에 수치적 확률을 할당하는 수준에 이르기까지를 설명한다. 이는 4수준에서의 수치적 확률 이전에 직관적 수준에서의 다양한 지도가 포함되어야 함을 함의한다. 나아가 NCTM(2000)은 확률과 통계에서 사용되는 추론이 항상 직관적인 것만은 아니기 때문에 교육과정에 포함되지 않는다면 학생들에게 개발되지 않을 수도 있다는 점을 강조하며, K-2에서부터 '일어날 듯한' 또는 '일어나지 않을 듯한'과 같은 용어를 사용하여 사건의 가능성에 대한 비형식적 경험이 필요함을 주장한다. 결국 확실한, 불가능한, 결과의 예측, 우연성, 가능성 등에 지도는 초등 저학년에서도 지도 가능하고, 지도해야 하는 내용으로 볼 수 있다.

한편, Shulte(2002)가 확률 연구에 대한 메타분석을 통해 초등학교 4-6학년에서 확률, 가능성, 상대 빈도에 대한 학습이 가능하다고 한 것에 반해 정진영(2004)의 연구 결과는 초등학교 6학년 학생이 확률 교육 이전에 갖는 비형식적 개념 중 하나로 판단의 기준인 50%, 즉 1/2을 택하여 긍정 아니면 부정의 이분법적 사고를 한다는 것을 보여준다. 어떤 사건의 확률을 추측할 때 그 사건이 일어날 가능성이 얼마나 되는가를 추정하기 보다는 그 사건이 일어날 것인가 일어나지 않을 것인가를 확실하게 결정하려는 경향을 띠기 때문에, 50%를 판단의 기준점으로 택하여 어떤 사건의 확률이 50%를 초과하면 '확실한 긍정', 50% 미만이면 '확실한 부정', 50%이면 '모른다' 또는 '결정할 수 없다'라고 표현하여 가능성에 대한 이해가 부족함을 보여준다.

이상의 고찰에 기초할 때 Metz(1998)에서 보는 바와 같이 확률 영역의 핵심 아이디어를 이해하는 연령에 대한 연구 결과가 일치하지 않으며, 확률 지도의 시기로 초등학교급의 적합성에 대한 이견이 가능하지만, 확률과 관련한 직관적 개념은 초등학교 수준에서 다루어질 수 있는 내용으로 꼽을 수 있다. 이에 2009 개정 교육과정의 성취기준을 고려하여 확실한, 불가능한, 가능성이 반반인, 일어날 듯한, 일어나지 않을 듯한 사건 및 가능성의 어림, 가능성에 대한 정성적 판단, 가능성의 수 표현 및 수직선 표현 등을 포함하는 활동 과제를 고안할 필요가 제기된다.

III. 교육과정 및 교과서에서의 가능성 개념

Steinbring(1991)은 가능성이나 임의성을 정의하려는 모든 시도로 인해 밝혀진 바는 이 개념이 선험적으로나 형식적으로 명쾌하게 파악될 수 없을 만큼 직관적인 개념이라는 점이라고 하였다. Moore(1990)는 가능성을 확률 분야의 연구 대상으로 보았고, 가능성에 대한 직관이 잘못 형성되면 형식적 교수에 의해서도 수정되기 어려움을 지적하면서 교육과정 상 확률적 추론의 지도에 앞서 적절한 직관적 준비가 필요함을 언급하였다. 또한 그러한 통찰력을 위해서는 가능성에 대한 장기간의 경험이 필요함도 주장하였다.

따라서 학교 수학에서 확률 개념의 비형식적 지식을 지도할 필요성에 따라 Jones & Tarr (2010), Nikiforidou & Pange(2010) 등은 초등학교 수준에서 가능성의 개념을 지도하는 것이 가능

할 뿐만 아니라 필요함을 주장하였다. 이와 같은 주장을 외국의 교육과정 및 우리나라의 이전 교육과정에 대한 고찰을 통해 확인해보고자 한다.

1. 외국의 교육과정 - 횡적 비교

외국 교육과정의 확률과 관련한 지도 내용 및 시기를 비교하기 위해 핀란드, 미국, 싱가폴, 일본, 프랑스의 교육과정을 분석하였고, 그 결과 확률 관련 개념은 지도 시기에 있어 편차가 심한 주제로 나타났다.

핀란드 교육과정(Finnish National Board of Education, 2004)은 3-5학년군에서 핵심내용으로 '고전적 확률과 통계적 확률을 경험한다.'를 포함하며, 5학년말의 성취기준에는 '학생이 여러 사건과 대안들의 수를 명확히 하는 방법과 불가능한 또는 확실한 사건을 판단하는 방법을 안다.'가 제시되어 있다. 이어지는 다음 학년군에서 확률 개념이 제시되는 것으로 보아 3-5학년군에서의 확률 경험은 직관적 수준에서 이루어질 것으로 추정된다. 특히 불가능한 사건과 확실한 사건에 대한 인식이 성취기준으로 포함된다는 점은 2009 개정 교육과정의 의도와 일치하는 특성이다.

미국의 현 수학교육에 큰 영향을 미치는 CCSSM의 내용 규준에 따르면, 초등학교 수준에는 통계와 확률 영역이 전혀 보이지 않고 6학년에서 처음 등장한다. 그러나 그 내용은 모두 통계에 대한 것이고, 7학년에 와서야 '우연 과정을 조사하고 확률 모델을 발달, 사용, 평가한다.' 라는 문구로 확률 내용이 나타난다. 여기에는 가능성, 실험적 확률, 확률 모델, 복합 사건의 확률을 찾는 다양한 방법이 포함된다(CCSSI, 2010).

5. 가능한 사건의 확률은 0과 1 사이의 수이며, 사건이 발생할 가능성을 나타냄을 이해한다. 더 큰 수는 더 큰 가능성을 나타낸다. 0에 가까운 확률은 거의 일어나지 않을 사건을, 1/2정도의 확률은 일어나지도 일어나지 않지도 않을 사건을, 1에 가까운 확률은 거의 일어날 확률을 나타낸다.
6. 자료를 수집하고 반복 시행에서 상대빈도를 관찰함으로써 우연한 사건의 확률을 추정하고 대략적인 상대빈도를 예측한다. 예를 들어 주사위를 600번 던질 때 3이나 6의 눈이 정확히 200번은 아니지만 대략 200번 나올 것을 예측한다.
7. 확률 모델을 개발하여 사건의 확률을 찾기 위해 사용한다. 모델로부터의 확률을 관찰된 빈도와 비교한다. 일치하지 않으면 불일치의 가능한 원인을 설명한다.
8. 정리된 리스트, 표, 수형도, 시뮬레이션을 이용하여 복합사건의 확률을 찾는다.

미국의 사례는 중등교육에 포함된다는 시기적 차이는 있지만 확률의 수치가 의미하는 바를 사건의 가능성과 관련하여 파악해야 한다는 본 연구 방향과 일치한다.

한편 싱가폴(Ministry of Education, 2006)에서는 중학교 2학년에서 가능성의 측도로서 확률을 도입하며, 일본(문부과학성, 2008)의 경우에도 중학교 2학년에서 '불확실한 사건에 대한 관찰과 실험 등의 활동을 통해 확률에 대해 이해하고, 확률을 이용하여 고찰하여 표현할 수 있게 한다.'고 한다. 프랑스(Ministère de l'éducation nationale, 2008)에서는 더 늦은 시기인 중학교 3학년에서 처음으로 확률의 기초 개념을 이해하고, 간단하고 친숙한 맥락에서 확률을 계산하는 것이 포함되어 있다.

이와 같은 고찰을 통해 핀란드, 미국, 싱가폴 등이 확률 개념에 앞서 가능성을 지도하는 것을 볼 수 있고, 확률의 지도 시기는 대부분 중학교에 걸쳐 나타나는 것을 확인할 수 있다.

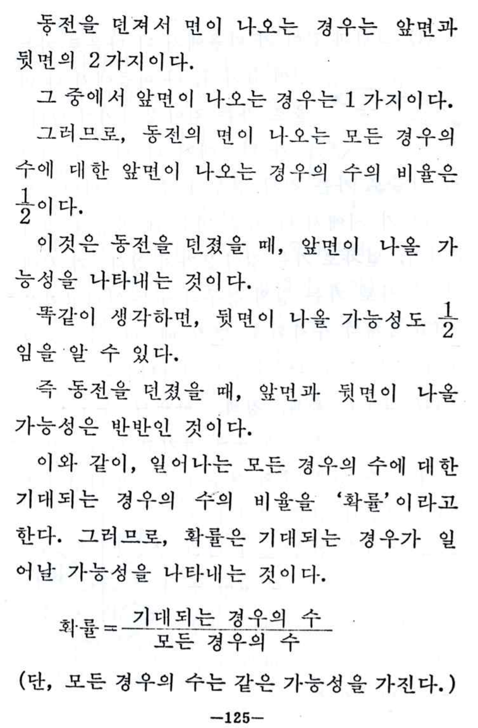
2. 우리나라의 역대 교육과정 - 종적 비교

확률과 통계는 학교 수학에서 비교적 새로운

<표 III-1> 제3차 교육과정기의 확률 관련 내용(교육부, 2000)

학년	영역	내용
5	관계	③간단한 경우의 가지 수를 알아보기 ④전체 경우의 가지 수에 대한 부분의 경우의 가지 수를 확률로 나타내기
6	관계	④간단한 사건의 확률을 알아보기

영역이다. 현재 학교 수학에서 확률 개념이 도입되는 6학년의 내용은 그 기원을 제3차 교육과정까지 거슬러 오른다.2) 구체적인 내용은 <표 III-1>에서 보는 바와 같다.


동전을 던져서 면이 나오는 경우는 앞면과 뒷면의 2가지이다.

그 중에서 앞면이 나오는 경우는 1가지이다.

그러므로, 동전의 면이 나오는 모든 경우의 수에 대한 앞면이 나오는 경우의 수의 비율은 $\frac{1}{2}$이다.

이것은 동전을 던졌을 때, 앞면이 나올 가능성을 나타내는 것이다.

똑같이 생각하면, 뒷면이 나올 가능성도 $\frac{1}{2}$임을 알 수 있다.

즉 동전을 던졌을 때, 앞면과 뒷면이 나올 가능성은 반반인 것이다.

이와 같이, 일어나는 모든 경우의 수에 대한 기대되는 경우의 수의 비율을 '확률'이라고 한다. 그러므로, 확률은 기대되는 경우가 일어날 가능성을 나타내는 것이다.

$$확률 = \frac{기대되는\ 경우의\ 수}{모든\ 경우의\ 수}$$

(단, 모든 경우의 수는 같은 가능성을 가진다.)

—125—

[그림 III-1] 제3차 교과서의 확률단원

이전에 다루지 않던 내용을 새롭게 구성하면서 3차 교육과정기의 교과서는 5학년 2학기에 경우의 수 지도 후, [그림 III-1]과 같이 동전의 앞뒷면이 나오는 경우의 수의 비율을 예로 들어 가능성을 설명하고 확률을 정의한다. 곧 확률은 '기대되는 경우가 일어날 가능성'인 것이다(문교부, 1974). 여기서 확률을 비율로 정의할 때 괄호 안에 들어 있는 조건은 모든 경우의 가능성이 같다는 사실에 대한 인식을 환기시킬 필요를 제안한다. 실제로 본 연구의 적용 결과, 5학년 학생들은 이 사실을 무시하고 확률적 사고를 하는 경향이 있었다는 점에서 주목해야 할 조건이다(V장 3절 참조). 따라서 과제 적용시 각 경우의 가능성이 같다는 조건이 요구되는 갈등 상황을 경험시킬 필요가 있다.

새수학 시대의 실패로 도래된 기초복귀시기에도 확률은 교육과정 속에 지속된다. 이제 기초·기본의 의미가 더 이상 기초 계산 기능에만 국한되는 것이 아니라 새로운 기술시대에 맞도록 그 범위가 확장되었기 때문이라고 보아야 한다. 미국의 경우에도 연방정부 차원에서 발표된 여러 문서에서 '기초 기능을 계산을 넘어 현대 기술 사회에서 요구되는 두 영역으로 확장하여, 통계와 확률을 기초 기능에 포함시켰고 초·중등학생들이 그 경험을 할 것을 요구하였다(Jones & Tarr, 2010).' 우리나라에서도 마찬가지로 확률이 이후 교육과정 속에 지속적으로 포함되어 있음을 확인할 수 있다. 다만 <표 III-2>에서 보는 바

2) 교수요목기의 5학년 학습 요소에 '대칭형과 중심' 중 '확률, 순열, 조합의 수학적 유희'가 포함되어 있지만(교육부, 2000), 교과서 셈본(문교부, 1954)에는 '다섯 사람이 실을 가는데 세 사람은 자전거로 가고, 두 사람은 걸어가기로 되었다. 이것을 제비를 뽑아서 정한다면, 어느 편이 뽑히기 쉬우냐?'와 같은 문제 정도만 발견되므로 핵심적인 학습 내용은 아닌 것으로 간주하여 제외한다.

<표 III-2> 제4, 5차 교육과정기의 확률 관련 내용(교육부, 2000)

교육과정	학년	내용
4차	6	(3) 간단한 경우의 수를 알아보고, 경우의 수에 대한 비율을 이해하게 한다. (가) 경우의 수 (나) 특정한 사건이 일어나는 비율
5차	6	(3) 간단한 경우의 수를 알아보게 하고, 이를 이용하여 확률의 의미를 이해하며 확률을 구할 수 있게 한다. (가) 경우의 수 (나) 확률

와 같이 6학년에서 경우의 수를 학습한 후, 그 비율로서 확률을 도입하지만 4차의 경우에는 확률이라는 용어 없이, 5차 이후에는 확률이라는 용어를 명시적으로 사용한다는 차이가 있다. 그러나 5차 교육과정에 따른 교과서에서도 확률이라는 용어는 등장하지 않으며, 7차 교육과정기의 교과서에서 약속하기를 통해 '모든 경우의 수에 대한 어떤 사건이 일어날 경우의 수의 비율'로 명시적으로 정의된다(교육인적자원부, 2002).

2007 개정 교육과정에 이르기까지 확률 단원은 큰 변화 없이 '경우의 수'와 '확률'이라는 두 가지 요소로 구성되어 왔다. 따라서 2009 개정 교육과정에서 확률에 대한 직관적 접근으로서 가능성이 도입되고 확률이 중학교로 이동된 것은 큰 변화라 할 수 있고, 그 구체적인 구현 방법에 주의를 기울여야 할 시점인 것이다.

IV. 가능성 지도를 위한 활동

확률에 대한 직관적 접근으로서 확실한 사건과 불확실한 사건 등을 포함하여 가능성이 0, 1/2, 1 정도로 표현되는 간단한 경우를 3~4학년군에서 다룬다는 처음 시안에 대해(한국과학창의재단, 2011a), 공청회 및 전문가 협의를 거쳐 변화가 있었다. 확률 개념이 도입되는 중학교와의 시기적 간격을 크지 않도록 하기 위해 5~6학년군으로 옮기자는 의견을 따랐으며, 이때 3~4학년군이 아니라 5~6학년군이라면 불가능, 반반, 확실한 사건 사이에 두 가능성 정도를 첨가하여, 사건의 가능성을 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1 정도로 표현할 수 있는 사건을 다루는 것으로 수정되었다(한국과학창의재단, 2011b). 1/4, 3/4이 추가된 것인데, 전체와 부분의 경우의 수의 비율로서의 고전적 확률 개념은 뒤로 미룬 상태이기 때문에 '일어날 듯한' 또는 '일어나지 않을 듯한' 사건 등의 가능성에 대한 크기를 직관적으로 파악하도록 하는 것이 핵심이라 할 수 있다.

II장에서 고찰한 바에 따라 확실한, 불가능한, 가능성이 반반인, 일어날 듯한, 일어나지 않을 듯한 사건 및 가능성의 어림, 가능성의 크고 작음에 대한 정성적 판단, 가능성의 수 표현 및 수직선 표현, III장에서 추가된 각 경우의 가능성이 같은 사건 등의 요소를 포함하는 활동을 고안함으로써 경우의 수의 비율로서의 확률 개념 이전의 직관적 파악을 목표로 한다. 결국 초등 수준에서는 간단한 생활 주변의 사건을 이용하여 가능성의 개념을 이해하고 그것을 수로 나타내는 경험을 통해 어느 쪽의 가능성이 더 큰 지는 가능성을 수로 나타냈을 때 수가 큰 경우임을 추론할 수 있어야 한다.

이러한 전제 하에 본 연구에서 활동지로 구성한 구체적인 학습 활동을 소개한다. 이는 본 연구에서 고려한 가능성 관련 내용 요소 및 Van de Walle(2004)이 초등 단계에서 적합할 것으로 제안한 확률 실험[3]과 MacMillan/McGraw-Hill(2005), Silver Burdett & Ginn(1992), Scott Foresman-Addison Wesley(2004) 등의 학습 활동에 기초하여 고안된 것이다.

1. 활동 1: 주어진 상황에 대한 가능성 인식

활동 1은 상황의 가능성을 확실한 경우, 불가능한 경우, 가능성이 반반인 경우의 세 가지로 구분하는 것과 관련된다. 1-1은 주어진 그림의 상황과 교사의 설명에 근거하여 가능성을 판단하고 그것을 일상 언어적 표현으로 말할 수 있도록 한다. 예를 들어, ‘코알라가 하늘을 나는 것은 불가능하다, 내일 아침 해가 뜰 것은 확실하다, 한 명의 아기가 태어날 때 여자아이이거나 남자아이일 가능성은 반반이다.’와 같은 문장이 적절한 문장 사례가 될 것이다. 한편 1-2는 각각의 가능성에 대한 사례를 찾는 활동으로, 1-1보다 열린 문제이기 때문에 다양한 상황이 가능하며 ‘물고기가 물속을 헤엄칠 수 있다, 꽃밭의 꽃이 내일 말을 걸 것이다, 운동회에서 청군이 이길 것이다.’와 같은 사례가 있다. 그 적절성을 학생들 스스로 결정하도록 함으로써 의사소통을 활성화시킬 수 있다.

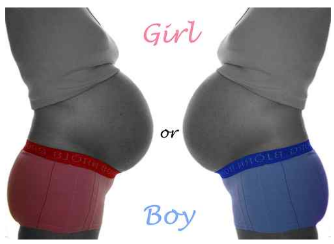
2. 활동 2: 수직선을 이용한 가능성의 수량화

활동 2는 2009 개정 교육과정의 의도대로 가능성을 수치로 나타내기 위해 수직선 [0,1]을 이용한다. 활동 1에서 다루었던 불가능한 경우, 확실한 경우, 가능성 반반인 경우로 시작한다. 가능성을 수로 나타낼 때, 불가능한 경우를 0, 그 수는 아무리 커야 1이라는 것을 약속하고 그것이 바로 확실한 경우를 나타내는 것임을 인식할 수 있도록 한다. 그렇다면 가능성 반반인 경우는 어디에 해당할지 발문함으로써 1/2임을 알도록 하고, 0으로 갈수록 일어날 가능성이 작고, 1로 갈수록 일어날 가능성이 크다[4]는 것을 파악하도록 한다. 교사가 활동 2-1을 정리하며 제시할 수직선은 [그림 IV-1]과 같고, 이를 통해 모든 가능성은 0과 1사이의 수로 나타낼 수 있음을 인식

1-1. 다음 그림을 보고 ‘확실하다. 불가능하다. 가능성이 반반이다.’를 이용하여 그 가능성을 말해보자.

가

나



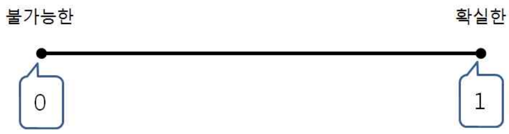
다

1-2. 확실한 경우, 불가능한 경우, 가능성이 반반인 경우를 찾아서 말해보자.

3) 주사위, 스핀(종이에 칸을 나누고 연필로 클립을 꽂아 하는 스피너 또는 숫자 스피너), 동전이나 칩 던지기, 카드 뽑기, 압정 토스(두 가지 방법으로 착지), 모자에서 숫자 카드나 색큐브 꺼내기 등의 방법을 제안하였다.

4) 일상어에서 ‘가능성이 크다, 많다, 높다’로, 주어 가능성에 대해 술어가 다양하게 통용된다. 제3차 교육과정기의 교과서에서는 ‘많다’라는 술어를 채택하고 있지만, 본고에서는 가능성의 수치화라는 측면에서 한겨레신문의 칼럼(우재욱, 2009: http://www.hani.co.kr/arti/SERIES/61/391281.html)에 따라 ‘크다/작다’를 채택한다.

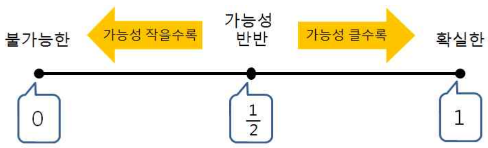
2-1. 활동 1에서 다룬 경우 가, 나, 다의 가능성을 다음의 수직선 위에 나타내어 보자. 불가능한 경우는 0, 확실한 경우는 1에 대응하는 것으로 약속하자. 가능성이 반반인 경우는 어디에 위치할지 생각해보자.



2-2. 다음 경우들의 가능성은 수직선에서 어디에 해당하는지 말해보자.

- 100원짜리 동전을 던져 앞면이 나올 것이다.
- 우리 선생님이 오늘 저녁 6시 전에 잠자리에 들 것이다.
- 우리 반 아이들 중 반이 내일 결석할 것이다.
- 내일 비가 올 것이다.

하도록 한다.



[그림 IV-1] 가능성의 수량화

2-2는 주어진 경우에 대한 가능성을 수량화하거나 어림하여 가능성의 상대적 크기를 알도록 한다. '우리 반 아이들 중 반이 내일 결석할 것이다.'와 같이 주관적 또는 상황적 판단이 가능한 사건들에 대해서는 '거의 일어날 것 같지 않지만 만약 …라면 그럴 수도 있기 때문에 0과 1/2 사이의 어딘가 일거야'와 같이 가능성에 대한 어림을 통해 자신이 생각한 대략적인 위치의 근거를 주장할 수 있도록 한다. 자신의 생각을 근거 있게 주장하는 의사소통 활동과도 관련될 수 있는 부분이다.

3. 활동 3: 색큐브 담기

3-1을 위해 교사는 학생들이 내용물을 볼 수 있도록 투명컵에 파란 큐브 2개를 넣는 경우, 노란 큐브 2개를 넣는 경우, 노란 큐브와 파란 큐브를 각각 1개씩 넣는 경우 각각에 대해 컵에서 보지 않고 하나를 뽑을 때 노란색일 가능성을 수로 나타내어 보게 한다. 이로써 본 차시의 학습 목표인 가능성 0, 1, 1/2에 대한 학생들의 이해를 확인할 수 있다. 3-2는 컵과 여러 색깔의 큐브를 분배하고 각각의 가능성이 되는 상황을

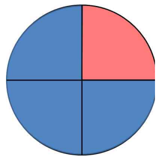
3-1. 선생님이 보여주는 컵에서 보지 않고 하나를 뽑을 때 노란색일 가능성을 수로 나타내어 보자.

3-2. 컵에서 보지 않고 하나를 뽑을 때 다음과 같은 가능성이 있도록 컵에 색큐브를 담아보자.

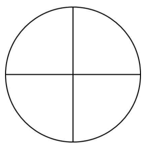
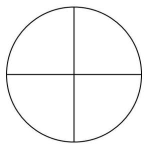
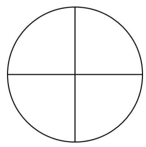
- 빨간 큐브를 꺼낼 가능성이 1이 되도록 5개의 색큐브를 컵에 담아보자.
- 파란 큐브를 꺼낼 가능성이 0이 되도록 6개의 색큐브를 컵에 담아보자.
- 노란 큐브를 꺼낼 가능성이 $\frac{1}{2}$이 되도록 4개의 색큐브를 컵에 담아보자.

4-1. 오른쪽 그림과 같은 스핀을 회전시켜 화살을 쏘았다고 하자.

- 파란색에 맞을 가능성을 수로 나타내어 보자.
- 빨간색에 맞을 가능성을 수로 나타내어 보자.



4-2. 스핀을 회전시켜 화살을 쏘았을 때 다음과 같은 가능성이 있도록 스핀을 색칠해보자.

빨간색과 초록색에 맞을 가능성이 각각 $\frac{1}{2}$	노란색에 맞을 가능성이 $\frac{1}{4}$	파란색에 맞을 가능성이 $\frac{3}{4}$
		

만들도록 한다. 특히 셋째 활동에서 큐브 2개가 아닌 4개를 이용하여 가능성 1/2을 생각하도록 함으로써 이어지는 활동 4로의 이동을 돕고자 한다.

4. 활동 4: 스핀에 맞힐 색깔의 가능성

교육과정의 교수·학습상의 유의점에 명시된 가능성 1/4, 3/4을 도입하기 위한 활동이다. 활동 1에서 0과 1/2 사이의 일어나지 않을 듯한 사건과 1/2과 1사이의 일어날 듯한 사건의 직관적이고 상대적인 가능성의 크기를 인식하는 것이 필수적이며, 가능성 1/4, 3/4은 각각의 대표적인 경우로 다루어진 것으로 볼 수 있다. 그러나 일단 정확한 수로 표현된 이상, 앞서 Van de Walle(2004)이 제안한 것과 같은 인위적인 확률 실험을 이용할 필요가 있다. 본 활동에서는 색깔이 칠해진 스핀을 이용한다.

4-1에서 파란색의 가능성이 큰지, 빨간색의 가능성이 큰지를 발문함으로써 전자는 가능성 1/2 보다 크고 후자는 작다는 것을 인식하도록 한다. 이어 그 가능성을 수로 나타내도록 함으로써 빨간색이 '전체 네 칸 중 한 칸이다'라는 식의 명시적 설명 없이도, 학생들의 선수학습 요소인 연속량의 등분할로서의 분수 개념 및 반의 반과 같은 일상 경험을 통해 각각의 가능성을 말할 수 있을 것으로 기대된다.

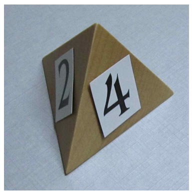
4-2는 가능성 1/2, 1/4, 3/4에 대한 이해를 확인하기 위해 스핀을 색칠하는 활동으로, 1/4의 경우, 나머지 세 칸에는 노랑이 아닌 어떤 색을 칠해도 허용되므로 미술적 감각을 융합시킨 활동으로 유용하다.

5. 활동 5: 내가 만드는 주사위

교사는 정사면체 모양을 준비하여 면의 개수를 확인시키는 전체 활동으로 시작한다. 5-1을 통해 1, 2, 3, 4가 밑으로 가는 네 사건의 가능성이 같음을 인식시킨다. 확률적 사고의 기본 전제인 경우의 동일한 가능성에 대한 직관을 개발시킬 기회로 활용할 수 있다. 활동 4에서는 넷 중 하나라는 식의 설명 없이 사전 지식 및 경험에

5-1. 오른쪽 그림과 같이 1, 2, 3, 4가 붙은 주사위를 던질 때

- 1이 밑으로 갈 가능성은 얼마인가?
- 4가 밑으로 갈 가능성은 얼마인가?



5-2. 가능성이 다음과 같은 주사위를 만들어보자.

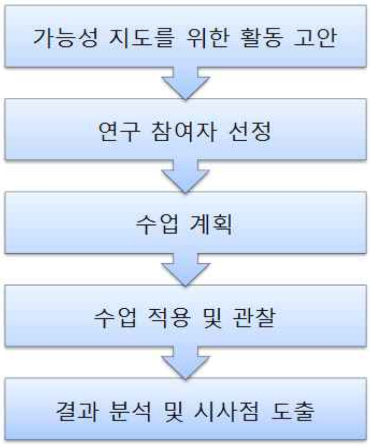
- 2가 밑으로 갈 가능성이 0
- 3이 밑으로 갈 가능성이 1
- 1이 밑으로 갈 가능성이 $\frac{1}{2}$
- 4가 밑으로 갈 가능성이 $\frac{1}{4}$
- 4가 밑으로 갈 가능성이 $\frac{3}{4}$

기초하여 직관적 파악을 의도하였지만, 본 활동에서는 활동 4에서의 경험을 기초로 하여 넷 중 하나라는 비율과 관련한 확률적 사고가 요구된다. 따라서 활동 4가 활동 5에 선행되는 것이 본 연구의 의도이다. 5-2는 정사면체 모형과 숫자 1, 2, 3, 4 각각 네 장씩을 양면테이프와 함께 분배하여 조건에 맞는 정사면체주사위를 만드는 활동이다. 이를 통하여 교육과정에서 의도한 가능성의 수 표현인 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1을 총체적으로 이해할 것을 요구한다.

Ⅴ. 수업 적용 및 결과

1. 연구 참여자 및 절차

고안한 학습 활동을 적용하기 위해 경남 면단위 S초등학교의 5학년 전체인 8명의 학생을 대상으로 선정하였다. 성별로는 남 5, 여 3으로 구성되며, 학업성취도별로는 상 2, 중상 1, 중 2, 하 2, 특수 1명의 다양한 구성원으로 이루어져 있다. 일체의 사교육이 부재한 농어촌 지역이므로 확률 개념에 대해서도 선행학습은 전무한 상태이다.



[그림 V-1] 연구절차

한편 수업을 담당한 교사는 경력 2년차의 여교사로, 교육대에서 수학과를 심화전공으로 하고 현재 교육대학원에서 수학영재교육 전공을 이수하고 있어 수학 지도와 관련한 열정이 충분한 교사이다. 연구자가 작성한 학습 활동지 및 수업 지도안을 토대로 개정 교육과정의 성취기준 및 연구 의도에 대해 설명하고, 이후 세 차례에 걸친 상호피드백을 통해 수업 준비를 완료하였다.

본 연구는 이론적 고찰로부터 추출한 학습 요소 및 새로운 교육과정의 성취기준을 고려하여 교수·학습 활동을 고안하고, 교실 수업에 적용하

여 수업 과정 및 학생들의 활동을 관찰함으로써 고안한 활동의 적절성을 검토하고 교과서 개발 및 수업 실제에의 함의점을 도출하는 것을 목적으로 한다. 따라서 주요 연구 절차는 가능성 지도를 위한 활동 고안, 연구 참여자 선정, 교실 수업 계획, 수업 적용 및 관찰, 결과 분석 및 교과서 개발과 수업을 위한 시사점 도출의 다섯 단계로 구성된다([그림 V-1]). 담당교사가 수업을 진행하였고 연구자는 수업 장면을 녹화하고 수업 과정 및 학생 활동을 관찰, 기록하였다. 그 결과를 분석함으로써 가능성 관련 활동 과제의 적절성 및 가능성 학습시 학생들이 경험하는 인지적 어려움을 비롯한 교수학적 논의를 전개하였다. 고안한 활동에 대해서 IV장에서 이미 설명하였고, 수업 적용을 위한 계획과 실제 수업 적용 및 결과 분석을 V장에서, 그에 따른 시사점을 VI장에서 논의할 것이다.

2. 수업 계획

수업은 5개의 활동을 순서대로 3개, 2개로 구분하여 2차시 분으로 계획하였다. 이 수업은 5~6학년군 개정 교과서가 개발되지 않은 시점에서 교육과정의 성취기준 '실생활 속에서 가능성을 수치로 나타내는 예를 알아보고, 사건이 일어날 가능성을 수로 표현할 수 있다(교육과학기술부, 2011)'를 위하여 임의로 구성된 것이다. 따라서 차후 교과서 및 지도서 개발을 위한 시사점은 전체 차시와 관련하여 활동 내용을 세분화하거나 보충, 수정하는 차원에서 활용될 것이 기대된다.

1차시는 가능성 개념의 직관적인 이해와 불가능한, 확실한, 가능성이 반반인 사건의 가능성을 수 0, 1, 1/2로 나타내는 것을 목표로 한다. 가능성과 관련하여 자주 듣는 일상생활에서의 표현 및 가능성에 대한 경험 발표로 동기를 유발하고, 활동 1, 2, 3이 차례대로 주어진다. 활동 1은 '불가능하다, 확실하다, 가능성이 반반이다'와 같은 용어로 상황을 표현하거나 각각에 해당하는 사례를 찾는 활동이다. 활동 2는 가능성을 수로 나타내고 수직선에 표현하는 활동으로, 활동 1에서 다루었던 사건들을 위주로 하여 불가능한 사건과 확실한 사건에 대한 가능성을 수 0, 1로 각각 약속하고 1/2인 사건도 포함하여 이해하도록 한다. 또한 상황적, 주관적 판단이 요구되는 사건들에 대해 수직선에 대응하는 위치를 표시하도록 함으로써 가능성의 크고 작음에 대해 경험하도록 한다. 1/2을 기준으로 하여 일어날 듯한 사건과 일어나지 않을 듯한 사건을 다룰 수 있다. 이와 같이 가능성의 크고 작음에 대한 직관적 인식의 필요는 Van de Walle(2004)이 유치원이나 초등학교에서 가능성의 직관적 개념으로 '어떤 사건이 다른 사건에서 비해 일어날 가능성이 크거나 작거나 거의 같은 것에 대한 아이디어'를 발달시킬 필요가 있다는 주장에 근거할 때 지지되는 활동이다. 활동 3은 본 차시목표의 달성을 확인하는 형성평가로 활용하고자 한다. 주어진 가능성에 대한 색큐브를 담는 2인1조 활동이다. 마지막 활동에서 큐브 2개가 아니라 4개를 이용함으로써 다음 차시에서 다룰 가능성 1/4, 3/4에 대한 암묵적 연결을 의도한다.

2차시는 가능성 1/4, 3/4에 대한 이해를 목표로 한다. 학생들이 잘 알고 있는 예능프로그램에서의 룰렛 게임을 통해 해당 칸의 가능성에 대해 크기를 비교하는 동기유발로 시작하여, 활동 4의 스핀 활동과 활동 5의 내가 만드는 주사위 활동을 통해 직관적으로 가능성 1/4, 3/4에 대해 인식하도록 한다. 스핀이 사등분되어 있고 한 칸이 빨강, 세 칸이 파랑일 때, 빨강일 가능성은 1/2보다 작고, 파랑일 가능성은 1/2보다 큰 것은 시각적으로 확인된다. 넷 중 하나 또는 넷 중 셋이라는 명시적인 비율 개념 없이 선수 학습 요소인 연속량의 등분할로서의 분수 개념에 기초하여

가능성이 1/4, 3/4인 사건을 이해할 것이 기대된다. 활동 5의 경우, 2인 1조 활동을 계획하였다. 의도적으로 정사면체 주사위를 이용하므로 위로 나오는 눈이 아니라 밑으로 가는 눈을 주목해야 함을 주의시키고, 특히 정사면체를 던질 때 1, 2, 3, 4가 밑으로 갈 가능성이 각각 동일함을 인식시켜 각 경우의 가능성이 동일함에 대한 직관을 길러 줄 필요가 있다.

3. 수업 적용 및 결과 분석

수업은 대상 학교의 학사 일정 및 시수 확보를 고려하여 2013년 2월 13일 3, 4교시에 이루어졌다. 특수학급 학생은 평소에도 개별 지도가 필요한 상태였기 때문에 본 연구의 수업에 참여는 하였지만 활동지의 과제를 작성하는 데는 무리가 있었다. 따라서 결과 분석 대상에서는 제외하기로 한다.

1차시 수업은 동기유발을 위해 생활주변에서 가능성과 관련한 다양한 경험을 이야기하는 것으로 시작하였다. 수량화 이전에 확률에 대한 비형식적 개념으로서 가능성에 대해 친숙한 직관적 이해를 위함이다. 학생들은 처음에는 머뭇머뭇 하였으나 교사가 학생에게 친숙한 피구 경기를 이용하여 '5학년이 이길 가능성이 있다'와 같은 사례를 제시하자 '내일 비가 올 가능성이 높다', '**가 시험에서 백점을 맞을 가능성은 낮다' 등의 상황에 대한 발표가 이어졌다.

불가능한, 확실한, 가능성이 반반인 경우에 대한 이해를 목표로 활동 1의 두 과제를 수행하였다. 활동지의 그림에 대한 상황을 전체 활동으로 파악한 다음 가능성 관련 용어를 이용하여 표현하도록 하였다. 가능성이 반반인 사건으로 제공한 사례는 처음에 쌍둥이의 경우를 고려하지 못하였는데, 수업 적용시 학생 반응으로부터 수정 보완의 필요가 있어 '한 명의 아기가 태어날 때'라는 조건을 첨가하였음을 밝힌다. 둘째 과제는 본 연구에 참여한 학생들이 가장 어려워한 문제였다. 각각의 사례를 생각해내는 것을 어려워하여 2명의 학생은 답을 하지 못하였다. '매년 한 살씩 나이를 더 먹을 것이다, 도로에 매일 차가 있다, 우주에서 우주복 없이 숨 쉬는 것' 등을 제외하고는 부적절하거나 앞 과제에서와 유사한 상황을 적었다. 특히 한 학생은 확실한 또는 불가능한 경우로 '○○이가 시험에서 90점을 넘을 것은 확실하다, △△이가 시험에서 100점을 맞을 것은 불가능하다.'를 제시하여 주관적 확실성 내지 0, 1 근처의 사건을 0, 1과 동일시한 것을 볼 수 있다. 또한 가능성이 반반인 경우에 대한 <표 V-1>과 같은 반응은 두 경우의 가능성이 같은 사례를 인지하는 어려움을 보여주었다.

특히 오답 중 3명은 '지구가 멸망할 수도 있고 안할 수도 있다', '장래 희망이 이루어질 수도 있고 없을 수도 있다' 등 각 경우의 가능성이 같아야 한다는 조건을 간과한 이분법적 사고의 오류를 보였다. 이는 고전적 확률 개념에서 각 경우의 가능성이 동일해야 한다는 전제를 직관적 차원에서 경험시켜야 함을 시사한다. 이와 같

<표 V-1> 가능성 반반이 경우에 대한 응답 (*: 특수학급 학생은 제외)

반응 종류	명 수*	사례
반복	1	아기를 나을 때 남자인지 여자인지 가능성이 반반이다.
정답	1	우리 반에 전학생이 온다면 여자일지 남자일지 가능성이 반반이다
오답	5	나와 ○○이가 시험점수가 같은 경우는 반반이다.

은 학생의 부적합한 반응에 대해 교사 역시 적절하게 대응하지 못한 것으로 나타났다.

활동 2에서 수직선 위치에 따른 상대적 크기의 인식에 기초하여 오른쪽으로 갈수록 가능성이 큰 것을, 왼쪽으로 갈수록 작은 것을 나타냄을 쉽게 인지하였다. 가능성 0, 1, 1/2의 순으로 수직성 상의 위치를 찾았는데, 특히 '확실하다'에 대해 학생들을 대응하는 수로 1, 100 등을 발표하여 일상적 경험 및 백분율 관련 지식이 있음을 보여주었고, 따라서 약속으로 1을 정하였다. 둘째 과제는 주어진 네 가지 사건의 가능성을 0, 1/2, 1과 각각의 사이에 대략적 위치에 대응시키는 것인데, 학생들은 0, 1/2, 1 이외의 가능성을 수직선에 나타내는 것을 어려워하였다. 네 명의 학생만이 구간에 점을 찍을 수 있었고 나머지 세 명은 0 또는 1/2에 모든 사건을 연결지었다. 정확한 답이 있을 것이라는 생각에서 대응위치의 선택을 어려워한 것은 확률 영역을 수학의 다른 영역과 구별짓는 특징을 보여준다. 또한 수업 당일 화창한 날씨였음에도 불구하고 '내일 비가 올 것이다'를 활동 1에서와 같은 이분법적 사고로 1/2에 대응시킨 학생도 네 명이나 되었다.

활동 3에서 3-1은 색큐브를 이용하여 가능성을 수로 표시하는 과제였지만 수보다는 '확실하다'와 같은 말을 선호하여 교사의 안내가 필요하였다. 그러나 불가능인 둘째 과제부터는 0을 스스로 말할 수 있었다. 3-2는 색큐브를 이용한 구체적 조작활동 덕분에 학생들이 더욱 흥미로워했으며 모두 옳게 답하였고, 특히 둘째 과제에서 한 모둠을 제외하고는 4개중 2개를 노란색, 나머지 2개를 같은 색으로 구성하여 가능성 1/2을 넷 중 두 개라기보다는 반반이라는 의미로 접근한 것을 확인할 수 있었다.

2차시는 1/4, 3/4의 가능성을 지도하고자 1차시에 다룬 가능성 이외에 다양한 가능성이 존재함을 현 시점에서의 비가 올 가능성을 예를 들어 수업을 시작하였다. 동기유발 자료로 학생들이 모두 알고 있는 예능프로그램의 룰렛을 이용하여 가능성의 크고 작음을 확인하고 가능성 1/2보다 작거나 큰 경우에 대한 호기심을 유발하였다. 공부할 문제를 알려주기 위해 동기유발 자료를 단순화하여 실제 룰렛 형태로 제시했을 때 아무 지도 없이 가능성 1/4을 말하는 학생도 있을 만큼 직관적 파악이 가능하였다.

2차시에 포함된 활동은 스핀 색칠하기와 정사면체 주사위 만들기이다. 활동 4는 모든 화살이 스핀을 맞힌다는 것을 가정할 때, 특정 영역을 맞힐 가능성을 수로 나타내는 것이다. 4-1에서 두 경우의 가능성을 수로 나타내도록 하였을 때 파란 색에 맞을 가능성이 크다는 것을 쉽게 인식하였다. 한 명을 제외하고 1/4과 3/4의 수치화도 무리 없이 수행하였다는 점에서 본 활동 고안시의 직관적 파악 및 분수 개념에의 의존이라는 가정에 무리가 없었다고 볼 수 있다. 그러나 오답을 한 학생은 파랑 가능성을 1이라 하여 이해가 불충분한 것으로 나타났고, 다른 한 명은 75/100, 25/100 등의 표기를 병용하여 활동 전에 전 차시의 내용인 확실한 경우를 1로 약속한 사실을 상기시킬 필요를 보여주었다. 4-1을 수행한 후에 교사는 스핀의 아무데나 맞힐 가능성을 1, 그 중 빨강을 맞힐 가능성을 1/4로 설명하였고, 그 효과로 4-2의 색칠하기 활동은 모두 옳은 반응을 보였다. 이때 조건을 충족시키는 다양한 답이 가능함을 서로 이야기하였으며 교사의 설명에는 자연스럽게 네 칸 중 몇 칸과 같은 표현이 포함되었다.

활동 5 역시 정사면체 주사위를 이용한 가능성 1/4, 3/4이 되는 사건에 대한 이해를 의도하였고, 학생들은 큰 어려움 없이 과제를 수행하였다. 면의 개수를 확인하는 단계를 거쳐 2인 1조로 활동하였기 때문에 교사의 개입 없이도 친구

의 도움과 설명이 유효하게 작용하였다. 특히 5-1을 통해 1, 4 뿐만 아니라 2, 3까지 네 사건의 가능성이 1/4로 똑같음을 환기시키고자 하였으며, 5-2에서 조작활동을 즐거워하였다. 활동 5-2 역시 4-2와 마찬가지로 조건을 만족하는 다양한 답이 가능함을 경험할 수 있었다. 이 과제 수행은 넷 중 하나, 넷 중 셋과 같은 비율 개념이 요구되기에 활동 4보다 후행하는 것이 바람직한 것으로 판단된다.

수업 정리 단계에서 교사는 동기유발 자료로 돌아가서 가능성이 3/4이 되는 사건(예컨대, … 에 걸리지 않을 가능성)을 말해보게 함으로써 수업 내용의 적용을 강조하였다. 수업 후 학생들의 전체적인 반응은 '쉽다, 주사위를 만드는 것이 재미있다' 등으로 학습 내용의 난이도 면에서는 무리가 없고, 특히 색큐브나 주사위를 이용한 조작적 활동을 선호하는 것으로 나타났다.

이상과 같은 결과 및 수업 관찰로부터 학생들이 가능성 수업 중 수행한 활동 특성을 다음과 같이 정리해볼 수 있다.

첫째, 가능성 개념에 대한 이해가 불충분하다. 학생들이 가능성과 관련한 다양한 표현을 이용함으로써 가능성의 직관적 의미와 0, 1, 1/2과 같은 가능성을 이해하는 데 무리가 없는 것으로 나타났다. 그러나 실제로 판단이 필요할 때는 가능성이 아닌 실제의 결과를 위주로 하는 경향이 있었다. 상황 속에서 판단하여 대략적인 가능성의 크기를 어림하는 어려움은 학생들이 가능성을 고려할 때 결과인 '…이다' 아니면 '…이 아니다'를 염두에 두는 것에 기인하며, 활동 5에서 주어진 정사면체를 보면서 4가 밑으로 올 가능성을 1/4라고 적은 한 학생이 실제로 정사면체를 던져 보고는 "네 번 던져도 안 나오는데요?"라고 반응한 것은 가능성과 실제 결과의 의미를 정확히 파악하지 못한 것을 보여준다.

둘째, 실험적 확률에 대한 오개념을 드러내었다. 교육과정 외의 범위이므로 본 연구에서는 다루지 않았지만, 다수의 연구에서 초등 수준에서의 확률 지도와 관련하여 실험적 확률 지도에 대한 주장을 볼 수 있다. 비율로서의 정의에 앞서 실험 활동을 통해 확률의 직관적 의미 파악을 도울 수 있다는 의도에서이다. 앞서 언급한 활동 5에서의 가능성 1/4에 대해 "네 번 던져도 안 나오는데요?"라는 반응은 확률이 오랜 기간에 걸쳐 길고 크게 생각해야 하는 아이디어임을 일깨울 필요를 제안하며, 따라서 실험적 확률의 지도를 위해 다수의 실험이 요구되고, 또한 아무리 여러 번 시행하더라도 기대한 만큼 나오지 않을 수 있다는 것을 파악하는 것이 가능성, 실험적 확률과 관련하여 파악해야 할 핵심 개념일 것이다.

셋째, 고전적 확률 개념에서 각 경우의 가능성이 같아야 한다는 인식이 결여되어 있다. 각 경우의 가능성이 같은 경우에만 가능성 1/2, 1/4등을 말할 수 있다는 사실을 파악하지 못하기 때문에 '내일 비가 올 것이다'에 대한 가능성의 크기를 기상 상황에 따라 달라지는 것이 아니라 비가 오거나 오지 않거나 둘 중 하나라는 그릇된 판단에서 1/2로 설명한 것이다. 이와 같은 학생의 반응에 대한 교사의 부적절한 대응은 확률 교육에 있어 교수학적 내용 지식의 중요함을 보여준다.

넷째, 불가능한, 확실한, 가능성 반반과 같은 특정 사건에 대해 그 가능성을 말하는 것을 쉽게 수행한 것에 비해, 역으로 주어진 가능성에 대한 사건의 예를 드는 것은 어려워 한 것을 볼 수 있다. 이상과 같은 활동 특성에 대한 논의는 VI장에 포함된다.

Ⅵ. 논의

본 연구로부터 확률이 학교 수학의 주요 내용이라는 것은 세계적인 추세이며, 확률 도입에 앞서 가능성에 대한 직관적인 경험을 제공해야 할 필요성이 여러 나라의 교육과정에서 발견되는 것을 확인하였다. 우리나라 제3차 교육과정기 교과서에서도 확률 정의에 앞서 가능성을 다루어 확률을 가능성의 표현이라 한 것을 볼 수 있다. 그러나 가능성에 앞서 경우의 수를 다루고 그 비율로서 가능성을 언급한 것은 확률에 대한 직관적 개념으로서 가능성을 다루지 못하는 한계를 드러낸다. 따라서 본 연구에서는 2009 개정 교육과정의 새로운 성취기준을 구현하기 위한 학습활동으로서, 경우의 수의 비율이 아닌 확실한, 불가능한, 가능성이 반반인 사건 등의 가능성에 대한 직관적 파악으로 시작하여 그 가능성을 수직선 등을 이용하여 수로 나타내는 것을 고려하였다. 또한 일상에서의 소재를 중심으로 가능성의 크기에 대해 인식하는 활동이나 초등단계에 적합한 확률실험을 통하여 교수·학습상의 유의점에 명시된 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1의 가능성을 지도하는 것을 의도하였다.

이에 본 연구에서 사용한 과제의 적절성에 대해 논의해본다. 교육과정 연구보고서(한국과학창의재단, 2011b)에 따르면 '특징이 분명하고 간단한 생활 속의 사건에 대하여 직관적으로 파악할 수 있는 사건의 가능성'을 다루도록 되어 있다. 이 조건이 함의하는 바는 정확한 경우의 수에 대한 파악 및 그 비율로서의 도입이 아니기 때문에 가능성의 크기를 나타내는 수치가 도입되지만 직관적으로 파악할 수 있을 정도로 명확하고 간단한 사건을 다루는 것이다. 본 연구의 활동 과제에 포함된 사건은 다음과 같다.

a. 코알라가 하늘을 난다.
b. 내일 해가 뜰 것이다.
c. 한 명의 아기가 태어날 때 그 아기는 여자 아이일 것이다.
d. 100원짜리 동전을 던져 앞면이 나올 것이다.
e. 우리 선생님은 오늘 저녁 6시 전에 잠자리에 들 것이다.
f. 우리 반 아이들 중 반이 내일 결석할 것이다.
g. 내일 비가 올 것이다.
h. …일 가능성이 □이도록 컵에 색큐브 담기
i. …일 가능성이 □이도록 사분위 스핀 색칠하기
j. …일 가능성이 □이도록 정사면체 주사위 만들기

일상생활과 관련한 현실맥락성, 명확성, 간단성, 표현 등의 조건을 고려할 수 있다. 확률실험이 아닌 a, b, c, e, f, g는 현실맥락성을 충족하며, 이 중 c 사건에 대해 간단성과 명확성의 측면을 동시에 고려한다고 해보자. 사건 진술의 형태적 요소만 보더라도 이 사건은 다른 사건에 비해 간단한 것 같지는 않다. 원래 사건을 고안할 때는 한 명이라는 조건이 없었지만 적용 과정에서 학생 반응의 영향으로 사용 의도에 맞추어 추가된 조건이다. 또한 명확성 측면에서도 가능성 반반에 대해 사건 d가 더 뛰어나지만 현실맥락성을 의도한 선택이었다. 한편 e, f, g 등은 명확성이라는 준거에 맞지 않는 것으로 해석될 여지가 있다. 그러나 이 사건의 활용 목적 자체가 상황요소를 고려한 결과 예측, 가능성의 어림을 통해 0과 1/2 또는 1/2과 1 사이의 가능성을 지닌 일어날 것 같은, 또는 일어나지 않을 것 같은 사건을 다루고자 함이기 때문에 상황에 따라 그러한 가능성을 제대로 파악할 수 있도록 다루어야 하는 적용 과정, 즉 교수학습 상황에서의 명료함을 필요로 하는 과제이다. 마지막으로 과제의 표현면에서, a, b, c, i, j는 상황 이해를 돕기 위해 시각적 표현을 부가적으로 제공하였다. 다만 연구

자의 의도가 적절하게 구현되기 위해서는 주의할 필요가 있다. Lowrie(2012)에서 불가능성 인식을 위해 문장만, 혹은 문장과 시각적 표현을 함께 제공했을 때 교사의 의도와 달리 학생들이 시각적 표현에서 비본질적인 정보를 추출함으로써 후자가 장애가 된 사례를 볼 수 있기 때문이다.

본 연구에서의 수업 적용 결과로부터 확인된 가능성 지도와 관련하여 주의해야할 학생들의 인지적 어려움을 고려하고 그와 관련한 교수학적 시사점을 논의하고자 한다.

첫째, 각각의 가능성에 해당하는 사례를 찾기 어려워한다. 본 수업의 목표는 가능성을 수로 나타내는 것이지만 그 이전에 확실한 사건과 불가능한 사건을 인식하는 것은 가능성에 대한 인식의 출발점이며, 각 사건의 가능성의 크기에 대한 올바른 인식이 우선되어야 하는 것은 자연스럽다. 그러나 학생들은 주어진 사건에 대해 불가능한, 확실한, 가능성 반반과 같은 가능성을 쉽게 표현하면서도(활동 1-1) 그에 해당하는 사건을 말하는 것은 어려워하였다. 이에 대한 한 가지 이유는 Bliss(19778)가 지적했듯이, 아이들이 일상생활에서 만나는 대부분의 사건은 가능성을 야기시키는 우연성과 인과 관계의 복합물로 간주되기 때문이다. 아이들이 내가 타고 있는 차가 사고날 가능성은 평균가능성보다는 운전자가 얼마나 조심스럽게 운전하는가에 달려있다고 생각한다는 것이다. 사건의 임의성에 대한 직관을 필요로 한다. 또 다른 이유로 가능성 자체에 대한 이해의 부족보다도 열린 문제에 적절히 대응하지 못하는 어려움을 생각할 수 있다. 수학 학습 시 자기주도적 학습 능력이나 창의성과 관련지어 재고해야 할 부분이다.

둘째, 거의 확실한 또는 거의 불가능한 것을 확실한 또는 불가능한 것과 동일시하는 경향은 주관적 판단에 의존함을 보여준다. 같은 맥락에서 가능성을 0, 1, 1/2, 1/4, 3/4의 특정 수치만 다룸으로써 학생들이 그 이외의 다양한 경우가 있음을 인지하지 못할 위험이 있다. 활동 2-2에서 여러 가지 사건의 가능성을 대략적으로 수직선에 표시하는 활동이 포함되어 있음에도 불구하고 그것이 명시적인 수치로 제공되지는 않기 때문에 그와 같은 위험이 따를 수 있다. 일어날 듯한, 일어나지 않을 듯한 사건의 가능성을 어림하기 위해 좋은 전략이 되었던 가능성 1/2을 기준으로 그보다 크거나 작은 것을 판단하는 것도 정진영(2004)에서와 같이 자칫 1/2보다 크면 확실, 작으면 불가능이라는 해석을 할 위험도 있는 것이다. 따라서 교육과정에서 제시한 수치에 대한 가능성 외의 다양성에 대하여 본 연구의 경우 1차시 마지막 부분에서 수직선을 이용한 가능성의 대소 비교 활동을 더욱 강화, 확대하는 것이 적절할 것으로 보인다.

셋째, 확률 개념 구성에 필요한 기본 개념인 각 경우의 가능성이 같음에 대한 인식이 부족하다. Rumsey(2006) 역시 이와 관련하여 확률이 직관과 반대로 가는 경향을 언급하고 주의해야할 오개념으로 결과가 두 가지일 때 50대 50으로 사고하게 되는 이 현상을 경고하였다. 타율 70%인 야구선수가 타석에 설 때 볼을 치거나 못 치거나 가능성이 1/2이라는 오개념이다. 문제는 이 오개념이 그럴듯해 보이고 피하기 어렵다는 사실이다. 주사위, 동전 등의 확률실험에서는 각 경우의 가능성이 같음이 보장되어 있기 때문에 학생들이 이를 인식하고 있는지 알 수 없으나, 현실 맥락에서 학생들의 오개념은 이에 대한 반성적 사고의 필요성을 제기한다. 실제로 본 연구에서 가능성이 반반인 경우의 사례를 발표하면서 …이거나 아니거나와 같이 이분법적으로 사고하고 그 각각의 가능성의 크기는 고려하지 않기 때문에 학생들은 오개념을 보였고, 이를 수정하기 위해 각 경우의 가능성의 크기에 대한 발문이 필요하였고 활동 5-1에서는 네 면이 각각

밑으로 갈 가능성이 같음을 인식하도록 하였다. 동전을 던지는 것과 타율 70%인 야구선수가 볼을 치는 것은 다른 종류의 시행임을 파악하게 하는 것이 관건이다.

넷째, 가능성 1/4과 3/4의 직관적 파악에 대한 것이다. Taylor(2001)는 확률을 설명하고 표현하기 위해 분수가 필요하다는 이유에서 확률 지도를 분수 지도 이후로 미루는 것에 대해 반대하면서 확률 학습이 분수를 도입하는 학습 맥락으로 역할할 가능성을 시사하기도 하였다. 그러나 본 연구는 가능성 1/4을 넷 중 하나와 같은 명시적 설명에 의존하지 않고 직관적으로 파악할 수 있기를 기대하였기 때문에 이를 위해 선수학습 요소인 분수 개념 및 분수 학습에서의 경험이 유효하게 작용함을 관찰할 수 있었다. 이에 근거하여, 분수 지도가 가능성 지도에 선행하는 것이 바람직한 것으로 생각한다. 그럼에도 불구하고 직관적 파악이 어려웠던 한 학생에 대해서는 넷 중 하나라는 설명이 요구된 확률실험인 정사면체 주사위 활동을 이용할 수 있었다. 한편 본 연구에 참여한 교사는 수업 후 면담에서 가능성 1/4을 위한 실제적 상황으로 네 갈래 길에서 임의로 하나를 택할 가능성, 스페이드, 클로버, 다이아몬드, 하트가 똑같이 들어있는 카드에서 한 장을 뽑을 때 하트일 가능성 등을 제안하였다.

다섯째, 가능성을 수로 나타낼 때, 확률과 경우의 수 사이의 혼동이 가능하다. 예를 들어 정사면체 주사위 활동에서 4가 밑으로 갈 가능성에 대해 1/4이 아닌 경우의 수 1가지를 말하는 오류이다. 확률적 개념에 대한 이해와 별도로 용어와 표현에 대한 지도가 지속적으로 이루어져야 함을 시사한다.

이와 같은 논의는 교과서의 구체적인 활동이 정해지지 않은 시점에서 다소 덜 구조화된 면이 있지만, 다른 한편 2009 개정 교육과정에 따른 교과서 개발의 관점에서 본다면 가능성 개념을 지도하기 위한 과제를 고안하고 그 지도 방안을 구상하는 데 도움이 될 것으로 기대된다.

참고문헌

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호

교육부(2000). **초·중·고등학교 수학과 교육과정 기준**. 선명인쇄(주)

교육인적자원부(2002). **수학 6-나**. 천재교육

문교부(1954). **셈본 5-2**. 대한문고서적주식회사

문교부(1974). **산수 5-2**. 국정교과서주식회사

문부과학성(2008). **소학교학습지도요령해설 산수편**. 동양관출판사

서동엽, 홍진곤(2001). 확률 개념 도입의 맥락과 난점. **수학교육학연구** 제11권 1호. 179-191

정진영(2004). **초등학교 확률 내용의 논리적 측면과 심리적 측면 분석**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문

한국과학창의재단(2011a). **창의중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구**. 정책연구 2011-4

한국과학창의재단(2011b). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 정책연구 2011-11

Baroody, A.J. & Coslick, R.T.(1998). *Fostering children's mathematical power*. 권성룡 외 역 (2006). **수학의 힘을 길러주자 왜? 어떻게?** 경문사

Bliss, J.(1978). Ideas of chance and probability in children and adolescents. *Physics Education, 13*, 408-413

Bonotto, C.(2005). How informal out-of-school mathematics can help students make sense of formal in-school mathematics: the case of multiplying by decimal numbers. *Mathematical* *thinking and learning, 7*(4), 313-344

Common Core State Standards Initiative(CCSSI: 2010). Standards by domain: Statistics & Probability. *Common core state standards for mathematics.* http://www.corestandards.org/Math/Content/SP

Finnish National Board of Education(2004). *National core curriculum for basic education 2004.* http://www.oph.fi/english/sources_of_information/core_curricula_and_qualification_requirements/basic_education

Fischbein, E.(1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children.* D.Reidel publishing company

Hajek, A. & Hoefer, C.(2006). Chance. In Borchert, D.(ed), *Encyclopedia of philosophy.* Macmillan reference

Jones, G.A., Langrall, C.W., Thornton, C.A., & Mogill, A. T.(1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational studies in mathematics, 32*, 101-125

Jones, D. & Tarr, J.E.(2010). Recommendations for statistics and probability in school mathematics over the past century. In Reys, B.J., Reys R.E., & Rubenstein, R.(eds), *Mathematics curriculum - issues, trends, and future directions*(2010 yearbook, 65-75). NCTM

Lowrie, T.(2012). Visual and spatial reasoning: the changing form of mathematics representation and communication. In Kaur & Lam(eds), *Reasoning, communication and connections in mathematics*(2012 yearbook, 149-168). NCTM

MacMillan/McGraw-Hill(2005). *Math* 1, 2, 3, 4, 5

Metz, K.E.(1998). Emergent ideas of chance and probability in primary-grade children. In Lajoie, S.(ed). *Reflections on statistics: learning, teaching, and assessment in grades K-12.* Lawrence erlbaum associates, publishers

Ministry of Education(2006). *Secondary mathematics syllabus.* http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/

Ministère de l'éducation nationale (2008). *Mathématiques: classes de sixième, cinquième, quatrième, troisième.* Centre national de documentation pédagogique http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm

Moore, D. S.(1990). Uncertainty. In Steen, L. A.(ed), *On the shoulders of giants: new approaches to numeracy.* National academy press

NCTM(2000). *Principles and standards for school mathematics.* NCTM

Nikiforidou, Z. & Pange, J.(2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early childhood education journal, 38*, 305-311

Piaget, J. & Inhelder, B.(1975). *The origin of the idea of chance in children.* Routledge. 원본은 1951년 출판.

Rumsey, D.(2006). *Probability for dummies.* Wiley publishing, Inc.

San Martin, E.(2006). Piaget's viewpoint on the teaching of probability: a breaking-off with the traditional notion of chance? In *International conference on the teaching of statistics 7*, Salvador, Brazil. http://www.ime.usp.br/~abe/ICOTS7/Proceedings/PDFs/InvitedPapers/8D1_SANM.pdf

Scott Foresman-Addison Wesley(2004). *Mathematics 2, 4*

Shulte, A.P.(2002). Learning probability concepts in elementary school mathematics. In Chambers, D.L.(ed), *Putting research into practice into the elementary grades*. NCTM

Silver Burdett & Ginn(1992). *Mathematics. 1, 3*

Steinbring, H.(1991). The concept of chance in everyday teaching: aspects of a social epistemology of mathematical knowledge. *Educational studies in mathematics, 22*(6), 503-522

Van de Walle, J.A.(2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (fifth ed.). Pearson

Taylor, F.M.(2001). Why teach probability in elementary classroom?, *Louisiana association of teachers of mathematics, 2*(1). http://www.lamath.org/journal/Vol2/taylor.pdf

Turner, S.(2006). *Encyclopedia of Social Theory.* Routledge

Teaching the Concept of Chance prior to Probability in Elementary School Mathematics

Chang, Hyewon (Chinju National University of Education)

Probability has distinctive characteristics which are different from other areas of school mathematics. The critical change can be noticed in the domain, 'probability and statistics' of 2009 revised national curriculum for elementary school mathematics. This indicates that the concept of chance is supposed to be taught in the 5~6 grade band instead of the definition of probability which is moved to the middle school level. The purpose of this study is to seek desirable methods for teaching the concept of chance which reflect the achievement criteria and the attention point for teaching and learning of the curriculum at the point of time when textbooks haven't yet been developed. To do this, based on theoretical considerations and comparative analysis of the curricula in the longitudinal - latitudinal dimensions respectively, the validity of the latest curriculum change was confirmed and several learning activities were devised. And then two lessons were planned for applying these activities to eight fifth graders and were implemented along the plan. As a result, the relevance of the learning activities was examined and students' difficulties in learning the concept of chance with educational implications were discussed.

* Key Words : probability(확률), chance(가능성), certain(확실하다), impossible(불가능하다), equally likely(가능성이 반반이다), likely(일어날 것 같은), unlikely(일어나지 않을 것 같은), elementary school mathematics(초등 수학), 2009 revised national curriculum for elementary school mathematics(2009 개정 교육과정)

논문접수 : 2013. 4. 30
논문수정 : 2013. 5. 31
심사완료 : 2013. 6. 14