

## 샘플링 기반 민감도를 이용한 국부 유도 가열용 코일의 최적 설계

최낙선 · 김동욱 · 김동훈\*

경북대학교 전기공학과, 대구시 북구 산격동, 702-701

(2013년 5월 14일 받음, 2013년 6월 5일 최종수정본 받음, 2013년 6월 10일 게재확정)

본 논문에서는 전자기 결합 문제에 대한 효율적인 최적 설계를 위하여 샘플링 기반 민감도법을 제시하였다. 전자기 해석과 열/구조 해석 사이의 결합 특성에 무관하게 최적해를 도출하기 위하여 블랙박스 개념에 기초한 설계기법이 적용되었다. 현 설계점을 중심으로 초입방체 국부 영역에서 크리깅 근사모델을 생성하고 근사모델의 기저함수의 미분을 통하여 설계민감도 값을 도출하였다. 제안된 설계기법은 샘플링 기반 설계기법과 민감도 기반 설계기법의 장점만을 취한 혼합형 설계기법으로 열/구조 특성과 강성 결합된 전자기 문제의 최적 설계에도 적용이 가능하다. 제안된 방법은 비선형성이 강한 수학 예제 및 과도상태 해석이 요구되는 국부 유도가열용 코일 설계에 적용하여 그 정확성과 타당성을 검증하였다.

**주제어** : 전자기 결합 문제, 최적화, 근사모델, 설계민감도, 유도 가열

### I. 서 론

국내·외 전자기 관련 소자 및 장치의 최적설계에 대한 연구는 1980년대 후반부터 시작되어 다양한 설계기법들이 개발되었다. 최적설계 기법은 크게 진화 알고리즘, 유전 알고리즘, 반응표면법 등의 샘플링 기반 최적화(sampling-based optimization) 기법과 이산적/연속체적 설계 접근법에 기초한 민감도 기반 최적화(sensitivity-based optimization) 기법으로 분류할 수 있다[1-4]. 지금까지 전자기 소자 및 장치에 관련된 대부분의 최적설계 연구는 설계 대상의 전자기적 특성만을 고려하여 수행되었다.

일반적으로 전자기 소자 및 장치는 전자기적 특성뿐만 아니라 주울열(Joule's heat)이나 전자기력 등의 전자기적 가진 원에 의해 필연적으로 수반되는 열 및 구조 등의 특성을 동반하는 전자기 결합 문제(electromagnetic coupled problem)에 해당된다. 2000년대 초반부터 전자기 결합 문제에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며 이와 관련된 특성해석을 위한 다양한 전산 모의시험 기법들도 개발되고 있다. 그러나 전자기, 열 및 구조 특성들이 상호 연계된 전자기 결합 소자 및 장치에 대한 최적 설계 연구는 상대적으로 미비한 실정이다.

전자기 결합 문제는 관련된 공학적 특성들 사이의 상호 결합 정도에 따라 연성 결합(weakly coupled)문제와 강성 결합(strongly coupled) 문제로 구분된다. 기존 발표된 전자기 결합 소자/장치의 몇몇 최적 설계 연구는 공학적 특성들 사이

의 의존성이 상대적으로 약한 연성 결합 문제만을 다루고 있다[5, 6]. 이는 강성 결합 문제의 경우, 연관된 공학적 특성들 사이의 결합력이 강해 기존 최적설계 연구기법들을 바로 적용하기에는 많은 어려움이 수반되기 때문이다. 즉, 샘플링 기반 최적화 기법을 전자기 결합 설계문제에 적용하게 되면, 과도한 반복 설계 횟수가 요구되어 최적 설계결과 도출에 막대한 계산 시간이 소요된다. 또한 설계 변수의 개수로 정의되는 설계 영역의 차원이 증가될 경우, 설계 결과가 최적해에 수렴되었는지를 보장하기 어렵다. 한편, 민감도 기반 최적화 기법을 강성 결합 문제에 적용하기 위해서는 이산적/연속체적 접근법에 기초한 설계 민감도식의 도출이 선행되어야 한다. 그러나 다분야 공학문제가 결합된 경우, 설계 대상 문제에 대한 공학적 지배방정식 자체가 상호 복잡하게 연계되어 있어 설계 민감도식 도출이 매우 어렵다.

본 논문에서는 전자기 결합 설계 문제에 대한 기존 최적설계 연구들의 단점들을 극복하기 위하여, 블랙박스(black-box) 개념에 기초한 샘플링 기반 민감도(sampling-based sensitivity)법을 제안한다. 연성 및 강성 결합 설계문제를 모두 다루기 위하여 결합 문제의 해석부분은 블랙박스로 취급하고 입·출력 특성만을 이용하여 설계를 수행한다. 이를 구현하기 위하여 현 설계점을 중심으로 한 국부영역에서 실험점(sampling point)을 발생하여 크리깅(Kriging)을 이용한 정밀한 근사 출력함수를 도출한다. 또한 도출된 출력함수에 설계변수에 대한 미분을 취하여 일차 설계민감도 값을 얻음으로써 민감도 정보를 기반의 수리탐색기법을 적용하여 향상된 다음 설계점을 구한다. 즉, 제안된 샘플링 기반 민감도법은 기존 샘플링 기반 설계기법과 민감도 기반 설계기법들의 장점만을 취한 혼

합형 설계기법에 해당한다. 제안된 설계기법은 최적해가 제시된 수학 예제와 국부 유도 가열용 코일의 위치 설계문제에 적용하여 타당성을 확인하였다.

## II. 블랙박스 개념에 기초한 최적 설계

서론에서 언급한 바와 같이 전자기 결합 문제는 연계된 공학적 특성들 사이의 간섭 정도에 따라 연성 결합 문제와 강성 결합 문제로 구분된다. Fig. 1은 연성/강성 결합 문제의 차이점을 단순화한 도식도이다. 연성 결합 문제는 전자기적 특성 즉, 주울열 또는 전자기력이 열이나 구조 문제의 입력으로 작용한다. 그러나 열적/구조적 출력이 전자기적 입력 즉 전기 전도도나 자기 투자율 등의 전자기적 물성특성에 미치는 영향이 극히 적은 것으로 간주한다. 반면, 강성 결합 문제는 전자기적 특성이 열/구조 문제의 입력으로 작용하는 것은 동일하나, 열적/구조적 출력이 전자기적 물성특성의 변화를 초래한다. 따라서 강성 결합 문제의 특성해석을 위해서는 제시한 그림에서와 같이 전자기/열/구조 등의 특성이 상호 출력과 입력으로 순환하는 복잡한 반복계산이 요구된다.

기존에 시도되었던 전자기 결합 문제에 대한 최적설계 연구들은 기 기술한 바와 같이 연성 결합 문제에만 국한되었다. 또한 설계 결과 도출을 위하여 연관된 공학 문제들 사이를 결합을 인위적으로 단절시키는 비약적인 가정을 도입하였다. 즉 전자기 분야에서는 연성 결합 문제의 설계목적이 열적/구조적 특성일지라도 이에 대한 입력인 전자기적 가진원 즉, 주울열이나 전자기력의 분포를 목적함수로 설정하여 최적설계

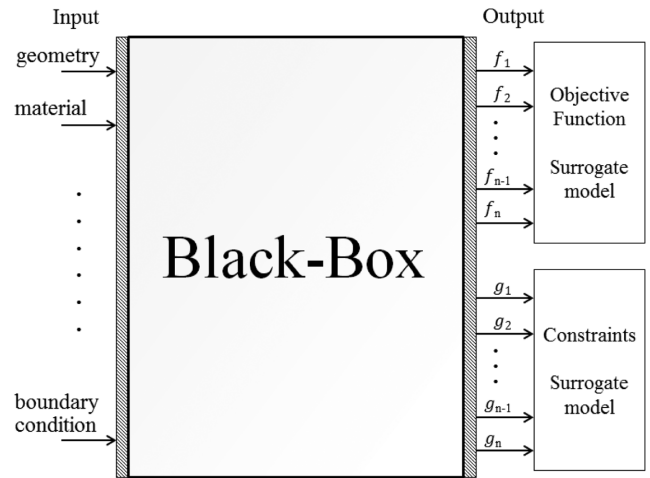


Fig. 2. Optimization based on the black-box concept.

를 수행하였다[5]. 따라서 전자기 결합 문제에 대한 기존 연구 방식은 엄밀한 의미에서 결합 문제의 연관된 특성들을 정확히 고려하여 수행한 최적설계라 할 수 없다.

본 논문에서는 이런 기존 연구의 한계를 극복하고 다양한 전자기 결합 문제에 적용 가능한 최적 설계 기법을 제안하기 위하여 Fig. 2와 같은 블랙박스 개념을 도입하였다. 전자기 결합 문제에 대한 특성해석 부분을 블랙박스 형태로 취급하며 단지 입력과 출력 값만을 이용하여 입/출력 사이의 특성관계를 유추하는 근사모델(metamodel/surrogate model)을 이용하여 최적설계를 수행한다. 제안한 방식은 다음과 같은 장점을 지닌다.

- 1) 연성/강성 결합 설계문제 모두 적용 가능
- 2) 결합된 공학 분야와 무관하게 적용 가능
- 3) 다양한 결합 문제 상용 해석도구에 적용 가능
- 4) 다분야 공학에 미숙련자도 설계 가능

## III. 샘플링 기반 민감도를 이용한 최적 설계

블랙박스 개념에 기초한 전자기 결합 문제의 최적설계를 구현하기 위하여 본 논문에서는 샘플링 기반 민감도법을 적용하였다. 크리깅 근사모델을 사용하여 입력에 대한 출력특성을 모사하며, 근사모델에 사용된 함수들에 미분을 취하여 설계민감도를 도출한다. 근사모델 및 설계민감도의 정밀도를 보장하기 위하여 근사모델은 매 반복 설계점을 중심으로 한 국부설계영역에서 만들어진다. 본 장에서는 제안된 기법의 기본 원리 및 이를 활용한 최적설계 알고리즘에 대해 기술한다.

### 1. 크리깅 근사모델과 민감도

크리깅을 이용한 근사모델은 1950년대 광물의 위치에 대한 정보를 보다 정확하게 분석하기 위해 처음으로 사용되었다. 주로 지질학 분야에서 사용되던 크리깅 근사모델은 1980년대

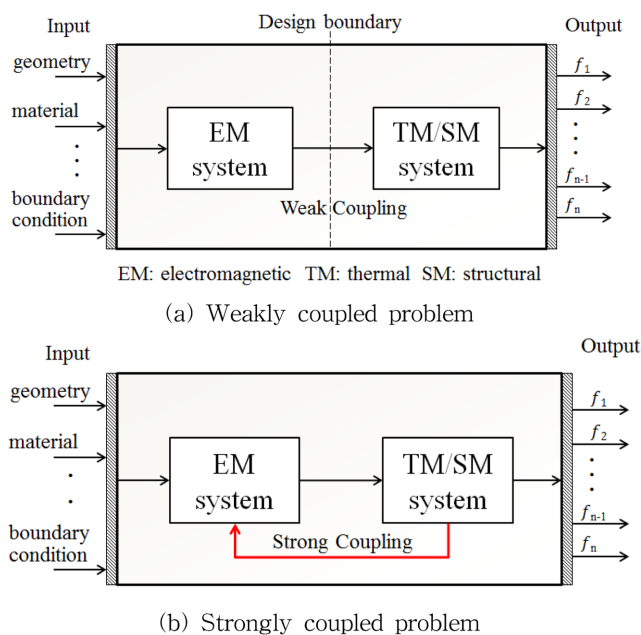


Fig. 1. (Color online) Two kinds of coupled problems.

후반 전산실험에 적용되면서 다양한 공학 분야에서 이에 대한 응용 연구가 활발히 진행되고 있다[7-9].

크리깅 근사모델은 주어진 실험점과 그에 대응하는 반응/출력 값을 이용하여 다항식과 편차의 합으로 반응식을 유추하는 방법이다.  $n$ 개의 실험점을 가정하면 근사모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \text{ with } x_i \in \mathbf{R}^m \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = [y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_n)]^T \text{ with } y(x_i) \in \mathbf{R}^1 \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e} \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{x}$ 는 사용된 실험점,  $\mathbf{y}$ 는  $\mathbf{x}$ 에 대응되는 반응(response) 값을 나타낸다. 또한  $\mathbf{F}$ 는 실험점에 대응하는 기저함수(basis function)의 값,  $\boldsymbol{\beta}$ 는  $\mathbf{F}$ 에 대응하는 상수,  $\mathbf{e}$ 는 편차를 나타내는 확률 과정(stochastic process)을 의미한다.  $\mathbf{e}$ 는 다항식으로 표현되는 평균에서의 불확실성을 대변하며 평균은 0, 분산은  $\sigma^2$ 으로 가정한다. 임의의 두 점에서의 공분산(covariance)은 식(4)와 같다.

$$\text{Cov}(e(x_i), e(x_j)) = \sigma^2 R(\theta, x_i, x_j) \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{R}$ 은 상관함수(correlation function)를,  $\theta$ 는 상관변수(correlation parameter)를 의미한다. 다양한 상관함수가 사용될 수 있지만, 공학문제에서 다음과 같은 가우스 분포함수를 주로 사용한다.

$$R(\theta, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \prod_{l=1}^m \exp(-\theta_l(x_{i,l} - x_{j,l})^2) \quad (5)$$

여기서  $x_{i,l}$ 은 벡터  $\mathbf{x}_i$ 의  $l$ 번째 성분을 나타낸다.

식(2)의 실험점에 대한 실제 반응값  $\mathbf{y}$ 에 최적선형불편추정량(best linear unbiased predictor)을 적용하면 임의점에 대한 추정 반응값  $\hat{y}$ 를 식(6)과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{y}(x) = \mathbf{f}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \quad (8)$$

여기서  $\mathbf{f}$ 는 임의점  $\mathbf{x}$ 에 대응하는 기저함수 값을 나타내고  $\mathbf{r}$ 은 상관벡터를 의미하며  $[R(\theta, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}), \dots, R(\theta, \mathbf{x}_n, \mathbf{x})]^T$ 에 의해 계산된다. 유도된 크리깅 근사모델의 마지막 미지수인  $\theta$ 는 최대우도추정법(maximum likelihood estimation)을 적용하면 다음과 같은 최소화 문제로 귀착된다.

$$\text{minimize } \psi(\theta) = \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{R}|) + \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) \quad (9)$$

크리깅 근사모델 즉, 추정 반응값을 나타내는 식(6)의 양변에 편미분을 취하면 식(10)이 유도된다. 식(10)은 임의 벡터  $\mathbf{x}$ 에서 일계 미분정보에 해당하며 이를 샘플링 기반 민감도라 정의한다[10].

$$\hat{y}'(\mathbf{x}) = \mathbf{J}_f(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{J}_r(\mathbf{x})^T \mathbf{r} \quad (10)$$

여기서  $\mathbf{J}_f(\mathbf{x})$ 와  $\mathbf{J}_r(\mathbf{x})$ 는 각각  $\mathbf{f}$ 와  $\mathbf{r}$ 에 대한 자코비안(Jacobian)을 의미한다.

## 2. 국부 영역 기반 설계 탐색법

샘플링 기반 민감도는 반복 설계과정에서 매 설계 점에서 계산되는 양이다. 따라서 설계 전 영역에 대한 근사모델이 아닌 국부 영역에 생성되는 근사모델을 이용한다. 이는 국부 영역에서 근사모델을 구하게 되면 실험점 선택기법에 따른 의존성이 현저히 줄어들어 임의 설계점에서 설계민감도 값을 보다 정확하게 구할 수 있다. Fig. 3은 2차원 설계영역에서 두 개의 구속함수  $g_1, g_2$ 를 가정하여 초입방체 국부 영역(hyper-cubic local window)에 기반한 근사모델의 실험점과 설계민감도를 이용한 탐색기법을 도식화한 그림이다. 국부 영역의 크기는 식(11)에 의해 결정된다.

$$R_i = c(d_i^U - d_i^L) \quad i = 1, 2, \dots, n_d \quad (11)$$

여기서  $R$ 은 국부 영역 크기를 나타내고,  $c$ 는 영역 크기를 결정하는 상수로서 보통 2~5%의 값을 사용한다. 위첨자  $U$ 와  $L$ 은 각각 설계변수  $d_i$ 의 상한과 하한 값을 의미한다.

국부 영역이 결정되면 현 설계점을 중심으로 국부 영역 내에 다수의 실험점을 생성하게 된다. 본 논문에서는 초기 실험점 발생을 위해 LCVT(Latin Centroidal Voronoi Tessellation) 기법을 사용하였다[11]. 이 때 초기 실험점의 최소 개수는 식

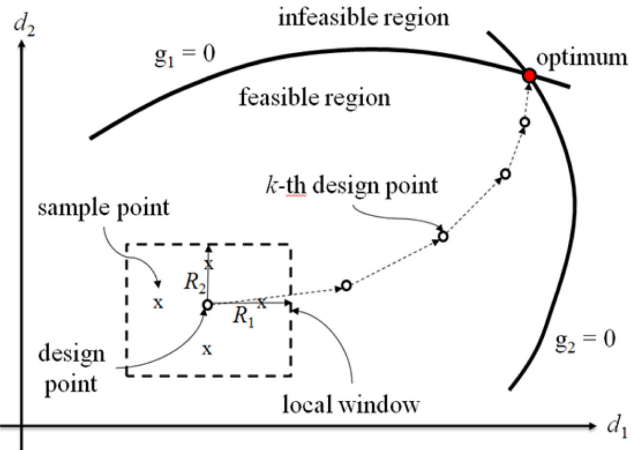


Fig. 3. (Color online) Conceptual diagram of hyper-cubic local window and sensitivity-based searching technique.

(12)에 의해 결정된다.

$$C_{n_d+p}^P \leq N_r \quad (12)$$

여기서  $P$ 는 근사 모델에 사용된 기저함수의 최고차수,  $n_b$ 는 설계변수 개수,  $N_r$ 은 초기 실험점의 최소 개수를 의미한다.

초기 실험점을 이용하여 얻어진 근사모델은 식(13)을 사용하여 정밀도  $\eta$ 를 판정한다.

$$\eta = \frac{\text{mean}(\widehat{MSE}(x_i))}{\text{Var}(y(x_j))} \text{ for } i = 1 \sim S, j = 1 \sim N_r$$

$$\widehat{MSE}(x_i) = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \left\{ \frac{\hat{y}(x_i) - y(x_i)}{y(x_i)} \right\}^2 \quad (13)$$

여기서  $\text{Var}(y(x_j))$ 은 실험점  $x_j$ 의 실제 반응값에 대한 분산이고, 는 LCVT 방법에 의해 생성된 검사점(testing points)의 총 개수이다.  $\widehat{MSE}(x_i)$ 는 검사점  $x_i$ 에서 예측된 평균제곱오차(mean square error)이다. 본 논문에서는 근사모델의 정밀도를 1% 이내로 설정하여 설정된 정밀도를 만족할 때까지 순차 샘플링기법(sequential sampling technique)을 사용하여 국부 영역 내에 실험점을 추가하였다.

### 3. 최적 설계 알고리즘

Fig. 4에 샘플링 기반 민감도법을 이용한 최적 설계 알고리즘을 제시하였다. 근사모델로부터 추출된 민감도와 구속조건

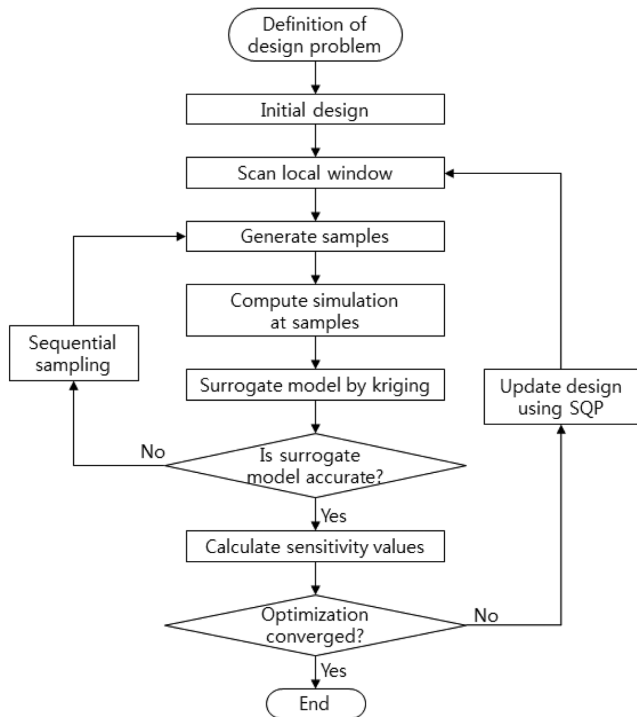


Fig. 4. Flowchart of the proposed optimization method based on the sampling-based sensitivity.

의 효율적인 처리를 위하여 순차이차계획법(Sequential Quadratic Programming)을 이용한 수리탐색 기법을 적용하였다. 제시된 최적 설계기법의 반복 계산 과정은 아래와 같다.

- 1) 설계 문제와 초기 설계변수를 정의한다.
- 2) 설계변수 위치에서 국부 영역을 정의한다.
- 3) 정의된 국부 영역 내에서 초기 실험점을 생성한다.
- 4) 각 실험점에서 반응값을 계산한다.
- 5) 계산된 반응값과 실험점을 이용하여 크리깅 근사모델을 구한다.
- 6) 근사모델이 설정된 정밀도를 만족할 때까지 실험점을 추가하여 4)에서 5)의 과정을 반복한다.
- 7) 근사모델을 이용하여 설계민감도를 계산한다.
- 8) 최적해의 수렴도가 만족할 때까지 순차이차계획법을 이용하여 다음 향상된 설계점을 선정하여 2)에서 7)의 과정을 반복한다.

## IV. 적용사례

샘플링 기반 민감도법을 이용한 최적 설계의 타당성을 검증하기 위하여 두 가지 설계모델을 고려하였다. 최적해가 주어지지 않은 비선형성이 강한 목적함수와 구속조건들로 구성된 수학 예제를 통하여 제안한 기법의 해의 정밀도를 조사하였다. 또한 과도상태의 전자기열 특성이 결합된 국부 유도 가열용 코일 설계문제의 적용을 통하여 제안한 기법의 효율성을 확인하였다. 두 가지 문제에서 사용된 크리깅 근사모델의 기저함수의 최고 차수는 모두 1차로 설정하였다.

### 1. 수학 예제

‘Test Examples for Nonlinear Programming Codes’에서 제시하고 있는 대표적인 비선형 검증 문제들 중에서 식(12), (13)으로 구성된 예제를 선택하였다[12]. 설계목적은 10개의 설계변수를 가지는 식 (12)의 목적함수  $f$ 를 최소화하면서 식 (13)에서 제시된 8개의 구속함수들을 모두 만족시키는 설계점을 찾는 것이다.

$$\text{minimize } f(d) = d_1^2 + d_2^2 + d_1d_2 - 14d_1 - 16d_2 + (d_3 - 10)^2 + 4(d_4 - 5)^2 + (d_5 - 3)^2 + 2(d_6 - 1)^2 + 5d_7^2 + 7(d_8 - 11)^2 + 2(d_9 - 10)^2 + (d_{10} - 7)^2 + 45 \quad (12)$$

subject to

$$g_1(d) = 4d_1 + 5d_2 - 3d_7 + 9d_8 - 105 < 0$$

$$g_2(d) = 10d_1 - 8d_2 - 17d_7 + 2d_8 < 0$$

$$g_3(d) = -8d_1 + 2d_2 + 5d_9 - 2d_{10} - 12 < 0$$

$$g_4(d) = 3(d_1 - 2)^2 + 4(d_2 - 3)^2 + 2d_3^2 - 7d_4 - 120 < 0$$

**Table I.** Comparison of exact and calculated solutions for a test example.

Design variables	Initial design	Known solutions	Proposed method	Fractional error (%)
$d_1$	2	2.1719	2.1716	0.0182
$d_2$	3	2.3636	2.3646	0.0388
$d_3$	5	8.7739	8.7742	0.0031
$d_4$	5	5.0959	5.0965	0.0101
$d_5$	1	0.9965	0.9904	0.6169
$d_6$	2	1.4305	1.4296	0.0680
$d_7$	7	1.3216	1.3209	0.0562
$d_8$	3	9.8287	9.8281	0.0063
$d_9$	6	8.2800	8.2793	0.0095
$d_{10}$	10	8.3759	8.3763	0.0044
$f(\mathbf{d})$	753	24.3062	24.3062	0.00004

$$\begin{aligned}
 g_5(d) &= 5d_1^2 + 8d_2 + (d_3 - 6)^2 - 2d_4 - 40 < 0 \\
 g_6(d) &= 0.5(d_1 - 8)^2 + 2(d_2 - 4)^2 + 3d_5^2 - d_6 - 30 < 0 \\
 g_7(d) &= d_1^2 + 2(d_2 - 2)^2 - 2d_1d_2 + 14d_3 - 6d_6 < 0 \\
 g_8(d) &= -3d_1 + 6d_2 + 12(d_9 - 8)^2 - 7d_{10} < 0
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

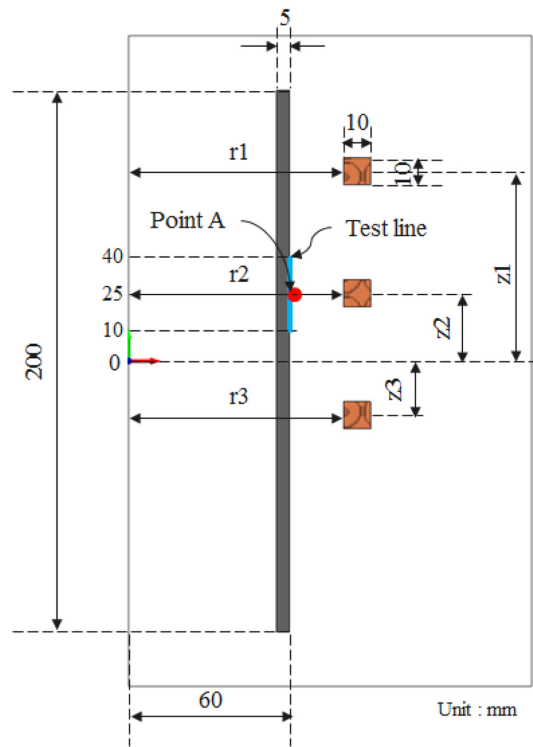
Table I에서 제시된 초기 설계점에 21개의 초기 실험점을 생성하여 크리깅 근사모델 구한다. 그리고 근사모델의 기저함수에 대한 미분을 취하여 얻어진 설계민감도 값을 이용하여 다음 향상된 설계점을 탐색하게 된다. 최적해를 도출하기 위하여 31회의 반복 설계가 수행되었으며 총 488개의 실험점이 사용되었다. 총 실험점의 개수는 목적함수 및 구속함수의 총 계산 횟수를 의미한다. Table I에 수학 예제에 대한 정밀해와 제안된 설계기법에 의해 구해진 최적해를 제시하였다. 비율 오차(fractional error)는 정밀해에 대한 최적해의 오차를 백분율로 표시한 것이다. 최적해는 최대 비율 오차 0.6% 이내로 정밀해에 매우 근접한 결과를 보인다. 수학 예제의 결과를 통하여 제안된 국부 영역 내에서 생성된 크리깅 근사모델로부터 도출된 설계민감도 값의 정밀도가 높음을 유추할 수 있다.

**2. 유도 가열용 코일 설계**

Fig. 5는 축대칭 형태의 유도 가열용 코일과 시편에 대한 도식도이다. 3개의 코일을 이용하여 15초 후 그림에서 제시한 30 mm 길이의 Test line 상에 1000 °C의 일정 온도분포를 만드는 것이 설계목적이다. 코일의 중심 좌표를 결정하는 6개 변수를 설계변수로 설정하였고 구속조건은 각 코일의 인덕턴스에 상한과 하한 값을 부여하였다.

식(14)는 상기 기술한 설계목적을 최적화 문제로 정식화한 것이다.

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } f(\mathbf{d}) &= \sum_{i=1}^{n_p} (T_i - T_{10})^2 \text{ at } t = 15s \\
 \text{subject to } L_L &\leq L_j \leq L_U, j = 1, 2, 3
 \end{aligned}
 \tag{14}$$



**Fig. 5.** (Color online) Schematic of a induction heating problem.

여기서  $\mathbf{d}$ 는 설계변수 벡터,  $n_p$ 는 Test line 상의 측정점 개수,  $T_{10}$ 는 목표 온도로서 1000 °C이다.

모의시험에는 유효 기자력이 1800 A · turns의 10 kHz 정현파 전원과 304 stainless steel를 시편을 사용하였다. 전자기와 열 특성이 결합된 국부 유도 가열 코일 문제를 해석하기 위해서 상용 전자기 해석 도구인 MagNet과 열 해석 도구인 ThermNet을 사용하였다[13]. 코일에 의해 시편에서 발생하는 와전류는 시정현(time-harmonic) 해석을, 이로 인해 발생하는 열 분포는 과도(transient) 해석을 수행하였다. 모의시험에 사용한 전기 저항률 조건에 따라 동일 설계문제를 두 개로 구분하여 각 조건에 따라 최적 코일의 위치를 도출하였다. 해석조건 1(Condition 1)은 시편의 온도변화에 무관하게 전기 저항률을 일정 상수로 설정하였다. 반면 해석조건 2(Condition 2)에서는 시편 온도변화에 따라 각기 다른 전기 저항률을 사용하였다. 즉, 동일 문제를 연성 결합(해석조건 1)과 강성 결합(해석조건 2) 문제로 정의하여 해석함으로써 코일의 최적설계 결과에 미치는 영향을 고찰하였다. 결합 문제 해석에 사용한 두 가지 전기 저항률을 Table II에 제시하였다 [14].

Table III의 초기 설계점에 13개의 초기 실험점을 가지고 두 가지 전기 저항률 조건에 따라 각각 유도 가열 코일 위치 설계가 수행되었다. 두 가지 설계문제는 약 15회의 반복설계와 총 580여개의 실험점이 사용된 후 Table III에 제시된 최



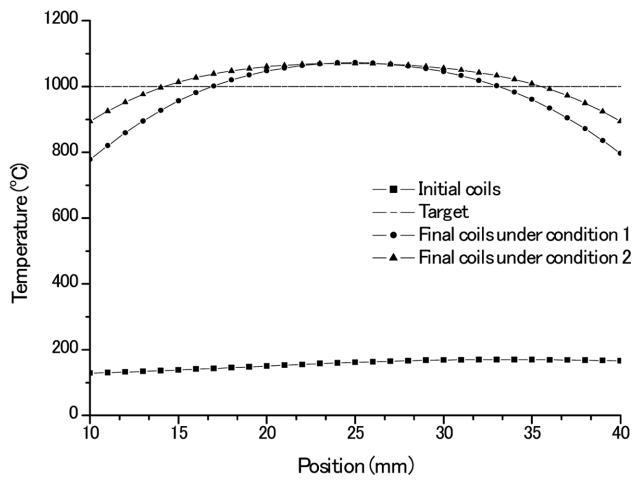
**Table II.** Two different resistivity conditions.

Conditions	Temperature (°C)						
	20	100	200	400	600	800	900
1	72	72	72	72	72	72	72
2	72	78	86	100	111	121	126

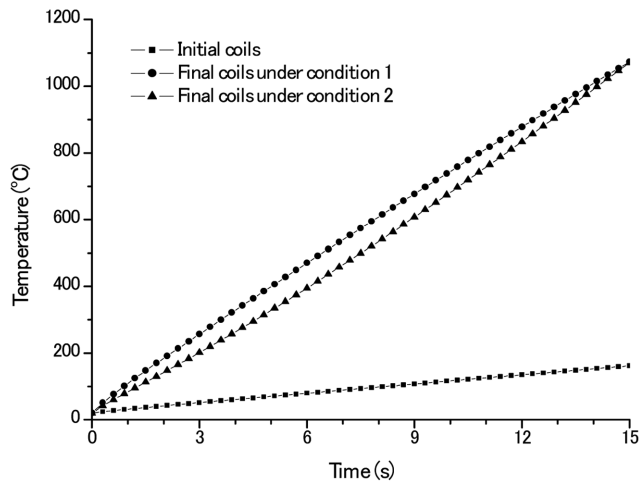
unit :  $\mu\text{Ohm} \cdot \text{cm}$

**Table III.** Two different optima due to the resistivity condition used.

Design variables	r1	r2	r3	z1	z2	z3
Initial	80	80	80	70	25	-20
Final (condition1)	63.00	65.33	63.00	39.10	25.15	11.66
Final (condition2)	63.00	67.71	63.00	40.82	24.99	9.56



(a) On the test line.

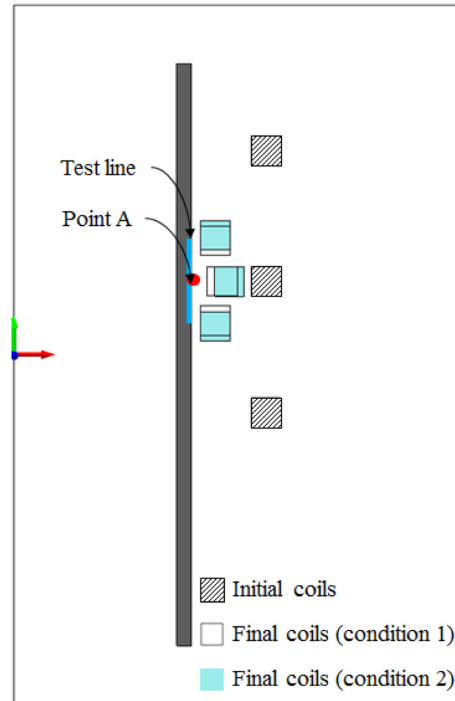


(b) At the point A.

**Fig. 6.** Thermal distributions between different coil designs.

적해를 얻을 수 있었다.

Fig. 6에서는 초기설계와 두 가지 최적설계 결과에 대해 시편에서의 온도분포를 비교하였다. Fig. 6(a)는 유도가열 15초



**Fig. 7.** (Color online) Three different coil designs.

후 Test line 상의 온도분포를 나타내며 Fig. 6(b)는 Test line의 중심에서 시간 경과에 따른 시편의 온도변화를 표시한다. Fig. 7에서는 초기설계를 기준으로 두 가지 전기 저항률 조건에 따라 얻어진 최적 코일 위치를 상대 비교하였다. 상기 결과들로부터 제안한 설계기법이 전자기열 연성 및 강성 결합 문제에 모두 적용 가능하다는 것을 알 수 있다. 또한 전자기열 특성 사이의 설정된 결합 조건에 따라 상이한 해석결과 및 설계결과가 도출됨을 확인하였다.

## V. 결 론

본 논문에서는 전자기 결합 설계문제를 다루기 위하여 샘플링 기반 민감도법을 제안하였다. 크리깅 근사모델 생성 시 효율성 및 정확성을 향상시키기 위해 초입방체를 이용한 국부 영역 개념을 도입하였다. 또한 근사모델의 기저함수의 미분을 통해 얻어진 설계민감도 값을 탐색기법에 활용함으로써 최적해 도출에 필요한 반복설계 횟수가 획기적으로 감소하였다. 사례연구 결과로부터 제안한 설계기법은 기존 연구에서 다루기 어려운 열구조 특성과 강성 결합된 전자기 설계문제에도 적용 가능함을 확인하였다.

## 감사의 글

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한

국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2010-0021544).

### 참고문헌

- [1] H. C. Cheng, W. H. Chen, and I. C. Chung, *IEEE Trans. Component and Packaging Technologies* **27**, 359 (2004).
- [2] K. Y. Hwang, S. B. Rhee, B. Y. Yang, and B. I. Kwon, *IEEE Trans. Magn.* **43**, 1833 (2007).
- [3] E. Gad and M. Nakhla, *IEEE Trans. Advanced Packaging* **28**, 32 (2005).
- [4] Y. Zhang, N. K. Nikolova, and M. K. Meshram, *IEEE Trans. Antennas and Propagation* **60**, 3060 (2012).
- [5] I. Kwak and S. Hahn, *IEEE Trans. Magn.* **36**, 1148 (2000).
- [6] S. Park and J. Yoo, *IEEE Trans. Magn.* **48**, 3883 (2012).
- [7] D. G. Krige, Master's thesis, University of Witwatersrand (1951).
- [8] J. Sacks, S. B. Schiller, and W. J. Welch, *Technometrics* **31**, 41 (1989).
- [9] J. Sacks, W. J. Welch, T. J. Mitchell, and H. P. Wynn, *Statistical Science* **4**, 409 (1989).
- [10] I. Lee, K. K. Choi, and L. Zhao, *Struct. Multidisc. Optim.* **44**, 299 (2011).
- [11] Q. Du, V. Faber and M. Gunzburger, *SIAM Review* **41**, 637 (1999).
- [12] [http://www.ai7.uni-bayreuth.de/test\\_problem\\_coll.pdf](http://www.ai7.uni-bayreuth.de/test_problem_coll.pdf).
- [13] *MagNet/ThermNet User's Manual*, Infolytica Corporation, Quebec, Canada (2012).
- [14] <http://www.upmet.com/products/stainless-steel/304304l-ann/physical>.

## Optimal Design of Local Induction Heating Coils Based on the Sampling-Based Sensitivity

Nak-Sun Choi, Dong-Wook Kim, and Dong-Hun Kim\*

*Department of Electrical Eng., Kyungpook National University, Daegu 702-701, Korea*

(Received 14 May 2013, Received in final form 5 June 2013, Accepted 10 June 2013)

This paper proposes a sampling-based sensitivity method for dealing with electromagnetic coupled design problems effectively. The black-box modeling technique is basically applied to obtain an optimum regardless of how strong the electromagnetic, thermal and structural analyses are coupled with each other. To achieve this, Kriging surrogate models are produced in a hyper-cubic local window with the center of a current design point. Then design sensitivity values are extracted from the differentiation of basis functions which consist of the models. The proposed method falls under a hybrid optimization method which takes advantages of the sampling-based and the sensitivity-based methods. Owing to the aforementioned feature, the method can be applied even to electromagnetic problems of which the material properties are strongly coupled with thermal or structural outputs. To examine the accuracy and validity of the proposed method, a strongly nonlinear mathematical example and a coil design problem for local induction heating are tested.

**Keywords** : electromagnetic coupled problem, optimization, metamodeling, design sensitivity, induction heating