

오차행렬을 이용한 5축 공작기계의 오차보정모델 생성 및 실험적 검증

Development and Experimental Verification of an Error Compensation Model for a Five-axis Machine Tool using an Error Matrix

권성환¹, 이동목¹, 양승한^{2,✉}

Sung Hwan Kweon¹, Dong Mok Lee¹, and Seung Han Yang^{2,✉}

¹ 경북대학교 기계연구소 (Institute of Mechanical Engineering Technology, Kyungpook National University)

² 경북대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Kyungpook National University)

✉ Corresponding author: syang@knu.ac.kr, Tel: +82-53-950-6569

Manuscript received: 2013.3.19 / Revised: 2008.1.1 / Accepted: 2008.1.1

This paper proposes a new model to compensate for errors of a five-axis machine tool. A matrix with error components, that is, an error matrix, is separated from the error synthesis model of a five-axis machine tool. Based on the kinematics and inversion of the error matrix which can be obtained not by using a numerical method, an error compensation model is established and used to calculate compensation values of joint variables. The proposed compensation model does not need numerical methods to find the compensation values from the error compensation model, which includes nonlinear equations. An experiment using a double ball-bar is implemented to verify the proposed model.

Key Words: Five-Axis Machine Tool (5 축 공작기계), Error Compensation Model (오차보정모델), Error Matrix (오차행렬), Error Synthesis Model (오차합성모델), Geometric Error (기하학적 오차)

기호설명

$\tau_{i-1,N}^i$ = HTM (Homogeneous Transformation Matrix) representing a motion of the $i-1^{\text{th}}$ coordinate system with respect to the i^{th} coordinate system not including errors

τ_{i-1}^i = HTM representing a motion of the $i-1^{\text{th}}$ coordinate system with respect to the i^{th} coordinate system including errors

E_p^T = error matrix of the tool coordinate system with respect to the workpiece coordinate system

\mathbf{r} = joint variables in general expression

\mathbf{r}_N = nominal joint variables

\mathbf{r}_C = compensated joint variables

λ = angular error components with function of joint variables

μ = positional error components with function of joint variables

h_b = distance between base of workpiece and bottom circle of cone frustum

D = base diameter of cone frustum

ϕ = angle between base of workpiece and cone frustum

α = inclined angle of cone frustum

1. 서론

5축공작기계는 3개의 직선관절에 2개의 회전관

절이 추가되어 공작물에 대한 공구의 위치뿐만 아니라 방향의 동시제어가 가능하므로 항공기 부품, 자동차 부품 가전제품 등의 자유곡면으로 구성된 복잡한 형상을 가공할 때 유용하며 효율적이다. 하지만, 2개의 회전관절이 추가됨으로써 기구학적으로 복잡해져 일반적으로 3축 공작기계에 비해 정확도가 높지 않다. 최근에는 정밀 가공품의 수요가 증가하여 공작기계의 정확도 향상에 대한 요구가 증가되었으며, 5축 공작기계의 정확도 향상에 대한 관심도 증가하여 정확도 향상이 주요 연구 대상이 되었다. 가공품의 정밀도에 영향을 미치는 많은 요인 중에서도 공작기계의 기하학적 오차는 큰 부분을 차지하므로,¹ 공작기계의 기하학적 오차를 보정하여 공작기계의 정확도를 향상시키기 위한 연구가 진행되고 있다.

공작기계의 오차보정을 위한 연구는 세 단계로 나누어진다. 첫째는 오차합성모델을 생성하여 오차를 규명하고 오차가 공작물에 미치는 영향을 분석하고 평가하는 것이고, 둘째는 오차를 측정하기 위한 측정장치 및 측정 방법에 대한 연구이며, 마지막 단계는 오차보정모델을 생성하여 오차를 보정하는 것이다.

오차합성모델은 5축 공작기계를 평가하는데 널리 사용되는 기본적인 틀이며, 이를 이용하여 공작기계의 오차가 정확도에 미치는 영향을 분석하고 평가하는 연구^{2,4,7}가 많이 진행되어 왔다. 공작기계의 오차측정은 직선관절로만 구성된 3축 공작기계에서 많이 이루어졌으며, 5축 공작기계의 오차 측정 연구는 회전관절의 오차측정^{5,7}에 중점적으로 연구가 이루어지고 있다. 직선관절의 오차측정에 주로 사용되는 레이저간섭계로는 회전관절의 오차 측정에 한계가 있으므로 볼바를 이용한 연구가 진행되고 있다.^{5,7}

오차 규명 및 분석, 측정의 다음 단계는 오차 보정이다. 지금까지 잘 알려진 방법으로는 수치해석을 이용한 오차보정이다.^{3,8} 이 방법은 5개의 관절에 대하여 동시보정이 가능하고 해를 빠르게 구할 수 있는 장점이 있으나, 오차보정모델로부터 미분식을 구해야 하고 역자코비안, 뉴턴법 등과 같은 복잡한 수치 계산이 필요하다. 이러한 복잡한 수치해석을 사용하지 않는 방법으로 Decoupled 방법⁹이 제안되었다. 오차합성모델만을 이용하여 회전관절의 오차를 먼저 보정하고 직선관절의 오차를 보정하는 방법으로써 복잡한 수치해석이 필요하지 않고 안정적으로 보정 값을 구할 수 있다.

하지만, 오차합성모델은 비선형인 오차성분을 포함하고 있어서 허용오차범위를 만족하기 위해서는 많은 반복계산이 필요하다. 따라서, 이 오차방법은 계산시간의 제약이 없는 CAM소프트웨어의 후처리 단계에서 적용이 가능하다.

본 연구에서는 기구학 모델(Kinematic model)과 오차합성모델을 이용하여 공작물 좌표계에 대한 공구 좌표계의 오차를 포함하고 있는 오차행렬을 구하고 오차보정모델을 제안한다. 제안한 보정모델은 5개의 관절에 대한 동시보정이 가능하고, 복잡한 수치해석을 사용하지 않으며 안정적으로 보정 값을 구할 수 있다. 제안한 오차보정모델의 성능검증을 위하여 5축 동시구동이 가능한 원호경로를 생성하여 볼바로 오차를 측정하고 보정 전·후의 측정데이터를 비교·검토한다.

2.5 축 공작기계의 오차보정 모델 생성

2.1 오차합성 모델 및 오차행렬

오차합성모델은 다축으로 구성된 공작기계의 오차를 규명하고 오차가 정확도에 미치는 영향평가와 오차 측정데이터로부터 공작기계의 성능평가를 위한 기본적인 틀로 적용되어 왔다. 또한, 공작기계의 정확도 향상을 위한 오차보정에도 기구학 모델과 함께 오차합성모델이 사용된다. 5축 공작기계는 직선구동뿐만 아니라 회전구동을 하는 관절이 포함되어 공구의 위치오차보정과 방향오차보정

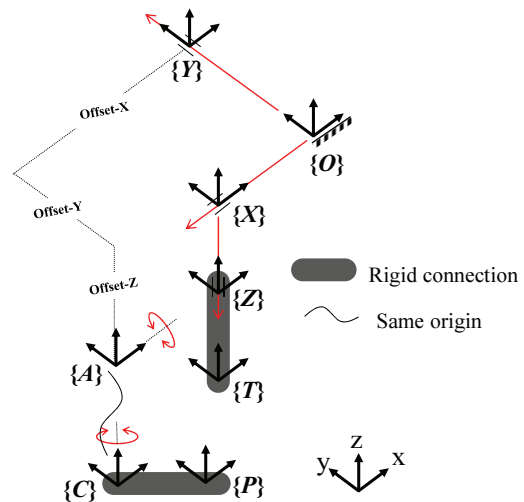


Fig. 1 Kinematic chain of a five-axis machine tool (RRTTT type)

이 동시에 이루어져야 하므로 오차합성모델의 사용은 필수다. 본 연구에서는 Fig. 1의 기구학 체인(Kinematic chain)으로 구성되는 5축 공작기계에 대한 기구학 모델과 오차합성모델을 우선적으로 생성하고, 이를 기반으로 하여 오차보정모델을 생성한다.

오차를 포함하지 않는 공작물 좌표계에 대한 공구 좌표계의 관계를 나타내는 기구학 모델은 Fig. 1의 기구학 체인과 동차변환행렬(HTM)을 이용하여 식 (1)과 같이 표현되며, 오차를 포함한 오차합성모델은 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \tau_{P,N}^T &= (\tau_{O,N}^Y \tau_{Y,N}^A \tau_{A,N}^C \tau_{C,N}^P)^{-1} \tau_{O,N}^X \tau_{X,N}^Z \tau_{Z,N}^T \\ &= \tau_{P,N}^C \tau_{C,N}^A \tau_{A,N}^Y \tau_{Y,N}^O \tau_{O,N}^X \tau_{X,N}^Z \tau_{Z,N}^T \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tau_P^T &= (\tau_P^Y \tau_Y^A \tau_A^C \tau_C^P)^{-1} \tau_O^X \tau_X^Z \tau_Z^T \\ &= \tau_P^C \tau_C^A \tau_A^Y \tau_Y^O \tau_O^X \tau_X^Z \tau_Z^T \end{aligned} \quad (2)$$

오차합성모델은 식 (3)처럼 기구학 모델과 오차항으로만 구성된 오차행렬로 분리되어 표현된다. 오차행렬은 기구학 모델의 역행렬을 이용하여 식 (4)와 같이 유도되고, 식 (5)처럼 관절변수의 함수인 방향오차성분과 위치오차성분으로 구성된다. 유도된 오차행렬은 5축 공작기계의 오차보정을 위한 오차보정모델 생성에 사용된다.

$$\tau_P^T(\mathbf{r}) = \tau_{P,N}^T(\mathbf{r}) \mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}) \quad (3)$$

$$\mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}) = (\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}))^{-1} \tau_P^T(\mathbf{r}) \quad (4)$$

$$\mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -\lambda_z(\mathbf{r}) & \lambda_y(\mathbf{r}) & \mu_x(\mathbf{r}) \\ \lambda_z(\mathbf{r}) & 1 & -\lambda_x(\mathbf{r}) & \mu_y(\mathbf{r}) \\ -\lambda_y(\mathbf{r}) & \lambda_x(\mathbf{r}) & 1 & \mu_z(\mathbf{r}) \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R} & \mathbf{P} \\ \hline \mathbf{0} & 1 \end{array} \right] \quad (5)$$

2.2 오차보정모델 생성

지금까지 식으로 표현한 오차행렬과 오차보정에 대한 개념을 Fig. 2에 도시하였다. Fig. 2에서 \mathbf{r} 에 \mathbf{r}_N 을 대입하면, \mathbf{p} 와 \mathbf{n} 은 공작물 좌표계에 대한 공구 좌표계의 이상적인 위치와 방향을 나타내며, \mathbf{p}' 와 \mathbf{n}' 은 오차로 인한 공구 좌표계의 실제 위치와 방향을 나타낸다.

오차 보정 방법은 \mathbf{r}_N 에 대한 공구의 이상적인 위치 및 방향이 공구의 실제 위치 및 방향과 일치되는 관절변수 보정 값인 \mathbf{r}_C 를 구하는 것이다. 이

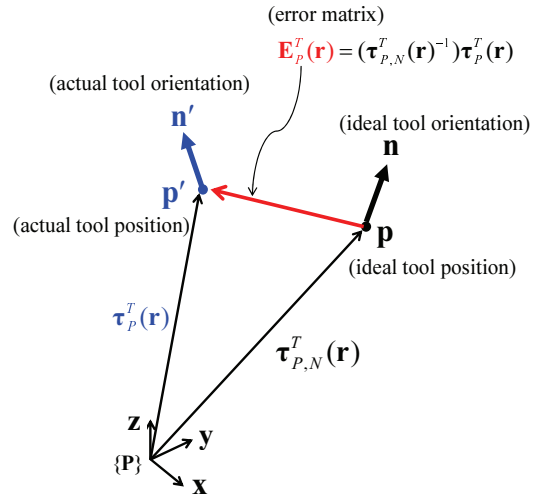


Fig. 2 Concept of the proposed error compensation algorithm

는 식 (6)과 같이 표현할 수 있으며, 식 (3)으로부터 $\tau_P^T(\mathbf{r}_C)$ 를 $\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_C) \mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}_C)$ 로 변환하여 식 (6)에 대입하고 $\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_C)$ 에 대해서 정리하면 식 (7)을 얻을 수 있다.

$$\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_N) = \tau_P^T(\mathbf{r}_C) \quad (6)$$

$$\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_C) = \tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_N) \mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}_C)^{-1} \quad (7)$$

식 (7)로부터 관절변수의 보정값인 \mathbf{r}_C 를 구하기 위해서는 $\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_N)$ 와 $\mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}_C)^{-1}$ 의 계산이 이루어져야 한다. $\tau_{P,N}^T(\mathbf{r}_N)$ 은 관절변수 공칭값에 대한 공구의 이상적인 위치와 방향으로 기구학 모델을 이용하여 계산이 가능하며 $\mathbf{E}_P^T(\mathbf{r}_C)^{-1}$ 는 역행렬의 근사화와 초기값 조건을 적용하여 반복 계산을 통하여 구할 수 있다. 식 (5)에서 방향오차성분을 포함하는 행렬 \mathbf{R} 은 식 (8)과 같이 단위행렬 \mathbf{I} 와 왜대칭 (Skew symmetric)행렬 \mathbf{H} 로 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} 1 & -\lambda_z(\mathbf{r}) & \lambda_y(\mathbf{r}) \\ \lambda_z(\mathbf{r}) & 1 & -\lambda_x(\mathbf{r}) \\ -\lambda_y(\mathbf{r}) & \lambda_x(\mathbf{r}) & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \lambda_z(\mathbf{r}) & -\lambda_y(\mathbf{r}) \\ -\lambda_z(\mathbf{r}) & 0 & \lambda_x(\mathbf{r}) \\ \lambda_y(\mathbf{r}) & -\lambda_x(\mathbf{r}) & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{I} - \mathbf{H} \end{aligned} \quad (8)$$

$\mathbf{I} - \mathbf{H}$ 의 역행렬은 Neumann 급수¹⁰의 1차근사화를 이용하여 $\mathbf{I} + \mathbf{H}$ 로 구해지고 \mathbf{R} 의 전치행렬과

같은으로 \mathbf{R} 의 역행렬은 전치행렬 \mathbf{R}^T 가 된다. 따라서, $\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r}_c)^{-1}$ 는 식 (9)와 같이 구해진다.

$$\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & | & -\mathbf{R}^T\mathbf{P} \\ \hline \mathbf{0} & | & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_z(\mathbf{r}) & -\lambda_y(\mathbf{r}) & | & -\mu_x(\mathbf{r}) - \lambda_z(\mathbf{r})\mu_y(\mathbf{r}) + \lambda_y(\mathbf{r})\mu_z(\mathbf{r}) \\ -\lambda_z(\mathbf{r}) & 1 & \lambda_x(\mathbf{r}) & | & -\mu_y(\mathbf{r}) - \lambda_x(\mathbf{r})\mu_z(\mathbf{r}) + \lambda_z(\mathbf{r})\mu_x(\mathbf{r}) \\ \lambda_y(\mathbf{r}) & -\lambda_x(\mathbf{r}) & 1 & | & -\mu_z(\mathbf{r}) - \lambda_y(\mathbf{r})\mu_x(\mathbf{r}) + \lambda_x(\mathbf{r})\mu_y(\mathbf{r}) \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)에서 오차의 곱으로 이루어지는 곱차 항을 제거하면 식 (10)의 단순화된 역행렬로 표현할 수 있으며 식 (5)의 오차행렬 $\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r})$ 의 오차성분의 부호만을 변경함으로써 구할 수 있다. $\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r}_c)^*$ 를 식 (7)에 적용하여 식 (11)의 오차보정모형을 생성한다.

$$\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r})^* = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_z(\mathbf{r}) & -\lambda_y(\mathbf{r}) & | & -\mu_x(\mathbf{r}) \\ -\lambda_z(\mathbf{r}) & 1 & \lambda_x(\mathbf{r}) & | & -\mu_y(\mathbf{r}) \\ \lambda_y(\mathbf{r}) & -\lambda_x(\mathbf{r}) & 1 & | & -\mu_z(\mathbf{r}) \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{p,N}^T(\mathbf{r}_c) = \boldsymbol{\tau}_{p,N}^T(\mathbf{r}_N)\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r}_c)^* \quad (11)$$

제안한 오차보정모형을 이용한 기하학적 오차 보정 절차는 다음과 같으며, Fig. 3은 보정 값을 계산하는 절차를 보여준다.

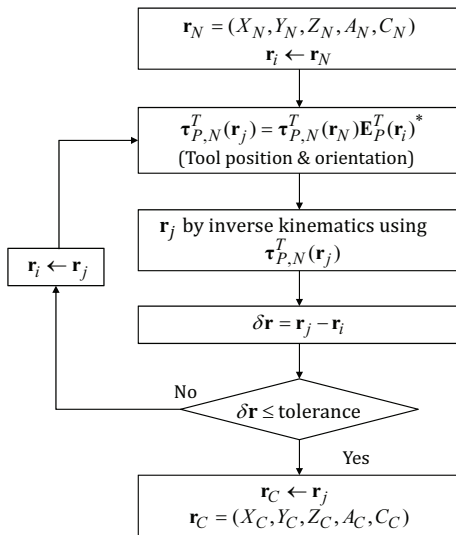


Fig. 3 Flowchart of the error compensation

1. 역기구학을 이용하여 관절변수 공칭 값 \mathbf{r}_N 을 계산하고 $\mathbf{E}_p^T(\mathbf{r}_c)^*$ 의 \mathbf{r}_c 에 대한 초기값 \mathbf{r}_i 로 사용한다.
2. 오차보정모형을 이용하여 $\boldsymbol{\tau}_{p,N}^T(\mathbf{r}_j)$ 을 계산하고 역기구학으로 보정값 \mathbf{r}_j 을 구한다.
3. $\delta\mathbf{r}$ 이 허용오차범위를 만족하면 관절변수의 최종 보정 값인 \mathbf{r}_c 가 구해진다.

3. 오차보정모델의 실험적 검증

5축 공작기계에서의 오차보정은 5축 동시구동에 의해 이루어지므로 오차보정 성능을 평가하기 위해서는 5축 동시구동 하에서 오차측정이 이루어져야 한다. 5축 동시구동으로 공작기계의 정확도를 평가하는 규격으로는 NAS 979¹¹의 원추형상(Cone frustum)가공이 있지만 가공물에 공작기계의 기하학적 오차뿐만 아니라 가공오차가 포함되므로 직접적인 가공법은 공작기계의 기하학적 오차 평가에는 적합하지 않다. 따라서, 본 연구에서는 NAS 979의 평가방법을 불바 측정시스템에 적용하여 5축 동시구동 하에서 오차를 측정하였다.^{12,13}

Fig. 4와 같이 원추형상 가공경로와 동일하도록 불바 측정을 위한 5축 동시구동 원호경로를 생성하였으며, 불바 셋업을 위한 파라미터는 Table 1에 제시하였다.

오차보정모델의 실험적 검증을 위하여 Fig. 5와 같이 실험을 구성하였다. 5축 공작기계는 두산 인

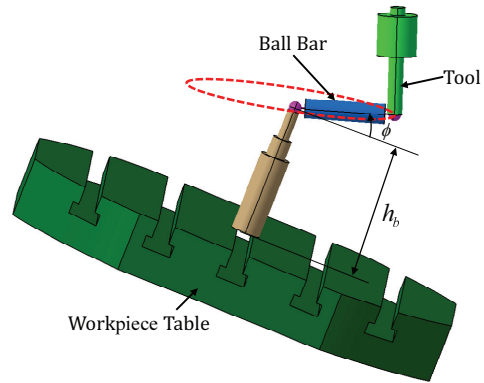


Fig. 4 DBB setup for the cone frustum shape

Table 1 Setup parameters for DBB test

D (mm)	α (°)	h_b (mm)	ϕ (°)
200	15	78.37	20

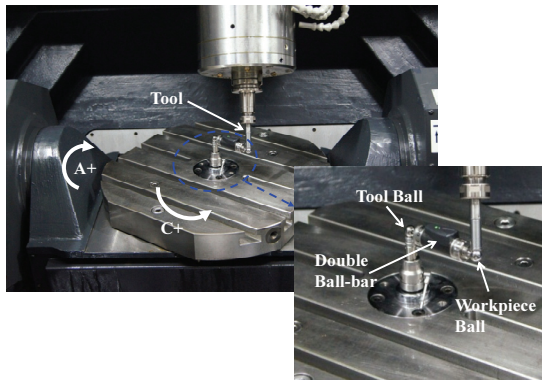


Fig. 5 DBB test on the five-axis machine tool

프라코어에서 제작한 VMD 600/5AX를 사용하였고, 직선관절의 분해능은 10^{-3} mm이며 회전관절의 분해능은 10^{-3} degrees다. 오차측정에 사용된 볼바는 QC20-W(Renishaw plc)이며 분해능은 10^{-4} mm이다. 볼바측정에 있어서 공작기계가 구동하면서 발생하는 오차를 최소화하기 위하여 공작기계는 10° 이동 후 2초 동안 정지하고 정지 기간 동안에 측정이 이루어졌다. 따라서, 한번의 원호경로 구동 시 총 36개의 측정데이터를 얻었으며, 오차 분석을 위하여 측정데이터로부터 편심은 제거되었다.¹⁴

또한, 한번의 원호경로에 대하여 두 번의 측정이 이루어졌다. 첫 번째는 오차보정 없이 관절변수의 공칭 값이 사용되어 측정되었으며, 두 번째는 오차보정을 통한 관절변수의 보정 값이 사용되어 측정이 이루어졌다.

오차보정모델에 적용하기 위한 기하학적 오차는 레이저간섭계와 볼바로 측정되었다. 직선관절의 오차는 레이저간섭계로 측정되었고,^{15,16} 회전관절의 오차는 볼바^{5,6}와 레이저간섭계¹⁵가 사용되어 측정되었다. 기하학적 오차 중에서 직선관절과 A축 회전관절의 롤 오차와 C축 회전관절의 피치 및 요 오차는 레이저간섭계와 볼바를 이용한 측정이 불가하여 측정이 이루어지지 않았다. 각 관절에서 측정된 오차데이터는 6차 다항식으로 곡선맞춤(Curve fitting)하여 오차합성모델과 오차보정모델에서 사용되었다. Fig. 6과 Table 2는 오차보정 전의 측정결과와 제안한 오차보정모델을 적용하여 오차를 보정한 후의 측정결과를 보여준다. Fig. 6에서 보정 전의 측정데이터는 변동이 많으며 이상적인 공구경로에서 많이 벗어나 있지만, 보정 후의 측정데이터는 이상적인 경구경로에 상당히 접근했음을 보여준다.

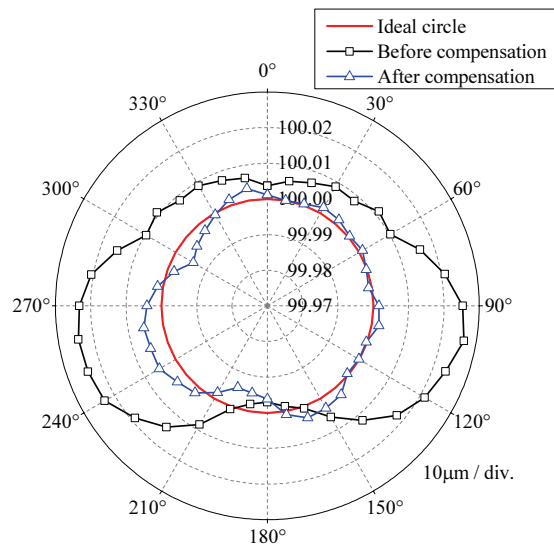


Fig. 6 Results of circular test using DBB

Table 2 Error values before and after compensation

	Peak-to-Peak error (µm)	Max. error (µm)
Before compensation	29.5	26.5
After compensation	11.3	5.8

이상적인 공구경로와 비교하면 보정 후의 최대 오차가 $5.8\mu\text{m}$ 로써 보정 전의 $26.5\mu\text{m}$ 에 비해 $20.7\mu\text{m}$ 정도 감소하여 80%정도 오차가 감소했음을 알 수 있다. 보정 후의 Peak-to-Peak오차도 $11.3\mu\text{m}$ 로써 보정 전 오차에 비해 60% 이상 감소했음을 알 수 있다. 직선 및 회전관절에서 측정하지 못한 오차가 오차합성모델과 오차보정모델에 적용되지 않아서 보정 후에도 오차가 남아있지만, 실험결과 제안한 오차보정모델이 5축 공작기계의 기하학적 오차를 줄이는데 적합함을 보여주고 있다.

4. 결론

5축 공작기계의 정확도 향상을 위하여 오차행렬을 이용한 새로운 오차보정 모델을 제안하였다. 오차합성모델로부터 오차행렬을 분리하고, 오차행렬의 성분을 직접적으로 이용하여 역행렬을 구하여 오차보정모델을 생성하였다. 따라서, 제안한 보정모델은 자코비안, 뉴턴법 등의 수치해석이나 미분 등의 수학적 계산이 필요하지 않으므로 오차보정을 쉽게 구현할 수 있다.

제안한 오차보정모델의 성능 검증을 위하여 5축 동시구동이 가능한 원호경로를 생성하고 볼바 측정시스템으로 보정 전과 보정 후의 오차를 측정하였다. 측정결과를 바탕으로 제안한 오차보정모델이 5축 공작기계의 기하학적 오차를 감소시키는 데 적합함을 검증하였다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구소 지원사업으로 수행된 연구임(No. 2012-0005856).

참고문헌

- Bryan, J. B., "International Status of Thermal Error Research," *Annals of the CIRP*, Vol. 39, No. 2, pp. 645-656, 1990.
- Yang, S., Yuan, J., and Ni, J., "Accuracy Enhancement of a Horizontal Machining Center by Real-Time Error Compensation," *Journal of Manufacturing Systems*, Vol. 15, No. 2, 1996.
- Yang, S. and Lee, C. S., "Error Synthesis Modeling and Compensation Algorithm of a 5-Axis CNC Machine Tool," *J. Korean Soc. Precis. Eng.*, Vol. 16, No. 8, pp. 122-129, 1999.
- Lin, Y. and Shen, Y., "Modeling of Five-Axis Machine Tool Metrology Models Using Matrix Summation Approach," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 21, pp. 243-248, 2003.
- Lee, K. I., Lee, D. M., Kweon, S. H., and Yang, S. H., "Geometric Errors Estimation of a Rotary Table Using Double Ball-Bar," *J. Korean Soc. Precis. Eng.*, Vol. 27, No. 11, pp. 98-105, 2010.
- Lee, D. M., Zhu, Z. K., Lee, K. I., and Yang, S. H., "Identification and Measurement of Geometric Errors for a Five-axis Machine Tool with a Tilting Head Using a Double Ball-Bar," *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 12, No. 2, pp. 337-343, 2011.
- Lee, K. I., Lee, D. M., and Yang, S. H., "Parametric Modeling and Estimation of Geometric Errors for a Rotary Axis using Double Ball-bar," *Int J Adv Manuf Technol.*, Vol. 62, pp. 741-750, 2012.
- Lei, W. T. and Hsu, Y. Y., "Accuracy Enhancement of Five-axis CNC Machines Through Real-time Error Compensations," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 43, pp. 871-877, 2003.
- Hsu, Y. Y. and Wang, S. S., "A New compensation method for geometry errors of five-axis machine tools," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 47, pp. 352-360, 2007.
- Meyer, C. D., "Matrix Analysis and Applied Linear Algebra," SIAM, p. 126, 2000.
- NAS(National Aerospace Standard) 979, "Evaluation of Errors for 5 Axis Machine," AIA(Aerospace Industries Association of America), 1997.
- Hong, C., Ibaraki, S., and Matsubara, A., "Influence of Position-independent Geometric Errors of Rotary Axes on a Machining Test of Cone Frustum by Five-axis Machine Tools," *Precision Engineering*, Vol. 35, No. 1, pp. 1-11, 2011.
- Lee, D. M., Lee, J. C., and Yang, S. H., "Conical Path Generation Technique for Ball Bar Measurement Using Simultaneous 5-Axis Motion Control," *Trans. Korean So. Mech. Eng. A*, Vol. 37, No. 1, pp. 97-103, 2013.
- Lee, D. M., Cha, Y. T., and Yang, S. H., "Analysis of Eccentricity in the Ball Bar Measurement," *The 3rd International Conference on Manufacturing Machine Design and Tribology*, p. 26, 2009.
- ASME B5.54-1992, "Methods for Performance Evaluation of Computer Numerically Controlled Machining Centers," An American National Standard, 1992.
- ISO 230-1, "Test Code for Machine Tools-Part 1: Geometric Accuracy of Machines Operating under No-load or Finishing Conditions," ISO, 1996.