TUNNEL & UNDERGROUND SPACE

TUNNEL & UNDERGROUND SPACE Vol. 23, No. 3, 2013, pp. 219-227 ISSN: 1225-1275(Print)
http://dx.doi.org/10.7474/TUS.2013.23.3.219 ISSN: 2287-1748(Online)

비선형 암석 파괴조건식의 접선 마찰각과 점착력의 중간주응력 의존성

이연규*, 최병희

Dependency of Tangential Friction Angle and Cohesion of Non-linear Failure Criteria on the Intermediate Principal Stress

Youn-Kyou Lee*, Byung-Hee Choi

Abstract Although Mohr-Coulomb failure criterion has limitations in that it is a linear criterion and the effect of the intermediate principal stress on failure is ignored, this criterion has been widely accepted in rock mechanics design. In order to overcome these shortcomings, the Hoek-Brown failure criterion was introduced and recently a number of 3-D failure criteria incorporating the effect of the intermediate principal stress on failure have been proposed. However, in many rock mechanics designs, the possible failure of rock mass is still evaluated based on Mohr-Coulomb criterion and most of practitioners are accustomed to understanding the strength of rock mass in terms of the internal friction angle and cohesion. Therefore, if the equivalent Mohr-Coulomb strength parameters of the advanced failure criteria are calculated, it is possible to take advantage of the advanced failure criteria in the framework of the Mohr-Coulomb criterion. In this study, a method expressing the tangential Mohr-Coulomb strength parameters in terms of the stress invariant is proposed and it is applied to the generalized Hoek-Brown criterion and the HB-WW criterion. In addition, a new approach describing the geometric meaning of the σ_2 -dependency of failure criteria in 3-D principal stress space is proposed. Implementation examples of the proposed method show that the influence of the intermediate principal stress on the tangential friction angle and cohesion of the HB-WW criterion is considerable, which is not the case for the 2-D failure criterion.

Key words Generalized Hoek-Brown failure criterion, Tangential friction angle, Tangential cohesion, HB-WW failure criterion

초 록 Mohr-Coulomb 파괴조건식은 암반구조물의 설계에 활발히 이용되고 있지만 암석의 비선형 강도특성과 중간주응력이 강도에 미치는 영향을 고려할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 Hoek-Brown 파괴조건식이 제안되었으며 최근 중간주응력의 영향을 고려할 수 있는 여러 3-D 파괴조건식들이 제안되고 있다. 그러나 아직까지도 많은 암반공학적 설계과정에서 Mohr-Coulomb 파괴조건식을 이용하여 암반의 파괴 가능성이 평가되고 있고 대부분의 현장 기술자들도 내부마찰각과 점착력으로 암반의 강도특성을 이해하는데 익숙하다. 그러므로 Mohr-Coulomb 파괴조건식에 비해 개선된 비선형 혹은 3-D 파괴조건식의 접선마찰각 및 접선점착력이 구해지면 기존의 Mohr-Coulomb 파괴조건식을 활용하는 틀 안에서 개선된 파괴조건식들의 장점을 이용하는 것이 가능하다. 본 연구에서는 접선마찰각과 접선점착력을 응력불변량으로 표시하는 방법을 제시하고 이를 일반화된 Hoek-Brown 파괴조건식과 Hoek-Brown 파괴조건식을 3-D로 확장시킨 HB-WW 파괴조건식에 적용하였다. 또한 파괴조건식의 중간주응력 의존성을 3차원 주응력 공간에서 기하학적으로 해석하는 새로운 접근법을 제안하였다. 제안된 방법의 실행 사례를 통해 HB-WW 파괴함수의 접선마찰각과 접선점착력은 2-D 파괴함수의 경우와 달리 중간주응력의 크기에 상당한 영향을 받음을 보였다.

핵심어 일반화된 Hoek-Brown 파괴조건, 접선 마찰각, 접선 점착력, HB-WW 파괴함수

Received: May. 6, 2013
Revised: May. 22, 2013
Accepted: May. 23, 2013
***Corresponding Author:** Youn-Kyou Lee
Tel) +82634691864, Fax) +82634639493
E-Mail) kyoulee@kunsan.ac.kr
Dept. of Coastal Construction Engineering, Kunsan National University, Daehak-ro 1170, Gunsan, Chonbuk, Korea

1. 서 론

Mohr-Coulomb(M-C) 함수는 가장 널리 이용되는 암석 파괴함수의 하나로서 내부마찰각(ϕ)과 점착력(c)으로 정의된다. M-C 함수는 파괴면에 작용하는 수직응력(σ)과 전단강도(τ)의 관계식 혹은 파괴 시의 최소주응

력(σ_3)과 최대주응력(σ_1)의 관계식으로 표시할 수 있으며 이들 관계식은 선형함수이다. 그러나 다양한 암석시료에 대한 실험실 삼축압축시험 결과는 비선형 파괴조건식으로 더 잘 적합시킬 수 있는 것으로 알려지고 있다. 이러한 실험적 관찰결과를 바탕으로 개발된 대표적 비선형 암석파괴조건식이 Hoek-Brown(H-B) 경험식(Hoek & Brown, 1980)이며 개발 이후 수 회의 개정을 거쳐 오늘날의 일반화된 Hoek-Brown(Generalized Hoek-Brown, G-H-B) (Hoek et al., 2002) 경험식으로 발전하였다. 최근 국내에서도 H-B 및 G-H-B 파괴조건식의 활용에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다(Choi & Deb, 2005; Deb & Choi, 2005; Lee & Jeon, 2009).

M-C 파괴식, H-B 경험식, G-H-B 경험식은 중간주응력(σ_2)의 크기가 파괴 시 최대주응력(σ_1)에 영향을 미치지 않기 때문에 2-D 파괴함수로 지칭되기도 한다. 그러나 최근 활발히 연구되고 있는 진삼축압축시험 결과에 따르면 중간주응력은 실제로 암석의 파괴강도에 상당한 영향을 미치는 것으로 알려지고 있다(Chang & Haimson, 2000; Mogi, 2007). 이에 따라 중간주응력의 영향을 고려할 수 있는 여러 3-D 파괴조건식들이 제안되고 있으며(Colmenares & Zoback, 2002; Benz & Schwab; 2008, Lee et al., 2012) 이들 3-D 파괴함수를 암반구조물 설계에 도입하기 위한 기초연구도 시도되고 있다(Al-Ajmi, 2006; Benz et al., 2008).

그러나 암반공학적 설계에서 M-C 파괴조건식이 여전히 많이 활용되고 있음을 고려하여 M-C 파괴조건식보다 개선된 파괴조건식의 접선 마찰각과 접선 점착력을 계산하려는 연구도 시도되고 있다(Hoek, 1990; Hoek et al. 2002). 비선형 파괴함수 또는 3-D 파괴함수의 접선 M-C 강도정수를 계산하면 개선된 파괴함수를 기존의 M-C 파괴조건식 틀 안에서 실행시키는 것이 가능하다. 그러나 H-B 파괴함수를 대상으로 한 기존의 연구(Hoek. 1990)에서는 최소주응력(σ_3)과 최대주응력(σ_1)을 이용하여 접선 M-C 강도정수를 계산하므로 수치해석에 적용 시 부가적인 주응력 계산 시간이 필요하다는 단점이 있다. 또한 중간주응력을 고려하는 3-D 파괴함수를 대상으로 접선 M-C 강도정수를 구하는 연구는 아직까지 미진한 실정이다.

이 연구는 2차원 및 3차원 파괴함수의 접선 마찰각과 접선 점착력을 응력불변량으로 표현하는 방법을 제시하고 파괴함수의 중간주응력 의존성의 기하학적 의미를 밝히는 데 그 목적이 있다. Lee & Bobet(2013)에 의해 제시된 방법을 비선형 2-D 파괴함수인 G-H-B 파괴조건식과 H-B 함수를 3-D 파괴함수로 확장한 비선형 3-D 파괴함수인 Hoek-Brown-Willam-Warnke 함수(HB-WW 함수) (Lee et al., 2012)에 적용하고 접선 마찰각과 접선 점착력의 중간주응력 의존성을 검토하였다. 또한 3차원 주응력 공간에서 G-H-B 및 HB-WW 비선형 파괴곡면의 접선 마찰각 및 접선 점착력의 기하학적 의미를 새롭게 정의하였다. 이를 바탕으로 중간주응력의 영향을 고려하지 못하는 2-D 파괴함수의 기하학적 특성을 고찰하였다. 제안된 방법에서는 접선 마찰각 및 접선 점착력을 Nayak & Zienkiewicz(1972)의 응력불변량으로 표시함으로써 Balmer(1952)의 이론을 바탕으로 한 기존의 방법에서 요구되는 부가적인 주응력 계산 과정이 불필요하도록 하였다.

2. 응력불변량으로 표현한 비선형 암석파괴함수의 M-C 강도정수

2.1 응력불변량으로 표시한 암석의 파괴조건식

암석의 파괴조건식은 일반적으로 3개의 독립적인 응력불변량으로 표시하는 것이 가능하다. 특히 Nayak & Zienkiewicz(1972)의 응력불변량 ρ, θ, ξ을 이용하면 주응력 좌표계에서 파괴곡면을 편리하게 도시할 수 있다. Nayak & Zienkiewicz의 응력불변량들은 응력텐서 σ_{ij}와 편차응력텐서 $s_{ij}=\sigma_{ij}-\sigma_{kk}/3$로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\xi=\sigma_{ii}/\sqrt{3};\ \theta=\frac{1}{3}cos^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right);\ \rho=\sqrt{s_{ij}s_{ij}} \quad (1)$$

여기서 ξ는 주응력좌표계의 원점에서 팔면체응력면(octahedral plane)까지의 거리, θ는 팔면체응력면에서 임의 응력점의 방향을 나타내는 similarity angle($0\le\theta\le\pi/3$), ρ는 공간대각선($\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$)에서 파괴곡면에 이르는 거리를 의미한다. 또한 J_2와 J_3는 각각 편차응력텐서 s_{ij}의 2차 및 3차 불변량이다.

응력불변량 ρ, θ, ξ로 표현된 임의의 파괴조건식은 파괴 시의 ρ 값이 θ와 ξ의 양함수 혹은 음함수 형태로 나타난다. 즉,

$$\rho=f(\xi,\ \theta)\ \text{ 또는 }\ g(\rho,\theta,\xi)=0 \quad (2)$$

이 때 f와 g가 θ에 대해 독립적인 함수이면 파괴곡면은 Drucker-Prager 파괴함수(1952)의 경우처럼 공간대각선을 축으로 하는 원뿔곡면이 된다. 반면에 f와 g가 θ의 함수이면 M-C 파괴함수나 H-B 함수의 경우처럼 파괴곡면의 팔면체응력 단면형상은 더 이상 원형이 아니다. 또한 ρ와 ξ의 관계가 비선형일 경우 파괴함수 f와

g는 비선형 파괴함수라 부른다. 이 관점에서 M-C 함수 및 Drucker-Prager 함수는 선형 파괴함수이며 H-B 함수는 비선형 파괴함수이다.

M-C 파괴조건은 Nayak & Zienkiewicz의 응력불변량 ρ, θ, ξ를 이용하여 다음과 같이 ρ의 선형 양함수로 표시된다(Lee, 2011; Lee et al., 2011; Lee, 2012).

$$\rho_{MC} = g_{MC}(\theta)\left\{\frac{2\sqrt{2}\sin\phi}{3-\sin\phi}\xi + \frac{\sqrt{6}\,\sigma_c(1-\sin\phi)}{3-\sin\phi}\right\} \tag{3}$$

$$g_{MC}(\theta) = \frac{3-\sin\phi}{(3-\sin\phi)\cos\theta + \sqrt{3}(1+\sin\phi)\sin\theta} \tag{4}$$

여기서 ϕ는 암석의 내부마찰각이며 σ_c는 일축압축강도로서 점착력 c와 $\sigma_c = 2c\cos\phi/(1-\sin\phi)$의 관계가 있다. $g_{MC}(\theta)$는 M-C 파괴곡면 횡단면의 궤적형태를 정의하는 함수로서 삼축압축조건($\theta=0$)과 삼축신장조건($\theta=\pi/3$)에서 각각 1과 $(3-\sin\phi)/(3+\sin\phi)$의 값을 갖는다. 주응력의 대칭성을 고려하면 식 (3)은 공간 대각선을 축으로 하는 불규칙한 육각뿔로 도시된다.

2.2 파괴함수의 접선 마찰각 및 점착력

응력불변량 ρ, θ, ξ로 표현된 임의의 비선형 혹은 3-D 암석파괴조건식의 접선 마찰각(tangential friction angle, ϕ_i) 및 접선 점착력(tangential cohesion, c_i)은 M-C 파괴면이 파괴시 응력 상태점 $(\rho,\ \theta, \xi)$에서 대상 파괴곡면에 접하는 조건을 부여함으로써 구할 수 있다(Lee and Bobet, 2013). Fig. 1과 같이 파괴곡면의 임의 종단면에서 접점 M을 가정하면 접점에서 두 파괴곡면의 ξ에 대한 기울기 $d\rho/d\xi$는 동일하며 또한 동일한 ρ 값을 가져야한다. 즉,

$$\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial\xi} = \frac{\partial\rho_{MC}}{\partial\xi} \tag{5}$$

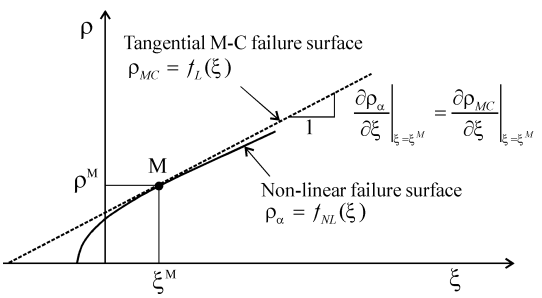

Fig. 1. Tangential M-C surface to a non-linear failure surface

$$\rho_\alpha = \rho_{MC} \tag{6}$$

여기서 아래 첨자 α는 임의의 비선형 혹은 3-D 파괴조건식을 의미한다.

식 (3)을 고려하면 식 (5)로부터 접선 마찰각 ϕ_i을 위한 관계식은 다음과 같이 유도된다.

$$\sin\phi_i = \frac{(\partial\rho_\alpha/\partial\xi)(3\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta)}{2\sqrt{2} - (\partial\rho_\alpha/\partial\xi)(\sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta)} \tag{7}$$

또한 접선 점착력 c_i은 식 (7)에서 구한 ϕ_i를 이용하여 식 (6)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c_i = \frac{\rho_\alpha}{g'_{MC}(\theta)}\frac{3-\sin\phi_i}{2\sqrt{6}\cos\phi_i} - \frac{\tan\phi_i}{\sqrt{3}}\xi \tag{8}$$

여기서

$$g'_{MC}(\theta) = \frac{3-\sin\phi_i}{(3-\sin\phi_i)\cos\theta + \sqrt{3}(1+\sin\phi_i)\sin\theta} \tag{9}$$

2.3 일반화된 Hoek-Brown 파괴조건식의 접선 마찰각 및 점착력

일반화된 Hoek-Brown 파괴함수(generalized Hoek-Brown criterion, G-H-B) (Hoek et al., 2002)는 Nayak & Zienkiewicz의 응력불변량을 이용하여 다음과 같이 표시할 수 있다(Lee & Choi, 2012).

$$\left\{\sqrt{2}\,\rho_{GHB}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\right\}^{1/a} = \sigma_{ci}^{(1-a)/a} m_b\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\xi + \sqrt{\frac{2}{3}}\,\rho_{GHB}\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right)\right\} + \sigma_{ci}^{1/a} s \tag{10}$$

여기서 σ_{ci}는 무결암의 일축압축강도이며, m_b, s, a는 암반의 강도정수로서 지질강도지수(GSI) (Marinos & Hoek, 2000)를 이용하여 다음의 경험식으로 계산한다.

$$m_b = m_i\exp\left(\frac{GSI-100}{28-14D}\right);\quad s = \exp\left(\frac{GSI-100}{9-3D}\right);$$
$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3}\right) \tag{11}$$

식 (11)에서 m_i은 무결암의 강도지수이며 D는 암반의 교란지수로서 0과 1사이의 값을 갖는다.

식 (10)로부터 G-H-B 파괴곡면의 공간대각선에 대한 기울기 $\partial\rho_{GHB}/\partial\xi$는 다음 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial\rho_{GHB}}{\partial\xi}=\frac{1}{H}\frac{m_b}{\sqrt{3}}\sigma_{ci}^{(1-a)/a} \tag{12}$$

여기서

$$H=\frac{\sqrt{2}}{a}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\left\{\sqrt{2}\,\rho_{GHB}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\right\}^{(1-a)/a} - \sqrt{\frac{2}{3}}\,\sigma_{ci}^{(1-a)/a}m_b\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) \tag{13}$$

이제 식 (12)을 식 (7)에 대입하면 G-H-B 파괴함수의 접선 마찰각 ϕ_i를 응력불변량으로 표시하는 것이 가능하다. 또한 식 (8)의 ρ_α를 ρ_{GHB}로 치환하면 접선 점착력 c_i를 계산할 수 있다. $a>0.5$인 경우 ρ_{GHB}에 대한 정해를 얻을 수 없으므로 수치 근사해가 이용되어야 한다.

2.4 3-D 비선형 파괴조건식의 접선 마찰각 및 점착력

암석의 대표적 파괴조건식인 M-C 식, H-B 식 및 G-H-B 식은 중간주응력(σ_2)가 파괴강도에 영향을 미치지 않는다. 그러나 암석의 진삼축압축시험 결과에 의하면 중간주응력은 암석의 파괴강도에 많은 영향을 미치는 것으로 알려지고 있다(Chang & Haimson, 2000; Mogi, 2007). 이에 따라 중간주응력의 영향을 고려할 수 있는 다양한 암석파괴조건식이 제안되고 있다. Lee et al.(2012)은 H-B 파괴조건식($a=0.5$)의 기하학적 근사를 통해 주응력 공간에서 H-B 곡면의 6개 모서리에 접하는 동시에 볼록성이 항상 보장되는 부드러운 파괴곡면 함수 HB-WW를 다음과 같이 제안하였다.

$$\rho_{HBWW}= g_{WW}(\theta)\left\{\frac{-m_b\sigma_{ci}+\sqrt{m_b^2\sigma_{ci}^2+12\sqrt{3}\,m_b\sigma_{ci}\,\xi+36\,s\,\sigma_{ci}^2}}{3\sqrt{6}}\right\} \tag{14}$$

여기서

$$g_{WW}(\xi,\ \theta)= \frac{2(1-k^2)\cos(\theta-\pi/3)+(2k-1)\sqrt{4(1-k^2)\cos^2(\theta-\pi/3)+5k^2-4k}}{4(1-k^2)\cos^2(\theta-\pi/3)+(2k-1)^2} \tag{15}$$

$$k=\frac{2\left(-m_b\sigma_{ci}+\sqrt{m_b^2\sigma_{ci}^2+3\sqrt{3}\,m_b\sigma_{ci}\xi+9s\sigma_{ci}^2}\right)}{-m_b\sigma_{ci}+\sqrt{m_b^2\sigma_{ci}^2+12\sqrt{3}\,m_b\sigma_{ci}\xi+36s\sigma_{ci}^2}} \tag{16}$$

식 (14)의 $g_{WW}(\xi,\theta)$는 HB-WW 파괴곡면의 횡단면 형상함수로서 $g(\xi,0)=1$과 $g(\xi,\pi/3)=k$를 만족한다. $g_{WW}(\xi,\theta)$는 본래 콘크리트 파괴함수의 개발을 위해 Willam & Warnke(1972)에 의해 도입된 타원함수로서 물리적으로 가능한 범위인 $0.5\le k\le 1.0$에서 항상 볼록조건을 만족하며 수학적 특이점을 갖지 않는다. 여기서 k는 $\rho_{\theta=60^\circ}/\rho_{\theta=0^\circ}$의 의미를 갖는다. 또한 식 (16)에서 알 수 있듯이 HB-WW 파괴식의 형상함수 $g_{WW}(\xi,\theta)$는 ξ의 함수이므로 M-C 파괴함수의 경우와 달리 단면형상이 ξ 값에 따라 변화한다. 파괴함수 단면 형상의 ξ 의존성은 H-B 파괴함수의 특성을 계승한 것이다. ξ의 값이 파괴곡면의 정점에 가까워지면 단면형상은 삼각형에 근사하며 $\xi\to\infty$이면 원형에 가까워진다.

식 (14)로부터 HB-WW 파괴곡면의 공간대각선에 대한 기울기 $\partial\rho_{HBWW}/\partial\xi$는 다음 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial\rho_{HBWW}}{\partial\xi}=\frac{\partial g_{WW}}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial\xi}\rho^*_{HBWW}+g_{WW}\frac{\partial\rho^*_{HBWW}}{\partial\xi} \tag{17}$$

여기서 ρ^*_{HBWW}는 식 (14)의 우변을 나타낸다. 이제 식 (7)과 식 (8)의 $\partial\rho_\alpha/\partial\xi$와 ρ_α 대신 $\partial\rho_{HBWW}/\partial\xi$와 ρ_{HBWW}를 이용하면 HB-WW 파괴함수의 접선 마찰각과 점착력을 Nayak & Zienkiewicz의 응력불변량으로 표시할 수 있다.

3. 접선 마찰각 및 점착력의 중간주응력 의존성

3.1 G-H-B 파괴함수

G-H-B 파괴함수에서는 암석의 파괴 시 최대 주응력 σ_1이 중간 주응력 σ_2의 크기에 영향을 받지 않으므로 G-H-B 함수는 2-D 파괴함수이다. 2-D 비선형 파괴함수의 접선 마찰각과 점착력은 Balmer(1952)의 방법을 적용하여 구할 수 있다. Balmer의 관계식에 의하면 2-D 파괴조건식의 접선 마찰각과 점착력은 최대주응력 σ_1과 최소주응력 σ_3에 의해 결정되므로 접선 마찰각과 점착력 역시 중간주응력의 크기에 영향을 받지 않는다.

이 절에서는 G-H-B 파괴함수를 가정하고 식 (7)과 식 (8)에 의해 계산한 접선 마찰각 ϕ_i와 점착력 c_i가 실제로 중간주응력의 크기에 영향을 받지 않음을 보였다. G-H-B 파괴조건의 입력자료를 $GSI=20$, $m_i=10.0$, $\sigma_{ci}=80.0$ MPa, $D=0.0$으로 가정하고 $\sigma_3=5.0$ MPa 일 때

Table 1. Tangential M-C parameters of the generalized Hoek-Brown (G-H-B) criterion for rock mass with properties, GSI = 20, σ_{ci} = 80.0 MPa, m_i = 10.0 and D = 0.0.

σ_3 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_1 (MPa)	ξ (MPa)	θ (°)	ρ_{GHB} (MPa)	ϕ_i (°)	c_i (MPa)	ρ_{MC} (MPa)
5.00	5.00	18.13	16.24	0.00	10.72	24.56	1.93	10.72
5.00	6.00	18.13	16.82	3.92	10.34	24.56	1.93	10.34
5.00	7.00	18.13	17.40	8.12	10.01	24.56	1.93	10.01
5.00	8.00	18.13	17.97	12.59	9.73	24.56	1.93	9.73
5.00	9.00	18.13	18.55	17.28	9.52	24.56	1.93	9.52
5.00	10.00	18.13	19.13	22.16	9.37	24.56	1.93	9.37
5.00	11.00	18.13	19.71	27.15	9.30	24.56	1.93	9.30
5.00	12.00	18.13	20.28	32.18	9.29	24.56	1.93	9.29
5.00	13.00	18.13	20.86	37.19	9.36	24.56	1.93	9.36
5.00	14.00	18.13	21.44	42.08	9.50	24.56	1.93	9.50
5.00	15.00	18.13	22.02	46.80	9.70	24.56	1.93	9.70
5.00	16.00	18.13	22.59	51.30	9.97	24.56	1.93	9.97
5.00	17.00	18.13	23.17	55.54	10.29	24.56	1.93	10.29
5.00	18.00	18.13	23.75	59.50	10.67	24.56	1.93	10.67

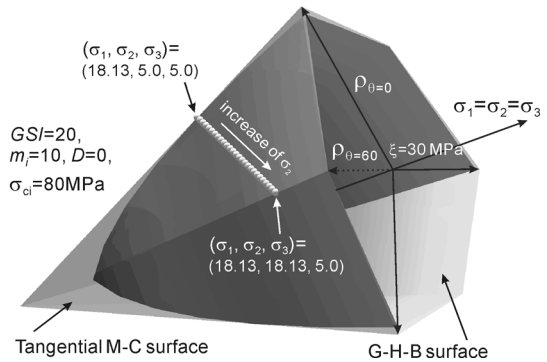

Fig. 2. Tangential M-C surface to the non-linear failure surface G-H-B

중간주응력의 변화에 따라 계산한 접선 마찰각 ϕ_i와 c_i를 Table 1에 제시하였다. 가정한 조건에서 파괴시 최대주응력 σ_1은 σ_2의 크기에 관계없이 18.13 MPa로 계산되었다. 표에서 볼 수 있는 바와 같이 중간주응력의 범위 $5.0 \le \sigma_2 \le 18.0$에서 계산된 접선 마찰각과 점착력은 모두 각각 24.56°, 1.93 MPa로서 중간주응력의 크기에 영향을 받지 않는다. 이러한 결과는 Balmer (1952)의 이론에 의해 계산한 결과와 일치한다.

Fig. 2는 σ_2의 변화에 따른 M-C 파괴곡면과 G-H-B 파괴곡면의 접점 위치변화를 $0^\circ \le \theta \le 60^\circ$ 범위에 표시한 것이다. 이 때 접점들은 M-C 파괴조건과 G-H-B 파괴조건을 동시에 만족한다는 점을 주목할 필요가 있다. 주응력 공간에서 불규칙한 6각형 M-C 파괴곡면뿔을 이루는 6개의 면은 모두 평면임을 고려하면 σ_2의 증가에 따라 위치를 달리하는 접점들은 모두 동일한 평면에 위치함을 알 수 있다. 또한 주응력 공간에서 비선형 G-H-B 파괴곡면은 총알 형태의 뭉툭한 6각뿔 형태로 도시되지만 σ_2의 증가에 따라 파괴면 상에서 위치를 달리하는 응력 상태 점들은 동일한 공간평면 상에 위치한다는 사실을 알 수 있다. Table 1에서 볼 수 있듯이 σ_2가 변화하는 동안 각 응력상태점에서 ρ_{MC}과 ρ_{GHB}이 동일하다는 사실이 이를 잘 증명해준다. 결론적으로 중간주응력의 크기가 파괴에 미치는 영향을 고려하지 못하는 2-D 파괴함수를 3-D 주응력 공간에 도시하였을 때 중간주응력의 변화에 따라 위치를 달리하는 응력 상태 점들은 동일 평면 상의 동일 직선 위에 놓이게 됨을 알 수 있다. 따라서 중간주응력의 변화에 의해 얻어진 응력 상태 점들에서 해당 비선형 파괴곡면에 수직한 벡터는 모두 동일한 방향을 갖는다. 역으로 임의의 2-D 비선형 파괴곡면 상의 점들을 직선으로 연결할 수 있다면 이 직선 상에 놓인 응력상태 점들은 모두 동일한 최대 주응력 σ_1과 최소 주응력 σ_3을 갖는 점들임을 유추할 수 있다.

3.2 HB-WW 파괴함수

Lee et al.(2012)에 의해 제안된 HB-WW 파괴함수인 식 (14)는 H-B 파괴함수를 기반으로 하고 있으므로 삼

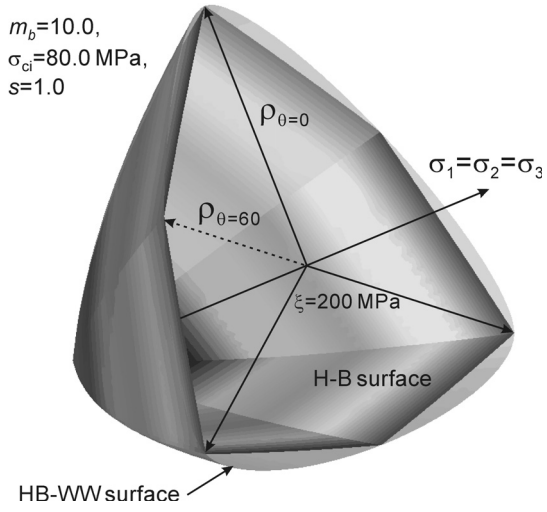

Fig. 3. HB-WW failure surface compared with H-B failure surface

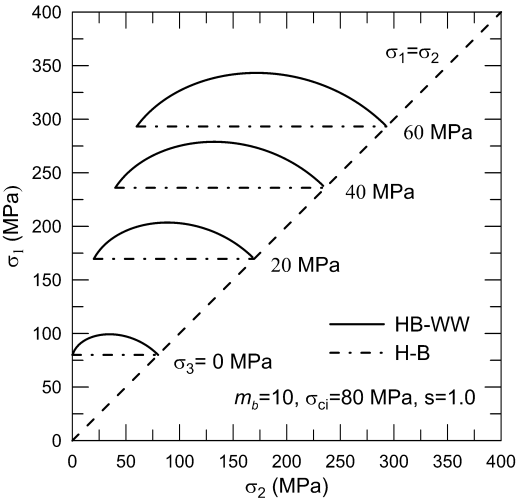

Fig. 4. Influence of σ_2 on σ_1 at failure in HB-WW and H-B criteria

축압축조건($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, $\theta = 0^\circ$)과 삼축신장조건($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$, $\theta = 60^\circ$)에서 본래의 H-B 함수가 갖는 비선형 강도 예측 특성을 그대로 가지고 있다. 그러나 H-B 함수와 달리 중간주응력 σ_2가 파괴강도 σ_1에 미치는 영향은 반영할 수 있다.

Fig. 3은 암반의 강도정수 $m_b = 10.0$, $\sigma_{ci} = 80.0$ MPa, $s = 1.0$을 가정하였을 때 주응력 공간에 도시된 HB-WW 파괴함수와 H-B 파괴함수를 보여준다. 그림은 $\xi_{\min} \leq \xi \leq 200$ MPa 구간의 파괴곡면을 보여주며 이 때 $\xi_{\min}$= -13.86 MPa이다. 그림처럼 동일한 강도정수를 가정할 때 HB-WW 파괴곡면은 H-B 파괴곡면의 모서리에 부드럽게 접하는 볼록 곡면이다.

Fig. 4는 중간주응력 σ_2의 증가에 따른 파괴 시 최대주응력 σ_1의 변화를 도시한 것이다. 중간주응력의 영향을 고려하지 못하는 2-D 파괴함수인 H-B 파괴조건식의 경우 중간주응력의 변화에 관계없이 동일한 파괴강도 σ_1을 예측함을 잘 보여준다. 반면에 중간주응력이 고려되는 3-D 파괴함수인 HB-WW 파괴조건식의 경우 중간주응력 증가의 초반부에서는 중간주응력의 증가와 더불어 파괴강도 σ_1도 함께 증가하며 정점에 도달한 이후 후반부에서는 다시 감소하는 경향을 보여준다. 예를 들어 σ_3= 20.0 MPa인 경우 H-B 파괴함수가 예측하는 강도는 σ_1 = 169.67 MPa이지만 HW-WW 파괴함수가 예측하는 최대 강도는 σ_2가 약 90.0 MPa 일 때 σ_1= 203.54 MPa로서 H-B 파괴함수의 예측 치에 비해 약 20% 정도 높은 강도를 예측한다. HB-WW 파괴함수는 기하하적 근사를 통해 H-B 파괴곡면의 6개 모서리에 부드럽게 접하도록 개발되었으므로 삼축압축 및 삼축신장 하중조건에서는 H-B 파괴함수의 강도 예측 치와 동일한 결과가 얻어진다.

2절에서 제시한 방법에 따라 계산한 HB-WW 파괴함수의 순간 접선마찰각 ϕ_i와 접선점착력 c_i의 중간주응력 의존 특성을 Fig. 5와 Fig. 6에 각각 나타내었다. 비교를 위해 H-B 파괴함수의 접선마찰각과 접선점착력 계산 결과도 함께 도시하였다. 예상한 바와 같이 2-D 파괴함수인 H-B 파괴함수의 접선마찰각과 접선 점착력은 중간주응력의 크기에 영향을 받지 않고 있음을 보여준다. 반면에 HB-WW 파괴함수의 경우 접선마찰각과 접선점착력은 σ_1의 변화와 마찬가지로 중간주응력의 크기에 큰 영향을 받고 있음을 알 수 있다. 중간주응력 증가에 따른 접선마찰각 변화율은 σ_3가 작을수록 크게 나타나고 있으며 이는 파괴곡면의 꼭지점 부근에 가까워질수록 파괴곡면의 곡률(curvature)이 커지기 때문이다. 주어진 σ_3 값에 대해 최대 접선마찰각과 최대 접선점착력이 계산되는 σ_2 값의 위치는 일치하지 않으며 대체로 최대 접선마찰각은 곡선의 전반부에서 나타나고 최대 접선점착력은 곡선의 후반부에서 나타나는 경향을 보여준다.

σ_3 = 20.0 MPa인 경우 중간주응력의 변화에 따른 HB-WW 파괴함수의 접선마찰각 ϕ_i 및 접선점착력 c_i의 변화를 Table 2에 제시하였다. ϕ_i의 최대값은 σ_2가 약 97 MPa일 때 38° 정도이며 이는 동일한 강도정수를 H-B

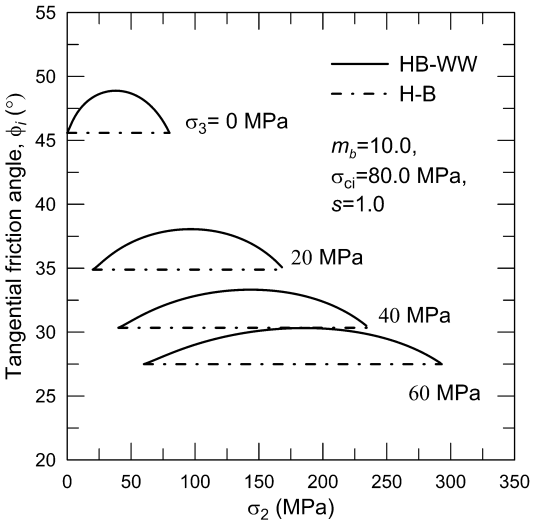

Fig. 5. Influence of σ_2 on the tangential friction angle of the HB-WW criterion

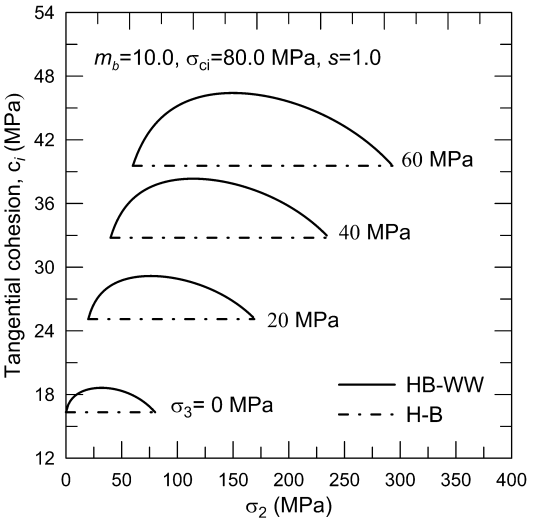

Fig. 6. Influence of σ_2 on the tangential cohesion of the HB-WW criterion

Table 2. Tangential M-C parameters of the HB-WW criterion for rock mass with properties, $m_b = 10.0$, $\sigma_{ci} = 80.0$ MPa, $S = 1.0$ ($\sigma_3 = 20.0$ MPa)

σ_3 (MPa)	σ_2 (MPa)	σ_1 (MPa)	ξ (MPa)	θ (°)	ρ_{HBWW} (MPa)	ϕ_i (°)	c_i (MPa)
20.00	20.00	169.67	121.05	0.00	122.20	34.89	25.10
20.00	30.00	182.67	134.33	3.14	128.93	35.71	27.32
20.00	40.00	190.50	144.63	6.16	131.81	36.45	28.25
20.00	50.00	195.83	153.48	9.18	133.02	37.01	28.75
20.00	60.00	199.50	161.37	12.25	133.27	37.43	29.02
20.00	70.00	201.89	168.53	15.43	132.89	37.73	29.15
20.00	80.00	203.20	175.06	18.74	132.09	37.93	29.16
20.00	90.00	203.54	181.02	22.20	130.99	38.04	29.08
20.00	100.00	202.95	186.46	25.86	129.71	38.05	28.91
20.00	110.00	201.45	191.37	29.73	128.31	37.97	28.66
20.00	120.00	199.03	195.74	33.87	126.88	37.80	28.34
20.00	130.00	195.62	199.55	38.30	125.50	37.52	27.92
20.00	140.00	191.15	202.73	43.08	124.24	37.12	27.41
20.00	150.00	185.45	205.22	48.26	123.19	36.58	26.79
20.00	160.00	178.31	206.87	53.93	122.47	35.84	26.02

파괴함수에 적용하여 계산한 ϕ_i 값보다 약 10% 정도 큰 값이다. c_i의 최대값은 약 29 MPa로서 σ_2가 약 76 MPa 일 때 얻어지며 H-B 파괴함수로부터 계산된 값보다 약 16% 큰 값이다.

Fig. 7은 $\sigma_3 = 20.0$ MPa일 때 중간주응력의 증가에 따른 HB-WW 파괴함수의 파괴응력 상태점들의 궤적을 보여준다. 접선 M-C 강도정수를 갖는 M-C 접평면은 중간주응력의 증가에 따라 이 궤적을 형성하는 각 점에서 HB-WW 파괴곡면에 접한다. 2-D 파괴함수인 G-H-B의 경우와 달리 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 조건에서 중간주응

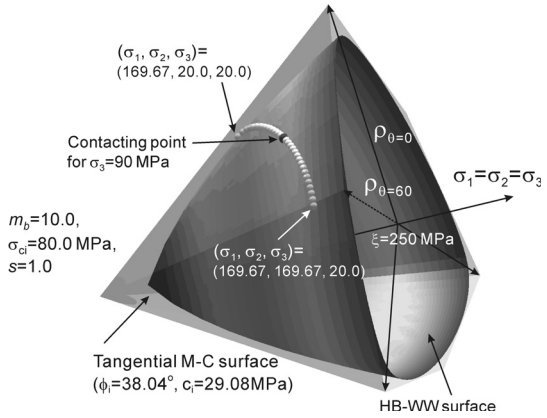

Fig. 7. Tangential M-C surface to the non-linear failure surface HB-WW

력의 증가에 따라 형성되는 각 M-C 접평면과 HB-WW 파괴곡면의 접점은 오직 하나이다. $\sigma_2 = 90.0$ MPa인 경우를 예로 들면 Table 2에 제시한 바와 같이 접선마찰각과 접선점착력은 각각 $\phi_i = 38.04°$, $c_i = 29.08$ MPa 이다. 이를 이용한 접선 M-C 파괴곡면은 Fig. 7에 적색점으로 표시한 단일 접점에서 HB-WW 파괴곡면과 접한다.

4. 요약 및 결론

M-C 파괴함수는 암반구조물 설계 과정에서 가장 널리 이용되는 파괴조건식 중 하나이지만 강도 비선형성을 고려할 수 없고 중간주응력이 강도에 미치는 영향을 고려하지 못한다는 단점이 있다. 이에 따라 M-C 파괴함수에 비하여 강도 예측성능이 우수한 다양한 개선된 비선형 및 3-D 파괴함수들이 제안되고 있다. 그러나 여전히 많은 현장기술자들은 M-C 파괴함수의 강도정수인 내부마찰각과 점착력을 이용하여 암반의 강도특성을 해석하는데 익숙한 것도 사실이다. 또한 현재 암반공학적 설계에 활용되고 있는 대부분의 수치해석 코드들은 암반의 파괴조건식으로 M-C 함수를 채택하고 있으며 비선형 혹은 3-D 파괴함수를 구비하고 있는 경우는 매우 제한적이다. 그러나 M-C 파괴함수보다 개선된 파괴함수들의 접선 마찰각 및 접선 점착력을 계산할 수 있다면 기존의 M-C 파괴조건식 틀에서 개선된 파괴함수들의 강도특성을 설계에 반영시킬 수 있다.

이 연구에서는 Lee & Bobet(2013)이 제안한 방법에 따라 비선형 2-D 파괴함수인 G-H-B 함수와 비선형 3-D 파괴함수인 HB-WW 함수의 접선마찰각과 접선점착력을 구하는 방법을 제시하였다. 제시한 방법의 실행예제를 통해 중간주응력 σ_2가 접선마찰각과 접선점착력에 미치는 영향을 검토하였다. 제안된 접선 M-C 강도정수 계산 방법에서 접선마찰각과 접선점착력은 기존의 방법과 달리 응력불변량으로 표시되므로 기존의 방법처럼 부가적인 주응력 계산과정이 필요없다는 장점도 가진다.

2-D 함수인 G-H-B 파괴함수의 중간주응력에 무관한 강도특성은 기하학적으로 M-C 파괴곡면과 G-H-B 파괴곡면의 접촉부분이 주응력공간에서 선(line)으로 나타남을 의미한다는 사실을 확인하였다. 그러나 3-D 파괴함수인 HB-WW의 경우 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 조건에서 중간주응력의 변화에 따라 연속적인 새로운 접평면이 설정되는 것으로 나타났다. 즉 G-H-B 파괴함수와 달리 HB-WW 함수의 접선마찰각과 접선점착력은 σ_1의 거동과 유사하게 중간주응력의 크기에 영향을 받는 것으로 나타났다.

본 연구에서 제안된 접선 M-C 강도정수 계산방법은 응력불변량으로 표시 가능한 모든 파괴조건식에 응용이 가능하다. 따라서 이 연구는 M-C 파괴조건식에 비해 성능이 개선된 파괴함수의 강도특성을 기존의 M-C 파괴조건식을 채용한 해석 틀 안에서 반영시키는데 유용한 도구가 될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 2012년 한국지질자원연구원 자체연구사업인 '에너지 지하저장시설 설계를 위한 심부 암반의 강도 해석용 3차원 파괴함수 개발'의 일환으로 수행되었습니다.

Reference

1. Al-Ajmi, A.M. and Zimmerman, R.W., 2006, Stability analysis of vertical boreholes using the Mogi–Coulomb failure criterion, Int J. Rock Mech. Min. Sci., 43, 1200-1211.
2. Balmer, G., 1952, A general analytical solution for Mohr's envelope. American Society of Testing and Materials Vol. 52, pp. 1260-1271.
3. Benz, T., Schwab, R., Kauther, R.A. and Vermeer, P.A., 2008, A Hoek-Brown criterion with intrinsic material strength factorization, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 45, pp. 210-222.
4. Benz, T. and Schwab, R., 2008, A quantitative comparison of six rock failure criteria, Int J. Rock Mech. Min. Sci., 45, 1176-1186.
5. Chang, C. and Haimson, B.C., 2000, A new triaxial cell

for testing mechanical properties of rock and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 37, pp. 285-296.
6. Choi, S.O. and Deb, D., 2005, Supplementation of generalized Hoek-Brown Yield surface through the singularity adjustment in elastic-plastic analysis, Geosytem Engineering, Vol. 8, No. 2, pp. 43-50.
7. Colmenares, L.B. and Zoback, M.D., 2002, A statistical evaluation of intact rock failure criteria constrained by polyaxial test data for five different rocks, Int J. Rock Mech. Min. Sci., 39, 695-729.
8. Deb, D. and Choi, S.O., 2005, Comparison between direct and indirect implementation of generalized Hoek and Brown failure criterion in numerical analysis procedure, J. Korean Soc. Rock Mech. (Tunnel and Underg. Space), Vol. 15, No. 3, pp. 228-235.
9. Drucker, D. and Prager, W., 1952, Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Q. Appl. Math., Vol. 10, pp. 157-165.
10. Hoek, E. and Brown, E.T., 1980, Underground excavation in rock, Institute of Mining and Metallurgy, London.
11. Hoek, E., 1990, Estimating Mohr-Coulomb friction and cohesion values from the Hoek-Brown failure criterion. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 27, No. 3, pp. 227-229.
12. Hoek, E., Carranza-Torres and C., Corkum, B., 2002, Hoek-Brown criterion − 2002 edition. Proc NARMS-TAC Conf, Toronto, Vol. 1, pp. 267-273.
13. Lee, Y.-K., 2011, Study on a 3-dimensional rock failure criterion approximating to Mohr-Coulomb surface, Korean Soc. Rock Mech. (Tunnel and Underg. Space), Vol. 21, No. 2, pp. 93-102.
14. Lee, Y.-K., Song, W.-K., Park, C. and Choi, B.-H., 2011, Stability analysis of concrete plugs using a 3-D failure criterion, Korean Soc. Rock Mech. (Tunnel and Underg. Space), Vol. 21, No. 6, pp. 526-535.
15. Lee, Y.-K. and Choi, B.-H., 2012, Equivalent friction angle and cohesion of the generalized Hoek-Brown failure criterion in terms of stress invariants, Korean Soc. Rock Mech. (Tunnel and Underg. Space), Vol. 22, No. 6, pp. 462-470.
16. Lee, Y.-K. and Jeon, S., 2009, Homogenization of elastic cracks in Hoek-Brown rock, J. Korean Soc. Rock Mech. (Tunnel and Underg. Space), Vol. 19, No. 2, pp. 158-166.
17. Lee, Y.-K., 2012, Comparative study on the rock failure criteria taking account of the intermediate principal stress, Korean Soc. Rock Mech. (Tunnel and Underg. Space), Vol. 22, No. 1, pp. 12-21.
18. Lee, Y.-K., Pietruszczak, S. and Choi, B.-H., 2012, Failure criteria for rocks based on smooth approximations to Mohr–Coulomb and Hoek–Brown failure functions, Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., Vol. 56, pp. 146-160.
19. Lee, Y.-K. and Bobet, A., 2013, Instantaneous friction angle and cohesion of 2-D and 3-D Hoek-Brown failure criterion in terms of stress invariants, Rock Mech. Rock Eng., DOI: 10.1007/s00603-013-0423-6.
20. Marinos, P. and Hoek, E., 2000, GSI: a geologically friendly tool for rock mass strength estimation. Proc. Int. Conf. on Geotechnical & Geological Engineering, GeoEng 2000, Melbourne, pp. 1422-1442.
21. Mogi, K., 2007, Experimental rock mechanics, Taylor & Francis.
22. Nayak, G.C. and Zienkiewicz, O.C., 1972, Convenient forms of stress invariants for plasticity. J. Struct. Div. ASCE, Vol. 98, pp. 949-953.
23. Willam, K.J. and Warnke, E.P., 1972, Constitutive model for triaxial behavior of concrete, Colloquium on Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses, ISMES Bergamo, IABSE Report, 19.

이 연 규

1987년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
1989년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사
1994년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사

Tel: 063-469-1864
E-mail: kyoulee@kunsan.ac.kr
현재 군산대학교 해양과학대학 해양건설공학과 교수

최 병 희

1988년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사
2002년 전남대학교 대학원 자원공학과 공학석사
2005년 전남대학교 대학원 지구시스템공학과 공학박사

Tel: 042-868-3237
E-mail: bhchoi@kigam.re.kr
현재 한국지질자원연구원 지구환경연구본부 책임연구원