

단일 노드에서 다중 안테나를 사용하는 HD DDF Relay 프로토콜에 대한 DMT 분석

임창호*, 김태영*, 윤은철^o

Diversity-Multiplexing Tradeoff Analysis for Half-Duplex Dynamic Decode-and-Forward Relay Protocol Using Multiple Antennas at a Single Node

Changho Yim*, Taeyoung Kim*, Eunchul Yoon^o

요약

소스 노드, 목적지 노드, 릴레이 노드 중 하나의 노드에서 다중 안테나를 사용하는 특별한 세 가지 경우의 half-duplex (HD) dynamic decode and forward (DDF) 릴레이 프로토콜들에 대한 diversity multiplexing tradeoff (DMT) 함수를 유도하였다. 이 세 가지 릴레이 프로토콜들의 DMT 함수들을 상호 비교하였으며 nonorthogonal amplify-and-forward (NAF) 프로토콜들의 DMT 함수와 비교하였다.

Key Words : Diversity-multiplexing tradeoff, Dynamic decode-and-forward, Half-duplex, Relay, Cooperative diversity

ABSTRACT

The diversity-multiplexing tradeoff (DMT) functions of three special half-duplex (HD) dynamic decode-and-forward (DDF) protocols with multiple antennas only at the source node, only at the destination node, and only at the relay node are analytically derived. The DMT functions of these three relay protocols are compared with one another and with those of the nonorthogonal amplify and forward (NAF) protocols.

I. 서론

Diversity-multiplexing tradeoff (DMT)^[1] 함수를 통해 다이버시티 이득과 멀티플렉싱 이득을 복합적으로 분석할 수 있다. [2]와 [3]은 협력적인 다이버시티의 평가에 대한 DMT 분석으로 연구의 범위를 확장시켰다. 이러한 연구들은 소스, 목적지, 릴레이 노드들로 구성된 decode-and-forward (DDF) 릴레이 프로토콜에 대한 DMT 함수들을 유도하였다. 협력

적인 릴레이 프로토콜들에 대한 DMT 분석과 관련된 초기 연구들은 각 노드에서 단일 안테나를 사용하는 환경으로 제한되어 진행되었다. [4]는 각 노드에서 다중안테나를 사용하는 half-duplex (HD) DDF 릴레이 프로토콜의 최적화 문제 설정방법을 제안하였다. 그러나 [4]는 분석적인 유도를 제공하지 않고 수치 해석적으로 최적화 문제를 해결하였다. [5]는 소스와 목적지 노드가 동일한 개수의 안테나를 갖는 대칭 채널 환경에서 특별한 몇 가지 HD DDF

* 이 논문은 2012년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임. (No. 2010-0003080, 2012R1A1A2039925)

• 주저자 : 건국대학교 전자정보통신공학부 무선이동통신 연구실, changho@konkuk.ac.kr, 학생회원

° 교신저자 : 건국대학교 전자정보통신공학부 무선이동통신 연구실, ecyoon@konkuk.ac.kr, 종신회원

* 건국대학교 전자정보통신공학부 무선이동통신 연구실, haipu@konkuk.ac.kr, 학생회원

논문번호 : KICS2013-02-107, 접수일자 : 2013년 2월 28일, 최종논문접수일자 : 2012년 5월 2일

릴레이 프로토콜에 대한 DMT 함수들을 유도하였다. [6]은 세 가지 노드들 중에서 두 가지 노드에서 두 개의 안테나를 사용하고 나머지 하나의 노드에서는 한 개의 안테나를 사용하는 특별한 세 가지 HD DDF 릴레이 프로토콜들에 대한 DMT 함수들을 유도하였다. [7]은 adaptive DF 릴레이 프로토콜이 송신을 위해 불완전한 채널정보를 사용할 때, 소스 노드에서만 다중 안테나를 사용하는 경우, 릴레이 노드에서만 다중안테나를 사용하는 경우, 목적지 노드에서만 다중 안테나를 사용하는 경우에 대한 DMT 함수들을 유도하여 그 결과를 제시하였다.

본 논문에서는 소스, 목적지, 릴레이 노드 중 하나의 노드에서 다중 안테나를 사용하는 특별한 세 가지 HD DDF 릴레이 프로토콜들에 대한 DMT 함수들을 각각 유도하였다. 처음 두 가지 프로토콜들은 소스와 목적지 노드들이 서로 다른 개수의 안테나를 사용하는 비대칭 채널환경에 해당한다. 본 논문에서는 유도한 세 가지 프로토콜들에 대한 DMT 함수들을 상호 비교하였으며 [8]에서 유도한 nonorthogonal amplify-and-forward (NAF) 프로토콜들과 비교하였다.

표기상의 편의를 위해 다음을 정의한다. $\lfloor x \rfloor$ 는 마이너스 무한대 방향으로 x 에 가장 가까운 정수를 의미한다. $(x)^+$ 는 x 와 0의 최댓값, $x \wedge y$ 는 x 와 y 의 최솟값을 의미한다. \mathbb{R} 과 \mathbb{Z}^+ 는 각각 실수와 양의 정수들의 집합을 의미한다. ε 은 0에 접근하는 매우 작은 양의 숫자를 나타낸다. $\bar{\alpha}$ 는 $i \in \mathbb{Z}^+$ 인 $\{\alpha_i\}$ 의 요소로 구성된 벡터를 의미한다.

II. 최소화 문제 설정

본 논문에서는 p 개의 안테나를 사용하는 소스 노드에서 n 개의 안테나를 사용하는 목적지 노드에게 더욱 신뢰할 수 있는 메시지 전송을 위해 m 개의 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 협력적인 릴레이 프로토콜을 고려한다. HD DDF 전송을 위해 [4]와 [6]과 동일한 시스템 모델에서 유도하였다. H_{SD} , H_{RD} 과 H_{SR} 는 각각 소스와 목적지 노드, 릴레이와 목적지 노드, 소스와 릴레이 간의 채널 행렬들을 나타낸다. \mathbf{I}_n 이 $n \times n$ 단위행렬을 의미하고 ρ 가 목적지에서 수신 SNR을 의미할 때 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{p \wedge n}$ 와 $\mu_1 \geq \dots \geq \mu_{m \wedge n}$ 는 각각 $H_{SD}H_{SD}^H$ 와 $H_{RD}^H(\mathbf{I}_n + \frac{\rho}{2}H_{SD}H_{SD}^H)^{-1}H_{RD}$ 의 영이 아닌 고유 값

을 의미한다. 또한 $\{\alpha_i\}$ 와 $\{\beta_i\}$ 는 각각 $\{1/\lambda_i\}$ 와 $\{1/\mu_i\}$ 의 지수 차수를 나타내며 $0 \leq \alpha_1 \leq \dots \leq \alpha_{p \wedge n} \leq 1$ 와 $0 \leq \beta_1 \leq \dots \leq \beta_{m \wedge n} \leq 1$ 을 만족한다. 다음으로 p 개의 안테나를 사용하는 소스 노드, n 개의 안테나를 사용하는 목적지 노드, m 개의 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 HD DDF 릴레이 프로토콜의 최적화 문제는 [4]와 [6]으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 d &= \inf_{(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}) \in \mathcal{O}} \sum_{i=1}^{p \wedge n} (p+m+n-2i+1)\alpha_i \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{m \wedge n} (m+n-2i+1)\beta_i - m(p \wedge n) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{p \wedge nm \wedge n} \sum_{j=1}^{m \wedge n} (1-\alpha_i - \beta_j)^+ \\
 &\quad + (p+m+1-2(p \wedge m) + 2q) \left((p \wedge m) - \frac{r}{f} \right) \\
 &\quad - q(q+1), \\
 \mathcal{O} &= \{(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}) \in \mathbb{R}^{(p \wedge n) + (m \wedge n) + (p \wedge m)} \mid \\
 &\quad 1 - \alpha_{n-k+1} \leq \beta_k \text{ for } k \in \mathbb{Z}^+ \text{ and} \\
 &\quad \sum_{i=1}^{p \wedge m} (1-\gamma_i)n - (p \wedge n) + 1 \leq k \leq (m \wedge n), \\
 &\quad 0 \leq \alpha_1 \leq \dots \leq \alpha_{p \wedge n} \leq 1, \\
 &\quad 0 \leq \beta_1 \leq \dots \leq \beta_{m \wedge n} \leq 1, \\
 &\quad 0 \leq \gamma_1 \leq \dots \leq \gamma_{p \wedge m} \leq 1, \\
 &\quad 0 < f = \frac{r}{\sum_{i=1}^{p \wedge m} (1-\gamma_i)} < 1, \\
 &\quad \sum_{i=1}^{p \wedge n} (1-\alpha_i) + (1-f) \sum_{i=1}^{m \wedge n} (1-\beta_i)\} \\
 q &= \lfloor (p \wedge m) - r/f \rfloor. \tag{1}
 \end{aligned}$$

d 와 r 은 각각 다이버시티 이득과 멀티플렉싱 이득을 의미한다. 비교의 편의를 위해 본 논문에서 사용되는 표기는 [4]의 표기를 따른다. 위에 정리한 문제의 일반해는 아직까지 발견되지 않았다. 다음 세 개의 절에서 소스 노드, 목적지 노드, 릴레이 노드 중 하나의 노드에서 다중 안테나를 사용하는 특별한 세 가지 HD DDF 릴레이 프로토콜들의 DMT 함수들을 구분하여 유도하였다.

III. $p \geq 1, n = 1, m = 1$ 경우에 대한 분석

식 (2)는 $0 < r \leq f = r/(1-\gamma_1) < 1$ 을 필요로 하기

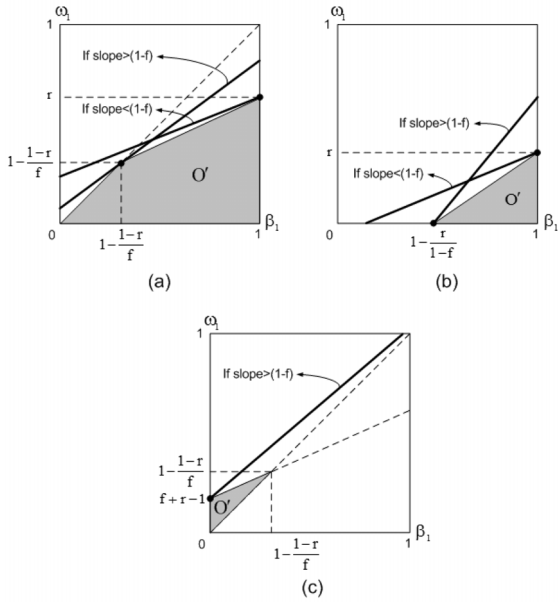


그림 1. (β_1, w_1) 평면에 표시된 영역 O' (음영 지역)과 결정선 (두꺼운 선)
 Fig. 1. The region of O' (i.e., the shaded region) and the decision line (i.e., the thick solid line) shown in the plane of (β_1, w_1) .

때문에, 식 (3)의 $q = \lfloor 1 - r/f \rfloor$ 는 0으로 주어진다. 식 (1)과 (2)에 변수 $w_1 = 1 - \alpha_1$ 을 변화시켜 적용하면 $p (\geq 1)$ 개의 안테나를 사용하는 소스 노드, 단일 안테나를 사용하는 목적지 노드, 단일 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 DDF 릴레이 프로토콜에 대한 최소화 문제의 설정은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = \inf_{(\beta_1, w_1) \in O', 0 < r \leq f < 1} \beta_1 - (p+1)w_1 + p\left(2 - \frac{r}{f}\right), \quad (4)$$

$$O' = \{(\beta_1, w_1) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq w_1 \leq \beta_1 \leq 1, w_1 \leq (1-f)\beta_1 - 1 + f + r\}. \quad (5)$$

식 (4)에서 w_1 의 계수가 β_1 의 계수보다 더 큰 값을 갖기 때문에 w_1 은 β_1 보다 d 의 최소화에서 더 큰 영향을 미친다. (β_1, w_1) 의 최적 포인트를 찾기 위해 O' 영역을 $\beta_1 w_1$ 평면에서 찾는다. (4)의 결정선 $w_1 = \frac{1}{p+1}\beta_1 + \frac{1}{p+1}(-d + p(2 - r/f))$ 을 O' 영역과 처음으로 하나의 포인트에서 만날 때까지 $\beta_1 w_1$ 평면 위로부터 아래로 이동시킨다. 결정선의 기울기와 경계선 $w_1 = (1-f)\beta_1 - 1 + f + r$ 의 w_1 절편에

따라 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

3.1. $\frac{1}{p+1} \geq 1-f$, $-1+f+r \geq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq (1-\epsilon)$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, 1-r, \frac{p}{p+1}\} \leq f \leq (1-\epsilon)$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (a)을 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1 - \frac{1-r}{f}, 1 - \frac{1-r}{f})$ 로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = p + \frac{p(1-2r)}{f}. \quad (6)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = 1 - \epsilon$ 에

서 발생하게 된다. $\frac{1}{2} \leq r \leq \frac{p}{p+1}$ 인 경우, d 의 최솟

값은 $f = \frac{p}{p+1}$ 에서 발생한다. $\frac{p}{p+1} \leq r \leq (1-\epsilon)$

인 경우, d 의 최솟값은 $f = r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (6)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = \begin{cases} 2p(1-r) & \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2} \\ 2p+1-2(p+1)r & \text{for } \frac{1}{2} \leq r \leq \frac{p}{p+1} \\ p\left(\frac{1-r}{r}\right) & \text{for } \frac{p}{p+1} \leq r < 1 \end{cases} \quad (7)$$

3.2. $\frac{1}{p+1} \geq 1-f$, $-1+f+r \geq 0$ 인 경우 :

$\frac{1}{p+1} \leq r \leq \frac{p}{p+1}$ 에서 이번 장의 조건들과

$0 < r \leq f < 1$ 조건은 $\max\{r, 1-r\} \leq f \leq \frac{p}{p+1}$

로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (a)을 통해 최적

포인트 (β_1, w_1) 은 $(1, r)$ 로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2p+1 - (p+1)r - \frac{pr}{f}. \quad (8)$$

$\frac{1}{p+1} \leq r \leq \frac{1}{2}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = 1 - r$

에서 발생한다. $\frac{1}{2} \leq r \leq \frac{p}{p+1}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f=r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (8)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = \begin{cases} 2p+1-(p+1)r - \frac{pr}{1-r} & \text{for } \frac{1}{p+1} \leq r \leq \frac{1}{2} \\ (p+1)(1-r) & \text{for } \frac{1}{2} \leq r \leq \frac{p}{p+1} \end{cases} \quad (9)$$

3.3. $\frac{1}{p+1} \geq 1-f$, $-1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq \frac{p}{p+1}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, \frac{p}{p+1}\} \leq f \leq 1-r$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (b)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1 - \frac{r}{1-f}, 0)$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2p+1+r\left(\frac{1}{f-1} - \frac{p}{f}\right). \quad (10)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{p+1}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = \frac{p}{p+1}$ 이나 $f=1-r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (10)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = \frac{p(2-3r)}{1-r} \quad \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{p+1}. \quad (11)$$

3.4. $\frac{1}{p+1} \leq 1-f$, $-1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $r \leq f \leq \min\{1-r, \frac{p}{p+1}\}$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (b)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1, r)$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2p+1-(p+1)r - \frac{pr}{f}. \quad (12)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f=r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과를 식 (12)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = (p+1)(1-r) \quad \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2}. \quad (13)$$

식 (7), (9), (11), (13)의 결과들을 비교함으로써 다음의 정리를 얻을 수 있다.

정리 1. $p(\geq 1)$ 개의 안테나를 사용하는 소스 노드, 단일 안테나를 사용하는 목적지 노드, 단일 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 HD DDF 릴레이 프로토콜의 다이버시티 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$d = \begin{cases} (p+1)(1-r) & \text{for } 0 < r \leq \frac{p}{p+1} \\ p\left(\frac{1-r}{r}\right) & \text{for } \frac{p}{p+1} \leq r < 1 \end{cases}$$

IV. $p=1, n \geq 2, m=1$ 경우에 대한 분석

식 (2)는 $0 < r \leq f=r/(1-\gamma_1) < 1$ 을 필요로 하기 때문에, 식 (3)의 $q = \lfloor 1-r/f \rfloor$ 는 0으로 주어진다. 식 (1)과 (2)에 변수 $w_1 = 1 - \alpha_1$ 을 변화시켜 적용하면 단일 안테나를 사용하는 소스 노드, $n(\geq 2)$ 개의 안테나를 사용하는 목적지 노드, 단일 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 DDF 릴레이 프로토콜에 대한 최소화 문제의 설정은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = \inf_{(\beta_1, w_1) \in \mathcal{O}, 0 < r \leq f < 1} n\beta_1 - (n+1)w_1 + n + (w_1 - \beta_1)^+ + 1 - \frac{r}{f}, \quad (14)$$

$$\mathcal{O}' = \{(\beta_1, w_1) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq \beta_1 \leq 1, 0 \leq w_1 \leq 1, w_1 + (1-f)(1-\beta_1) \leq r\}. \quad (15)$$

이 문제는 식 (14)의 $(w_1 - \beta_1)^+$ 항에 따라 구분하여 해결할 수 있다.

4.1. $w_1 - \beta_1 \leq 0$ 인 경우 :

최소화 문제는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$d = \inf_{(\beta_1, w_1) \in \mathcal{O}', 0 < r \leq f < 1} n\beta_1 - (n+1)w_1 + n + 1 - \frac{r}{f}, \quad (16)$$

$$\mathcal{O}' = \{(\beta_1, w_1) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq w_1 \leq \beta_1 \leq 1, w_1 \leq (1-f)\beta_1 - 1 + f + r\}. \quad (17)$$

식 (16)의 w_1 의 계수가 β_1 의 계수보다 더 큰 값을 갖기 때문에 w_1 은 β_1 보다 d 의 최소화에 더 큰 영향을 미친다. (β_1, w_1) 의 최적 포인트를 선택하기 위해서 O' 로 주어지는 영역은 우선적으로 $\beta_1 w_1$ 평면에서 고려되어진다. (16)의 결정선 $w_1 = \frac{n}{n+1}\beta_1 + \frac{1}{n+1}(-d+n+1-r/f)$ 을 O' 로 주어지는 영역과 하나의 포인트에서 만날 때까지 $\beta_1 w_1$ 평면 위로부터 아래로 이동시킨다. 결정선의 기울기와 경계선 $w_1 = (1-f)\beta_1 - 1+f+r$ 의 w_1 절편에 따라 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

4.1.1. $\frac{n}{n+1} \geq 1-f, -1+f+r \geq 0$ 인 경우:
 $\epsilon \leq r \leq (1-\epsilon)$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, 1-r, \frac{1}{n+1}\} \leq f \leq (1-\epsilon)$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (a)을 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1-\frac{1-r}{f}, 1-\frac{1-r}{f})$ 로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = n + \frac{1-2r}{f}. \quad (18)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f=1-\epsilon$ 에서 발생하게 된다. $\frac{1}{2} \leq r \leq (1-\epsilon)$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f=r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (18)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = \begin{cases} n+1-2r & \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2} \\ n + \frac{1-2r}{r} & \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1 \end{cases}. \quad (19)$$

4.1.2. $\frac{n}{n+1} \leq 1-f, -1+f+r \geq 0$ 인 경우 :
 $\frac{n}{n+1} \leq r \leq \frac{1}{n+1}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, 1-r\} \leq f \leq \frac{1}{n+1}$ 로 표현되어질 수 있다. 하지만 $n \geq 2$ 에서는 r 의 범위를 나타낼 수 없다. 따라서 이번 경우에 대해서는 고려하지 않는다.

4.1.3. $\frac{n}{n+1} \geq 1-f, -1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 조건은 $\max\{r, 1/(n+1)\} \leq f \leq 1-r$ 로 표현할 수 있다. 그림 1. (b)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1-\frac{r}{1-f}, 0)$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2n+1+r\left(\frac{n}{f-1}-\frac{1}{f}\right). \quad (20)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{n+1}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = \frac{1}{n+1}$ 이나 $f=1-r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (20)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = 1 + \frac{n-(n+1)r}{1-r} \quad \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2}. \quad (21)$$

4.1.4. $\frac{1}{p+1} \leq 1-f, -1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq 1/(n+1)$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $r \leq f \leq \min\{1-r, 1/(n+1)\}$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (b)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1, r)$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2n+1-(n+1)r-\frac{r}{f}. \quad (22)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{n+1}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f=r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과를 식 (22)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = 2n-(n+1)r \quad \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{n+1}. \quad (23)$$

식 (19), (21)과 (23)의 결과들을 비교함으로써 d 의 최솟값을 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$d = \begin{cases} n+1-2r & \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2} \\ n + \frac{1-2r}{r} & \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1 \end{cases}. \quad (24)$$

4.2. $w_1 - \beta_1 \geq 0$ 인 경우 :

최소화 문제는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$d = \inf_{(\beta_1, w_1) \in O', 0 < r \leq f < 1} (n-1)\beta_1 - nw_1 + n + 1 - \frac{r}{f}, \quad (25)$$

$$O' = \{(\beta_1, w_1) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq w_1 \leq \beta_1 \leq 1, w_1 \leq (1-f)\beta_1 - 1 + f + r\}. \quad (26)$$

식 (25)의 w_1 의 계수가 β_1 의 계수보다 더 큰 값을 갖기 때문에 w_1 은 β_1 보다 d 의 최소화에 더 큰 영향을 미친다. (β_1, w_1) 의 최적 포인트를 선택하기 위해서 O' 로 주어지는 영역은 우선적으로 $\beta_1 w_1$ 평면에서 고려되어진다. (25)의 결정선 $w_1 = \frac{n-1}{n}\beta_1 + \frac{1}{n}(-d+n+1-r/f)$ 을 O' 로 주어지는 영역과 하나의 포인트에서 만날 때까지 $\beta_1 w_1$ 평면 위로부터 아래로 이동시킨다. 결정선의 기울기와 경계선 $w_1 = (1-f)\beta_1 - 1 + f + r$ 의 w_1 절편에 따라 세 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

4.2.1. $\frac{n-1}{n} \geq 1-f, -1+f+r \geq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq (1-\epsilon)$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, 1-r, \frac{1}{n}\} \leq f \leq (1-\epsilon)$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (c)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(0, f+r-1)$ 로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2n + 1 - nr - nf - \frac{r}{f}. \quad (27)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = 1-r$ 이나 $f = 1-\epsilon$ 에서 발생하게 된다. $\frac{1}{2} \leq r \leq (1-\epsilon)$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = r$ 이나 $f = 1-\epsilon$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (27)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = (n+1)(1-r) \quad \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1. \quad (28)$$

4.2.2. $\frac{n-1}{n} \leq 1-f, -1+f+r \geq 0$ 인 경우 :

$\frac{n-1}{n} \leq r \leq \frac{1}{n}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 조건은 $\max\{r, 1-r\} \leq f \leq \frac{1}{n}$ 로 표현되어질 수 있다. 하지만 $n \geq 2$ 에서는 r 의 범위가 무시할 수 있는 작은 범위가 된다. 따라서 이번 경우에 대해서는 고려하지 않는다.

4.2.3. $-1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

이번 장의 조건은 식 (26)의 O' 을 공집합으로 만든다. 따라서 이번 경우에 대해서는 고려하지 않는다. 식 (24)와 (28)의 결과를 비교하면 다음 정리를 얻을 수 있다.

정리 2. 단일 안테나를 사용하는 소스 노드, $n(\geq 2)$ 개의 안테나를 사용하는 목적지 노드, 단일 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 HD DDF 릴레이 프로토콜의 다이버시티 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$d = (n+1)(1-r) \quad \text{for } 0 < r < 1$$

V. $p = 1, n = 1, m \geq 2$ 경우에 대한 분석

식 (2)는 $0 < r \leq f = r/(1-\gamma_1) < 1$ 를 필요로 하기 때문에, 식 (3)의 $q = \lfloor 1-r/f \rfloor$ 는 0으로 주어진다. 식 (1)과 (2)에 변수 $w_1 = 1-\alpha_1$ 을 변화시켜 적용하면 단일 안테나를 사용하는 소스 노드, 단일 안테나를 사용하는 목적지 노드, $m(\geq 2)$ 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 DDF 릴레이 프로토콜에 대한 최소화 문제의 설정은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = \inf_{(\beta_1, w_1) \in O', 0 < r \leq f < 1} m\beta_1 - (m+1)w_1 + 1 + m\left(1 - \frac{r}{f}\right), \quad (29)$$

$$O' = \{(\beta_1, w_1) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq w_1 \leq \beta_1 \leq 1, w_1 \leq (1-f)\beta_1 - 1 + f + r\}. \quad (30)$$

식 (29)에서 w_1 의 계수가 β_1 의 계수보다 더 큰 값을 갖기 때문에 w_1 은 β_1 보다 d 의 최소화에 더 큰 영향을 미친다. (β_1, w_1) 의 최적 포인트를 선택하기 위해서 O' 로 주어지는 영역은 우선적으로

$\beta_1 w_1$ 평면에서 고려되어진다. (29)의 결정선 $w_1 = \frac{m}{m+1}\beta_1 + \frac{1}{m+1}(-d+1+m(1-r/f))$ 을 O' 로 주어지는 영역과 하나의 포인트에서 만날 때까지 $\beta_1 w_1$ 평면 위로부터 아래로 이동시킨다. 결정선의 기울기와 경계선 $w_1 = (1-f)\beta_1 - 1+f+r$ 의 w_1 절편에 따라 네 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

5.1. $\frac{m}{m+1} \geq 1-f$, $-1+f+r \geq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq (1-\epsilon)$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, 1-r, \frac{1}{m+1}\} \leq f \leq (1-\epsilon)$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (a)을 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1 - \frac{1-r}{f}, 1 - \frac{1-r}{f})$ 로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = m + \frac{1-(m+1)r}{f}. \quad (31)$$

$\epsilon \leq r \leq 1/(m+1)$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = 1-\epsilon$ 에서 발생하게 된다. $1/(m+1) \leq r \leq 1/2$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = 1-r$ 에서 발생하게 된다. $1/2 \leq r \leq (1-\epsilon)$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과들을 식 (31)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = \begin{cases} (m+1)(1-r) & \text{for } 0 \leq r \leq \frac{1}{m+1} \\ 1 + \frac{m(1-2r)}{1-r} & \text{for } \frac{1}{m+1} \leq r \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1-r}{r} & \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1 \end{cases}. \quad (32)$$

5.2. $\frac{m}{m+1} \leq 1-f$, $-1+f+r \geq 0$ 인 경우 :

$\frac{m}{m+1} \leq r \leq \frac{1}{m+1}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 는 $\max\{r, 1-r\} \leq f \leq \frac{1}{m+1}$ 로 표현되어질 수 있다. 하지만 $m \geq 2$ 에서는 r 의 범위를 나타낼 수 없게 된다. 따라서 이번 경우에 대해서는 고려하지 않는다.

5.3. $\frac{m}{m+1} \geq 1-f$, $-1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{2}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $\max\{r, \frac{1}{m+1}\} \leq f \leq 1-r$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (b)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1 - \frac{r}{1-f}, 0)$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2m + 1 + mr \left(\frac{1}{f-1} - \frac{1}{f} \right). \quad (33)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{m+1}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = \frac{1}{m+1}$ 이나 $f = 1-r$ 에서 발생하게 된다. $\frac{1}{m+1} \leq r \leq \frac{1}{2}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = r$ 이나 $f = 1-r$ 에서 발생한다. 이 결과들을 식 (33)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = 1 + \frac{m(1-2r)}{1-r} \quad \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2}. \quad (34)$$

5.4. $\frac{m}{m+1} \leq 1-f$, $-1+f+r \leq 0$ 인 경우 :

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{m+1}$ 에서 이번 장의 조건들과 $0 < r \leq f < 1$ 의 조건은 $r \leq f \leq \min\{1-r, \frac{1}{m+1}\}$ 로 표현되어질 수 있다. 그림 1. (b)를 통해 최적 포인트 (β_1, w_1) 은 $(1, r)$ 으로 주어짐을 알 수 있다. 이를 통해 d 의 최소화 수식은 다음으로 정리할 수 있다.

$$d = 2m + 1 - (m+1)r - \frac{mr}{f}. \quad (35)$$

$\epsilon \leq r \leq \frac{1}{m+1}$ 인 경우, d 의 최솟값은 $f = r$ 에서 발생하게 된다. 이 결과를 식 (35)에 대입하고 요약한 결과는 다음과 같다.

$$d = (m+1)(1-r) \quad \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{m+1}. \quad (36)$$

식 (32), (34), (36)의 결과들을 비교함으로써 다음의 정리를 얻을 수 있다.

정리 3. 단일 안테나를 사용하는 소스 노드, 단일 안테나를 사용하는 목적지 노드, $m (\geq 2)$ 개의 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 HD DDF 릴레이 프로토콜의 다이버시티 이득은 다음과 같이 주어진다.

$$d = \begin{cases} (m+1)(1-r) & \text{for } 0 \leq r \leq \frac{1}{m+1} \\ 1 + \frac{m(1-2r)}{1-r} & \text{for } \frac{1}{m+1} \leq r \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1-r}{r} & \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1 \end{cases}$$

동일한 문제에 대한 해법으로 [5]의 정리 3에서 제안한 DMT 함수는 $\frac{1}{m+1} \leq r \leq \frac{1}{2}$ 에 대하여 $d = \frac{1-r}{r}$ 이 되는 것이 당연하다고 생각하였다. 하지만 본 논문의 유도를 통해 $\frac{1}{m+1} \leq r \leq \frac{1}{2}$ 에 대하여 $d = 1 + \frac{m(1-2r)}{1-r}$ 가 되는 것을 알 수 있다. 본 논문에서 유도한 해법이 정확한 해법이라 생각한다.

VI. 분석

표기상의 편의를 위해 p 개 안테나를 사용하는 소스 노드, m 개 안테나를 사용하는 릴레이 노드, n 개 안테나를 사용하는 목적지 노드가 구성하는 릴레이 프로토콜은 (p, m, n) 으로 나타내었다. [8]에서 명시된 HD nonorthogonal amplify and forward (NAF) 릴레이 프로토콜은 HD amplify and forward 릴레이 시나리오들 중에서 최적의 방법이다. [8]의 몇 가지 결과들 중에서 다음 두 가지 정리들을 인용하였다.

정리 4. $p (\geq 1)$ 개 안테나를 사용하는 소스 노드, 단일 안테나를 사용하는 목적지 노드, 단일 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 HD NAF 릴레이 프로토콜의 다이버시티 이득은 다음과 같다.

$$d = \begin{cases} p+1-(p+2)r & \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2} \\ p(1-r) & \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1 \end{cases}$$

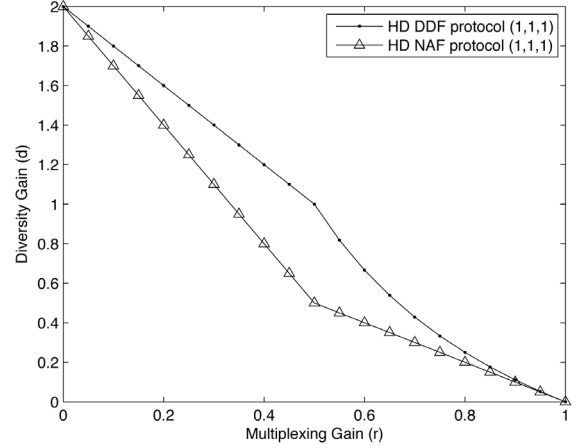


그림 2. 각 노드에서 단일 안테나를 사용한 HD DDF와 NAF 프로토콜들의 DMT 관계 곡형
Fig. 2. DMT tradeoff curves for HD DDF and NAF protocols when each node has a single antenna.

정리 5. 단일 안테나를 사용하는 소스 노드, $n (\geq 1)$ 개 안테나를 사용하는 목적지 노드, 단일 안테나를 사용하는 릴레이 노드로 구성된 HD NAF 릴레이 프로토콜의 다이버시티 이득은 다음과 같다.

$$d = \begin{cases} n+1-(n+2)r & \text{for } 0 < r \leq \frac{1}{2} \\ n(1-r) & \text{for } \frac{1}{2} \leq r < 1 \end{cases}$$

HD NAF 프로토콜들 $(p, 1, 1)$ 과 $(1, n, 1)$ 은 $p = n$ 인 경우 동일한 DMT 함수들을 갖는다. 그림 2에서 HD DDF 프로토콜 $(1, 1, 1)$ 과 HD NAF 프로토콜 $(1, 1, 1)$ 을 비교하였다. HD DDF 프로토콜 $(1, 1, 1)$ 는 모든 멀티플렉싱 이득에 대하여 HD NAF 프로토콜 $(1, 1, 1)$ 보다 더 나은 결과를 갖는다. 그림 3과 그림 4에서 HD DDF 프로토콜들 $(L, 1, 1)$, $(1, L, 1)$ 과 $(1, 1, L)$ 을 $L = 2, 4$ 인 경우에 대하여 비교하였다. HD DDF 프로토콜 $(1, L, 1)$ 은 최적의 다이버시티 성능을 보여준다. $r > L/(L+1)$ 상황에서 HD DDF 프로토콜 $(L, 1, 1)$ 은 HD DDF 프로토콜 $(1, L, 1)$ 보다 더 나쁜 성능을 보여준다. 그러나 L 의 개수가 증가하면 HD DDF 프로토콜들 $(L, 1, 1)$ 와 $(1, L, 1)$ 의 성능 차이는 줄어든다. 이는 [6]에서 나타낸 HD DDF 프로토콜들 $(2, 1, 2)$ 와 $(1, 2, 2)$ 의 결과들이 동일한 성능을 나타낸다. 위 결과로부터 릴레이 노드에서 다중 안테나를 사용하는 경우, 목적지 노드에서 다중안테나를 사용하여

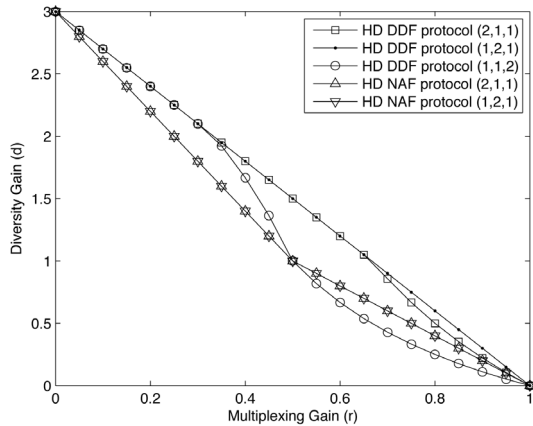


그림 3. 하나의 노드에서만 2개의 안테나를 사용한 HD DDF와 NAF프로토콜들의 DMT 관계 곡형
Fig. 3. DMT tradeoff curves for HD DDF and NAF protocols when the number of multiple antennas at a single node is 2 (i.e., $L=2$).

얻은 성능을 소스 노드에서 목적지 노드와 같은 개수의 안테나를 사용하는 얻는 성능으로 대체하여 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그러나 본 논문의 결과를 통해 릴레이 노드에서 단일 안테나를 사용하는 경우, 목적지 노드에서 다중 안테나를 사용한 경우의 성능은 소스 노드에서 동일한 개수의 안테나를 사용한 경우로 대체 할 수 없다는 것을 알 수 있다. HD DDF 프로토콜 $(L, 1, 1)$ 은 모든 멀티플렉싱 이득에 대하여 HD DDF 프로토콜 $(1, 1, L)$ 와 HD NAF 프로토콜들 $(L, 1, 1)$ 와 $(1, L, 1)$ 보다 더 높은 성능을 보인다. $r > 1/(L+1)$ 경우 HD DDF 프로토콜 $(1, 1, L)$ 은 최적의 다이버시티 성능을 상실한다. $r \geq 2/(L+2)$ 경우 HD DDF 프로토콜 $(1, 1, L)$ 은 HD NAF 프로토콜들 $(L, 1, 1)$ 과 $(1, 1, L)$ 보다 낮은 성능을 보인다.

VII. 결 론

본 논문에서는 비대칭 채널 환경에서 다중 안테나를 사용하는 릴레이 프로토콜에 대한 HD DDF 방법의 DMT 분석함으로써 DMT 분석에 대한 연구를 확장 시켰다. 본 논문의 연구를 통해 오직 목적지 노드에서 다중 안테나를 사용하는 HD DDF 릴레이 프로토콜은 소스 노드나 릴레이 노드에서 다중안테나를 사용하는

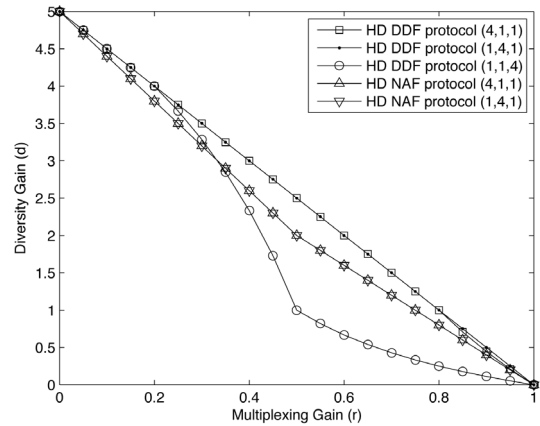


그림 4. 하나의 노드에서만 2개의 안테나를 사용한 HD DDF와 NAF 프로토콜들의 DMT 관계 곡형
Fig. 4. DMT tradeoff curves for HD DDF and NAF protocols when the number of multiple antennas at a single node is 4 (i.e., $L=4$).

HD DDF 릴레이 프로토콜보다 더 나은 결과를 가짐을 알 수 있다. 소스 노드나 목적지 노드에서 다중 안테나를 사용하는 HD DDF 릴레이 프로토콜은 소스 노드나 목적지 노드에서 동일한 개수의 다중 안테나를 사용하는 HD NAF 릴레이 프로토콜보다 더 높은 성능을 가진다.

References

- [1] D. N. C. Tse, P. Viswanath, and L. Zheng, "Diversity multiplexing tradeoff in multiple access channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 9, pp. 1859-1874, Sep. 2004.
- [2] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Effective protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062-3180, Dec. 2004.
- [3] K. Azarian, H. El Gamel, and P. Schniter, "On the achievable diversity multiplexing tradeoff in half-duplex cooperative channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4152-4172, Dec. 2005.
- [4] S. Karmakar and M. K. Varanasi, "Optimal DMT of dynamic decode and forward protocol on a half-duplex relay channel with arbitrary number of antennas at each node," in *Proc. IEEE Asilomar Conf.*, pp. 1543-1547, Pacific Grove, U.S.A., Nov. 2009.

- [5] S. Karmakar and M. K. Varanasi, "Diversity-multiplexing tradeoff of the dynamic decode and forward protocol on a MIMO half-duplex relay channel," in *Proc. IEEE ISIT 2009*, pp. 1443-1447, Seoul, Korea, June 2009.
- [6] E. Yoon, S. Kim, and S. Choi, "On the diversity-multiplexing tradeoff of the half-duplex DDF MIMO relay protocol," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E95-B, no. 2, pp. 540-550, Feb. 2012.
- [7] H. Yoon and E. Yoon, "The diversity multiplexing tradeoff for multiple antenna adaptive decode and forward relay protocols exploiting imperfect CSIT," *J. KICS*, vol. 36, no. 9, pp. 776 - 783, Sep. 2011.
- [8] S. Yang and J. Belfiore, "Optimal space time codes for the MIMO amplify and forward cooperative channel," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 2, pp. 647-663, Feb. 2007.

임 창 호 (Changho Yim)



2012년 2월 건국대학교 전자공학부 공학사
 2012년 2월~현재 건국대학교 전자정보통신공학 석사과정
 <관심분야> 협력 다이버시티, 펌토셀, 이동통신 시스템, 통신시스템 설계

김 태 영 (Taeyoung Kim)



2010년 2월 건국대학교 전자공학부 공학사
 2012년 2월 건국대학교 전자정보통신공학 석사
 <관심분야> 이동통신시스템, 펌토셀, 통신신호처리, MIMO-OFDM

윤 은 철 (Eunchul Yoon)



1993년 2월 연세대학교 공학사
 1995년 2월 연세대학교 공학석사
 1995년~2000년 삼성전자 네트워크사업부 책임연구원
 2006년 미국 스탠포드대학 전기공학과 공학박사
 2006년~2008년 삼성전자 통신연구소 책임연구원
 2008년~현재 건국대학교 전자공학부 부교수
 <관심분야> 이동통신, 무선통신시스템 설계, 홈 네트워크, 협력 다이버시티