

## 디피(Diffy) 게임을 활용한 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발<sup>1)</sup>

이 윤 영\* · 송 상 현\*\*

본 연구는 수학영재 프로그램의 특성과 원격 영재교육의 특성을 결합한 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발을 목적으로 한다. 이를 위해 원격교육에 투입하는 프로그램 개발의 준거를 설정하고 원격교육용 프로그램의 절차 모형을 구안하였다. 이에 따라 디피(Diffy) 게임을 활용한 원격교육용 초등수학영재 프로그램을 개발하였고, 이를 실제 현장에 적용하여 얻은 결과를 초등수학영재 프로그램, 원격교육용 프로그램으로서의 두 가지 측면의 분석기준을 이용하여 프로그램 개발의 타당성을 검증하였다. 본 연구는 이 프로그램이 원격교육이라는 방식을 통하더라도 고차원적인 수준의 다양한 수학적 사고력을 신장시킬 수 있고, 토론방이나 성찰 저널을 통해 적극적인 수학적 의사소통 활동에도 기여하는 부분이 있음을 확인하였다.

### 1. 서론

지식기반사회를 뒷받침하는 컴퓨터 기술과 인터넷 환경의 발달로 인해 원격교육과 같은 새로운 형태의 교육시스템 구축이 가능하게 되어 학생들과 교사가 직접 대면하지 않고도 영재교육을 받을 수 있게 되었다. 원격교육은 대면 교육이 가지고 있던 시간, 공간상의 제약을 해결할 수 있을 뿐만 아니라 교육 수혜 대상자를 확대할 수 있다는 장점이 있다(배성민 외 3인, 1999). 교수-학습자간에 능동적인 참여와 실시간 토론, 협력 활동 등 다양한 활동으로 아이디어를 공유할 수 있는 양방향 교육이 가능하며, 학습자-내용간, 학습자-교수자간, 학습자-학습자간 다차원적으로 학습이 가능하기 때문에 많은 영재교육

원에서 출석 수업을 대체하는 방법으로 이용하고 있다(장시용, 전원배, 2007). 그러나 수학영재들을 위한 원격교육 프로그램의 경우는 교육을 위해 실시되는 원격교육 시스템의 기능적인 측면보다 교육 대상자로서의 수학영재들의 인지적·정의적 특성을 잘 반영하면서 그들이 적극 참여할 수 있도록 하는 방법적인 측면과 함께 개발한 프로그램의 수준 높은 내용적인 측면도 함께 고려해야 한다. 이를 위해서는 창의적 문제 해결 능력과 수학적 사고 능력을 향상시킬 수 있는 적절한 학습 방법과 교육 프로그램의 개발이 필요하다. 그러나 현재 수학 영재들을 위한 교육 프로그램 개발과 시행은 활발하게 이루어지고 있으나 원격교육이 가진 특성을 반영한 수학 영재 프로그램의 개발 사례는 흔치 않다.

이에 본 연구에서는 초등 수학영재들을 위한

\* 태안초등학교(lyy2039@hanmail.net), 제1저자

\*\* 경인교육대학교(song2343@hanmail.net), 교신저자

1) 이 글은 이윤영(2013)의 석사학위논문을 요약/수정된 것임.

원격교육에 투입하는 프로그램 개발의 준거를 설정하고, 원격교육용 프로그램 개발 절차의 모형을 구안하여 초등수학영재를 위한 원격교육용 프로그램의 예시를 개발하고자 한다. 또한 이렇게 개발된 프로그램을 실제 원격교육을 받고 있는 초등수학 영재들에게 적용한 결과를 분석한 후 프로그램을 수정·보완함으로써 수학영재를 위한 원격용 프로그램의 개발의 절차와 그 적용 사례를 보고할 것이다.

## II. 이론적 배경

### 1. 초등수학영재를 위한 프로그램 개발의 준거

초등수학영재를 위한 프로그램은 수학 영재들이 지닌 수학적 행동 특성에 대한 이해를 바탕으로 영재교육의 목표를 실현시킬 수 있도록 개발되어야 한다. 이러한 프로그램의 개발 준거를 살펴보면 다음과 같다. 나귀수(2000)는 프로그램에서 가장 중요한 것은 연속성을 갖춘 체계화된 프로그램의 개발과 운영이라고 하였으며, 단지 수학 영재에게 흥미를 준다는 이유로 단편적이고 개별적인 내용을 중심으로 단절된 프로그램을 운영하는 것은 문제가 있으므로 수학영재의 흥미를 유발하는 동시에 연속적이고 체계적인 내용을 위주로 프로그램을 개발하고 운영해야 한다고 하였다.

이종욱(2000)은 수학 영재 교수·학습 자료는 주제 중심, 활동 중심, 개방적 교육 내용, 학습자 중심을 고려하여 교수·학습 자료는 다양한 주제에 대한 탐구가 있어야 하고, 학습 활동의 수준이나 내용을 제한시키지 않음으로써 보다 융통적인 학습 내용을 구성하도록 하여야 하며, 학습자 스스로에 의해서 구성되어야 한다고 하였다.

최종현(2004)은 일반 교육과정에서 교수되는 많은 수학적 개념들을 기초로 하되 수학적 사고력을 보다 확장 또는 발전시키는 기회를 제공하는 심화된 주제로 구성하여야 하고, 주제의 학습 목표는 수학 영재들의 사고 측정을 고려하여 구체적 사고 조작 활동 속에서 수학적으로 의미 있는 추측과 그것의 타당화를 통해 새로운 개념을 이해하거나 재창조하는 경험을 갖도록 하여야 하며, 학생들의 후속적인 탐구 활동을 유발할 수 있어야 한다고 하였다.

이상에서 공통적으로 제시하고 있는 영재교육용 프로그램의 요건을 살펴보면, 다음과 같다. 첫째, 영재들의 특성을 반영하여 수학영재들의 흥미를 유발할 수 있는 소재여야 한다. 둘째, 영재들의 학습 활동의 수준이나 내용의 깊이를 제한하지 않는 융통적인 운영 방법을 포함하여야 한다. 셋째, 수학 영재학생들의 높은 사고력을 성취할 수 있도록 고차원적인 수준의 수학적 사고력을 발전시킬 수 있도록 심화된 주제로 구성하여야 한다. 넷째, 자기주도적인 탐구 활동을 유발하여 관련된 학습주제로부터 창의적인 후속적 산출물을 만들 수 있어야 한다.

### 2. 원격교육의 개념과 특성

원격 교육(distance education)은 학습자가 물리적 공간에서의 출석에 의해 대면 학습을 하는 전통적 교육방식과는 달리, 교수자와 학습자간에 시간적·공간적으로 제약을 받지 않는 원격성을 전제로 인쇄물이나 방송 통신 및 컴퓨터 등과 같은 다양한 교육 공학 매체들을 매개로 하여 행하게 되는 새로운 형태의 대안적 교육 방식이다(장시웅, 전원배, 2007). 또한 원격 영재교육은 원격 교육 방식을 영재교육에 도입하여 영재교육 대상자로 선발된 학생들에게 영재교육을 실시함으로써 학생들이 가지고 있는 영재성을 발

현시키는 것을 목적으로 하는 영재교육의 한 형태이다. 원격교육의 특성은 다음과 같다. 첫째, 장소의 무제한성이다. 학습자는 가르치고 배우는 과정이 특정 시간과 장소에 구애받지 않고, 자신이 원하는 시간과 장소에서 많은 양의 최신 정보를 빠른 시간에 접할 수 있다. 둘째, 자료 제공의 효율성이다. 원격교육은 학생들이 주체적으로 주어진 자료를 쉽게 가공·활용할 수 있으며, 되풀이해서 활용할 수 있다. 셋째, 멀티미디어 자료 제시의 용이성이다. 원격교육에서는 사진, 동영상, 그래픽, 애니메이션, 오디오 등 다양한 형태로 제시가 가능하다. 넷째, 학습결과물에 대한 통계적 처리의 유용성과 간편성이다. 원격교육은 학생들의 수업이 실시간으로 모니터링되며, 학생들의 반응과 학습 결과물의 점검이 데이터베이스화 되어 통계적 처리에 유용하다. 다섯째, 상호 교류 및 협동성이다. 개인적 상호 교환 활동이나 정보수집 활용에서 나타난 여러 구조의 활동들이 복합적으로 이루어지는 통합적 활동으로 학생들이 서로 협력하여 특정 주제에 관련된 문제를 해결함으로써 창의적 문제해결력 및 수학적 사고력을 기대할 수 있다(김덕진 2009, pp. 10-11).

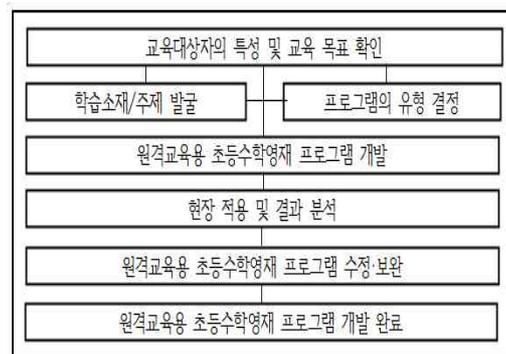
이를 바탕으로 초등수학영재를 위한 원격교육용 프로그램 개발의 요건은 다음과 같다. 첫째, 원격교육용 프로그램 개발에 있어 학생들의 개별화 학습과정을 지원해줄 수 있도록 구성하여야 한다. 둘째, 원격교육은 멀티미디어 자료 제시가 용이하므로 초등수학영재를 위한 원격교육용 프로그램은 학생들이 여러 가지 양질의 정보를 공유하고 다양한 정보를 처리·활용하도록 함으로써 학생들의 개별화 수업을 도울 수 있어야 한다. 셋째, 원격교육에 사용되는 인쇄물은 대면 교육에서의 교사의 설명을 대신할 수 있도록 구성하여 학생 스스로 발견학습을 통해 수학적 개념이나 원리를 탐구할 수 있도록 하여야 한다.

### 3. 프로그램 개발의 절차 점검

초등수학영재를 위한 프로그램을 개발하는데 있어 최종현(2004)은 영재 교수·학습 자료 개발 모형을 세부적으로 연구하여 교수·학습 자료 개발을 위한 절차 모형을 개발하였고, 이를 발전시켜 김양권(2009)은 수준별 수업을 위한 교수·학습 자료 개발 절차 모형을 개발하여 도형수 과제를 만들었다.

원격교육용으로 개발된 교수·학습 모형을 살펴보면, 심규철, 박종석, 육근철(2001)은 웹사이트를 이용한 원격교육을 위해 싸이언스 사이버 컨퍼런스(Science Cyber Conference)라고 명명한 프로그램을 개발하였으며, 박종석 외 3인(2003)은 카플러스의 순환 학습 모형을 적용하여 초등 학교 과학과에서 탐구사고력 지도를 위해 전문가와 상호작용이 강조된 원격 교육 모형을 개발하였다.

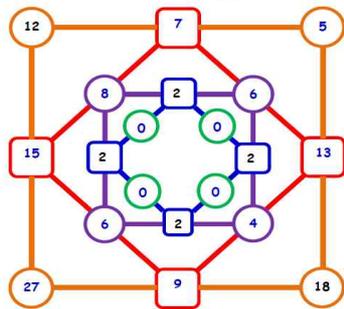
이상의 연구 내용을 종합하여 본 연구에서는 학습자 스스로 다양한 해결 전략을 사용하여 수 학문제를 스스로 해결하는 경험을 통해 수학적 사고력 향상을 위한 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발의 절차는 [그림 II-1]과 같다.



[그림 II-1] 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발을 위한 절차 모형

#### 4. 디피(Diffy) 게임

디피(Diffy)는 허버트 윌스(Herbert Wills)가 1971년에 만든, 규칙이나 과정이 아주 간단한 게임이다. Wills가 만든 디피의 규칙은 [그림 II-2]와 같은 정사각형의 각 꼭짓점에 12, 27, 18, 5와 같은 자연수를 쓰고, 각 변의 중간에 이웃한 두 수 중 큰 수에서 작은 수를 뺀 값을 쓴다. 이 과정을 반복하면서 모두 0이 나오기 전에 모든 수를 채우면 이기는 게임이다. Wills는 이 게임을 학생들에게 뺄셈 연습을 시키려고 만들었다고 한다. 그래서 디피는 많은 뺄셈 문제들로 이루어져 있으며, 디피(Diffy)라는 이름도 영어로 차이를 뜻하는 ‘difference’에서 나온 것이다.



[그림 II-2] 디피(Diffy) 게임

Wills는 디피(Diffy)에 대해 여러 가지 놀라운 성질과 탐구할 많은 과제를 가지고 있다고 하였다. 학생들은 뺄셈을 해 나가는 과정에서 점차 무언가 있다는 느낌을 가지게 되고, 그래서 어떤 공통 성질을 찾기 위해 귀납하기도 하고, 디피의 조건을 변경하면 어떤 결과가 될 것인지도 생각해 보게 되며 거꾸로 풀기 전략도 구사하고 연역적 사고도 하게 된다. 이와 같이 디피(Diffy) 활동은 여러 측면에서 수학 교육적으로도 가치가 있다. 또한 [그림 II-2]에서 네 개의 수 (12, 27, 18, 5)를 가장 큰 정사각형에 순서대로 놓았

을 때, 이 네 개의 수를 ‘디피 머리’라고 하고, 네 수를 서로 빼서 다음 정사각형에 넣은 네 개의 수(7, 15, 9, 13)를 처음 네 개의 수(12, 27, 18, 5)의 ‘디피 발’이라고 한다. 이런 과정을 (0, 0, 0, 0)이 될 때까지 디피 발을 구하는 과정을 ‘디피 활동’이라고 하며, 디피 발이 (0, 0, 0, 0)이 되면 ‘디피가 끝났다’라고 한다. 순서쌍 (a, b, c, d)가  $F^n(a, b, c, d) = (0, 0, 0, 0)$ 이고  $F^{n-1}(a, b, c, d) \neq (0, 0, 0, 0)$ 일 때  $n$ 을 (a, b, c, d)의 ‘Diffy 수’라고 정의하고  $N(a, b, c, d) = n$ 이라고 나타내며, 순서 3쌍으로 된 디피를 3수 디피, 순서 4쌍으로 된 디피를 4수 디피와 같이 나타낸다. 그러나 4수 디피는 가장 일반적인 것이므로 4수 디피를 디피라고 부른다(강문봉, 2005, pp. 320-321).

### III. 연구 방법 및 절차

#### 1. 원격 영재교육의 진행 방식

본 연구의 원격 영재교육은 [그림 III-1]과 같이 과학교육원 홈페이지를 통해 진행하였다. 교사가 매주 4시간 동안 해결할 수 있는 분량의 프로그램과 과제를 홈페이지에 탑재하면 영재 학생들이 프로그램을 내려 받아 학습한 후, 자신이 해결한 과제를 제출하였다. 홈페이지의 코너에는 프로그램을 탑재하는 ‘학습 자료실’, 학생들이 차시별 해결해야 할 과제를 탑재하는 ‘과제보기 및 관리’, 토론 주제에 맞게 학생들이 자신의 의견을 올려놓을 수 있는 ‘토론방’, 프로그램 내용 또는 과제를 해결하면서 생긴 의문점이나 궁금한 점을 질문할 수 있는 ‘선생님께 질문하기’, 프로그램의 각 차시별 학습과정을 완료한 후 느낀 점, 알게 된 점, 어려웠던 점, 재밌었던 점, 다른 친구들에게 알려 주고 싶은 점 등 자신

의 생각을 자유롭게 기술할 수 있는 ‘성찰 저널’ 코너 등이 마련되어 있다.



[그림 III-1] 사이버영재교육원 홈페이지

## 2. 연구 대상

본 연구의 대상자들은 본 연구의 제 1 저자가 영재교육 강사로 참여하고 있는 경기도과학교육원 사이버영재교육원의 2012학년도 초등수학 기본반 4·5학년 학생 22명이다. (이들의 학년, 성별, 수준 등에 대한 정보는 ‘II장 5절 가’에서 밝힌 연구대상의 특성과 <표 IV-1>을 참조 바람).

## 3. 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발의 준거 설정

본 연구는 앞의 II장의 선행연구에서 제시한 초등수학영재를 위한 프로그램 개발 준거 중 원격교육에서 실현되기 힘든 준거는 삭제하고, 공통적으로 강조하고 있는 내용 세 가지를 추출하여 초등수학영재를 위한 프로그램 개발의 준거로 설정하였으며, 원격교육용 프로그램 개발에 대한 선행연구에서 제시한 시사점을 반영하여 원격교육용 프로그램 개발의 준거를 다음과 같이 설정하였다.

첫째, 수학 영재학생들에게 흥미, 관심, 의욕을 불러일으킬 수 있는 주제여야 한다. 둘째, 수학 영재를 위한 프로그램들은 높은 수준의 사고 과

정을 길러낼 수 있는 학습 문제를 제공해 주어야 한다. 셋째, 원격교육을 받는 대상 학생들이 자기주도적인 개별화 학습이 가능하여야 한다. 넷째, 영재 학생들의 탐구과정을 도울 수 있는 보조 자료 사용이 용이해야 한다. 다섯째, 교사의 설명 없이 학생이 혼자서 학습 내용을 읽고 귀납적인 사고를 통해 스스로 개념을 형성해나가는 발견·탐구학습을 야기할 수 있어야 한다. 여섯째, 창의적인 후속적 산출물을 만들 수 있고 그에 대한 피드백을 제공하여야 한다.

## 4. 자료 수집 및 분석 방법

### 가. 자료수집

분석을 위한 자료의 획득은 학생들이 홈페이지에 올린 과제물, 인터넷 상에서의 피드백 등의 기록물을 수집한다. 기록물에는 학생이 과제를 해결한 후 홈페이지에 탑재한 과제물, 학생이 적어 놓은 ‘성찰저널’, 연구자가 제시한 토론 주제에 대한 학생의 의견을 쓴 ‘토론방’의 글을 분석 대상으로 하며, 부족한 부분은 학생들의 설문과 면담 등을 추가하여 디피를 활용한 원격교육용 초등수학영재 프로그램의 타당성을 검증한다.

### 나. 분석 방법

본 연구는 두 가지 측면에서 프로그램의 타당성을 검증하고자 한다. 첫째, 초등수학 영재를 위한 프로그램으로 타당한가? 둘째, 원격교육용 프로그램으로 타당한가?

수학영재를 위한 프로그램 측면으로서의 분석 기준은 앞에서 기술하였던 초등수학영재를 위한 프로그램 개발의 준거 중 나귀수(2000), 이종욱(2000), 최종현(2004)이 제시한 준거와 NCTM(1997), 김양권(2009)에서 공통적으로 제시하고 있는 세 가지 부분을 추출하여 <표 III-1>과 같이 선정하였다.

<표 III-1> 수학 영재 프로그램으로서 타당성 분석 기준

순	분석 기준 내용
1	학습 내용의 수준이나 소재가 학습 대상자들에게 충분한 호기심과 도전감을 줄 수 있는 프로그램인가?
2	고차원적인 수준의 수학적 사고력을 자극할 수 있는 프로그램인가?
3	창의적인 후속적 산출물을 만들 수 있는 프로그램인가?

원격교육용 프로그램으로서의 타당성 분석 기준은 원격교육용 프로그램 개발에 대한 선행연구에서 제시한 시사점과 수학영재가 지니고 있는 지적·정리적 특성을 반영하여 설정한 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발의 준거를 바탕으로 <표 III-2>와 같이 선정하였다.

<표 III-2> 원격교육용 프로그램으로서 타당성 분석 기준

순	분석 기준 내용
1	면대면의 출석 수업보다 원격교육에 더 적합한 프로그램인가?
2	수학영재들의 개별화 학습과 탐구과정을 도울 수 있는 보조 자료 사용이 용이한 프로그램인가?
3	출석 수업이 아닌 원격교육에서 교사의 별도 설명 없이도 발견·탐구 학습이 이루어질 수 있는 프로그램인가?

### 5. 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발

본 연구에서 개발한 프로그램은 II장에서 연구자가 제시한 [그림 II-1]의 절차 모형을 적용하였다.

#### 가. 교육대상의 특성과 목표

사이버영재교육원 학생들은 3단계에 걸쳐 선발되었으며, 일반 아동에 비해서 수학과에 대한 흥미도와 학업성취도가 높으며 창의성이 뛰어나다.

본 프로그램의 교육 목표는 개발된 원격교육용 초등수학영재 프로그램 적용을 통해 초등수학 영재 학생들이 스스로 다양한 해결 전략을 사용하여 수학 문제를 해결하는 경험을 통해 수학적 사고력 향상을 이끄는 것이다.

#### 나. 학습소재/주제의 발굴

디피(Diffy) 게임은 뺄셈 능력만 있으면 누구나 할 수 있는 간단하면서도 흥미를 끌 수 있고 수학적 사고를 풍부하게 할 수 있는 소재이며, 다양한 후속적 산출물 제작이 용이한 주제이다.

#### 다. 프로그램의 유형 결정

본 연구에서는 학생 스스로 수학적 개념과 법칙 등을 일반화할 수 있는 기회를 제공하고 기존의 문제 해결 접근 방법과 달리 학생들의 독창적인 탐구활동을 통해 새로운 문제 해결 전략의 일반화 및 수학적 원리와 법칙의 창안과 확장에 초점을 둔 ‘단일 주제 심화형’의 유형에 맞추어 개발하고자 한다.

#### 라. 디피(Diffy) 게임을 활용한 프로그램 개발

##### 1) 프로그램의 내용 체제

1. 주제명	1. 주제명
2. 유의사항	2. 지도교사 명
3. 주제 소개	3. 과제 날짜
4. 교육의 목표	4. 학생 명
5. 준비물	5. 과제 1
6. 교수·학습 요소	6. 과제 2
1) 주요 학습 개념	7. 과제 3
2) 학습 내용	8. 유의사항
3) 주요 기능	
7. 학습 활동	
8. 학습 정리	

[그림 III-2] 학생용 설명 자료와 과제물의 내용 체제

##### 2) 차시별 소재 내용 체제

<표 III-3> Diffy 게임을 활용한 원격교육용 프로그램의 차시별 소재

차시	주제명	구분	활동 내용	활동 선정 이유 (수정·보완점)
1	디피(Diffy)의 발, 머리를 찾아라!	활동 1	• 디피(Diffy) 게임이란?	• 디피(Diffy) 게임 소개로 활동 내용에 대한 기초 활동이 됨
		활동 2	• 디피(Diffy)의 발, 머리를 찾아라!	• 디피(Diffy) 게임에 사용되는 용어를 익히고 응용하여 문제를 해결할 수 있는 자료로 선정
2	Enjoy the Diffy Game	활동 1	• 디피(Diffy) 판의 모양을 바꾸어도 결과가 같을까?	• 디피(Diffy) 모양을 변경하여도 결과가 같다는 사실을 통해 창의적 문제해결력 유도
		활동 2	• 디피(Diffy)의 동치 관계 알아보기	• 디피(Diffy) 수의 관계를 통해 동치의 개념을 획득하고, 디피(Diffy)의 변형이 가능함을 유도 (구체적인 예를 사용하여 용어설명하기)
3	디피(Diffy)의 숨은 규칙을 찾아라!	활동 1	• 디피(Diffy)의 머리 구하기	• 디피(Diffy) 활동에 거꾸로 생각하기 전략과 연역적 사고를 통한 문제 해결 유도
		활동 2	• 디피(Diffy)의 수가 10 이상인 경우 알아보기	• 디피(Diffy) 활동에서 나타나는 여러 가지 규칙을 귀납적 사고 과정을 통해 탐구 유도 (디피애플릿을 사용하여 계산기·정보 탐구과정에 초점을 두기)
4	내가 만든 Diffy Game	활동 1	• “What if (not)” 전략을 활용하여 디피(Diffy)의 속성 알아보기	• “What if (not)” 전략에 대해 탐색하고 이를 실제로 적용하여 디피(Diffy)의 속성 알아보기 (단계에 맞는 구체적인 예 제시하기)
		활동 2	• “What (not)” 전략을 활용한 새로운 게임 만들기	• “What if (not)” 전략을 활용하여 창의적인 아이디어를 창출하고 나만의 새로운 디피 게임 만들어 보기

3) 프로그램 개발

연구자가 구안한 원격교육용 프로그램의 내용 체제에 디피 게임을 활용한 원격교육용 프로그램의 차시별 소재 내용을 적용하여 프로그램을 개발하였고, 프로그램 투입 후 분석한 내용을 바탕으로 수정·보완하여 프로그램을 완성하였다.

IV. 연구의 결과

프로그램에 참여한 22명의 학생들이 제출한 과제물 평가 결과의 수준을 기준으로 <표 IV-1> 과 같이  $S_1 \sim S_{22}$  으로 나타내었다.

<표 IV-1> 프로그램 적용 대상 학생의 코드화

순	학년	이름	성별	수준	코드화
1	5	이**	여	상	S <sub>1</sub>
2	4	김**	여	상	S <sub>2</sub>
3	5	김**	여	상	S <sub>3</sub>
4	5	노**	남	상	S <sub>4</sub>
5	5	정**	여	상	S <sub>5</sub>
6	5	조**	여	상	S <sub>6</sub>
7	4	김**	남	상	S <sub>7</sub>
8	4	김**	여	상	S <sub>8</sub>
9	5	조**	여	상	S <sub>9</sub>
10	5	김**	남	상	S <sub>10</sub>
11	5	이**	여	상	S <sub>11</sub>
12	4	정**	여	중	S <sub>12</sub>
13	5	이**	여	중	S <sub>13</sub>
14	5	김**	여	중	S <sub>14</sub>
15	5	김**	남	중	S <sub>15</sub>
16	5	김**	여	중	S <sub>16</sub>
17	5	오**	여	중	S <sub>17</sub>
18	4	최**	남	중	S <sub>18</sub>
19	5	함**	여	중	S <sub>19</sub>
20	5	이**	여	중	S <sub>20</sub>
21	5	안**	남	하	S <sub>21</sub>
22	5	이**	여	하	S <sub>22</sub>

1. 수학영재 프로그램으로서의 타당성 분석

가. 분석 기준 1-1 : 학습 내용의 수준이나 소재가 학습 대상자들에게 충분한 호기심과 도전감을 줄 수 있는 프로그램인가?

디피에서 다루는 내용 요소들 중 일부는 현재 적용 학생들이 속해 있는 초등학교 4학년과 5학년의 정규 수학과 교육과정의 내용 영역에서 다루지 않고 교육과정의 범위도 벗어나지만 22명의 적용 대상 학생 중 [그림 IV-1]의 학생( $S_4$ )와 [그림 IV-2]의 학생( $S_{18}$ ) 2명을 제외한 나머지 20명의 학생이 긍정적으로 평가하였다.

제목	2주차디피게임		
등록자	노	등록일	2012-09-25
조회수	9		
첨부파일			

이번 디피 게임은 지번 보다 더 어려웠다. 30제번의 디피의 수를 8개 만드는 것은 하루동안 해봐서 답을 달게 되었다. 이번에는 디피의 동시개계에 대해 배웠는데 1.이동2.확대3.축소4.회전이었다. 다음디피게임 시간이 기대가된다.

[그림 IV-1] 학생( $S_4$ )의 성찰저널

제목	왕생 문짓을 디피게임...		
등록자	임	등록일	2012-09-28
조회수	14		
첨부파일			

선생님 솔직한 답변 과정에서 머리들이 열리는 줄 알았어요. 너무 많은 생각과 고민으로 너무 힘들었어요. 하지만 이렇게 힘들게 봐준 디피게임이라서 문생 기억에 남을거예요... **성찰님이 왕생문짓이 수학의 계산이든바다 용오화같은 바보 수학의 태도와 수학의 사고를 가지는 활동을 기억하라는 말씀을 꼭 기억하겠습니다.** 이번분과 같아지는 못했지만, 2주동안 많은걸 기록해 주셔서 감사드립니다.

[그림 IV-2] 학생( $S_{18}$ )의 성찰저널

[그림 IV-3]의 학생( $S_5$ )은 처음에는 생소한 내용이라 많이 긴장하며 과제를 수행했지만 과제 해결 과정을 통해 디피에 대한 흥미가 생기고, 문제해결에 대한 자신감도 생겼다고 하였다. [그림 IV-4]의 학생( $S_1$ )은 과제를 해결하는 과정에서 자신이 보여준 과제집착력과 앞으로의 과제에 대한 도전감을 표현하였다.

제목	디피 게임, 제이퍼로비		
등록자	장	등록일	2012-09-28
조회수	15		
첨부파일			

첫 과제를 풀고 답힌 달랐는데 과제를 수행하는 재미가 제 마의 속으로 폭박 떨어오더라고... 디피 게임은 확률과 디피 게임 (이동)이랑 제 디피 게임 수지합은 다 똑같다는 놀라, 수지에 따라 디피 활동을 30여명만 거칠 수도 있고 50여명 다 거칠 수도 있다는 것을 알게 되었습니다. **앞으로는 디피 게임 모든 제원은 과제를 풀이 내주셨으면 좋겠다는 생각이 들어요...** 디피 게임, 과제를 수행하는 동안, 즐거웠어요!!!

[그림 IV-3] 학생( $S_5$ )의 성찰저널

이	선생님께서 위우~~ 하시면 놀라신듯 칭찬해주시니까 기분이 정말 좋아요. 영어학시합공부도 뒤로 쳐놓고 디피게임이 몰론한 보람이 있는것같아 뿌듯하구요. 선생님 새로운 과제도 더 열심히 하겠습니다.
이문영	위우~ 선생님의 과제 의도를 잘 파악했군요. 통장적으로 과제를 해결하는 모습이 잘 드러났네요. 또한 의문을 가지고 과제를 대하는 태도도 좋습니다. 수고하셨습니다.

[그림 IV-4] 학생( $S_1$ )의 성찰저널

그러나 긍정적으로 평가하지 않은 학생( $S_4$ )는 하루의 시간을 할애하여 알아 낼 만큼 활동 내용이 어렵다고 느꼈지만 다음 시간 학습 내용에 대한 기대감을 보였으며, 학생( $S_{18}$ )도 처음에는 너무 많은 생각과 고민으로 힘들었지만 수학적으로 사고하고 수학적인 태도를 가지려고 노력

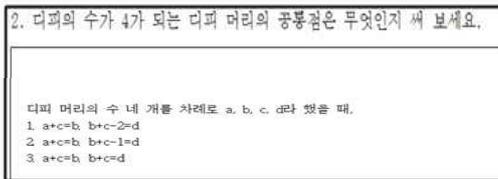
하겠다고 쓴 것으로 보아 그다지 부정적이지는 않은 것으로 판단된다. 이와 같이 디피 게임을 활용한 원격교육용 프로그램은 영재 학생들 중 일부는 다소 어렵다고 느끼는 학생도 있었으나 대부분의 학생들에게 충분한 호기심과 도전감을 가지는 프로그램이라는 것을 알 수 있다.

나. 분석 기준 1-2 : 고차원적인 수준의 수학적 사고력을 자극할 수 있는 프로그램인가?  
이 프로그램이 수학적 사고의 육성이 가능한 프로그램인지 그 타당성을 검증하기 위해 [그림 IV-5]와 같이 수학적 사고의 유형(片桐重男, 2009)을 코드화하여 학생들의 과제물과 성찰저널을 분석하였다.

수학적 사고의 유형	측정 요소	코드화
귀납적 사고 (IN)	1. 주어진 조건에서 공통적 규칙이나 원리를 찾으려고 노력하였는가?	IN-1
	2. 주어진 조건에서 공통적 규칙이나 원리를 찾았는가?	IN-2
	3. 찾아낸 규칙이나 원리가 처음의 모든 조건에서 성립함을 확인하였는가?	IN-3
	4. 찾아낸 규칙이나 원리가 다른 상황에서도 성립할지를 생각하였는가?	IN-4
유추적 사고 (AN)	1. 문제 상황과 유사한 조건을 가지는 상황에 대해 생각해 보았는가?	AN-1
	2. 문제 상황과 유사한 상황에서 성립했던 원리나 성질이 떠올랐는가?	AN-2
	3. 유사한 상황에서 떠올린 원리나 성질은 문제 상황에 적용하였는가?	AN-3
	4. 추측한 결론을 설명할 수 있는 정리나 성질이 있는지 생각하였는가?	AN-4
연역적 사고 (DE)	1. 추측한 결론 설명할 수 있는 정리나 성질을 찾아내었는가?	DE-1
	2. 찾아낸 정리나 성질을 사용하여 추측한 결론을 증명하였는가?	DE-2
	3. 주어진 조건 속에 담긴 성질들의 공통성에 대해 생각하였는가?	DE-3
통합적 사고 (PO)	1. 주어진 조건 속에 담긴 성질들의 공통성을 찾아내었는가?	PO-1
	2. 찾아낸 공통성을 하나의 관점에서 다시 종합 정리하였는가?	PO-2
	3. 새로운 풀이 과정이나 접근 방식을 찾아내려고 노력했는가?	PO-3
발전적 사고 (PR)	1. 주어진 조건이나 대상을 변화시켜 새로운 결과를 얻고자 노력했는가?	PR-1
	2. 새로운 풀이 과정이나 접근 방식 또는 새로운 결과를 얻어내었는가?	PR-2
	3. 문제 상황의 이상적인 요소로부터 동질적인 요소를 찾았는가?	PR-3
추상화의 사고 (AB)	1. 동질적인 요소로부터 이상화된 개념을 찾아내었는가?	AB-1
	2. 문제 상황이 이상적으로 그럴 수 있다고 인식하고 받아들였는가?	AB-2
	3. 주어진 조건을 간단한 것으로 바꾸려고 생각하였는가?	AB-3
단순화의 사고 (SI)	1. 주어진 조건을 간단한 것으로 바꾸었는가?	SI-1
	2. 조건이 간단한 경우로부터 점차 복잡한 경우로 생각해 나갔는가?	SI-2
	3. 주어진 조건보다 일반적인 경우에서도 성립하는지 생각하였는가?	SI-3
일반화의 사고 (GE)	1. 주어진 조건보다 일반적인 경우에서 성립함을 밝혔는가?	GE-1
	2. 자신이 풀이 방법이 일반적으로 다른 경우에도 사용되는지 생각하였는가?	GE-2
	3. 문제의 사용과 같이 더 추상화, 통합화된 개념을 이용하여 설명하였는가?	GE-3
특수화의 사고 (SP)	1. 문제 상황을 특수한 경우로 바꾸어 생각하였는가?	SP-1
	2. 문제 상황을 보다 구체적인 경우로 바꾸어 생각하였는가?	SP-2
	3. 특수한 경우에 대해 생각한 후 다시 일반적인 경우로 생각하였는가?	SP-3
기호화의 사고 (RE)	1. 문제 상황을 기호를 사용하여 나타내었는가?	RE-1
	2. 문제 상황을 수량으로 나타내었는가?	RE-2
	3. 문제 상황을 그림으로 나타내었는가?	RE-3

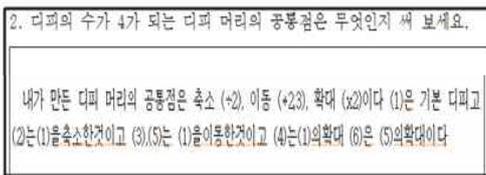
[그림 IV-5] 수학적 사고의 유형 분석 기준

디피의 수가 4가 되는 경우, 디피 머리의 공통점을 찾아보는 문제에서 대부분의 학생들이 자신이 찾아낸 공통점을 글로 자세히 설명하려고 시도하였으나 [그림 IV-6]과 같이 학생( $S_1$ )은 자신이 찾아낸 공통점을 a, b, c, d와 같이 기호를 사용하여 표현하는 기호화(RE-1)의 사고 사례를 볼 수 있었다.



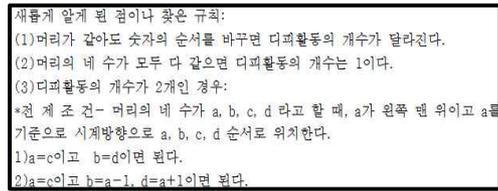
[그림 IV-6] 기호화(RE-1)의 사고 사례

또한 [그림 IV-7]의 학생( $S_2$ )는 주어진 조건 속에 담긴 성질들의 공통성을 찾아내는 통합적 사고(PO-1)를 이용하여 디피의 축소, 이동, 확대의 관계를 찾아내었다.



[그림 IV-7] 통합적(PO-1)의 사고 사례

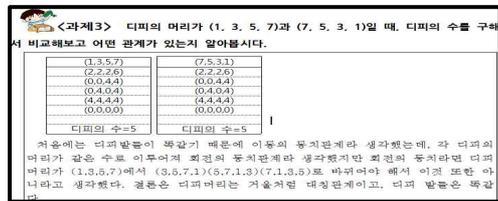
1주차 과제물에서 학생( $S_1$ )는 디피 머리가 각각 다른 세 개의 경우를 제시하여 디피 발을 구해보고 새롭게 알게 된 점이나 규칙을 찾아내는 문제를 [그림 IV-8]과 같이 추측한 결론을 설명할 수 있는 정리를 나타내는 연역적 사고(DE-1)를 사용하여 해결하였으며, 또한 이 사례에서는 디피 머리의 수를 a, b, c, d와 같이 기호를 사용하여 자신이 알게 된 규칙을 자세히 설명하는 기호화(RE-1)의 사고 사례도 관찰할 수 있었다.



[그림 IV-8] 연역적 사고(DE-1)의 사례



[그림 IV-9] 학생( $S_{12}$ )의 일반화(GE-3)의 사고 사례



[그림 IV-10] 귀납적 사고(IN-4)의 사례



[그림 IV-11] 학생( $S_7$ )의 유추적 사고(AN-3)

2주차 과제물 <과제3>에서 학생( $S_{12}$ )는 [그림 IV-9]와 같이 문자를 사용하여 통합화된 개념을 이용하여 규칙성을 나타내는 일반화(GE-3)의 사고를 나타냈고, 같은 과제에서 학생( $S_{20}$ )은 [그림 IV-10]과 같이 디피 머리의 관계에 대하여 자신이 찾아낸 규칙이 다른 상황에 대해서도 성립하는지 찾아내는 귀납적 사고(IN-4)를 사용하여 문제를 해결하였으며, [그림 IV-12]에서 학생( $S_7$ )은 유추적 사고(AN-3)를 문제해결에 사용하고 있다. 이러한 세 가지의 사례를 종합해보면 학생들은 같은 과제를 해결하더라도 다른 관점에서 다양한

수학적 사고를 사용하고 있음을 알 수 있다.

성찰지침		홈 > 수업과제 > 성찰지침	
제목	디피의 동치관계에 대해서		
등록자	김	조회수	12
첨부파일			
<p>이번주 학습은 지난주 학습보다 Dify 게임에 대해서 더욱 깊이 공부한것 같다. 그래서 다른 형태의 Dify 게임과, Dify 게임의 동치 관계를 새로 알게 되었다. 나는 이번 학습에서 Dify 게임에 대해서 공부한 것이 제일 재미있었다.</p> <p><u>동치관계란, Dify 게임의 관계이다. 이동, 확대, 축소, 회전으로 두개의 디피의 관계를 말해준다.</u></p> <p>이렇게 새로운 것을 공부해보고, 배운것이 머리속에 쌓이니까 재밌고 기쁘다.</p>			

[그림 IV-12] 추상화 사고(AB-2) 사례

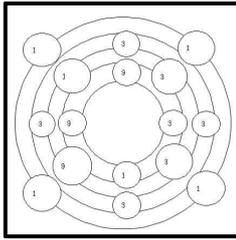
[그림 IV-12]의 학생( $S_3$ )은 디피 게임에서 나타나는 동치 관계에 대하여 추상화하여 사고(AB-2)하려는 사례를 볼 수 있다. 학생( $S_3$ )은 디피의 동치 관계에 대한 문제 상황에서 이동, 확대, 축소, 확대라는 추상화된 개념을 충분히 받아들여 문제 상황이 이상적으로 그럴 수 있다고 인식하고 받아들이고 있었다. 이와 같이 디피 게임은 간단하지만 재미있으면서도 고차원적인 수준의 다양한 수학적 사고력을 자극할 수 있는 프로그램임을 알 수 있다.

다. 분석 기준 1-3 : 창의적인 후속적 산출물을 만들 수 있는 프로그램인가?

창의적 산출물 제작은 영재교육의 목표 실현이라는 명제 아래 수학 영재 프로그램이 필수적으로 포함해야 할 요소라 할 수 있다. 이에 4주차 과제물은 ‘What if(not)’ 전략을 사용하여 나만의 새로운 디피 게임을 만들어보는 활동으로 프로그램 내용을 구성하였다. 학생용 설명 자료에는 [그림 IV-13]과 같이 각 절차별 용어에 대한 개념을 다양한 큐브 퍼즐 사례를 이용하여 자세하게 설명하였다.

[그림 IV-13] ‘What if(not)’ 전략을 소개한 학생용 설명자료

이러한 설명자료 내용을 바탕으로 [그림 IV-14]의 학생( $S_6$ )은 디피의 모양을 정사각형에서 원형으로 변형하여 산출물을 제작하였고, [그림 IV-15]의 학생( $S_5$ )는 디피 판의 모양을 평면이 아닌 입체로 변형한 사례를 관찰할 수 있었다. [그림 IV-16]의 학생( $S_2$ )는 디피의 연산 방법을 옆에 있는 두 개의 수를 이용한 뺄셈이 아닌 옆에 있는 세 수를 연속해서 빼는 것으로 변형하여 디피의 발 4개가 한 세트처럼 반복되어 나타나는, 새로운 디피의 규칙을 발견할 수 있는 디피 게임을 제작하였다.



[그림 IV-14] 학생( $S_6$ )의 사례



[그림 IV-15] 학생( $S_5$ )의 사례

① 연산 - 뺄셈		② 연산 - 나눗셈	
2/3, 5, 4, 7, 7		2/3, 5, 4, 7, 7	
13/3, 0.3, 2.3, 19/3		15/2, 50/47, 70/47, 21/2	
121/30, 2, 121/30, 2		141/20, 7/5, 141/20, 7/5	
61/30, 61/30, 61/30, 61/30		141/28, 141/28, 141/28, 141/28	
0, 0, 0, 0		1, 1, 1, 1	

→ 이 디피 게임은 디피 머리를 자연수만 하는 것이 아니고 분수와 소수를 섞어서 만들어 된 것이다. 뺄셈일 때는 디피가 0으로 끝나지만 나눗셈일 때는 디피가 1로 끝난다. 연산을 뺄셈과 나눗셈만으로 한 것은 덧셈이나 곱셈은 오히려 값들이 커지면서 끝이 안 날 수도 있다고 생각에서 이다. 그러나 나눗셈일 경우 자연수만일 때도 분수로 계산이 되어 지고 혼합 수에서도 결국 분수로 계산되어질 때 역수로 곱해지는 것이어서 수가 커져서 게임이 끝이 안 날 수 있다.

[그림 IV-16] 디피의 연산 방법을 변형한 사례

성찰저널 홈 > 수업과rew > 성찰저널

제목	나만의 디피	조회수	15
등록자	김*		
첨부파일			

이번주 과제인 나만의 디피를 만들어 보는 것이다. 처음에는 디피게임 하고싶어서 큐브모양의 디피를 만들고 보니 다른 디피가 아니라, 6면의 디피판이 되는 것이다. 그래서 이번에는 풀리서 숫자 맞추기인데, 이것은 또 디피게임이 2개 이상 이 나오지 않는다. 어렵다 하지만 디피의 속성을 생각해보고 뺄셈을 할 수 있게 만든 것이 디피판이냐는 다른 연산을 시도해서 만들어 보고 싶었다. 처음으로 연산 문제를 해 보니 이것은 수학 계승 과정이었다.

나눗셈은 두수의 관계로 나눗셈이 어렵고 나누게 되더라도 곱을 내기가 힘들었다.

그래서 생각에 이것이 최소공배수였다. 최소공배수로 해 보니 결국에는 모두 같은수가 나오고 (0으로 끝나지는 않지만 모두 같은 수가 되면 그 게임은 끝이 날 수 있었다. 재미있었다. 하지만 좀 더 체계적이고 창의적인 디피를 만들고 싶었는데 조금 아쉬움이 있다.

1. 제 생각으로는 분수와, 원주율 등은 어떻게 하는 생각이 들었다.(계산은 많이 복잡하고, 어렵겠지만)  
 2. 수가 0으로 끝나지 않고, 계속 반복된다.  
 3. 맨끝의 디피판이 0이 아니라 1이 된다. 디피판의 수가 짝수가 아닌 홀수가 오면 게임을 할 수가 없다.

[그림 IV-17] 학생( $S_3$ )의 성찰저널

[그림 IV-17]의 학생( $S_3$ )이 진술한 성찰저널을 살펴보면, 처음에는 단순히 모양 변형만 생각하다가 뺄셈의 순서를 바꾸는 것을 시도하였고, 원래 디피 게임의 목적이 뺄셈이라는 디피의 속성을 다시 한번 생각해보고 후 다른 연산 방법을 시도하였다. 그러나 덧셈이나 곱셈은 계속 수만 커질 뿐이고, 나눗셈은 어렵고 나누게 되더라도 곱을 내기가 어렵다는

것을 알게 되었고, 최종적으로 최소공배수를 생각해 냈다. 창의적 산출물 제작을 위해 학생( $S_3$ )은 문제 상황과 유사한 조건을 가지는 상황에 대하여 생각해 보는 유추적 사고를 사용하기도 하고, 주어진 조건이나 대상을 변화시켜 새로운 결과를 얻으려는 발전적 사고를 사용하기도 하고, 새로운 풀이 과정이나 접근 방식을 찾아내려는 통합적 사고를 하는 등 다양한 수학적 사고를 사용하여 창의적인 결과물을 [그림 IV-18]과 같은 산출물을 제작하였다.

36	36	36	36
36	36	36	12
12	18	18	12
4	6	9	6

→ 두수의 최소공배수를 구하는 것이다. (두 수씩 계산하고, 맨 뒤의 수는 맨 앞의 수와 계산한다.) 맨 아래의 수가 디피 머리가 된다.

→ 원래의 디피는 두수를 빼주고, 0이 되어야 게임이 끝이 나지만, 이것은 두 수의 최소공배수를 찾고 때론 같은 수가 아닌 다른 수이지만 같은 수가 모두 나오면 게임은 끝이 난다.

[그림 IV-18] 최소공배수를 이용하여 만든 학생( $S_3$ )의 사례

이렇듯 디피를 활용한 원격교육용 프로그램은 다양한 수학적 사고와 다양한 문제해결의 전략을 사용하여 창의적인 후속적 산출물의 제작이 용이한 프로그램이라는 것을 알 수 있다.

## 2. 원격교육용 프로그램으로서의 타당성 분석

가. 분석 기준 2-1 : 면대면의 출석수업보다 원격 교육에 더 적합한 프로그램인가?

면대면의 출석수업과 비교하여 원격교육의 가장 큰 장점은 앞의 연구에서 기술하였던 것처럼 가르치고 배우는 과정이 특정 시간과 장소에 구애받지 않고, 자신이 원하는 시간과 장소에서 학습을 할 수 있다는 점이다.

성찰저널		
제목	디피 게임3	
등록자	조	등록일
첨부파일		
이번 시간에는 2주차처럼 디피 게임을 하였다. <u>디피의 수가 4일경우를 여러번 해보고 디피의수가 4일때의규칙을 찾았다.</u> <u>이것으로 인해 나는 디피의 수가 똑같은 때의 규칙을 알게 되었다.</u>		

[그림 IV-19] 학생 ( $S_6$ )의 성찰저널

성찰저널		
제목	2주차 디피	
등록자	이	조희수 9
첨부파일		
<p>2주차 디피에서는 일단 디피에 있는 수가 크다고 디피의 수도 커진다는 것을 알게되었다. 그리고 디피의 등차관계에 대해서 알게 되었다.</p> <p>1)이를 2)혹다 3)혹소 4)화전          학습할 때는 이렇게 4)만 알고있었는데 과정을 하면서 제 5의 등차관계를 알게되었다. 바로 두디피의 거리에 있는 수가 서로 대칭 하는 것이다.그 두 디피는 디피 값이 서로 완전히 똑같을수 없애 없다. 왜냐하면 한 수를 중심으로 양옆에 있는 두수가 같기 때문이 다.</p> <p>디피의 수가 2, 3, 4인 디피를 구하는것은 쉬웠는데  <u>디피의 수가 8인 디피를 구하는것은 이문제가 어려웠다.</u>  <u>디피의 수가 8인 디피를 구하는것은 0000부터 이지만 디피값의 바로 뒤 디피값을 구하고, 그 다음에 또 바로 뒤의 디피값을 구하는는 방식으로 하는 것이 더 쉬운 방법이라는 것을 알게되었다.</u>  <u>디피 수가 8인 디피를 구하는 것을 할때 양옆의 것을 바로 뒤의 디피값이 같게 만들어지기 위해서는 한때 디피값 큰 것만 큰 수는 나머지 수를 더한 값과 같아야한다. 이번 2주차 디피를 끝낸 후 과연 디피의 수는 최대 몇까지 올수있는지 궁금했다.</u></p>		

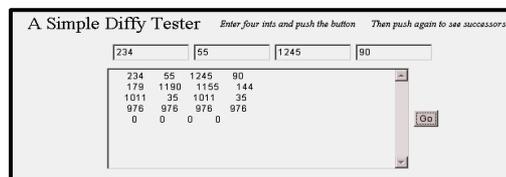
[그림 IV-20] 학생 ( $S_1$ )의 성찰저널

위의 [그림 IV-19]의 학생( $S_6$ )은 디피의 수가 4인 경우를 여러 번 반복하여 찾아 본 후에 규칙을 알게 되었다고 진술했고, [그림 IV-20]의 학생 ( $S_1$ )이 작성한 성찰저널을 보면 디피 수 8인 경우를 찾아내는데 많은 시간을 할애한 것을 알 수 있다. 한 개의 문제해결을 위해 다양한 전략을 이용하여 반복해서 문제해결을 시도하려면 충분한 시간이 필요하다. 수학 문제를 해결하는데 있어 영재 학생은 자신이 가지고 있는 모든 지식과 방법을 총 동원하여 자신이 선택한 방법을 이용하여 문제를 해결해야 한다. 그러나 면대면의 출석 수업은 출석 수업은 정해진 시간 안에 계획된 내용을 수업해야만 하는 상황이므로 시간적 제약을 가지는 상황에서 한 개의 문제해결을 위해 이렇듯 충분한 시간을 할애할 여유가 없다. 따라서 디피 게임을 활용한 영재교육 프로그램은 시간적 제약이 있는 면대면의 출석 수업

보다 학습자 개별로 선택하고 원하는 시간만큼 충분한 시간과 숙고의 과정을 거칠 수 있는 원격교육에 더 적합하다고 할 수 있다.

나. 분석 기준 2-2 : 수학영재들의 개별화 학습과 탐구과정을 도울 수 있는 보조 자료의 사용이 용이한 프로그램인가?

영재를 위한 원격 교육에서는 학습자의 주도적인 탐구과정이 매우 중요한 학습 요소로 작용하며, 프로그램 내에서 제공되는 학습 자료를 이용하여 개별학습을 통한 탐구과정이 이루어져야한다. 이러한 학습 환경에서 수학 영재를 위한 원격교육 프로그램은 학생들의 탐구과정을 도울 수 있는 보조 자료의 사용이 용이해야한다. 이 조건은 원격교육용 프로그램이 갖추어야 할 매우 중요한 준거가 된다. 디피 게임의 주요 학습내용은 간단한 뺄셈의 원리를 이용하는 학습이지만 디피 머리에 적용하는 수의 크기가 커지면 영재 학생들은 계산하는데 많은 시간을 할애해야 한다. 이 프로그램의 목표는 계산 능력의 향상이 아니라 다양한 문제 해결 전략을 사용하여 창의적으로 문제를 해결하는 과정을 통해 수학적 사고 능력을 신장시키는데 있다. 따라서 영재 학생들이 단순한 계산 과정에 시간을 사용하는 것이 아닌 수학 문제를 해결하기 위한 탐구과정에 좀 더 집중할 수 있도록 보조 자료 사용은 필수이므로 학생들의 탐구 과정을 도울 수 있는 ‘디피 애플릿’이라는 보조 자료를 사용하여 빠른 시간 안에 많은 데이터를 처리할 수 있도록 하였다.



[그림 IV-21] 디피 애플릿



[그림 IV-22] 학생( $S_{16}$ )의 성찰저널



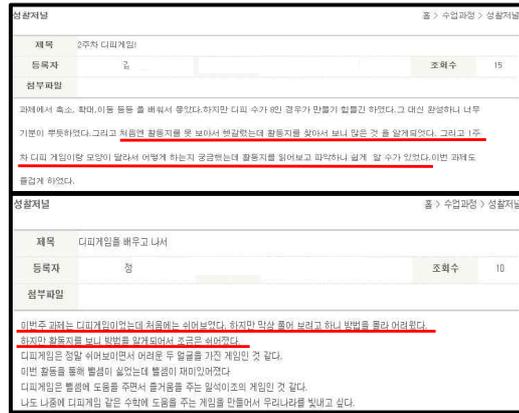
[그림 IV-23] 학생 ( $S_5$ )의 성찰저널

[그림 IV-22]에서 학생( $S_{16}$ )은 ‘아무리 디피 머리가 크다고 하더라도 디피애플릿이 있으면 문제없다.’고 진술하면서 애플릿 사용의 편리함을 표현했으며, [그림 IV-23]에서 학생( $S_5$ )는 디피 애플릿을 알게 되어 더욱 재밌게 디피 활동을 할 수 있었고, ‘자연수끼리 빼면 결국에 모든 디피는 끝난다.’라는 규칙을 찾아내었다.

다. 분석 기준 2-3 : 출석 수업이 아닌 원격교육에서 교사의 별도 설명 없이도 발견·탐구학습이 이루어질 수 있는 프로그램인가?

본 연구의 원격교육에 사용되는 학생용 설명자료와 같은 인쇄물은 출석 수업에서의 교사의 설명을 대신해야 한다. 설명 자료에는 영재 학생의 학습 내용에 대한 이해와 탐구 과정에 대한 연구 방법 선택을 위해 명확한 예나 완전한 설명을 함으로써 여러 종류의 문제들을 제시하고, 학생들이 습득했어야 하는 것들을 지속적으로 언급함으로써 성공적인 문제해결로 이끌 수 있어야 한다. 이러한 과정이 있어야 영재 학생들은 자신이 습득한 정보를 정리하고 분류하고 종합

하여 자신에게 필요한 정보를 만들어 다양한 문제 해결 전략과 함께 수학적 사고 능력을 신장시킬 수 있는 문제 해결로 이어지는 것이기 때문이다.

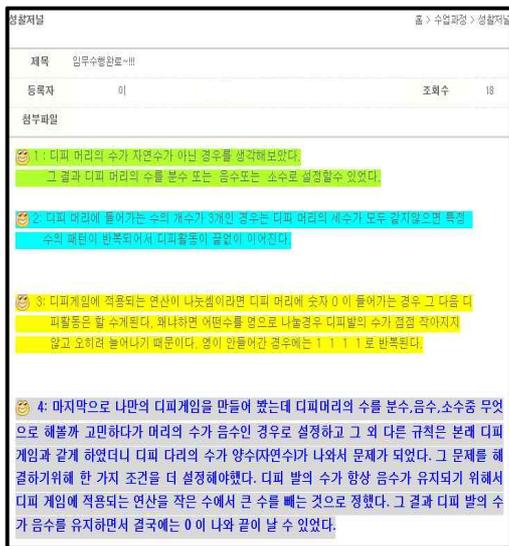


[그림 IV-24] 학생( $S_8$ , 그림 上)과 학생( $S_{12}$ , 그림 下)의 성찰저널

[그림 IV-24]에서 학생( $S_8$ )은 2주차 활동의 과제를 해결할 때, 처음에는 활동지(학생용 설명자료)를 제대로 읽어 보지 않은 상태에서 디피 머리의 수들이 가지는 동치관계 중 축소, 확대, 이동, 회전 개념을 몰라서 문제 해결이 어려웠지만 교사의 설명을 대신하는 자료인 활동지를 읽어 본 후 용어의 개념을 파악하여 쉽게 문제를 해결했다고 성찰저널에 진술하였다. 또한 학생( $S_{12}$ )도 2주차 활동의 과제물이 처음에는 쉽게 보여 도전하였는데 방법을 몰라서 어렵다고 했으나 활동지를 읽어 보고나서 문제 해결이 쉬워졌다고 성찰 저널에 표현했으며, 디피 게임을 통해 싫어했던 빨셈이 좋아지는 계기가 되었다고 자신의 느낌을 설명하기도 했다.

4주차 과제물에서 첫째, 자연수 이외에 적용할 수 있는 다른 수의 종류는 무엇인가? 둘째, 세수로 된 디피 게임을 해결하면 어떤 결과가 나올까? 셋째, 디피 게임에 적용되는 연산이 나눗셈일 때 어떤 결과가 나올까? 라는 세 가지 질

문에 학생( $S_1$ )은 [그림 IV-26]과 같이 자신의 생각을 표현했다. 첫 번째 질문에는 자연수 이외의 분수, 음수라고 답했고, 두 번째 질문에는 세 수가 모두 같지 않다면 특정한 수의 패턴이 반복되어서 디피 활동이 끝없이 이어짐을 발견했다. 세 번째 질문에는 디피 머리의 수가 '0'일 때와 '0'이 아닐 때 두 가지의 경우 모두를 고려하여 규칙을 정확하게 찾아냈다. 또한 자신이 발견·탐구한 규칙을 적용하여 음수의 특성을 고려하여 항상 음수가 나올 수 있도록 디피의 연산 규칙을 작은 수에서 큰 수를 빼는 것으로 변경·응용하여 새로운 게임을 완성하였다. 이처럼 학생( $S_1$ )은 학습해야 할 내용에서 자신의 학습의 방향을 찾고, 자신의 학습을 계획하며, 문제 해결을 위한 여러 가지 방법을 발견·탐구하는 과정을 통하여 과제를 완성하고, 새로운 디피 게임을 제작했음을 알 수 있다.



[그림 IV-26] 학생( $S_1$ )의 성찰저널

## V. 결론

수학 영재교육의 한 가지 형식으로 원격교육이 이루어지고는 있지만 원격교육의 특성을 제대로 반영한 원격교육용 수학영재 프로그램의 개발 사례는 별로 보고되고 있지 않다. 본 연구는 수학영재교육의 자료와 원격 교육이 가지고 있는 특성을 결합한 원격교육용 수학영재프로그램을 개발하는 것에 목적을 두고, 디피(Diffy) 게임을 활용한 원격교육용 초등수학영재프로그램을 개발하였다.

본 연구는 다음의 절차로 이루어졌다. (1)초등수학영재를 위한 프로그램 개발 준거(3가지)와 원격교육용 수학영재 프로그램 개발을 위한 준거(3가지) 설정, (2)소재로 활용가능한 디피(Diffy)의 내용 요소 제시, (3)원격교육용 프로그램 개발의 절차 모형 구안, (4)원격교육용 프로그램을 개발, (5)실제 현장 적용, (6)적용 결과를 프로그램 분석 기준에 비춘 타당성 검증, (7)프로그램 수정·보완.

본 연구의 결과를 종합하면 다음과 같다.

첫째, 면대면이 아닌 원격교육이라고 하더라도 프로그램의 성격에 따라서는 고차원적인 수준의 다양한 수학적 사고력을 신장시킬 수 있다는 점이다. 현재의 수학교육 및 수학 영재교육에서 중요하게 생각하는 것은 지식을 암기하거나 문제를 계산하는 수학적 지식이나 기능이 아니라 수학적 사고와 태도, 수학적 의사소통 능력의 신장이다. 지금까지 수학적 사고에 대한 많은 연구가 있었으며, 교사들도 수학적 사고 능력의 중요성을 인식하고 있지만 교육 현장에서 언제 무엇을 소재로 하여 수학적 사고를 가르칠 것인가에 대한 문제는 늘 제기되고 있다. 디피(Diffy) 게임을 활용한 원격교육용 초등수학영재 프로그램은 이러한 교육적 요구에 부응할 수 있는 프로그램이었다고 할 수 있다.

둘째, 원격교육 프로그램은 토론방이나 성찰저널을 통해 적극적인 수학적 의사소통 활동에도

기여하는 부분이 있다는 점이다. 학생들은 디피(Diffy)의 내용요소에 대하여 학습한 내용을 바탕으로 문제 해결 과정에서 다양한 전략을 시도하여 보거나 고차원적인 수학적 사고능력을 적용하는 과정을 토론방이나 성찰저널에 쓰면서 다시 한 번 자신의 사고 과정을 점검하는 기회를 가질 수 있고, 이를 통해 학생-학생간, 교사-학생간의 적극적인 수학적 의사소통이 가능하였다. 아울러 후속연구를 위해 다음의 제언을 덧붙이고자 한다. 디피(Diffy) 게임을 활용하여 보다 심화된 프로그램을 개발하는 것도 시도해 볼만하다. 본 연구는 프로그램의 적용 대상이 초등학교 수학영재를 대상으로 하다 보니 자연수만을 대상으로 하였지만, 디피 게임의 내용 요소 중 큰 수까지도 확대하여 생각할 수 있으며, 또한 디피는 항상 끝나는가라는 물음에 기호를 사용한 일반화의 사고를 좀 더 심층적으로 사용할 수 있으며, 아직 가장 큰 디피 수가 얼마인지는 증명이 안 된 상태이다. 본 연구는 4주에 걸쳐 프로그램을 적용하여 다루지 못했지만 이상의 내용 요소들을 좀 더 연구한다면 좀 더 심화된 원격교육용 프로그램 개발이 가능하리라 생각한다.

## 참고문헌

- 강문봉 (2005). 디피 활동에서의 수학적 추측과 발견. **대한수학교육학회지 학교수학**, 7(4), 319-336.
- 김덕진 (2009). 원격수업과 출석수업에서 수학 영재의 창의성 차이 연구. 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김양권 (2009). 초등수학 영재를 위한 도형수 문제의 수준별 교수·학습자료 개발에 관한 연구. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 나귀수(2000). 수학 영재교육 프로그램 개발을 위한 연구-렌줄리의 3부 심화 학습 모형을 중심으로. **대한수학교육학회지 학교수학**, 2(1), 311-331.
- 박종석, 오원근, 박종욱, 정병훈 (2003). 초등학교 과학과에서 탐구사고력 지도를 위한 원격교육 모형 개발. **영재교육연구**13(2), 43-56 .
- 배성민, 유성진, 박상찬, 이군현 (1999). 멀티미디어를 이용한 원격영재교육. **영재교육연구** 9(2), 153-172.
- 심규철, 박종석, 육근철 (2001). 사이버 상에서 과학 영재들을 위한 새로운 교육 방법 및 프로그램 개발 연구. **영재교육연구**, 11(3), 69-84.
- 이운영 (2013). 디피 게임을 활용한 원격교육용 초등수학영재 프로그램 개발. 경인교육대학교 석사학위논문.
- 이종욱 (2000). 초등학교 수학 영재의 확산적 사고 발달을 위한 학습자료 개발 연구. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 장시웅, 전원배 (2007). 학습자 주도의 상호작용을 지원하는 원격 교육시스템. **한국정보통신학회:학술대회논문집**, 657-660.
- 최종현 (2004). 주제 탐구형 수학 영재 교수·학습자료 개발에 관한 연구. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 片桐重男 (2009). 수학적인 생각의 구체화. 서울: 경문사.
- NCTM (1987). House.(Ed.). *Providing opportunities for the mathematically gifted*. K-12. Reston, Virginia. NCTM.
- 웹사이트  
<http://www-edlab.cs.umass.edu/cs123/Projects/Diffy/project1.htm> (검색일 : 2012.03.02)-디피 애플릿 프로그램 보조자료 사이트

# Development of Distance Education Programs Utilizing Diffy Game for the Math Gifted Students in Elementary School

Lee, Youn Young (Taeon Elementary school)

Song, Sang Hun (Gyeongin National University of Education)

The purpose of study was to develop distance education programs that combine the characteristics of the programs for the math gifted students. To this end, the first is to establish the standards for the development of distance programs for the math gifted students. The second is to develop the distance education programs for the elementary school math gifted students according to the program procedure models for distance education. The third is to apply the programs developed to actual distance education

field and analyze the results to verify the validity of the programs.

This program can increase high-level mathematical thinking power even though it is the distance education, not the face-to-face education. Second, this program make contributions to active mathematical communication through newsgroup or reflective journals. Third, the use of Diffy Game facilitates the selection of in-depth contents, which will in turn enable the development of intensive programs.

Key Words : distance education(원격교육), Diffy Game(디피게임), elementary school math gifted students(초등수학영재)

논문접수 : 2013. 1. 31

논문수정 : 2013. 2. 26

심사완료 : 2013. 3. 15