

## Analysis of melt flows and remelting phenomena through numerical simulations during the kyropoulos sapphire single crystal growth

Jin Hyung Kim, Yong Ho Park\* and Young Cheol Lee<sup>†</sup>

Dongnam Regional Division, Korea Institute of Industrial Technology, Busan 618-230, Korea

\*Department of Materials Science and Engineering, Pusan National University, Busan 609-735, Korea

(Received May 10, 2013)

(Revised May 22, 2013)

(Accepted June 7, 2013)

**Abstract** Sapphire wafers are used as an important substrate for the production of blue LED (light emitting diode) and the LED's performance largely depends on the quality of the sapphire single crystals. There are several crystal growth methods for sapphire crystals and Kyropoulos method is an efficient way to grow large diameter and high-quality sapphire single crystals with low dislocation density. During Kyropoulos growth, the convection of molten melt is largely influenced by the hot zone geometry such as crucible shape, heater and refractory arrangements. In this study, CFD (computational fluid dynamics) simulations were performed according to the bottom/side ratios (per unit of the crucible surface area) of heaters. And, based on the results of analysis, the molten alumina flows and remelting phenomena were analyzed.

**Key words** Hot-zone, CFD, Sapphire, Single crystal, Kyropoulos

## 전산해석을 통한 키로플러스 사파이어 단결정 성장공정의 유동 및 remelting 현상 분석

김진형, 박용호\*, 이영철<sup>†</sup>

한국생산기술연구원 동남권지역본부, 부산, 618-230

\*부산대학교 재료공학부, 부산, 609-735

(2013년 5월 10일 접수)

(2013년 5월 22일 심사완료)

(2013년 6월 7일 게재확정)

**요약** 사파이어( $Al_2O_3$ ) 단결정 웨이퍼는 청색 LED(light emitting diode) 제작을 위한 핵심 소재로 사용되고 있으며, 사파이어 단결정의 품질에 따라 LED의 성능이 크게 좌우하게 된다. 여러 가지 사파이어 단결정 제조방법 중 키로플러스(Kyropoulos)법은 도가니 직경에 근접한 크기로 잉곳 생산이 가능하며, 내부 전위밀도가 낮아 고품질의 대구경 사파이어 잉곳 제작이 가능하다. 키로플러스법 공정에서 용융 알루미늄의 유동은 seed의 성장 형태, 도가니 및 단열재의 형상에 영향을 받으며, 유동양상에 따라 단결정 사파이어 잉곳의 품질이 좌우된다. 특히 온도구배는 hot-zone 내부의 히터 구조와 밀접한 관련이 있으므로 본 연구에서는 도가니 단위표면적당 하부와 측면 히터의 발열비율에 따른 CFD(computational fluid dynamics) 해석을 실시하고, 해석결과를 토대로 각각 용융 알루미늄의 유동 및 remelting 현상에 대해 분석하였으며, 이상적인 히터 발열비율을 도출하였다.

### 1. 서론

LED는 p형 반도체와 n형 반도체 사이의 전자흐름을 이용하여 빛을 발산하는 소자로써 차세대 조명광원으로

각광받고 있다. 기존 백열등, 할로겐등, 형광등 등의 조명등에 비해 수명이 길고, 전력소모량이 작으며,  $CO_2$  등의 유해물질을 배출하지 않는 친환경적 조명광원이라는 장점을 가지고 있다. 때문에 일반 조명등에서부터 전자제품의 디스플레이 패널 등 첨단산업에서도 적용분야가 확산되고 있다[1].

고휘도 청색 및 백색 LED 칩을 제작하기 위하여 일반적으로 GaN계 단결정 기판이 사용되고 있으며, GaN

<sup>†</sup>Corresponding author

Tel: +82-51-974-9263

Fax: +82-51-974-9299

E-mail: yclee87@kitech.re.kr

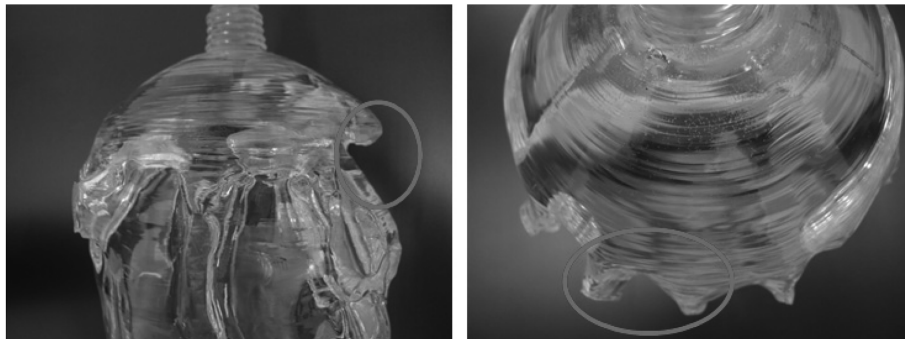


Fig. 1. The sapphire crystal with remelting zones.

단결정 기판의 품질에 따라 LED 칩의 성능을 좌우하게 된다. GaN 단결정 기판을 제조하는데 있어서 직접 GaN을 성장시키는 것이 이상적이거나, 현재 GaN 단결정을 직접 성장하는 기술로써는 박막증착을 통해서만 가능하기 때문에 대형 잉곳형태로 성장시키기 어려운 점을 가지고 있어 생산효율이 낮으며, 많은 제작비용이 소모된다. 때문에 GaN과 유사한 격자상수를 가지는 GaAs, SiC, ZnO, 사파이어 등의 이종 단결정 웨이퍼 위에 유기금속 화학증착(MOCVD)을 통하여 성장시킨 후 이종 기판을 제거하는 방법을 사용하는 것이 일반적이다. 사파이어 단결정 웨이퍼는 GaN과 비교적 유사한 격자 상수를 가지고 있으면서도 용융성장이 가능하기 때문에 다른 공정에 비해 양산 및 대구경화에 유리한 이점을 가지고 있어 상대적으로 생산성이 높고, 제작단가가 저렴하여 LED 칩 제작을 위한 소재로 적절하다. 때문에 국내외 대부분의 업체에서는 단결정 잉곳 성장, 웨이퍼 가공기술 등의 사파이어를 이용한 LED 기판 제작을 위한 연구가 활발히 진행되고 있다[2].

키로플러스법을 이용한 단결정 성장방식은 사파이어 단결정 잉곳을 제작하는 대표적인 방법 중 하나이다[3]. 도가니 내부에 장입된 알루미늄을 용융시킨 후 히터의 발열량 제어를 통하여 seed로부터 하부쪽으로 서서히 단결정을 성장시킨다. 알루미늄 용융온도 이상의 고온에서 성장이 진행되기 때문에 성장로 보호 및 에너지효율 향상을 위하여 히터 및 도가니 주변에 보호실드가 구성되어 있으며, 2000°C 이상의 내부온도 및 보호실드는 각종 실시간 분석장치의 적용과 단결정 성장거동을 관찰하는 것에 대해 많은 제약을 줄 수밖에 없다. 때문에 사파이어를 비롯한 단결정 성장과 관련된 연구에서는 전산해석 프로그램을 이용하여 열 및 유체에 대한 시뮬레이션 분석이 필수적이다.

키로플러스법에 의해 성장된 단결정 잉곳은 다른 공정들에 비해 형상제어가 어려운 단점을 가지고 있다. Seeding 공정을 진행한 후 솔더링(shouldering)을 통하여 대략적인 잉곳의 직경이 결정되지만, 미세한 온도구배 제어를 통하여 결정성장이 진행되고, 초크랄스키법[4]처

럼 잉곳의 인상이나 회전이 없기 때문에 솔더링을 통해 결정된 잉곳의 직경을 꾸준히 유지하지 못하고 불규칙한 형상이 나타나게 된다.

Fig. 1은 키로플러스법으로 성장시킨 사파이어 단결정 잉곳에서 발생한 remelting 현상을 보여주고 있다. Remelting 현상이 심할수록 잉곳의 형상이 불규칙한 형태로 성장하게 되며 이는 웨이퍼의 수율을 하락시키는 원인이 된다. 또한 remelting 현상이 과도하게 일어날 경우 국부적으로 과도한 성장이 일어나기 때문에 결정성장 잉곳의 일부가 도가니에 달라붙는 소착현상이 발생하게 된다. 키로플러스법을 통한 단결정 성장과정 중에는 온도구배에 의해 용융된 소재의 유동이 발생하며, 일반적으로 도가니 벽면을 타고 유체가 상승하여 도가니 중심부로 이동한 후 하강하는 사이클을 가지고 있다. 따라서 키로플러스법에 의한 단결정 성장과정 시 발생하는 remelting 현상은 유체의 흐름에서 솔더부위에 발생한 와류(Vortex)에 큰 영향을 받는다고 알려져 있다[5].

현재까지 Demina et al.[3], Lee et al.[6], Ryu et al. [7] 등 많은 연구자들이 키로플러스법을 통한 단결정 성장공정에 대한 시뮬레이션을 진행하였으나, 대부분 특정 조건에 따른 단결정 잉곳의 성장거동에 대하여 강조하였으며, 키로플러스법으로 제작된 단결정 잉곳에서 빈번히 일어날 수 있는 remelting 현상에 대해서는 아예 배제하거나 구체적으로 언급하지 않고 있다. 때문에 단결정 사파이어의 품질 및 수율과 도가니의 수명에 영향을 주는 remelting 현상에 대한 분석이 필요한 실정이며, 본 연구에서는 전산해석을 통하여 32 kg급 키로플러스 성장로 hot-zone의 히터 하부-측면부 발열비율에 따른 와류의 발생현상에 대해 분석하고, remelting 현상을 최소화하기 위한 방안을 마련하고자 하였다.

## 2. 모델링

Remelting 현상은 솔더링 완료시점에서 가장 크게 발생하며, 솔더링이 완료되는 시점에서의 유동을 분석하고

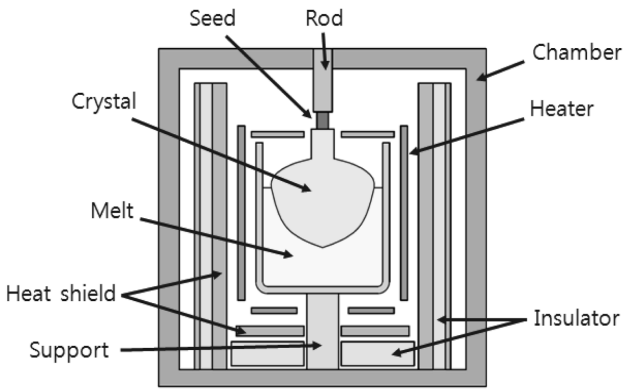


Fig. 2. Schematic diagram of the Kyropoulos system.

자 hot-zone 및 사파이어 단결정 내부구조에 대한 모델링을 실시하였다. Hot-zone은 실제 키로플러스 성장로 장치를 기반으로 복잡한 형상은 간소화하여 전산해석 프로그램에 적합하도록 하고, 중심축을 대칭으로 2D 단면 형태로 설계하였다. 특히 히터와 같이 2D 단면으로 표현하는데 있어서 한계가 있는 구성부품들은 실제 부품의 부피에 맞게 조절한 후 축대칭이 되도록 형상을 최적화하였다. 설계한 hot-zone의 개략적 구조는 Fig. 2와 같이 도가니, 히터, 다층의 보호실드, 단열재 등으로 구성되어 있다.

히터는 크게 하부와 측면으로 나눌 수 있으며, 일반적으로 하부쪽이 도가니 단위표면적 대비 히터의 발열비율이 높다. 하부와 측면의 온도차는 내부 용융 사파이어가 유동을 하기 위한 구동력이 되며, 적절한 유동은 사파이어 단결정 성장에 있어서 필요한 요소이다. 하지만 하부와 측면의 히터 발열비율을 최적화하지 못할 경우 용융 알루미늄의 유동에 영향을 주어 사파이어 단결정 성장

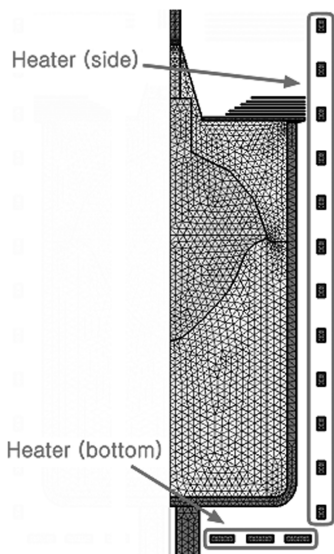


Fig. 3. The finite element model for CFD analysis.

잉곳의 품질이 하락될 우려가 있다. 따라서 도가니 단위 표면적당 하부/측면의 히터 발열비율을 각 1.5, 2, 2.5의 비율로 설계한 후 CGSim 전산해석 프로그램[8]을 통하여 온도분포 및 유동에 대하여 전산해석을 실시하여 결과를 비교하였다. 히터 발열비율에 따른 용융 알루미늄의 유동해석을 실시하기 위하여 열에너지 전달기구와 유체에 대한 기본 방정식을 응용하였으며 각각의 기본방정식은 다음과 같다.

• 열전달 방정식

$$\text{전도: } Q_{\text{cond}} = k_f \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (1)$$

일정한 두께  $\Delta x$ 를 통한 열전도율은 양쪽 표면의 온도차  $\Delta T$ 와 열전달 방향에 수직인 면적  $A$ 에 비례하고, 벽의 두께에 반비례한다. 비례상수인  $k_f$ 는 소재의 열전도율로써 재료가 갖고 있는 고유한 열전도 능력을 나타낸다.

$$\text{대류: } Q_{\text{conv}} = hA(T_s - T_f) \quad (2)$$

$h$ 는 대류열전달계수,  $A$ 는 열전달이 일어난 표면적,  $T_s$ 는 표면온도,  $T_f$ 는 표면과 접촉하는 유체의 온도라고 볼 수 있다.

$$\text{복사: } Q_{\text{rad}} = \epsilon\sigma A(T_s^4 + T_{\text{sur}}^4) \quad (3)$$

$\epsilon$ 는 방사율,  $A$ 는 표면적,  $\sigma$ 는 스테판-볼츠만 상수( $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ ),  $T_s$ 는 매개체 표면온도,  $T_{\text{sur}}$ 은 복사열을 받는 표면온도이다[9].

• 유체 방정식

x-momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

y-momentum:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

z-momentum:

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

위 식(4-6)은 직교좌표계의 3차원 유동에 대하여 4개의 미지수  $u, v, w, P'$ 을 갖는 나비에-스토크스 연립미분 방정식이며,  $\nu$ 는 동점성계수( $\nu = \mu/\rho$ ),  $P'$ 는 압력을 나타낸다[10].

특히 열전도 및 유체의 거동은 사파이어 단결정 및 유체의 물리적 및 광학적 특성에 영향을 받으며, 사파이어의 물성은 Table 1과 같이 입력하였다.

Table 1  
Mechanical properties of Sapphire

Properties	Values	
Crystal	Thermal conductivity (W/m · K)	8
	Density (g/cm <sup>3</sup> )	3.98
	Specific heat (J/kg · K)	1365
	Melting point (K)	2326
	Poisson's ratio	0.29
Melt	Emissivity	0.4
	Thermal conductivity (W/m · K)	2.05
	Density (g/cm <sup>3</sup> )	3.030
	Specific heat (J/kg · K)	1260
	Emissivity	0.33
	Dynamic viscosity (Pa · s)	0.057
	Latent heat (J/kg)	1,067,700
	( $\Delta d = -9 \times 10^{-5}/K$ )	

3. 결과 및 고찰

Fig. 4는 도가니 단위표면적당 히터 발열비율(1.5~2.5)에 따른 온도분포 및 유동방향에 대한 결과이다. (a)는 1.5, (b)는 2, (c)는 2.5의 히터 발열비율에 따른 결과이며 각각 히터의 발열비율에 따라 유동양상의 차이가 있음을 확인할 수 있다. (a)의 경우 용융 알루미늄의 유동이 도가니 하부까지 도달하지 못하고 회전하는 모습을

나타내고, (b)의 경우 유동이 와류의 발생 없이 전체적으로 회전하고, (c)의 경우 사파이어 단결정의 솔더부위에서 와류가 발생하는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 도가니 단위표면적당 히터 발열비율(1.5~2.5)에 따른 유체속도분포 및 유동방향에 대한 결과이다. 전체적으로 용융 알루미늄의 유동이 집중되는 중심부에서 가장 빠른 속도를 나타내고 있으며, 이중 (c)의 최대속도는 약 15.37 mm/s 로 세 가지 case 중에 가장 빠른 유속을 나타내었다. 용융 알루미늄은 온도가 증가할수록 밀도가 감소하기 때문에 온도구배에 따른 밀도차이가 발생하게 되고, 이는 도가니 단위표면적당 하부 히터의 발열비율이 높을수록 유동에 대한 구동력이 증가한다는 것을 의미한다.

Fig 5의 (a)에서는 용융 알루미늄의 유동이 도가니 하부까지 도달하지 못하고 측면을 통하여 상부로 회전하는 것을 관찰할 수 있다. 이것은 유체의 속도가 느리고, 상대적으로 낮은 온도의 유체가 하부에 분포하고 있어 하강하는 유체가 하부 끝까지 미치지 못하고 다시 상부로 이동하기 때문이다. (a)의 경우 솔더부위에 와류가 발생하지 않아 remelting 현상을 해소할 수 있지만, 전체적인 유동의 회전이 도가니의 하부에 미치지 못하기 때문에 용융 알루미늄 하부에 존재하는 미세기포 및 불순물을 상부 표면으로 배출시키지 못하고 잔존할 가능성이

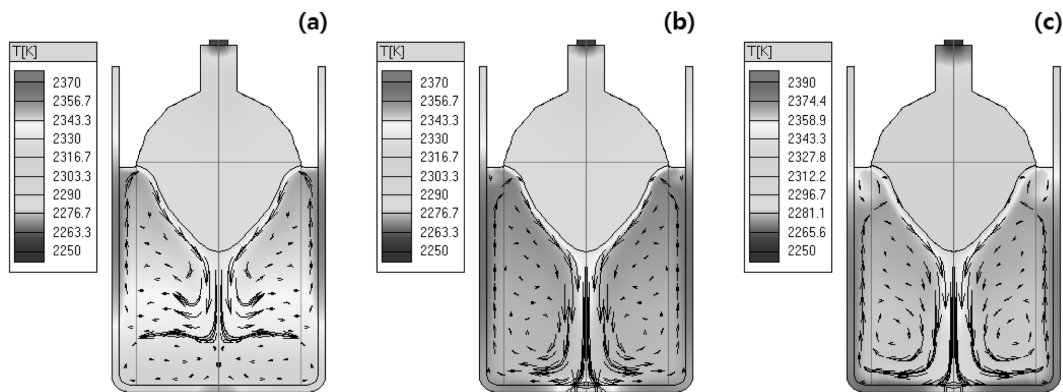


Fig. 4. Fluid flow and temperature distribution in accordance with bottom/side ratios of heaters.

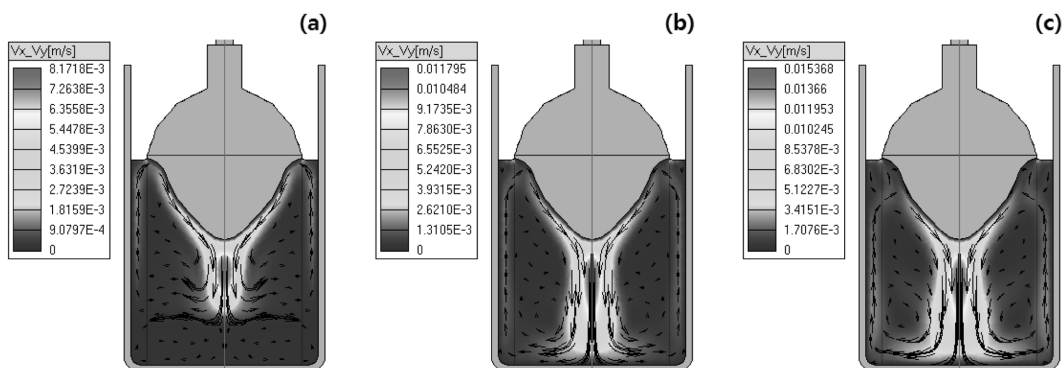


Fig. 5. Fluid flow velocity distribution with bottom/side ratios of heaters.

매우 크다.

Fig. 5의 (c)에서는 솔더부위에서 와류가 발생되는 것을 확인할 수 있다. (c)와 같이 측면에 대비하여 하부의 단위표면적당 히터 발열비율이 높을 경우 전체적인 유체의 속도는 증가하게 되지만, 솔더부위처럼 유체의 백터가 급격히 바뀌는 edge 공간에서는 빠른 속도에 의해 유체-유체 또는 유체와 단결정 고·액 계면의 충돌에 의한 반작용이 커져 난류의 발생 빈도가 높아지게 된다. 밀도차이에 의한 자연대류를 형성하는 유체의 난류를 구분하는 지수로 Rayleigh 수가 사용되고 있으며, Rayleigh 수가 높을수록 난류의 발생빈도가 증가한다. Rayleigh 수는 부력에 비례하고, 점성력에 반비례하기 때문에 속도에 비례하는 부력의 특성상 유체의 속도가 빠르면 Rayleigh 수를 증가시키게 된다. 점성력은 유체의 자유분방한 움직임을 정렬하여 층류유동을 유도하는 역할을 하지만, 유체의 속도가 일정 수치 이상이 되면 유체의 변동적인 움직임을 더 이상 억제하지 못하기 때문이다 [11]. (c)에서 발생된 와류는 이러한 이유로 유체의 속도가 증가함에 따라 발생되었으며, 층류와 반대의 회전방향을 가지고 있어 솔더부위에서도 비교적 높은 성장률을 나타낸다. 높은 유속으로 인한 와류의 발생은 층류의 순환곡선을 변화시키게 되고, 유체가 단결정 솔더부위 끝부분부터 순차적으로 성장계면을 통한 열전달이 충분히 일어나지 않은 상태에서 안쪽 성장계면과 접촉이 먼저 일어나게 되어 접촉부위 일부가 remelting 현상이 발생하게 되는 주요 원인이라 판단된다.

Fig. 5의 (b)에서는 와류의 발생이 거의 없이 전체적으로 균형적인 유동이 나타남을 확인할 수 있으며, (a)와 (c)의 유동과 비교하여 이상적인 유동형태 보여준다.

Fig. 6의 그래프는 솔더링 공정이 완료되는 시점에서 히터의 총 발열량을 나타낸 것이다. 위치에 관계없이 히터 자체의 단위부피에 대하여 동일한 열이 발생된다고

가정하였으며, 측면 히터의 부피는 고정된 채 하부 히터의 부피를 조절하여 비율을 구성하였다. 그리고 발열량은 솔더링이 완료되는 시점에서 고·액 계면의 고정된 용융온도를 기준으로 열전달 및 유체 방정식을 적용하여 역으로 산출하였다. 계산 결과 히터 자체의 단위부피당 발열량은 각각 (a)=42.491, (b)=39.935, (c)=38.143 W/cm<sup>3</sup>으로 분석되었으며, 히터의 부피가 증가할수록 하부와 측면을 합산한 히터의 총 부피가 증가할수록 히터 자체의 단위부피당 발열량이 감소함을 알 수 있다. 이는 하부 히터의 부피가 증가한 만큼 히터에서 발생하는 에너지를 더 분담할 수 있기 때문이며, 히터 자체의 단위부피당 발생하는 발열량을 줄일수록 히터의 부하를 줄일 수 있기 때문에 수명을 향상시킬 수 있다. 히터의 총 발열량은 Fig. 6과 같이 각각 (a)=58.879, (b)=58.795, (c)=59.533 kW로 나타났으며, (b)의 총 발열량이 (a)와 (c)에 비해 미세하게 적지만 (a), (b), (c) 모두 유사한 값을 나타내는 것을 확인할 수 있었다. Hot-zone 내부 히터의 설계에 있어서 용융 알루미늄의 온도분포 및 유동특성뿐만 아니라 전력소모량 및 히터의 수명도 고려하기 위하여 발열량에 대한 분석을 실시한 것이며, 히터의 하부-측면의 부피를 변화시키더라도 총 발열량은 큰 차이가 없음을 알 수 있다.

Fig. 7은 성장계면 중심으로부터 도가니 하부 중심까지의 거리에 대하여 도가니 단위면적당 히터의 발열비율에 따른 유체의 속도변화를 나타내고, Fig. 8은 온도변화를 나타낸 그래프이다. 유동의 백터가 변하는 처음과 마지막 지점에서는 낮은 속도를 나타내는 포물선 형태로 그려지며, 단위면적당 하부의 발열비율이 높을수록 속도도 증가한다는 것을 알 수 있다. 특히 Fig. 8의 (a)와 같이 하부의 히터 발열비율이 낮으면 (b)와 (c)에 비해 도가니 하부로 갈수록 온도의 감소가 두드러지게 나타나게 되며, 이는 서포트로부터 빼앗기는 열에 대하여 하부의

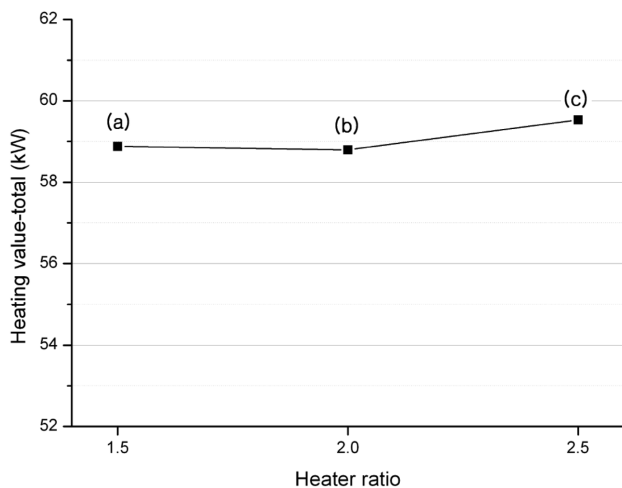


Fig. 6. Total heating values with bottom/side ratios of heaters.

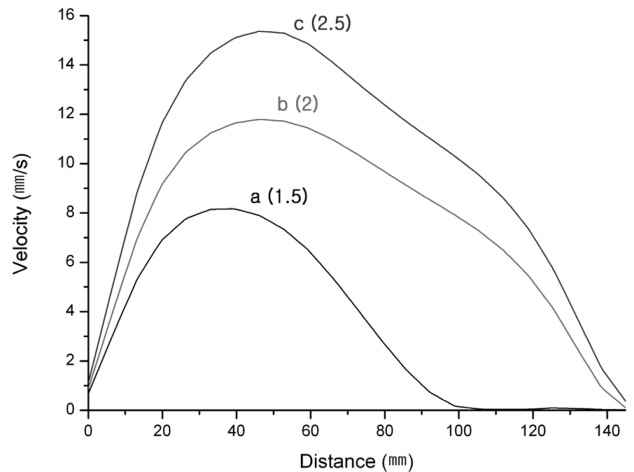


Fig. 7. Comparison of fluid flow velocity difference in accordance with bottom/side ratios of heaters.

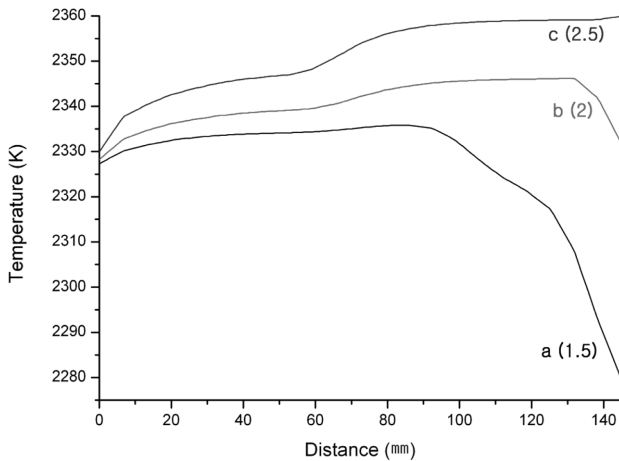


Fig. 8. Comparison of the fluid temperature difference in accordance with bottom/side ratios of heaters.

히터 발열량만으로는 충분히 보상하지 못하기 때문이다. 서포트로부터 빼앗기는 열에 의하여 도가니 하부쪽 유체의 온도가 알루미늄 용융점 이하로 떨어질 경우 또 다른 결정이 발생할 우려가 있어 단결정 성장에 있어서 치명적인 결함발생의 원인이 될 수 있다. 때문에 유체의 유동 과정에서 와류의 발생을 최소화하는 것과 더불어 도가니 하부의 온도가 알루미늄의 용융점 이하로 떨어지지 않도록 최적의 히터 발열비율을 설계하는 것이 중요하다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 도가니 단위표면적당 hot-zone의 히터 발열비율에 따른 용융 알루미늄 유체의 유동 및 remelting 현상에 대하여 분석하였다. 세 가지 발열비율에 대한 분석 결과 히터의 발열비율이 2일 경우 가장 이상적인 유체의 유동이 나타났으며, 발열비율이 1.5일 경우처럼 하부의 발열비율이 낮을 경우 유체의 유동이 하부에 미치지 않아 하부에 잔존하는 불순물을 쉽게 배출하지 못하고, 낮은 온도로 인하여 하부에 새로운 결정이 생길 가능성이 높으며, 발열비율이 2.5일 경우처럼 하부의 발열비율이 지나치게 높을 경우 높은 유속에 의하여 와류가 발생하고, 와류에 의해서 remelting 현상이 발생한다는 것을 알 수 있었다.

위의 전산해석 결과를 고려하여 실제 hot-zone의 히터 설계에 적용시킬 경우, chamber 내부의 공간적인 제약, 히터간의 간섭 등에 의하여 3차원적으로 균일하게 히터를 설치하기는 매우 어려운 일이다. 각 히터의 두께, 길이, 도가니-히터 간격에 따라 도가니에서 받는 열량의

차이가 발생하기 때문에 균일하게 열을 전달하기 위해서는 이러한 차이를 좁히기 위한 설계방안이 필요하며, hot-zone의 단열구조, 도가니 형상, hot-zone 구성소재 등을 고려하여 분석결과를 토대로 히터의 발열비율을 적절히 보정할 필요성이 있다.

#### 참 고 문 헌

- [ 1 ] Korea Association for Photonics Industry Development, "Trends of LED technology developments and patents", Photonics Industry News 27 (2005) 36.
- [ 2 ] Y.C. Lee, Y.M. Kim and H.H. Jo, "Trends of technology about sapphire crystal growth method for LED", Trends in Metals & Materials Engineering 25(1) (2012) 15.
- [ 3 ] S.E. Demina, E.N. Bystrova, V.S. Postolov, E.V. Eskov, M.V. Nikolenko, D.A. Marshanin, V.S. Yuferev and V.V. Kalaev, "Use of numerical simulation for growing high-quality sapphire crystals by the kyropoulos method", Journal of Crystal Growth 310 (2008) 1443.
- [ 4 ] S.J. Lim, H.Y. Shin, J.H. Kim and J.I. Im, "Finite element analysis for czochralski growth process of sapphire single crystal", Journal of the Korean Crystal Growth and Crystal Technology 21(5) (2011) 193.
- [ 5 ] S.E. Demina, E.N. Bystrova, M.A. Lukanina, V.M. Mamedov, V.S. Yuferev, E.V. Eskov, M.V. Nikolenko, V.S. Postolov and V.V. Kalaev, "Numerical analysis of sapphire crystal growth by the kyropoulos technique", Optical Materials 30 (2007) 62.
- [ 6 ] W.J. Lee, Y.C. Lee, H.H. Jo and Y.H. Park, "Effect of crucible geometry on melt convection and interface shape during kyropoulos growth of sapphire single crystal", Journal of Crystal Growth 324 (2011) 248.
- [ 7 ] J.H. Ryu, W.J. Lee, Y.C. Lee, H.H. Jo and Y.H. Park, "CFD analysis for effects of the crucible geometry on melt convection and growth behavior during sapphire single crystal growth by kyropoulos process", Journal of the Korean Crystal Growth and Crystal Technology 22(3) (2012) 115.
- [ 8 ] D.P. Lukanin, V.V. Kalev, Yu.N. Makarov, T. Wetzels, J. Virbulis and W. von Ammon, "Advances in the simulation of heat transfer and prediction of the melt-crystal interface shape in silicon CZ growth", Journal of Crystal Growth 266 (2004) 20.
- [ 9 ] Yunus A. Cengel and Michael A. Boles, "Thermodynamics", 7th Ed. (Mc Graw Hill, USA, 2012) pp. 54-101.
- [ 10 ] Yunus A. Cengel and John M. Cimbala, "Fluid mechanics", 2nd Ed. (Mc Graw Hill, USA, 2012) pp. 856-908.
- [ 11 ] Osman Turan, Nilanjan Chakraborty and Robert J. Poole, "Laminar Rayleigh-Benard convection of yield stress fluids in a square enclosure", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 171 (2012) 83.