

## 상태 및 출력 시간지연을 갖는 이산 비선형 마코비안 점프 시스템의 퍼지 $H_\infty$ 필터링

이 갑 래 \*

### Fuzzy $H_\infty$ Filtering for Discrete-Time Nonlinear Markovian Jump Systems with State and Output Time Delays

Kap Rai Lee \*

#### 요 약

본 논문에서는 상태 및 출력변수에 시간지연을 가지는 이산 비선형 마코비안 점프시스템의 퍼지  $H_\infty$  필터 설계 방법을 다룬다. 리아프노프(Lyapunov) 함수를 이용하여 상태추정 오차시스템이 확률적 안정하며 외부외란 및 초기값 불확실성에 대하여  $H_\infty$  성능을 만족하는 조건식을 유도하고 필터 존재 조건을 선형행렬부등식으로 나타낸다. 완화된 필터 존재 조건식을 유도하기 위하여 리아프노프 함수 선택 시에 시스템 모드에 종속적일뿐만 아니라 퍼지 멤버십 함수를 포함하는 확률-퍼지 리아프노프 함수를 선택한다. 또한  $H_\infty$  성능 조건식 유도 시에 외부외란 뿐만 아니라 초기값 불확실성을 고려한다. 수치적 예제 및 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법의 타당성을 보인다.

▶ Keywords : 상태 및 출력 시간지연, 이산 비선형 마코비안 점프시스템, 초기 상태값 불확실성, 확률-퍼지 리아프노프 함수, 퍼지 안정화 필터, 퍼지  $H_\infty$  필터

#### Abstract

This paper deals with fuzzy  $H_\infty$  filtering problem of discrete-time nonlinear Markovian jump systems with state and output time delays. The purpose is to design fuzzy  $H_\infty$  filter such that the corresponding estimation error system with time delays and initial state uncertainties is stochastically stable and satisfies an  $H_\infty$  performance level. A sufficient condition for the existence of fuzzy  $H_\infty$  filter is given in terms of matrix inequalities. In order to relax conservatism, a

•교신저자 : 이갑래

•투고일 : 2013. 03. 01, 심사일 : 2013. 5. 9, 게재확정일 : 2013. 5. 25.

\* 평택대학교 정보통신학과(Dept. of Information & Communication, Pyeongtaek University)

※ 이 논문은 2012학년도 평택대학교 학술연구비의 지원에 의하여 연구되었음.

stochastic mode dependent fuzzy Lyapunov function is employed. The Lyapunov function not only is dependent on the operation modes of system, but also includes the fuzzy membership functions. An illustrative example is finally given to show the applicability and effectiveness of the proposed method.

- ▶ **Keywords** : output and state time delays, discrete-time nonlinear Markovian jump systems, initial state uncertainties, a stochastic fuzzy Lyapunov function, stabilization fuzzy filter, fuzzy  $H_\infty$  filter

## I. 서 론

마코비안 점프 시스템(MJS: Markovian jump systems)은 여러 개의 다른 동작모드를 가지며, 이 동작모드는 유한한 집합 내에서의 값을 갖는 마코프 체인에 의하여 변한다. 마코비안-점프-시스템은 시스템 구성요소의 예기치 않은 고장 및 환경변화 등으로 인하여 구조 및 파라미터에 급작스런 변화를 갖는 시스템을 모델링하는데 적합하므로 제조공정 시스템, 고장-허용성 시스템, 통신 시스템 및 경제 시스템 등의 다양한 제어 시스템을 모델링 하는데 유용하게 사용 되어 질 수 있다[1, 2]. 선형 마코비안-점프-시스템에 대해서는 안정성 해석뿐만 아니라  $H_\infty$  성능을 동시에 보장하는  $H_\infty$  제어 및  $H_\infty$  필터링 문제에 대한 많은 연구 결과가 나타나 있다[3-7].

비선형 마코비안-점프-시스템에 대한  $H_\infty$  제어 및 필터링 연구 결과로는 비선형 시스템 그 자체를 다루는 방법과 병렬분산보상을 이용한 퍼지모델을 이용하는 방법 등이 있다[8-12]. 퍼지모델을 이용한 방법은 비선형 시스템을 여러 개의 선형모델로 나타내고, 이 여러 개의 선형모델을 퍼지 소속 함수(membership function)로 결합한 형태로 나타낸다. 병렬보상 퍼지모델은 비선형이지만, 여러 선형 모델의 퍼지 소속 함수로 결합한 형태이기 때문에, 일반적인 비선형 시스템 보다 필터 및 제어기 설계 시에 해를 구하기 쉬운 장점이 있다.

시간지연은 안정성과 성능에 많은 영향을 미치기 때문에 시간지연에 대한 연구도 많이 이루어져 왔다[13, 14]. 시간지연을 갖는 선형 마코비안 점프 시스템에 대한 연구로  $H_\infty$  필터설계 방법[15, 16]과  $H_\infty$  제어기설계 방법[17, 19] 등이 있다.

최근에는 시간지연을 갖는 퍼지 마코비안 점프시스템에 대한 제어 및 필터링 설계 연구가 활발히 이루어지고 있다. Zhang 등 [19]은 연속 시스템에 대한 지연 종속적인  $H_\infty$

제어기를 설계하였으며, Lee 등은 이산 시스템에 대한 지연 독립적인 제어기 설계방법으로 상태변수에 시간지연을 갖는 시스템과[20], 상태 및 출력변수에 동시에 시간지연을 갖는 시스템[21]에 대한  $H_\infty$  제어기를 설계하였다. 또한 필터링에 대한 연구로 Shen 등 [22]은 연속 시스템에 대한  $H_\infty$  필터를 설계하였으며, Lee[23]는 이산 시스템에 대한  $H_\infty$  필터를 설계하였다. 이 연구들[19-23]은 필터(또는 제어기) 존재 조건식을 유도하기 위하여 시스템 모드에 종속적인 리아프노프(Lyapunov)함수를 사용하였지만, 퍼지 멤버십 함수를 포함하는 퍼지 리아프노프 함수를 사용하지는 않았다. 시스템 모드에 종속적이면서 동시에 퍼지 멤버십 함수를 포함하는 확률-퍼지 리아프노프 함수를 사용 할 경우 더 완화된 조건식을 유도할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 필터 설계인 [23]의 연구결과를 상태 시간지연 뿐만 아니라 출력 시간지연을 갖는 시스템으로 확장한다. 또한 더 완화된 필터 존재조건식을 유도하기 위하여 리아프노프 후보함수 선택 시에 시스템 모드에 종속적일 뿐만 아니라 퍼지 멤버십 함수를 포함하는 확률-퍼지 리아프노프 후보함수를 선택하여 설계한다. 확률-퍼지 리아프노프 함수를 이용하여 퍼지 마코비안 점프시스템의 상태추정 오차 시스템이 확률적 안정하며 외부외란 및 초기값 불확실성에 대하여  $H_\infty$  성능을 만족하는 조건식을 유도하고 필터 존재조건을 선형행렬부등식으로 나타낸다.

## II. 문제 설정

Takagi-Sugeno 퍼지 모델은 비선형 시스템을 국부적 선형 입력 출력 관계의 IF-THEN 규칙에 의하여 모델링하는 효과적인 방법이다. 확률공간  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 에서 정의된 상태 및 출력변수에 시간지연을 갖는 이산 비선형 MJS (1)을 고려한다. 여

기서  $\Omega$  는 표본공간이고,  $\mathcal{F}$  은 사건대수,  $P$  는 측정 확률이다.

Plant Rule  $i$  :

IF  $\theta_1(k)$  is  $M_{i1}$  and ... and  $\theta_g(k)$  is  $M_{ig}$   
 THEN  $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_i(\eta(k)) \mathbf{x}(k) + A_{di}(\eta(k)) \mathbf{x}(k-d_1(k))$   
 $+ B_i(\eta(k)) w(k)$   
 $\mathbf{y}(k) = C_i(\eta(k)) \mathbf{x}(k) + C_{di}(\eta(k)) \mathbf{x}(k-d_2(k))$   
 $+ D_i(\eta(k)) w(k), \quad i = 1, 2, \dots, r$   
 $\mathbf{e}(k) = C_{zi}(\eta(k)) \mathbf{x}(k), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (1)$   
 $\mathbf{x}(k) = \psi(k), \quad k \leq 0$

여기서  $M_{ij}$  은 퍼지 집합이고,  $\mathbf{x}(k) \in R^n$  는 상태변수,  $\mathbf{y}(k) \in R^m$  은 측정 신호,  $w(k) \in R^p \in L_2(0, T)$  는 제한된 에너지를 갖는 외부외란,  $\mathbf{e}(k) \in R^q$  는 추정할 변수,  $r$  은 IF-THEN 규칙의 수, 전건부 변수  $\theta_1 \sim \theta_g$  는 측정 가능한 시스템변수,  $A_i(\eta), A_{di}(\eta), B_i(\eta), C_i(\eta), C_{di}(\eta), C_{zi}(\eta), D_i(\eta)$  는 공칭 시스템을 나타내는 적절한 차원을 갖는 상수행렬이다.  $d_i(k)$  는 식 (2)를 만족하는 시스템의 시변 시간지연이다.

$$0 \leq d_i(k) \leq \bar{\tau}, \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$\{\eta(k)\}$  는 유한집합  $M = \{1, 2, \dots, v\}$  의 값을 갖는 이산 마코프 체인이며, 유한집합  $M = \{1, 2, \dots, v\}$  의 원소간의 천이 확률  $P = [p_{ls}]_{v \times v}$  는 식 (3)과 같다.

$$p_{ls} = \text{Prob}(\eta(k+1) = s | \eta(k) = l) \quad (3)$$

여기서  $p_{ls} \geq 0$  이며  $l, s \in M$  이고  $\sum_{s=1}^v p_{ls} = 1$  이다. 집합  $M$  은 시스템의 동작 모드를 나타내며,  $\eta(k) = l \in M$  인  $l$  번째 모드와 결합되어진 시스템 행렬은 식 (4)와 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} A_{i,l} &= A_i(\eta(k)), \quad A_{di,l} = A_{di}(\eta(k)), \quad B_{i,l} = B_i(\eta(k)), \\ C_{i,l} &= C_i(\eta(k)), \quad C_{di,l} = C_{di}(\eta(k)), \quad C_{zi,l} = C_{zi}(\eta(k)), \\ D_{i,l} &= D_i(\eta(k)) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $A_{i,l}, A_{di,l}, B_{i,l}, C_{i,l}, C_{di,l}, D_{i,l}, C_{zi,l}$  은 적절한 차원을 갖는 상수행렬이다. 시간  $k$  에서 시스템 모드가  $l$  이라고 하면 퍼지 시스템의 추론된 최종 출력은 식 (5)와 같다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) [A_{i,l} \mathbf{x}(k) + A_{di,l} \mathbf{x}(k-d_1(k)) + B_{i,l} w(k)]$$

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) [C_{i,l} \mathbf{x}(k) + C_{di,l} \mathbf{x}(k-d_2(k)) + D_{i,l} w(k)]$$

$$\mathbf{e}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) C_{zi,l} \mathbf{x}(k) \quad (5)$$

$$\mathbf{x}(k) = \psi(k), \quad k \leq 0.$$

여기서

$$\mu_i(\theta(k)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(\theta_j(k)) \quad (6)$$

$$h_i(\theta(k)) = \mu_i(\theta(k)) / \sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(k))$$

$$\boldsymbol{\theta}(k) = [\theta_1(k) \ \theta_2(k) \ \dots \ \theta_g(k)]^T$$

이며, 멤버십 함수  $M_{ij}(\theta_j(k))$  는  $M_{ij}$  에서  $\theta_j(k)$  의 멤버십 등급이다. 모든 시간  $k$  에 대하여  $\mu_i(\theta(k))$  는 식 (7)을 만족하며

$$\mu_i(\theta(k)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(k)) > 0$$

$h_i(\theta(k))$  는 식 (8)을 만족한다.

$$h_i(\theta(k)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) = 1$$

퍼지-마코비안-점프-시스템(FMJS) (5)-(6)에 대한 퍼지  $H_\infty$  필터 (9)를 고려한다.

Filtering rule  $i$  :

IF  $\theta_1(k)$  is  $M_{i1}$  and ... and  $\theta_g(k)$  is  $M_{ig}$

THEN  $\hat{\mathbf{x}}(k+1) = F_i \hat{\mathbf{x}}(k) + G_i y(k) \quad i = 1, 2, \dots, r.$

$$\hat{\mathbf{e}}(k) = C_{zi}(\eta(k)) \hat{\mathbf{x}}(k) \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = 0, \quad k \leq 0$$

여기서  $F_i, G_i$  는 설계 되어질 필터의  $i$  번째 이득 행렬이다. 시간  $k$  에서  $l$  번째 모드와 결합된 퍼지 필터의 최종 출력은 식 (10)과 같다.

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) [F_i \hat{\mathbf{x}}(k) + G_i y(k)].$$

$$\hat{\mathbf{e}}(k) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) C_{zi,l} \hat{\mathbf{x}}(k) \quad (10)$$

식 (5) 및 (10)으로부터  $l$ 번째 모드  $\eta(k) = l \in M$ 에서 추정 오차 퍼지-마크비안-점프-시스템(FMJS)은 식 (11)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \zeta(k+1) &= \bar{A}_l \zeta(k) + \bar{A}_{d,l} \zeta(k-d_1(k)) + \bar{C}_{d,l} \zeta(k-d_2(k)) + \bar{B}_l w(k) \\ \tilde{e}(k) &= \bar{C}_l(k) \zeta(k) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} \zeta(k) &= [(x(k) - \hat{x}(k))^T \ x^T(k)]^T, \quad \tilde{e}(k) = e(k) - \hat{e}(k), \\ \bar{A}_l(k) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\theta(k)) h_j(\theta(k)) \begin{bmatrix} F_i & A_{i,l} - G_i C_{j,l} - F_i \\ 0 & A_{i,l} \end{bmatrix}, \\ \bar{A}_{d,l}(k) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\theta(k)) h_j(\theta(k)) \begin{bmatrix} 0 & A_{di,l} \\ 0 & A_{di,l} \end{bmatrix}, \\ \bar{C}_{d,l}(k) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\theta(k)) h_j(\theta(k)) \begin{bmatrix} 0 & G_i C_{di,l} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_l(k) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\theta(k)) h_j(\theta(k)) [(B_{i,l} - G_i D_{j,l})^T \ B_{i,l}^T]^T \\ \bar{C}_l(k) &= \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) [C_{zi,l} \ 0] \end{aligned} \quad (12)$$

이다.  $\theta(k)$ 는 측정 가능하며 모드  $\eta(k)$ 는 측정 불가능하다.  $x(k, x_0, \eta_0)$ 는 초기 값  $x(0) = x_0$  및  $\eta(0) = \eta_0$ 로부터의 상태  $x(k)$ 의 궤적을 나타낸다.

$w(k) = 0$ 인 FMJS (11)-(12)에 대해서 식 (13)을 만족하면 FMJS는 초기값  $x_0$  및 초기 모드  $\eta_0 \in M$ 에 대해서 확률적 안정하다고 정의한다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=0}^N \zeta^T(k, \zeta_0, \eta_0) \zeta(k, \zeta_0, \eta_0) | \zeta_0, \eta_0 \right\} < \infty \quad (13)$$

여기서  $E$  은 수학적 기대치이다. 또한 FMJS (11) 및 (12) 이 확률적 안정하고, 외란  $w(k)$  및 초기값  $\psi(k), k \leq 0$ 에 대하여 식 (14)을 만족하면 FMJS는  $H_\infty - \gamma$  성능을 가지면서 확률적 안정하다고 정의한다.

$$\begin{aligned} E \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{e}^T(k) \tilde{e}(k) \right\} &< \gamma^2 \left[ \sum_{k=0}^{\infty} w^T(k) w(k) + \psi(0)^T Q_0 \psi(0) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=-d_1}^{-1} \psi^T(k) Q_1 \psi(k) + \sum_{k=-d_2}^{-1} \psi^T(k) Q_2 \psi(k) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

하중 행렬  $Q_i (i=0,1,2)$ 는 외부 외란에 대한 상대적인 초기 값 불확실성의 크기를 나타내는 하중치이다. 즉, 아주 큰  $Q_i$

은 시간  $k \leq 0$ 에 대한 해당 상태값이 영에 가까운 것을 의미한다. 본 논문에서는 FMJS (5)에 대하여 상태 추정오차 시스템 (11)이  $H_\infty - \gamma$  성능 (14)를 가지면서 확률적 안정하게 하는 퍼지 필터 (10)를 설계하고자 한다.

### III. 퍼지 $H_\infty$ 필터 설계

완화된 필터 존재 조건식을 유도하기 위하여 시스템 모드에 종속적일 뿐만 아니라 퍼지 멤버십 함수를 포함하는 확률 퍼지 리아프노프 후보 함수 (15)를 고려한다.

$$\begin{aligned} V(\zeta(k), \eta(k)) &= \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \zeta^T(k) P_i(\eta(k)) \zeta(k) \\ &\quad + \sum_{t=k-d_1}^{k-1} \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \zeta^T(t) S_i \zeta(t) \\ &\quad + \sum_{t=k-d_2}^{k-1} \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) \zeta^T(t) R_i \zeta(t) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $\eta(k) = l \in M$  일때  $P_{i,l} = P_i(\eta(k))$ 이다.

정리 1: FMJS (5)에서  $w(k) = 0$ 인 외란이 없는 시스템을 고려한다. 선형행렬 부등식 (16)을 만족하는 행렬  $S_{1i} > 0, S_{2i} > 0, R_{1i} > 0, R_{2i} > 0, F_i, G_i, X_{i,l} > 0, Z_{i,l} > 0$  및 양수  $\alpha, \gamma$ 가 존재 하면 퍼지필터 (10)은 추정오차 FMJS (11)을 확률적 안정하게 하는 필터이다.

$$\Phi_{ii,l} < 0, \quad i=1,2,\dots,r, \quad l \in M \quad (16)$$

$$\Phi_{ij,l} + \Phi_{ji,l} < 0, \quad i < j < r \in S, \quad l \in M \quad (17)$$

여기서

$$\Phi_{ij,l} = \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} (1,1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_i^T & 0 \\ * & (2,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & (2,7)^T & A_{i,l}^T \\ * & * & -S_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -S_{2i} & 0 & 0 & A_{di,l}^T & A_{di,l}^T \\ * & * & * & * & -R_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -R_{2i} & (G_i C_{dj,l})^T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -2I + \sum_{s=1}^r p_{i,s} X_{i,s} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -2I + \sum_{s=1}^r p_{i,s} Z_{i,s} \end{bmatrix}$$

$$(1,1) = -X_{i,l} + S_{1i} + R_{1i}, \quad (2,2) = -Z_{i,l} + S_{2i} + R_{2i} + \alpha I,$$

$$(2;7) = A_{i,l} - G_i C_{j,l} - F_i$$

이다. \*는 대칭 행렬의 주 대각 아래 성분을 나타낸다.

(증명): 외란이 없는  $w(k) = 0$  인 FMJS를 고려한다. 시간  $k$ 에서 시스템 모드가  $l$ 일 경우를 고려한다. 즉,  $\eta(k) = l \in M$  이다. 리아프노프 후보함수 (15)로부터 식 (19)가 만족되면 외란이 없는 FMJS ( $w(k) = 0$ )은 확률적 안정하다[20].

$$\begin{aligned} E[V(\zeta(k+1), \eta(k+1)|\zeta(k), \eta(k) = l)] - V(\zeta(k), \eta(k) = l) \\ \leq -\alpha x^T(k)x(k) \end{aligned} \quad (19)$$

시스템 (11)에 대하여 식 (19)을 만족하는 조건식을 유도한다.

식 (15)로부터 식 (19)는 식 (20)과 동가이다.

$$\begin{aligned} E[V(\zeta(k+1), \eta(k+1)|\zeta(k), \eta(k) = l)] - V(\zeta(k), \eta(k) = l) \\ + \alpha x^T(k)x(k) \\ = \sum_{s=1}^v \text{Prob}(\eta(k+1) = s | \eta(k) = l) \left[ \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k+1) P_{i,s} \zeta(k+1) \right. \\ + \sum_{t=k-d_1+1}^k \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) S_i \zeta(t) + \sum_{t=k-d_2+1}^k \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) R_i \zeta(t) \\ - \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k) P_{i,l} \zeta(k) - \sum_{t=k-d_1}^{k-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) S_i \zeta(t) \\ \left. - \sum_{t=k-d_2}^{k-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) R_i \zeta(t) + \alpha x^T(k)x(k) \right] \leq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에 대하여 수학적 처리를 하면, 식 (21)이 만족되면 식(19)가 만족됨을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^r (h_i P_{i,l} + S_i + R_i) + Q_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\sum_{i=1}^r h_i S_i & 0 \\ 0 & 0 & -\sum_{i=1}^r h_i R_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{A}_l^T(k) \\ \bar{A}_{d,l}^T(k) \\ \bar{C}_{d,l}^T(k) \end{bmatrix} \left( \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^r p_{is} h_i P_{i,s} \right) \begin{bmatrix} \bar{A}_l(k) & \bar{A}_{d,l}(k) & \bar{C}_{d,l}^T(k) \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

Schur 보수 및 식 (22)의 관계식을 이용하면

$$-\left( \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^r p_{is} h_i P_{i,s} \right)^{-1} < -2I + \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^r p_{is} h_i P_{i,s} \quad (22)$$

식 (23)이 만족되면 부등식 (21)이 만족됨을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} (1,1) & 0 & 0 & \bar{A}_l^T(k) \\ 0 & -\sum_{i=1}^r h_i S_i & 0 & \bar{A}_{d,l}^T(k) \\ 0 & 0 & -\sum_{i=1}^r h_i R_i & \bar{C}_{d,l}^T(k) \\ \bar{A}_l(k) & \bar{A}_{d,l}(k) & \bar{C}_{d,l}(k) & -2I + \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^r p_{is} h_i P_{i,s} \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$(1,1) = -\sum_{i=1}^r h_i (P_{i,l} + S_i + R_i) + Q_\alpha$$

$P_{i,l} = \text{diag}[X_{i,l}, Z_{i,l}]$ ,  $S_i = \text{diag}[S_{1i}, S_{2i}]$ ,  $R_i = \text{diag}[R_{1i}, R_{2i}]$ 로 두면 부등식 (23)은 식 (24)로 표현할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \Phi_{ij,l} < 0, \quad l \in M \quad (24)$$

식 (24)로부터 정리 1의 (16) 및 (17)을 만족하는 필터 (10)은 추정오차 시스템 (11)을 확률적 안정하게 하는 필터이다.  $\square$

다음 정리 2는 FMJS (5)을 안정화할 뿐만 아니라  $H_\infty$  성능 (14)를 만족하는 퍼지필터 설계 방법을 나타낸다.

**정리 2**: FMJS (5)-(6)을 고려한다. 선형행렬 (25)-(29)를 만족하는 행렬  $S_{1i} > 0$ ,  $S_{2i} > 0$ ,  $R_{1i} > 0$ ,  $R_{2i} > 0$ ,  $X_{i,l} > 0$ ,  $Z_{i,l} > 0$ ,  $F_i$ ,  $G_i$  및 양수  $\alpha, \gamma$ 가 존재 하면 필터 (10)은 FMJS (11)이  $H_\infty$ - $\gamma$  성능을 가지면서 확률적 안정하게 하는 필터다.

$$\Phi_{ii,l} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad l \in M \quad (25)$$

$$\Phi_{ij,l} + \Phi_{ji,l} < 0, \quad i < j < r \in S, \quad l \in M \quad (26)$$

$$X_{i,l} + Z_{i,l} - \gamma^2 Q_0 < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad l \in M \quad (27)$$

$$S_{1i} + S_{2i} - \gamma^2 Q_1 < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (28)$$

$$R_{i_i} + R_{2_i} - \gamma^2 Q_2 < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (29)$$

여기서

$$\Phi_{i,j,l} = \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} (1,1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_i^T & 0 \\ * & (2,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (2,8)^T & A_{i,l}^T \\ * & * & -S_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -S_{2i} & 0 & 0 & 0 & A_{di,l}^T & A_{di,l}^T \\ * & * & * & * & -R_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -R_{2i} & 0 & (G_i C_{dj,l})^T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & (7,8)^T & B_{i,l}^T \\ * & * & * & * & * & * & * & (8,8) & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & (9,9) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (1,1) &= -X_{i,l} + S_{1i} + R_{1i} + C_{zi,l}^T C_{zj,l}, \\ (2,2) &= -Z_{i,l} + S_{2i} + R_{2i} + \alpha I, \\ (2,8) &= A_{i,l} - G_i C_{j,l} - F_i, \quad (7,8) = B_{i,l} - G_i D_{j,l} \\ (8,8) &= -2I + \sum_{s=1}^v p_{ls} X_{i,s}, \quad (9,9) = -2I + \sum_{s=1}^v p_{ls} Z_{i,s} \end{aligned}$$

이다.

(증명):  $H_\infty - \gamma$  성능을 만족하는 조건식을 유도하기 위하여 함수 (31)를 고려한다.

$$\mathcal{J}(k) \triangleq E \left\{ \sum_{k=0}^N [V(\zeta(k+1), \eta(k+1)) - V(\zeta(k), \eta(k)) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)] \right\} \quad (31)$$

시간  $k$ 에서 시스템 모드가  $l$  이라고 가정하고 FMJS (11)에 대한 리아프노프 후보함수 (15)를 고려하면 식 (32)가 유도된다.

$$\begin{aligned} & E[V(\zeta(k+1), \eta(k+1)) | \zeta(k), \eta(k) = l] - V(\zeta(k), \eta(k) = l) \\ &= \sum_{s=1}^v \text{Prob}(\eta(k+1) = s | \eta(k) = l) \left[ \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k+1) P_{i,s} \zeta(k+1) \right. \\ & \quad + \sum_{t=k-d_1+1}^k \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) S_i \zeta(t) + \sum_{t=k-d_2+1}^k \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) R_i \zeta^T(t) \\ & \quad - \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k) P_{i,l} \zeta(k) - \sum_{t=k-d_1}^{k-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) S_i \zeta(t) \\ & \quad \left. - \sum_{t=k-d_2}^{k-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) R_i \zeta(t) \right] \\ &= [\zeta^T(k) \bar{A}_l^T(k) + \zeta^T(k-d_1(k)) \bar{A}_{d,l}^T(k) \\ & \quad + \zeta^T(k-d_2(k)) \bar{B}_{d,l}^T(k) + w(k)^T \bar{B}_l(k)^T] \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & \cdot \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^r h_i p_{ls} P_{i,s} [\bar{A}_l(k) \zeta(k) + \bar{A}_{d,l}(k) \zeta(k-d_1(k)) \\ & \quad + \bar{B}_{d,l}(k) \zeta(k-d_2(k)) + \bar{B}_l(k) w(k)] \\ & + \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k) S_i \zeta(k) - \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k-d_1(k)) S_i \zeta(k-d_1(k)) \\ & - \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k) P_{i,l} \zeta(k) \\ & + \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k) R_i \zeta(k) - \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(k-d_2(k)) R_i \zeta(k-d_2(k)) \end{aligned}$$

식 (32)에 적절한 수학적 처리를 하면  $\mathcal{J}(k)$ 는 식 (33)으로 나타난다.

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(k) &= \sum_{k=0}^N [\zeta^T(k) \zeta^T(k-d_1(k)) \zeta^T(k-d_2(k)) w^T(k)] \\ & \cdot [\Omega_l(k)] \cdot \begin{bmatrix} \zeta(k) \\ \zeta(k-d_1(k)) \\ \zeta(k-d_2(k)) \\ w(k) \end{bmatrix} \quad (33) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \Omega_l(k) &= \quad (34) \\ & \begin{bmatrix} (1,1) & 0 & 0 & 0 & \bar{A}_l^T(k) \\ 0 & -\sum_{i=1}^r h_i S_i & 0 & 0 & \bar{A}_{d,l}^T(k) \\ 0 & 0 & -\sum_{i=1}^r h_i R_i & 0 & \bar{C}_{d,l}^T(k) \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & \bar{B}_l^T(k) \\ \bar{A}_l(k) & \bar{A}_{d,l}(k) & \bar{C}_{d,l}(k) & \bar{B}_l(k) & -2I + \sum_{s=1}^v \sum_{i=1}^r h_i p_{ls} P_{i,s} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(1,1) = -\sum_{i=1}^r h_i (P_{i,l} + S_i + R_i) + \bar{C}_l^T \bar{C}_l + \alpha I$$

이다. 식 (33)으로부터  $\Omega_l(k) < 0$  이면  $\mathcal{J}(k) < 0$  이고,  $V(\eta, N) > 0$  이기 때문에 (31)로부터  $\Omega_l(k) < 0$  가 만족되어지면 식 (35)가 만족된다.

$$\begin{aligned} & E \sum_{k=0}^N z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) \\ & \leq \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(0) P_{i,l} \zeta(0) + \sum_{t=-d_1}^{-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) S_i \zeta(t) \\ & \quad + \sum_{t=-d_2}^{-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) R_i \zeta(t) \quad (35) \end{aligned}$$

식 (35)로부터 식 (36)이 유도된다.

$$\begin{aligned}
 & E \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{e}^T(k) \tilde{e}(k) - \gamma^2 \left[ \sum_{k=0}^{\infty} w^T(k) w(k) + \psi^T(0) Q_0 \psi(0) \right. \\
 & + \sum_{t=-d_1}^{-1} \psi^T(t) Q_1 \psi(t) + \sum_{t=-d_2}^{-1} \psi^T(t) Q_2 \psi(t) \\
 & \leq \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(0) P_{i,l} \zeta(0) + \sum_{t=-d_1}^{-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) S_i \zeta(t) \\
 & + \sum_{t=-d_2}^{-1} \sum_{i=1}^r h_i \zeta^T(t) R_i \zeta(t) \\
 & - \gamma^2 x^T(0) Q_0 x(0) - \gamma^2 \sum_{t=-d_1}^{-1} x^T(t) Q_1 x(t) \\
 & - \gamma^2 \sum_{t=-d_2}^{-1} x^T(t) Q_2 x(t) \\
 & \leq \sum_{i=1}^r h_i x(0)^T \left[ [I_n \ I_n] P_{i,l} [I_n \ I_n]^T - \gamma^2 Q_0 \right] x(0) \quad (36) \\
 & + \sum_{t=-d_1}^{-1} \sum_{i=1}^r h_i x(t)^T \left[ [I_n \ I_n] S_i [I_n \ I_n]^T - \gamma^2 Q_1 \right] x(t) \\
 & + \sum_{t=-d_2}^{-1} \sum_{i=1}^r h_i x(t)^T \left[ [I_n \ I_n] R_i [I_n \ I_n]^T - \gamma^2 Q_2 \right] x(t), \quad l \in M
 \end{aligned}$$

따라서  $\Omega_l(k) < 0$  이고 (36) < 0 이면  $H_\infty - \gamma$  성능 (14)가 만족됨을 알 수 있다. 정리 1과 유사하게 행렬 변수  $P_{i,l} = \text{diag} [X_{i,l}, Z_{i,l}]$ ,  $S_i = \text{diag} [S_{1i}, S_{2i}]$ ,  $R_i = \text{diag} [R_{1i}, R_{2i}]$  로 두고 적절한 수학적 처리를 하면 (25)~(29)가 유도된다. 정리 2의 조건식은 정리 1의 조건식을 포함하므로, (25)~(29)가 만족되는 필터 (10)은 페루프 시스템 (11)이  $H_\infty - \gamma$  성능을 가지며 확률적 안정하게 하는 필터이다.  $\square$

### III. 수치적 예제

시간지연을 갖는 비선형 시스템 (37)을 고려한다

$$\begin{aligned}
 x_1(k+1) &= 0.25x_1(k) + 0.175x_2^3(k) + 0.1x_1(k-d_1(k)) \\
 &\quad + 0.1x_2^3(k-d_1(k)) + w(k) \\
 x_2(k+1) &= 0.25x_1(k) + 0.25x_2(k) + 0.2x_2(k-d_1(k)) + w(k) \\
 y(k) &= \delta x_1(k) + 0.2\delta x_2(k) + 0.1\delta x_1(k-d_2(k)) + w(k) \\
 e(k) &= 0.1x_1(k) \quad (37)
 \end{aligned}$$

여기서, 시간지연  $d_i(k)$  및 외란 신호  $w(k)$ 는 식 (38)이다.

$$\begin{aligned}
 d_1(k) &= 5 + 0.7\cos(0.3\pi k), \quad k > 0 \\
 d_2(k) &= 4 + 0.7\cos[0.3\pi k], \quad k > 0 \\
 w(k) &= 0.2, \quad 10 \leq k \leq 15
 \end{aligned} \quad (38)$$

상태변수 값은 식 (39)을 만족한다고 가정한다.

$$x_2(k) \in [-1.5 \ 1.5] \quad (39)$$

파라미터  $\delta \in [0, 1]$ 는 측정센서의 정상적인 작동 여부를 나타낸다. 즉,  $\delta = 1$ 은 측정센서의 정상작동을 나타내며,  $\delta = 0$ 은 측정센서가 전혀 작동하지 않음을 나타내고,  $0 < \delta < 1$ 은 측정센서가 부분적으로 작동함을 나타낸다. 파라미터  $\delta$ 는 식 (40)과 같이 서로 다른 3가지 모드를 갖는다고 가정한다.

$$\delta = \begin{cases} 1, & l = 1 \\ 0.75, & l = 2 \\ 0.5, & l = 3 \end{cases} \quad (40)$$

동작 모드의 파라미터 천이 확률은 식 (41)과 같다고 가정한다.

$$P = \begin{bmatrix} 0.65 & 0.25 & 0.1 \\ 0.29 & 0.48 & 0.23 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \quad (41)$$

(37)의 비선형 항  $x_2^3(k)$ 을 식 (42)로 나타내면

$$x_2^3(k) = M_{11} \cdot 0 \cdot x_2(k) - M_{12} \cdot 2.25 \cdot x_2(k) \quad (42)$$

퍼지 집합의 멤버십 함수는 식 (43)과 같이 표현할 수 있다.

$$M_{11}(x_2(k)) = 1 - \frac{x_2^2(k)}{2.25} \quad (43)$$

$$M_{12}(x_2(k)) = \frac{x_2^2(k)}{2.25}.$$

식 (43)의 퍼지집합을 이용하여 비선형 시스템 (37)을 T-S 퍼지 모델로 나타내면 식 (44) 및 식 (45)와 같다.

Plant Rule 1:

IF  $x_2(k)$  is  $M_{11}$  THEN

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= A_{1,l} x(k) + A_{d1,l} x(k-d_1(k)) + B_{1,l} w(k) \\
 y(k) &= C_{1,l} x(k) + C_{d1,l} x(k-d_2(k)) + D_1 w(k), \\
 e(k) &= C_{z1,l} x(k) \quad l = 1, 2, 3
 \end{aligned} \quad (44)$$

Plant Rule 2:

IF  $x_2(k)$  is  $M_{2,l}$  THEN

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_{2,l}x(k) + A_{d2,l}x(k-d_1(k)) + B_{2,l}w(k) \\ y(k) &= C_{2,l}x(k) + C_{d2,l}x(k-d_2(k)) + D_2w(k), \\ e(k) &= C_{z2,l}x(k) \quad l=1,2,3 \end{aligned} \quad (45)$$

여기서  $x(k) = [x_1(k) \ x_2(k)]^T$  이며

$$\begin{aligned} A_{1,l} &= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}, \quad A_{d1,l} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \\ A_{2,l} &= \begin{bmatrix} 0.25 & 0.394 \\ 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}, \quad A_{d2,l} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.225 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad l=1,2,3 \\ B_{1,l} &= B_{2,l} = [0.1 \ 0.1]^T, \quad l=1,2,3 \\ C_{1,1} &= C_{2,1} = [1 \ 0.2], \quad C_{1,2} = C_{2,2} = 0.75 \cdot [1 \ 0.2], \\ C_{1,3} &= C_{2,3} = 0.5 \cdot [1 \ 0.2], \\ C_{d1,1} &= C_{d2,1} = [0.1 \ 0], \quad C_{d1,2} = C_{d2,2} = 0.75 \cdot [0.1 \ 0], \\ C_{d1,3} &= C_{d2,3} = 0.5 \cdot [0.1 \ 0], \\ D_{1,l} &= D_{2,l} = 1, \quad l=1,2,3 \\ C_{z1,l} &= C_{z2,l} = [0.1 \ 0], \quad l=1,2,3 \end{aligned} \quad (46)$$

이다. 초기값 불확실성의 하중치  $Q_0 = Q_1 = Q_2 = \text{diag}[1 \ 1]$  로 두고 설계한다. 정리 2를 이용하여 설계하면 필터 이득은 식 (47)과 같이 나타나며

$$\begin{aligned} F_1 &= \begin{bmatrix} 0.03844 & -0.02141 \\ -0.02141 & 0.12380 \end{bmatrix} \\ F_2 &= \begin{bmatrix} -0.00105 & 0.18086 \\ 0.18086 & 0.18095 \end{bmatrix} \\ G_1 &= \begin{bmatrix} 0.24570 \\ 0.39961 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0.58296 \\ 0.23946 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (47)$$

확률-퍼지 리아프노프 함수 (15)는  $4 \times 4$ 행렬  $S_i (i=1,2)$ ,  $R_i (i=1,2)$ ,  $P_{i,l} (i=1,2, l=1,2,3)$  10개로 구성된다.

기존 연구[19-23]과 같이, 퍼지 멤버십 함수를 포함하지 않고, 시스템 모드에 종속적인 확률 리아프노프 함수를 이용하여 정리 2를 다시 이끌어낸 후, 필터를 설계하면 필터이득은 (49)와 같이 나타나며

$$\begin{aligned} F_1 &= \begin{bmatrix} 0.03537 & -0.02352 \\ -0.02352 & 0.10623 \end{bmatrix} \\ F_2 &= \begin{bmatrix} -0.03013 & 0.20050 \\ 0.20050 & 0.21792 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (48)$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0.22721 \\ 0.40900 \end{bmatrix} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 0.67265 \\ 0.22310 \end{bmatrix}$$

확률 리아프노프 함수는  $4 \times 4$ 행렬  $S, R, P_l (l=1,2,3)$  5개로 구성된다.

두 방법에 의한  $H_\infty$ - $\gamma$  성능을 비교하면 표 1과 같으며, 확률-퍼지 리아프노프 함수를 이용하여 설계한 방법이 확률 리아프노프 함수를 이용하여 설계한 방법보다  $H_\infty$ - $\gamma$  성능이 개선됨을 알 수 있다.

표 1. 리아프노프 함수에 따른  $H_\infty$ - $\gamma$  성능

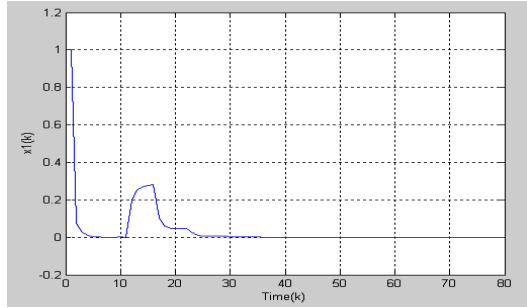
리아프노프 함수	$H_\infty$ - $\gamma$ 성능
확률 리아프노프 함수	$\gamma = 4.22$
(퍼지 멤버십 함수를 포함하는) 확률-퍼지 리아프노프 함수	$\gamma = 3.18$

비선형 시스템 (37)에 정리 2를 이용하여 설계된 필터를 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한 결과는 그림 1과 같다. 상태 변수의 초기값은  $x_1(0) = 1.0$  이고  $x_2(0) = -1.0$  이며,  $\delta$ 가 식 (48)과 같이 0과 1사이에서 변할 때의 컴퓨터 시뮬레이션 결과이다.

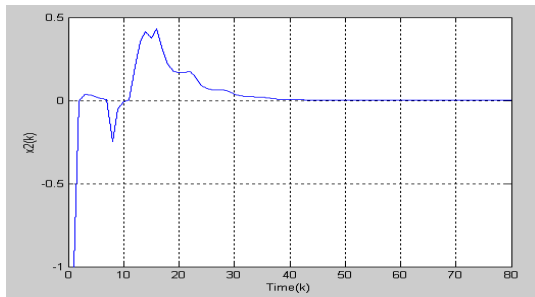
$$\delta = \begin{cases} 0.5, & k < 30 \\ 1, & 30 \leq k < 40 \\ 0.75, & k \geq 40 \end{cases} \quad (49)$$

그림 1의 (a) 및 (b)는 식(38)과 같은 구형파 외란  $w(t)$ 가 인가 될 경우 실제 시스템의 상태  $x_1(k)$ 와  $x_2(k)$ 의 변화 값을 나타낸다. 그림 1의 (c) 및 (d)는 설계된 필터를 이용하여 추정된 시스템의 상태  $\hat{x}_1$  및  $\hat{x}_2$ 의 실제 상태 값과의 오차를 나타낸다. 설계된 필터를 이용한 상태값 추정 시에, 초기값은 알 수 없으므로 영으로 두고 상태값을 추정하였다. 그림 1의 결과로부터 초기값 오차뿐만 아니라 구형파 외란 신호가 가해져도 설계된 필터의 상태추정 값 오차는 영으로 잘 수렴함을 알 수 있다. 따라서 설계되어진 필터는 비선형 마코비안 점프 시스템의 추정 오차 시스템을 안정화 시키며 외란감쇄 기능을 가짐을 알 수 있다.

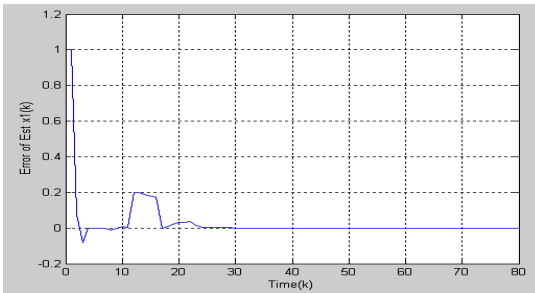




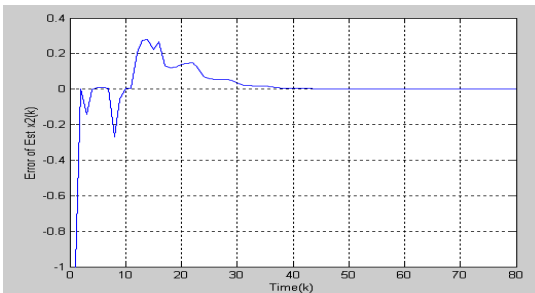
(a)  $x_1(k)$



(b)  $x_2(k)$



(c)  $x_1(k) - \hat{x}_1$



(d)  $x_2(k) - \hat{x}_2$

그림 1. 시간지연 비선형 MJS 시뮬레이션 결과( $0 < \delta < 1$ )  
 Fig. 1 Simulation results of nonlinear MJS with  $0 < \delta < 1$

## IV. 결론

본 연구에서는 출력 및 상태변수에 시간 지연을 갖는 이산 비선형 MJS에 대한 안정성뿐만 아니라  $H_\infty$  성능을 보장하는 퍼지 필터 설계방법을 나타내었다. 마코비안 점프 파라미터를 갖는 시간 지연 비선형 시스템을 T-S 퍼지 모델로 나타내고 이에 대한 필터를 설계하였다. 확률-퍼지 리아프노프 (Lyapunov) 함수를 이용하여 상태추정 오차시스템이 확률적 안정하며 외부외란 및 초기값 불확실성에 대하여  $H_\infty$  성능을 만족하는 조건식을 유도하고 필터 존재조건을 선형행렬부등식으로 나타내었다. 확률 퍼지 리아프노프 함수는 시스템 모드에 따라 변할 뿐만 아니라 퍼지 멤버십 함수를 포함하기 때문에 더 완화된 조건식을 이끌어 낼 수 있다. 수치적 예제 및 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법의 타당성을 보였다.

## 참고문헌

- [1] M. Mariton, Jump Linear System in Automatic Control. New York: Marcel Dekker, 1990.
- [2] S. He and F. Liu "Unbiased  $H_\infty$  Filtering for Neutral Markovian Jump Systems," Applied Mathematics and Computation, vol. 206, no.1, pp. 175-185, Dec. 2008.
- [3] G. Pan and Y. Bar-Shalom, "Stabilization of jump linear gaussian systems without mode observation," Int. J. Control, vol. 64, no. 4, pp. 631-661. April 1996.
- [4] P. Shi and E. K. Boukas, " $H_\infty$  control for Markovian Jumping linear systems with parametric uncertainty," Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 95, no. 1, pp. 75-99, Oct. 1997.
- [5] E. K. Bouka and P. Shi, "Stochastic Stability and guaranteed cost control of discrete-time uncertain systems with Markovian Jumping parameters," Int. J. Robust Nonlinear Contr., vol. 8, no. 13, pp. 1155-1167, Nov. 1998.
- [6] O. L. V. Costa and R. P. Marques, "Mixed  $H_2/H_\infty$  control of discrete-time Markovian

- jump linear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, no. 1, pp. 95-100, Feb. 1998.
- [7] W. Assawinchaichote, S. Nguang and P. Shi "Robust  $H_\infty$  Fuzzy Filter Design for Uncertain Nonlinear Singularly Perturbed Systems with Markovian Jumps: an LMI Approach," *Information Science*, vol. 177, pp. 1699-1714, April 2007.
- [8] C. E. de Souza, D. F. Coutinho and K. A. Barbosa "  $H_\infty$  Filtering for a Class of Uncertain Markov Jump Nonlinear Systems," in *Proceedings of the 45th IEEE Conferences Decision and Control*, San Diego, CA, USA, pp. 5531-5536, Dec. 2006.
- [9] M. D. S. Aliyu and E. K. Boukas, "  $H_\infty$  control for Markovian jump nonlinear systems," in *Proc. of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Tampa, Florida, vol. 1, pp. 766-771, Dec. 1998.
- [10] H.-N. Wu and K.-Y. Cai, "Mode-independent robust stabilization for uncertain Markovian jump nonlinear systems via fuzzy control," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Part B*, vol. 36, no. 3, pp. 509-519, Jun. 2005.
- [11] J. Dong and G. Yang, "Fuzy controller design for Markovian jump nonlinear systems," *Int. J. Control. Automation and systems*, vol. 5, no. 6, pp. 712-717, Dec. 2007.
- [12] Y. Y. Cao and P. M. Frank, "Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 200-211, April. 2000.
- [13] K. R. Lee, J. H. Kim, E. T. Jeung and H. B. Park, "Output feedback robust  $H_\infty$  control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying delay," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 8, no. 6, pp. 657-664, Dec. 2000.
- [14] H. Shao, "Delay-range-dependent Robust  $H_\infty$  Filtering for Uncertain Stochastic Systems with Mode-dependent Time Delays and Markovian Jump Parameters," *Journal of Mathematical Analysis Application*, vol. 342, no.2, pp. 1084-1095, Jun. 2008.
- [15] S. Xu, J. Lam and X. Mao, "Delay dependent  $H_\infty$  Control and Filteringng for Uncertain Markovian Jump Systems with Time-varying Delays," *IEEE Trans. Circuit and Systems I*, vol. 54, no. 9, pp. 2070-2077, Sept. 2007.
- [16] P. Shi, E. K. Boukas, and R. K. Agarwal, "Control of Markovian jump discrete-time systems with norm bounded uncertainty and unknown delay," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, no. 11, pp. 2139-2144, Nov. 1999.
- [17] P. Shi, M. S. Mahmoud, J. Yi, and A. Ismail, "Worst case control of uncertain jumping systems with multi-state and input delay information," *Information Science*, vol. 176, no. 2, pp. 186-200, Jan. 2006.
- [18] Z. Shu, J. Lam, and S. Xu, "Robust stabilization of Markovian delay systems with delay dependent exponential estimates," *Automatica*, vol. 42, no. 11, pp. 2001-2008, Nov. 2006.
- [19] Y. Zhang, S. Xu and J. Zhang, "Delay dependent robust  $H_\infty$  control for uncertain fuzzy Markovian Jump systems," *Int. J. Control. Automation, and systems*, vol. 7, no. 4, pp. 520-529, Augu. 2009.
- [20] K. R. Lee and K. H. Lee, " $H_\infty$  fuzzy control for discrete-time nonlinear Markovian jump systems wiith time delay," *Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 19, no. 6, pp. 779-786, Dec. 2009.
- [21] K. R. Lee, " $H_\infty$  control for discrete-time fuzzy Markovian jump systems wiith state and input time delays," *Korean Institute of Intelligent System*, vol. 22, no. 1, pp. 28-35, Feb. 2012.
- [22] H. Shen, S. Xu, J. Zhou and J. Lu, "Fuzzy  $H_\infty$  filtering for nonlinear Markovian jump neutral systems," *Int. Journal of Systems Science*, vol. 42, no. 5, pp. 767-780, May. 2011.
- [23] K. R. Lee, "Fuzzy  $H_\infty$  filtering for discrete time nonlinear Markovian jump systems with time delay," in *Proc. of KIIS Fall Conference*, vol. 21,

no. 2, pp. 52-54, Nov. 2011.

## 저 자 소 개



이 갑 래

1987: 경북대학교 전자공학과 학사

1990: 경북대학교 전자공학과 공학석사

1999: 경북대학교 전자공학과 공학박사

1990-1996: 국방과학연구소 연구원

현 재: 평택대 정보통신학과 부교수

관심분야: 지능시스템 및 지능제어,

필드버스 네트워크 구현,

임베디드시스템 설계 및

안드로이드 탑재 응용.

Email : krlee@ptu.ac.kr