http://dx.doi.org/10.7236/JIIBC.2013.13.3.165
JIIBC 2013-3-22

다중 목표물 추정을 위한 최대 우도 방법에 대한 연구

A Study on Maximum Likelihood Method for Multi Target Estimation

이민수

Min-Soo Lee

요 약 공간상에서 원하는 목표물의 도래 방향 추정은 수신 안테나에 입사하는 신호의 입사 방향을 찾는 것이다. 본 논문에서는 최대 우도 추정 방법을 이용하여 원하는 목표물의 도래 방향을 추정하였다. 도래 방향 추정방법은 최대 우도 방법에서 수신 신호 한계점 이상의 신호에 특이 값 분해를 적용하여 최대 우도 추정의 첨예도를 계산하여 원하는 목표물을 추정하였다. 모의실험을 통하여 본 연구에서 제안된 방법의 성능을 기존 방법과 비교분석하였다. 목표물 도래방향 추정에서 본 연구에서 제안한 방법이 고유치 전개를 하지 않기 때문에 처리시간 단축에서 효과적이고 원하는 목표물의 방향을 정확히 추정하였다. 본 연구에서 제안한 방법이 목표물 추정에서 기존 방법보다 우수함을 나타내었다.

Abstract In spatial, desired target direction of arrival estimation is to find a incidental signal direction on receive antennas. In this paper, we were an estimation a desired target direction of arrival using maximum likelihood method. Direction of arrival estimation method estimated a desired target calculating the maximum likelihood sensitivity using singular value decomposition above threshold signals among receive signals in maximum likelihood method. Through simulation, we were analysis a performance to compare existing method and proposal method. In direction of arrival estimation, proposed method is effectivity to decrease processing time because it is not doing an eigen decomposition in direction of arrival estimation, and desired target correctly estimated. We showed that proposal method improve more target estimation than general method.

Key Words : Miximum Likelihood, Sensitivity, Threshold, Singular Value Decomposition

Ⅰ. 서 론

도래 방향 추정 방법은 여러 센서로 구성된 배열 안테나에 수신된 신호들의 입사 방향을 분석하여 원하는 목표물의 방향을 추정하는 방법이다. 초기에 도래방향 추정 방법은 레이더, 소나, 통신 시스템 등에 적용되었으며, 최근에는 의료 공학 및 바이오 메디컬분야에도 많이 적용되고 있다[1,2]. 도래방향 추정방법의 종류는 Bartlett 방법, Capon 방법, Linear prediction 방법, Min norm 방법, MUSIC 방법, ESPRIT 방법, Maximum Likelihood method 등이 있다[3-6]. 원하는 목표물 추정시 MUSIC방법 과 ESPRIT방법은 고유치 전개와 고유치 분해를 사용하여 고 분해능 방법으로 알려져 있다[7,8]. Barlett 과 Capon 방법은 초기에 제안된 방법으로 지금까지 연구된

*정회원, 대진대학교 통신공학과
접수일자 : 2013년 2월 15일, 수정완료 : 2013년 4월 29일
게재확정일자 : 2013년 6월 14일

Received: 15 February 2013 / Revised: 29 April 2013 / Accepted: 14 June 2013
*Corresponding Author: khlee@daejin.ac.kr
Dept. of Communication Engineering, Daejin University, Korea

도래방향 추정 방법보다 계산량이 복잡하지 않다. 그러나 단점으로는 원하는 목표물 추정시 분해능이 감소한다. Min norm 방법과 Linear prediction 방법은 기존의 Barlett 과 Capon 방법을 향상시키기 위해서 연구되었으며 기존의 방법보다는 분해능이 향상 되었지만 계산 복잡도가 증가하였다. 즉 분해능과 계산량을 고려하여 원하는 목표물을 추정할때 효율적이지 못하다. MUSIC 방법과 ESPRIT방법은 고 분해능이지만 계산량이 복잡하여 처리시간이 증가하는 단점이 있다.

본 연구에서는 원하는 목표물을 추정하고자 할 때 고유치 전개와 고유치 분해를 사용하지 않고 고 분해능 기능을 갖는 최대 우도(Maximum likelihood) 방법을 사용하여 도래 방향 추정 방법에 대해서 연구한다[9]. 최대 우도 도래 방향 추정 방법은 목표물 추정을 위한 점근적 해석 과 도래 방향 추정성능 한계점사이에 트레이드 오프(trade-off)를 제공하기 때문에 배열 신호처리 분야에 적용되고 있다. 본 연구 방법은 최대우도 추정 방법에서 수신신호의 한계점(threshold) 이상의 신호에 특이값 분해를 적용하여 한계점의 최적 해를 구한다. 그리고 최대 우도 추정 방법의 첨예도(sensitivity)를 계산하여 원하는 목표물을 추정한다. 즉 실패 한계점(failure threshold) 에러를 수정하여 목표물의 방향을 정확히 추정하고 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. Ⅱ장에서는 최대 우도 추정 신호에 대해서 서술하고, Ⅲ장에서는 최대 우도 추정 방법의 도래방향 첨예도 및 한계점 에러 추정 방법을 제안하였다. Ⅳ장에서는 모의실험을 통하여 제안된 알고리즘과 기존 알고리즘의 성능을 비교분석하였고, Ⅴ장에서는 결론을 맺었다.

Ⅱ. 최대 우도 추정 신호

이 장에서는 일반적인 데이터 신호모델을 분석한다. 배열 응답 신호 $X(t)$는 배열 응답 신호, $N(t)$는 복소 가우스잡음, P는 신호 상관 행렬로 나타낸다. 확률밀도 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다[10].

$$p(X_1,\cdots,X(J)/\theta,S(t),\sigma^2) = \prod_{t=1}^{J}\pi\sigma^2\exp(-\frac{1}{\sigma^2}\parallel X(t)-AS(t)\parallel^2) \quad (1)$$

여기서, θ는 도래방향, $S(t)$는 송신신호, σ^2 잡음전력 분산, A는 배열 응답이다. 식(1)에서 확률구간을 확대함으로 더욱더 정확한 확률밀도함수를 나타낼 수 있다. 그리고 확률밀도함수를 최대화함으로서 목표물을 최대 우도 추정방법으로 추정할 수 있다. 또한 음수 로그 우도 함수를 최소화함으로서 목표물을 추정할 수 있다. 음수 로그 우도 추정은 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$-\ln(p(X(t)/\theta,S(t),\sigma^2)) = M\ln\sigma^2 + \frac{1}{\sigma^2 J}\sum_{t=1}^{J}\parallel X(t)-AS(t)\parallel^2 \quad (2)$$

여기서 M 안테나 소자 개수이다. 송신 신호 추정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{S}(t) = \ddot{A}\,X(t) \quad (3)$$

여기서 $\ddot{A}$는 의사 역 배열 응답벡터(pseudo inverse array response vector)이다. 잡음 전력 분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{\sigma^2} = \frac{1}{JM}\sum_{t=1}^{J}\parallel X(t)-AS(t)\parallel^2 \quad (4)$$

식(3)을 식(4)에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{\sigma^2} = \frac{1}{JM}\sum_{t=1}^{J}\parallel X(t)-A\ddot{A}X(t)\parallel^2 = \frac{1}{J}Tr[P_A R_{XX}] \quad (5)$$

여기서 $P_A = I - A\ddot{A}$, $R_{XX} = E[X(t)X^H(t)]$, I와 $()^H$는 단위 행렬과 허미트 행렬이다.

Ⅲ. 최대 우도 추정 방법의 도래방향 첨예도 및 한계점 에러

다중의 신호가 수신시스템에 입사할 때 최대 우도 방법의 도래방향 추정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_{ML} = \arg \min_{\theta} Tr[P_A R_{XX}] \quad (6)$$

배열 출력의 상관행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{XX} = A(\theta,\gamma)\, R_s\, A^H(\theta,\gamma) + \sigma^2 I \quad (7)$$

여기서 R_s는 신호상관행렬, γ는 위상 에러 변수이다. 최대 우도 방법은 우도함수 최대를 찾는 방법으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L(\theta) = tr(P_{A(\theta,\gamma_0)} R_{xx}(\gamma)) \quad (8)$$

$$P_{A(\theta)} = A(\theta,\gamma_0)\,[A(\theta,\gamma_0)^H A(\theta,\gamma_0)]^{-1} A(\theta,\gamma_0)^H \quad (9)$$

여기서 $\gamma_0 = \gamma$일 때 최대 우도 추정방법은 도래방향을 정확히 추정하지만, $\gamma_0 \neq \gamma$일때는 신호의 최대치가 천이 되므로 도래방향추정이 감소한다. 최대 우도 함수의 최대값을 얻기위해서 식(8)에 1차 편미분을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L_1(\theta,\gamma) \cong \frac{\partial L(\theta,\gamma)}{\partial \theta} \quad (10)$$

$L_1(\theta,\gamma_0) = 0$, 최대 우도 추정 방법의 도래방향 추정과 위상 에러 변수와의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta - \theta_0 = -\left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-1} \frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0} (\gamma - \gamma_0) \quad (11)$$

도래방향 추정 오차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\| \theta - \theta_0 \|^2 = (\gamma - \gamma_0)\, B (\gamma - \gamma_0) \quad (12)$$

$$B = \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^T \cdot \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-T} \cdot \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right) \quad (13)$$

$\gamma - \gamma_0 = \sigma_\gamma \mu$이면, μ는 평균 0인 랜덤벡터, σ_γ는 양의 스칼라, 식(13)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$con(\theta - \theta_0) = \sigma_\gamma^2 \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^T \cdot \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-T} \cdot \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right) \quad (14)$$

$$tr(conv(\theta - \theta_0)) = \sigma_\gamma^2\, tr(B) \quad (15)$$

평균 도래방향 추정 에러 분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{N} tr(conv(\theta - \theta_0)) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} var(\theta - \theta_0) \quad (16)$$

그러므로 최대 우도 추정 방법을 위한 도래방향 추정 첨예도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{DOA} = \sqrt{\frac{tr(conv(\theta - \theta_0))}{N\sigma_\gamma^2}} \quad (17)$$

최대 우도 추정방법에서 오차가 증가하고 최대 우도 추정 함수의 최대값이 실패 한계점 기준에서 오차가 발생할 경우에는 도래방향 추정확률이 감소한다. 도래방향을 다음과같이 나타낸다.

$$\theta = \alpha I \quad (18)$$

여기서 α는 스칼라, I는 단위행렬이다. 식(11)에 식(18)을 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha I - \theta_0 = -\left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-1} \frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \theta}\Big|_{\theta_0,\gamma_0} (\gamma - \gamma_0) \quad (19)$$

식(19)의 우측 항에 특이 값 분해를 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial \gamma}\Big|_{\theta_0,\gamma_0} = U_1 \sum V_1^H \quad (20)$$

$\delta = V_1^H(\theta - \theta_0)$로 정의하면, 식(19)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha I - \theta_0 = -\left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial\theta}|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-1} U_1 \sum \delta \qquad (21)$$

$$\theta_0 = \left[-\left(\frac{\partial L_1(\theta,\gamma)}{\partial\theta}|_{\theta_0,\gamma_0}\right)^{-1} U_1 \sum I\right]\left[\frac{\delta}{\alpha}\right] \qquad (22)$$

최대 우도비 추정 방법에서 가장 값이 δ를 찾아야 한다. 그리고 U_1이 직교행렬이기 때문에 δ는 $\gamma - \gamma_o$와 같다. 각 안테나 소자의 오차를 고려한다면, 최대 우도 알고리즘의 실패 한계점은 δ와 비례하고 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{fail} = \frac{\| \delta \|}{\sqrt{M}} \qquad (23)$$

Ⅳ. 모 의 실 험

본 장에서는 모의 실험을 통하여 본 논문에서 제안한 방법과 기존방법의 성능을 분석하였다. 기존 방법은 고유치 전개를 사용하는 선형 예측법을 적용하였다. 그림1은 신호대 잡음비 따라서 평균에러를 나타내었다. 그림1에서 신호대 잡음비가 15dB일때 기존 방법의 평균 에러는 $10^{-2.2}$이고, 본 연구에서 제안한 방법의 평균 에러는 $10^{-2.9}$는 나타내고 있다. 그림 2 와 그림3 과 그림4는 신호의 도래방향[0°, 10°]에서 목표물을 추정한 그래프이다. 모의실험 조건은 신호대잡음비는 10dB, 배열 안테나 개수 6개, 안테나 간격은 반파장으로 설정하였다. 그림2는 목표물 신호 도래방향[0°, 10°]에서 선형 예측법을 추정한 그래프이다. 2개의 신호를 추정하지 못하고 목표물 신호 도래방향[0°]에서만 1개의 목표를 추정하고 있다. 즉, 2개의 목표물을 추정하지 못하였다. 그림3은 실패 한계점을 적용하지 않은 본 논문에서 제안한 방법으로 목표물 신호 도래방향[0°, 10°]을 추정한 그래프이다. 2개의 목표물을 추정하지 못하고 목표물 신호 도래방향[0°]에서만 하나의 목표물만을 추정하였다. 그림2 와 그림3의 그래프를 비교하였을 때, 그림3의 그래프에서 빔 폭이 그림 1의 빔 폭보다 감소한 것을 알 수 있다. 즉, 지향성이 향상된 것을 알 수 있다. 그림3은 본 논문에서 실패 한계점을 적용시킨 제안 방법으로 목표물 신호 도래방향[0°, 10°]을 추정한 그래프이다. 목표물 신호 도래방향[0°, 10°]에서 정확히 목표물을 추정하였다. 그리고 그림2와 그림3보다 빔 폭이 협소하여 지향성이 향상된 것을 알 수 있다.

Ⅴ. 결 론

본 논문에서는 최대 우도 추정 방법을 이용하여 공간상에서 원하는 목표물 신호 도래방향을 추정하였다. 최대 우도 추정 방법의 첨예도와 실패 한계점을 적용하여 목표물의 도래방향을 추정하였다. 본 연구의 모의 실험에서는 두 개의 목표물을 추정하였다. 본 연구에서 제안한 방법은 2개의 목표물 모두 추정하였지만 기존의 방법은 두 개의 목표물을 추정하지 못하고 하나의 목표물만 추정하였다. 즉 본 연구에서 제안한 방법이 분해능이 향상되었다. 그리고 본 연구의 최대 우도 도래 방향 추정 방법은 고유치 전개와 고유치 분해를 적용하지 않았기 때문에 기존의 고 분해능 방법보다 계산량이 감소한다. 본 연구의 분해능은 5°로서 기존의 선형예측법보다 목표물 추정 능력이 향상되었음을 증명하였다. 더욱더 분해능을 향상시키기 위해서는 높은 SNR, 스냅샷 수 증가, 배열 안테나 소자수 증가가 필요하지만 경제적으로 비효율적이다. 본 연구에 적용한 SNR, 스냅샷 수, 배열 안테나 소자 수를 고려하였을 때 본 연구의 성과가 효율적이다고 사료된다.

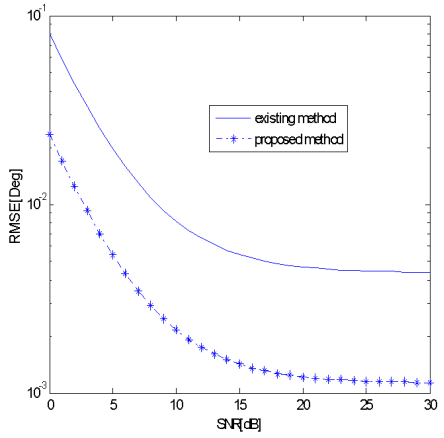

그림 1. 도래 방향 추정의 RMSE
Fig. 1. The RMSE of DOA estimation

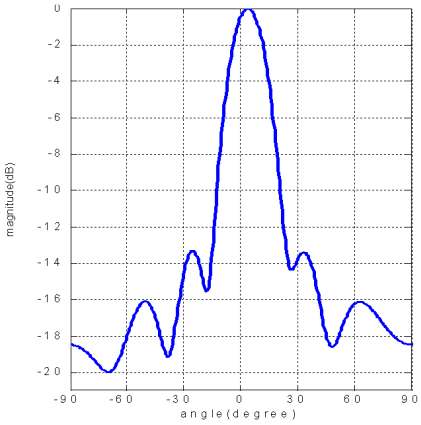

그림. 2 선형 예측법 도래방향 추정
Fig. 2. Linear prediction method DOA estimation

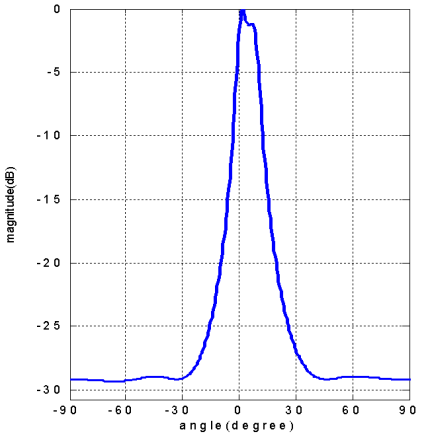

그림 3. 실패 한계점을 제외한 제안 방법 DOA 추정
Fig. 3. Proposal method DOA estimation except failure threshold

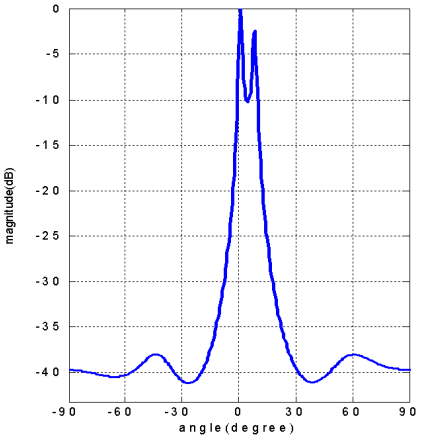

그림 4. 제안 방법 DOA 추정
Fig. 4. Proposal method DOA estimation

References

[1] Kwan Hyeong Lee, “A Study on the Spatial Domain Signal Estimation Technique Using Sub Constraint Matrix of High Order Constraint Condition”, The Journal of Korean Institute of Information Technology, Vol. 8, No. 5, pp. 39-44, March, 2010

[2] Kwan Hyeong Lee, “A Study on the Target Incident Signal Estimation Technique of Spatial Spectrum in Wireless Network System”, The Journal of Korean Institute of Information Technology, Vol. 8, No. 4, pp. 64-72, April, 2010

[3] Gismalla, E.H and Alsusa, E, “On the performacne of Energy Detection using Bartlett's Estimate for spectrum Sensing in Cognitive Radio Systems”, IEEE Trans on Signal Processing, Vo.60, No.7, pp.3394-3404, July, 2012.

[4] Hawkes.M and Nehorai.A, “ Acoustic vector sensor beamforming and Capon direction estimation”, IEEE Trans on Signal Processing, Vo.46, No.7, pp.1954-1966, Sep, 1998.

[5] Markel.J and Gray.A,“A linear prediction vocoder simulation based upon the autocorrealtion method”, IEEE Trans on Signal Processing, Vo.22, No.2, pp.124-134, Mar,1974.

[6] Srinivas,K.R and Reddy,V.U, “Finite data performance of MUSIC and minimum norm methods”, IEEE Trans on Aerospace and Electronic System, Vo.30, No.1, pp.161-174, Jan, 1994.

[7] Hsing-Feng Chen and Ken Huang Lin, “An improved Method for free space antenna factor measurement by using the MUSIC algorithm”, IEEE Trans on Electromagnetic Compatibility, Vo.53, No.2, pp.274-282, May, 2011.

[8] Weiss,A.J and Gavish.M, “ Direction finding using ESPRIT with interpo:ated arrays”, IEEE Trans on Signal Processing, Vo.39, No.6, pp.1473-1478, Jun, 1991.

[9] Bialer,O, Raphaeli,D and Weiss,A.J, “Efficient time of arrival estimation algorithm achieving maximum likelihood performance in dense multipath”, IEEE

Trans on Signal Processing, Vo.60, No.3, pp.1241-1252, Mar, 2012.

[10] Tao Li and Nehoral,A, “Maximum Likelihood direction of arrival estimation of underwater acoustic signals containing sinusoidal and random components”, IEEE Trans on Signal Processing, Vo.59, No.11, pp.5302-5314, Nov, 2011.

[11] Vorobyov,S.A, Gershman,A.B, and Wong,K.M, “Maximum likelihood direction of arrival estimation iin unknown noise fields using sparse sensor arrays”, IEEE Trans on Signal Processing, Vo.53, No.1, pp.34-43, Jan, 2005.

저자 소개

이 민 수(정회원)

- 1984년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과(공학사)
- 1987년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과(공학석사)
- 1994년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과(공학박사)
- 1995년 3월 ~ 현재 : 대진대학교 통신공학과 교수

<관심분야> 안테나, RFID, RF회로설계

- E-mail : lmsoo@daejin.ac.kr