대한수학교육학회지 <학교수학> 제 15 권 제 1 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 15, No. 1, 37 ~ 59. Mar 2013

고등학교 교과서의 수학과제 분석1)

김 미 희* · 김 구 연**

이 연구의 목적은 학생들의 학습 과정과 관련된 수학 교과서를 분석을 통하여 2007 개정 교육과정에 따라 개발된 고등학교 1학년 수학교과서가 학생들의 수학 학습 과정을 지원하는 도구로서 수학과제를 어떻게 제시하고 있는지 살펴보는 것이다. 따라서 이 연구를 위해 선정된 2종의 고등학교 1학년 수학교과서에 포함된 수학과제가 학생들에게 어떠한 인지적 노력수준을 요구하고 있는지 수학과제 분석 결과를 통해 살펴보았다. 수학 교과서가 포함하는 2565개의 수학과제를 분석한 결과 학생들에게 낮은 인지적 노력수준을 요구하는 과제가 94%의 비율로 나타났고, 높은 인지적 노력수준을 요구하는 과제가 6%의 비율로 나타났다. 이러한 결과는 본 연구에서 살펴본 2종의 수학교과서가 학생들의 학습 과정을 지원하기 위해 주로 절차적 과정에 따라 정확한 답을 찾게 하는 수학과제들을 제시하고 있음을 보여준다.

Ⅰ. 서론

학교 교육을 위한 기본 설계도가 국가 수준의 교육과정이라면, 학교 현장에서 그 설계도에 맞게 교육 활동을 수행하도록 하는 여러 도구 가운데 가장 기본적인 도구는 교과서라고 할 수 있다. 교과서는 국가 수준에서 제공되는 교육과정을 해석한 1차 자료로서 교육과정의 목표와 내용을 선정, 조직하여 구체화시켜 놓은 공식적인 자료이므로 학교 교육의 교수·학습 상황을 구현하기 위하여 사용하는 다양한 자료 중 주된 자료가 된다. 특히, 우리나라에서 교과서는 전통적으로 권위 있는 교육 수단으로서 학교 교육에서 수업은 대체로 교과서를 중심으로 전개되고 있다.”(진재관, 2007, p. 10) 실제 한국교과서연구재단은 한국 교과서의 현상 분석 및 개선 방안 연구(허강·곽상만·이종국·조성준, 2004)를 통해 우리나라 초·중·고 교사나 교육 관련자들이 수업 시 활용하는 교재로서 교과서를 중요하게 인식하고 있음을 보여주었다. 이와 같이 학교 현장에서 교실 수업의 교수·학습 과정을 지원해 주는 자료로서 중요하게 인식되고 있는 교과서는 수학 교과 수업에서도 중요한 역할을 하고 있다. 교사는 수학 교과 수업에서 무엇을 가르칠 것인지, 어떻게 가르칠 것인지, 학생들에게 어떤 종류의 연습 과제를 제공할 것인지를 수학교과서가 포함하고 있는 내용을 근거로 결정한다. 수업 현장에서의 교과서의 활용은 교육과정의 내용 상 다른 교과보다 수학 교과의 수업에서 더욱 특징적으로 나타난다(Robitaille & Travers, 1992). 실제 우리나라의 수학 교과 수업에서 수학교과서의 활용도 연구(김민혁, 2012)에 따르면 우리나라 현직 수학 교사들의 수학교과서 및 교

* jooon0@naver.com
** 서강대학교(gokim@sogang.ac.kr), 교신저자
1) 이 연구는 2010년도 서강대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임(201010055).

사용 지도서의 활용은 수업 구성 과정 중 수업 목표, 수업내용, 평가내용의 선정 과정에서 그 활용정도가 높게 나타났고, 이 선정 과정은 교과서 및 교사용 지도서의 내용을 기반에 두고 교실 환경과 상황에 맞게 재구성하여 활용하고 있는 것으로 나타났다. 이와 같이 수학교과서가 학교 교육 현장에서 수학 교육을 위한 자료로서 갖는 중요성 때문에 수학과 교육과정에 대한 연구에서 수학교과서는 많은 연구자들의 연구 대상이 되어 왔다. 최근 10년간 수학과 교육과정에 관한 연구 동향을 살펴본 연구에 따르면 수학과 교육과정 관련 논문들에서 교과서나 교육과정 해설서에 관한 논문들이 대략 전체의 50%에 해당하는 것으로 나타났다(권나영・김래영・김구연, 2011). 특히, 교육과정 개정을 전후해서 많이 발표되고 있는 수학교과서 분석연구는 주로 교과서의 구성 체제 및 내용 분석, 교과서에서 제시된 수학 용어와 문제점, 교과서 내용의 양과 난이도, 남북한 및 세계 여러 나라의 수학교과서와의 비교 분석 등에 대한 연구로 많이 진행되어왔다(오영열, 2006). 수학교과서에 대한 이러한 분석연구는 교과서를 활용한 교수・학습 과정과 연계된 연구보다는 주로 교과서가 포함하는 교육과정의 내용이나 교과서의 외형적인 특징 등과 같이 교과서 자체에 초점을 둔 연구들로 많이 나타났다. 이에 앞으로 이루어질 수학교과서 분석연구에 있어서는 실제적으로 교수・학습 과정과 관련된 연구나 수학교과서가 수학 학습에 미치는 영향 등의 다양한 면을 살펴볼 필요가 있다.

수학교과서에 포함되어 있는 학습 자료 기능을 하는 여러 구성 요소 가운데 학생들의 학습 과정에 영향을 줄 수 있는 요소 중 하나가 교과서에 제시되어 있는 수학과제라 할 수 있다. 수학과제는 학생들의 생각을 구조화하는데 상당한 영향을 주고, 수학에 대한 생각과 시각을 좁히거나 넓힐 수 있다(Stein, Grover & Henningsen, 1996). Stein, Grover & Henningsen(1996)이 '특정한 수학적 개념에 대하여 학생의 주의를 끌기 위한 학교 교실 활동'으로 정의한 수학과제(Mathematical tasks)는 "학생들이 무엇을 학습해야 하는지 결정해줄 뿐만 아니라 어떻게 생각해야 하는지, 어떻게 활용해야 하는지에 대한 수학적 감각을 얻게 해준다(p. 459)."미국수학교사협의회(National council of Teachers of Mathematics, 2000)는 좋은 수학과제가 학생들의 이해력 및 사고력을 길러주고 수학적인 이해와 기술을 발전시키는 데 도움을 줄 수 있으며, 수학적 아이디어를 논리적 구조로 발전시키고 서로 연결하여 학생들을 자극할 수 있음을 강조한다. 수학 수업에서 교사가 의미 있는 수학과제를 제시해줌으로써 학생들의 학습 과정에 의미를 부여할 수 있고 학생들의 수학적 사고 과정에 영향을 줄 수 있으며, 이와 같은 영향은 학생들의 학습 결과에도 영향을 미칠 수 있다(Henningsen & Stein, 1997).

이 연구는 학생들의 학습 과정과 관련된 수학교과서의 분석연구를 목적으로, 수학교과서가 학생들의 수학 학습을 지원하는 도구로서 수학과제를 어떻게 제시하고 있는지 살펴보고자 한다. 수학교과서에 2007 개정 교육과정이 적용된 이후 수학 교과는 2011년 8월, 2009 개정 교육과정안을 고시함으로써 새로운 교과서를 개발하는 작업이 진행 중이다. 이에 따라 현재 학교 현장에서 사용되고 있는 2007 개정 교육과정에 따른 수학교과서를 중심으로 이 연구를 진행하였다. 2007 개정 교육과정에서 고등학교 1학년 수학 교육과정은 국민 공통 기본 교육과정의 최종 단계로 이후 고등학교 2, 3학년의 선택 중심 교육의 기초가 되는 중요한 학습 시기이다. 따라서 고등학교 1학년 교육과정에 대한 중요성의 제고와 학생들의 학습 활동과 교육과정에 대한 다양

한 학년의 연구를 위해 고등학교 1학년 수학교과서를 살펴보았다. 이를 위하여 구체적인 연구문제를 다음과 같이 설정하였다. 고등학교 1학년 수학교과서에 포함된 수학과제의 인지적 노력수준(cognitive demand)은 어떠한가?

II. 이론적 배경

교과서는 전국의 모든 학생들을 가르친다는 전제로 만들어진 보편적인 교재이다. "그 내용과 조직에 대한 보편적성과 사회적 합의가 일정한 검증 절차를 통해 공적으로 인정된 학습 도구"(진재관・서지영・김국현・이난영, 2007, p.13)인 만큼 학교 현장에서 교사와 학생들에게 직접적으로 큰 영향을 준다. 실제로 우리의 경우는 다른 나라에 비해 교과서가 수업에서 차지하는 비중이 매우 높아서 교과서의 질이 수업의 질에 미치는 영향이 매우 크다. 교과서는 교수・학습 과정을 선도하여 학생들이 실제 세계에 대한 지식과 기능 및 태도를 형성할 수 있도록 안내하는 기능을 하며, 학습 대상인 실세계와 그 세계에 대한 지식 체계를 학습자에게 제시하는 기능을 한다(김정호・윤현진・황혜정・이선경・박소영, 1998).

인지 심리학과 인지 인류학에 의하면 "과제(Tasks)는 인간의 행동과 생각을 지시하고 조직하는 상황의 구조로 나타내어진다."(Doyle, 1983, p. 130) 이러한 과제의 인지 심리학적 개념을 빌려 Doyle(1983)은 학교 교실 수업에서 교과 교육과 학생 지도 관리를 위해 과제를 도입하여 연구하였다. Doyle(1983)에 따르면 과제의 구조 속에는 과제를 해결함으로써 학생들에게 기대되어지는 성과, 과제 해결을 위해 학생들이 사용하는 개념과 조작 활동 및 참고 자료가 포함되어 있다. 따라서 과제는 실제적으로 학교 교실 수업에서 학생들이 무엇을 배우고 학습해야 하는지를 결정 및 구성하여 학생들의 학습에 영향을 준다.

Doyle(1983)은 '과제가 학교 교실의 교과 교육에서 가장 기본적으로 다루어지는 기본 단위'임을 다음의 두 가지 근거를 통해 제시하였다(p. 162). 첫 번째, 과제는 과제가 포함하고 있는 특별한 학습 개념으로 학생들의 관심을 이끌며 그 개념으로 이루어진 확실한 정보를 제공한다. 따라서 학생들은 과제를 해결하는 과정에서 과제가 포함하고 있는 개념에 노출되어 그 개념을 배울 수 있는 기회를 가지게 된다. 이러한 과제의 특성은 학생들이 학습할 개념의 범위를 지정함으로써 학생들의 학습에 영향을 미친다. 두 번째, 과제는 학습 개념에 대한 정보와 해결 방법 및 절차의 방법을 지정함으로써 학생들의 학습에 영향을 준다. 과제의 다양한 형태는 학생들의 학습에 다양한 형태의 기회를 제공하여 학생들에게 여러 종류의 사고 과정을 접할 수 있는 기회를 제공한다. 예를 들면, 과제의 해결 과정에서 오직 기억을 수반하는 과제는 문제 해결과 추측 및 추론의 해결 과정을 요구하는 과제와 다른 형태의 학습의 과정과 결과를 가져온다(Stein & Smith, 1998). 이러한 과제의 특징은 학생들의 생각을 구조화 할 수 있고, 학생들의 사고 과정에 영향을 미칠 수 있다(Stein, Grover & Henningsen, 1996). 이와 같이 과제는 교과 과목에서 다루는 과제의 형태와 종류를 통해 교과 과목에 대한 학생들의 인식에 잠재적으로 영향을 주어 학생들의 사고 과정을 구조화 할 수 있고, 학생들의 생각과 시각을 넓히거나 좁힐 수 있다. 과제에 대한 Doyle(1983)의 연구는 학교 교실의 교과 과목 수업에서 제시된 과제를 통해 학생들이 어떻게 생각하고 사고하는지 실험할 수 있는 방법을 제공하였고, 이는 수학과제 및 수학과제의 인지적 노력수준에 대한 Stein & Smith(1998)의 연구에 이론적 근거를 제공해 주

었다.

Stein, Grover & Henningsen(1996)은 수학 교과 교실 수업에서 교사의 교수 과정과 학생들의 사고 과정은 수학과제에 의해 달라진다고 보았다. 또한, 이러한 수학과제의 특징은 학생들의 사고 과정과 그 방법에 매우 많은 영향을 줄 뿐만 아니라 학생들의 학습과 그 결과에도 영향을 주게 된다고 보았다. 나아가 수학과제의 형태는 과제의 특징과 인지적 노력수준(cognitive demands)의 두 영역의 관계에 의해 결정된다(Stein, Grover & Henningsen, 1996). 과제의 특징은 학생들의 생각과 수학적 감각의 형성을 위해 중요하게 고려되는 과제의 모습과 형태를 나타내고, 인지적 노력수준은 학생들에게 과제 해결 시 요구되는 사고 과정의 종류로서 개념에 대한 이해와 주의가 있이(없이) 절차와 알고리즘을 사용하는지, 추측, 증명, 해석 등의 수학적 행동으로 대표되는 추론적 전략을 사용하는지 등으로 그 범위를 정할 수 있다. Stein & Smith(1998)는 과제의 특징과 인지적 노력수준의 관계를 적용하여 수학과제 분석틀(Task Analysis Guide)을 제안하였다. 수학과제 분석틀에서 과제의 특징은 Low-Level Tasks와 High-Level Tasks로 나누어지며 Low-Level Tasks는 다시 Memorization Tasks와 Procedures without Connections Tasks로 나뉘고, High-Level Tasks는 다시 Procedures with Connections Tasks와 Doing mathematics Tasks로 나뉜다. 수학과제 분석틀에서 과제의 특징과 인지적 노력수준에 따라 분류한 네 유형의 과제는 다음과 같다(Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000, pp. 13-16).

1. Low-Level Tasks

가. Memorization Tasks

Memorization Tasks를 해결할 때에는 이전에 학습한 수학적 사실, 규칙, 공식, 정의 등을 재현하거나 이러한 것들을 단순히 기억에 의존하여 적용한다. 이때, 과제는 수학적 사실, 규칙, 공식, 정의 등을 기초한 개념 또는 의미와 연계성을 가지고 있지 않다. 또한, 과제 해결 시 절차가 존재하지 않거나 절차를 사용하기에는 문제가 해결되어지는 시간이 너무 짧기 때문에 절차를 사용하여 과제가 해결되어질 수 없다. 이와 같은 과제는 적용할 수학적 사실, 법칙, 공식, 정의 등이 분명하고 정확한 형태로 제시되어 있어 그 적용이 애매모호하지 않다. Memorization Tasks에 관한 예는 '분수 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$을 소수와 퍼센트 표현으로 나타내어라.'이다.

나. Procedures Without Connections Tasks

Procedures Without Connections Tasks는 과제 해결 시 성공적인 과제 수행을 위해 제한된 인지적 노력이 요구된다. 과제에서 과제 수행을 위해 무엇이 이루어져야 하는지, 어떻게 수행되어야 하는지가 분명하게 제시되어 있다. 따라서 과제를 해결하는 절차가 알고리즘 적이다. 과제 해결 시 사용되어 지는 알고리즘 적 절차는 과제에서 구체적으로 제시되어 있거나 과제들에 대한 이전의 지식, 경험, 배치 등의 분명한 근거에 의해 사용되어 진다. 이때, 과제는 과제 해결을 위해 사용한 절차의 개념 또는 의미와 연계성을 가지고 있지 않다. 또한, 과제 해결 시 수학적 이해의 능력을 발달시키는 것보다는 정확한 답안을 제시하는데 주목한다. 따라서 절차에 대한 설명을 요구하지 않거나 설명을 요구하더라도 오직 사용되어진 절차를 묘사하는데 초점을 둔다. Procedures Without Connections Tasks에 관한 예는 '분수 $\frac{3}{8}$을 소수와 퍼센트 표현으로 나타내어라.'이다.

2. Higher-Level Tasks

가. Procedure With Connections Tasks

Procedure With Connections Tasks는 학생들로 하여금 과제 해결 시 수학적 개념과 아이디어의 이해를 더 높은 수준으로 발전시킬 수 있는 절차를 사용하게 한다. 따라서 이 과제는 그 해결 과정에서 어느 정도의 인지적 노력을 요구한다. 이 과제는 과제에 내재되어 있는 개념적 아이디어와 밀접한 연관성을 가진 일반적인 절차를 은연중 또는 명시적으로 따르게 하는 경로를 제안한다. 이것은 과제에 내재되어 있는 개념을 고려한 명료한 알고리즘적인 경로를 제안하는 것과 대조를 이룬다. 즉, 비록 일반적인 절차를 따르지만 주의를 기울여서 따라야 할 뿐만 아니라 성공적인 과제 수행과 사고 과정의 발전을 위해 절차에 기초한 개념적 아이디어를 활용해야 한다. 또한, 이 문제는 보통 시각적 도형, 조작 물, 기호, 문제 상황 등과 같은 다각적인 방법으로 표현되어 진다. 다양한 표현들 사이를 연결하는 것은 학생들이 수학적 의미를 탐구하는데 도움을 준다. Procedure With Connections Tasks에 관한 예는 '10×10 모눈종이를 이용하여 분수 $\frac{3}{5}$을 소수와 퍼센트 표현으로 나타내어라.'이다.

나. Doing Mathematics Tasks

Doing Mathematics Tasks는 과제 해결 시 복잡하고 비 알고리즘적인 사고를 요구한다. 즉, 이 과제에 예측 가능한 과제, 과제에 대한 접근 방법이 잘 훈련되어진 과제, 접근 경로가 정확히 제시되어 있는 과제, 과제의 설명 또는 과제를 해결해 보았던 경험 등은 포함하지 않는다. 이러한 과제의 특성은 학생들로 하여금 수학적 개념, 과정, 관계 등의 성질에 대해 탐구 및 이해하도록 유도하고 과제를 분석하여 해결 전략과 해결 방법의 가능성에 제한을 주는 제약에 대해 적극적으로 검토하게 한다. 이 과제는 학생들을 과제와 연관된 지식과 경험에 접근하게 하여 과제 해결을 통해 그것들을 활용할 수 있는 기회를 만들어 주고 학생들에게 자신의 인지적 과정에 대하여 자체 점검과 조절해 볼 수 있는 경험을 제공한다. 이 과제는 상당한 인지적 노력을 요구하며 학생들은 문제 해결 과정을 예측할 수 없는 과제의 성질 때문에 다소 걱정과 불안감을 느끼게 된다. Doing Mathematics Tasks에 관한 예는 '4×10 직사각형에서 6개의 정사각형에 빗금을 그린다. 그 직사각형을 사용하여 다음 문제를 어떻게 해결할지 설명하여라. a) 빗금 친 면적을 퍼센트로 나타내어라. b) 빗금 친 면적을 소수로 나타내어라. c) 빗금 친 면적을 분수로 나타내어라.'이다.

요약하면, 수학과제는 크게 Low-Level Tasks와 High-Level Tasks로 구분된다(Smith & Stein, 1998). High-Level Tasks는 과제 해결 시 복잡하고 알고리즘 적이지 않은 사고를 요구하거나 일반적인 절차를 사용하면서 수학적 과정 또는 개념의 이해를 더 깊이 이해하도록 요구하는 과제들을 포함하며, 이 과제들은 학생들에게 High-Level의 인지적 노력수준을 요구한다. 반면, Low-Level Tasks는 과제 해결 시 단순한 기억에 의존하여 해결하거나 수학적 개념의 의미와 이해로 연결되지 않은 알고리즘 적 절차를 적용하여 해결하는 과제들을 포함하며, 이 과제들은 학생들에게 Low-Level의 인지적 노력수준을 요구한다. Stein, Grover & Henningsen(1996)에 따르면 Low-Level의 인지적 노력수준을 요구하는 수학과제는 수학 교과의 학습 과정에서 부적절하게 사용되는 수학과제인 것은 아니다. 또한, High-Level의 인지적 노력수준을 요구하는 수학과제가 수학 교과의 학습 과정에서 수학과제로 항상 적합한 것은 아니다. 만약 수학과제를 통해

학생들의 학습 개념에 대한 기억을 확인하거나 학생들에게 개념을 절차적으로 연습하도록 하는 것이 목적이라면 Low-Level Tasks 형태가 학생들의 학습 과정에 적절한 수학과제가 될 것이다. 그러나 만약 수학과제를 통한 교육적 목표가 학생들의 사고 과정을 발달시키고 수학적 개념, 과정, 관계 등의 성질을 탐구 및 이해하여 문제 해결력을 익히는 것이라면 학생들의 학습 과정은 High-Level Tasks를 바탕으로 이루어져야 할 것이다(Stein & Lane, 1996).

미국의 Standards-based 초등 교육과정으로 분류되는 Everyday Mathematics와 Investigations in Number, Data and Space를 분석한 결과를 보면, 두 종류의 교과서에 포함된 수학 과제의 인지적 노력수준이 대부분이 high-level에 해당하는 것으로 나타났다(Stein & Kim, 2009). Investigations의 경우 교과서에 포함된 수학 과제 중 low-level의 과제는 전혀 없었고, 89%의 과제가 DM, 나머지가 PWC 과제로 밝혀졌다. Everyday Mathematics는 low-level의 과제 비중은 9%, high-level의 과제가 91%의 비율로 나타났다. 이 두 교육과정의 이러한 차이는 학생의 수학 학습에 있어서의 교육과정의 역할이 다르게 유도되는데, 구체적으로 Everyday Mathematic는 학생과 교과서의 과제 간의 상호작용이, Investigations의 경우 교사와 학생 간의 상호작용이 학생들의 학습을 촉진한다(Stein & Kim, 2009).

이러한 수학과제의 인지적 노력수준을 고려하여 한국의 교육과정을 분석한 연구들이 최근에 시도되어 왔다. 초등 수학 교육과정의 덧셈 뺄셈 단원을 분석한 연구에 따르면 7차 개정의 교과서는 high-level 과제를 더 많이 포함하고 있는 반면, 2007 개정 교육과정에서는 low-level 과제가 더 많은 비중으로 차지하는 것으로 나타났다(김구연, 2010). 중학교 수준에서 시행된 교과서 분석 연구도 시도되었는데, 홍창준·김구연(2012)은 함수 단원의 수학과제를 분석하여 그 과제들의 인지적 노력수준의 구성이 어떻게 이루어져 있는지 살펴보았다. 그 결과, 중학교 함수 단원의 수학과제는 상당 부분 low-level에 해당하는 것으로 나타났다. 함수 단원뿐만 아니라 중학교 기하 영역에 대한 수학과제 분석 연구(권지현·김구연, 2013)에서도 유사한 연구 결과를 제시하고 있다.

수학 과제의 인지적 노력수준은 교육과정의 단계별로 다르게 분석될 수 있다. 즉, 문서화된 교육과정(written curriculum)의 수학 과제, 교사가 의도한 교육과정(intented curriculum)에서의 수학 과제, 그리고 수업에서의 실행된 교육과정 (enacted/implemented curriculum)에서의 수학 과제의 각 단계에서 다르게 나타날 수 있다(Stein, Remillard & Smith, 2007). 이 연구에서는 문서화된 교육과정, 즉 교과서에 포함된 수학 과제에 초점을 둔다.

III. 연구 방법

고등학교 1학년 수학교과서에 포함된 수학과제를 분석하기 위하여 2007 개정 교육과정에 따라 개발된 고등학교 검정교과서 2종을 선정하였는데, 교과서의 채택률이 공시되지는 않지만, 그 2종의 교과서가 일선 고등학교에서 많이 사용되는 것으로 파악되었다. 선정된 2종의 교과서는 선정된 교과서는 두산동아(우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재춘・신보미・최인선・박인・지은정, 2012), 천재문화(최용준・김덕환・이한주・위경아・김윤경, 2012)에서 2007 개정 교육과정에 따라 출판된 고등학교 1학년 검정 수학교과서로 편의상 두 교과서를 각각 A, B교과서로 표기한다. 이 두 교과서는 국가에서 공통으로 제시하는 국가 수준의 교육과정의 내용에

따라 개발되었고, 교육인적자원부에서 제시하는 편찬상의 유의점 및 검정기준을 준수하며 개발되었기 때문에 교과서가 포함하고 있는 내용과 그 내용 영역의 구분은 동일하다.

검정 기준에 의하면 수학책은 기본 학습 내용을 습득하기 위한 개념 설명과 그에 따른 조작 활동 및 탐구 활동을 포함하며 학습 내용을 정리, 확인해볼 수 있는 기본 문제들로 구성되어 있는 교재이고, 수학 익힘책은 다양한 문제들을 난이도별로 제공하여 자기 주도 학습과 수준별 학습이 가능하도록 구성된 교재이다(교육인적자원부, 2007). 따라서 수학책과 수학 익힘책에서 포함하고 있는 수학과제를 일관적이고 명확하게 분류하기 위해 각각의 책에서 수학과제를 포함하는 내용 구성을 <표 III-1>에 제시하였다. 수학과제를 분류하는 데 있어 다음과 같은 기준을

〈표 Ⅲ-1〉 수학교과서의 내용 영역에 따른 단원 구분

내용 영역	단원 구분		포함 내용
	A교과서	B교과서	
수와 연산	Ⅰ. 집합과 명제	Ⅰ. 수와 연산	집합의 연산법칙, 명제의 이해와 활용
	Ⅱ. 수 체계		실수의 성질, 복소수의 개념과 사칙계산
문자와 식	Ⅲ. 식의 계산	Ⅱ. 문자와 식	다항식의 연산과 활용, 유리식과 무리식의 계산
	Ⅳ. 방정식과 부등식		이차방정식의 활용, 고차방정식, 연립방정식, 이차부등식, 연립부등식, 절대부등식의 풀이
기하	Ⅴ. 도형의 방정식	Ⅲ. 도형의 방정식	좌표평면, 직선의 방정식, 원의 방정식, 도형의 이동, 부등식의 영역의 이해와 활용
함수	Ⅵ. 함수	Ⅳ. 함수	이차함수의 활용, 유리함수, 무리함수
	Ⅶ. 삼각함수	Ⅴ. 삼각함수	삼각함수의 개념과 활용
확률과 통계	Ⅷ. 순열과 조합	Ⅵ. 확률	순열과 조합의 이해

〈표 Ⅲ-2〉 수학책과 수학 익힘책의 내용 구성체계 비교

구분	A교과서		B교과서	
	수학책	수학 익힘책	수학책	수학 익힘책
중단원 도입		준비학습	되짚어 보기	되짚어 보기
본문 학습	생각 열기, 예제, 문제, 확인해 봅시다	탐구하는 수학, 연습 문제	생각 열기, 예제, 문제, 토론 과제, 수행 과제, 학습 내용 정리	기초 다지기, 교과서 속으로, 실력 키우기, 도전하기
중단원 확인	퍼즐로 정리하는 중단원	시선 바꾸기, 자기 평가	탐구 활동, 문제 해결하기	중단원 평가, 수행평가,
대단원 확인		논술 마당, 단원 종합 문제, 수학적 문제 해결	프로젝트 과제	대단원 종합문제, 문제 해결 전략

〈표 Ⅲ-3〉 수학교과서의 수학과제 개수

구분	A교과서	B교과서	총 계
수와 연산	268	180	448
문자와 식	376	330	706
기하	294	278	572
함수	350	335	685
확률과 통계	88	66	154
총 계	1376	1189	2565

적용하였다. 첫째, 수학책과 수학 익힘책의 중단원 도입에서 제시한 직전학년까지 학습한 내용을 복습하는 문제의 경우에는 현재 연구 단원의 학습 내용이 아니므로 수학과제로 분류하지 않는다. A교과서에서는 ‘준비학습’, B교과서에서는 ‘되짚어 보기’가 이에 해당한다. 둘째, 수학책의 본문 학습에서 본문의 개념을 설명하기 위해 도입한 ‘생각 열기’ 부분의 문제는 수학과제로 분류하지 않는다. 셋째, 수학책의 본문 학습에서 본문의 개념 설명 후 제시되는 문제는 모두 수학과제로 분류한다. 본문의 개념 설명 후 제시되는 예제는 그 뒤를 따르는 문제 중 그 유형이 같거나 유사한 문제와 통합하여 하나의 수학과제로 분류한다. 넷째, 하나의 문제가 여러 개의 소 문제로 구성되어 있는 경우에는 소문제를 분류하지 않고 제시된 모든 질문을 하나의 수학과제로 분류한다. 위의 기준을 토대로 2종의 수학교과서가 포함하고 있는 수학과제를 분류한 결과 수학과제의 개수는 <표 III-3>과 같다.

위의 기준에 따라 분류한 수학과제를 Stein & Smith(1998)가 제안한 수학 과제 분석틀(Task Analysis Guide)에 따라 수학과제의 인지적 노력 수준(cognitivedemand)을 규명하였다. 이 분석틀은 수학과제의 내용 및 과정이 필요로 하는 인지적 수준을 규명하는 가이드라인으로 그 분류 기준이 명확한 것이 그 특징이다. 과제를 분류한 후에 수학과제들을 네 가지 유형(Memorization, Procedures without Connections, Procedures with Connections, Doing mathematics) 중 한 가지로 분석하였다. 이 연구를 위해 선정된 2종의 수학교과서는 여러 가지 구성 요소와 다양한 형태로 수학과제를 제시하고 있다. 수학과제를 표현하는 방법 또한 다양하게 구성되어 있으므로 일관적이고 명확한 과제 분류 기준이 필요하다. 따라서 수학과제를 규명하기 위하여 다음과 같은 기준을 적용하였다.

첫째, 용어와 기호, 정리, 정의에 대한 빈칸 채우기 등과 같이 단순 암기를 통해 확인해보는 문제의 경우 Memorization[M] Task로 분류한다. 또한, 학습한 개념에 대한 절차적인 과정 또는 절차적인 조작 없이 단순히 개념을 공식처럼 적용하여 바로 답을 구하는 문제는 M 과제로 분류한다.

둘째, 잘못된 계산 과정 및 오류 수정의 문제는 Procedures without Connections[PNC] Task로 분류한다. 이 수학과제는 일정부분 문제의 절차적 해결 과정을 제시해주고 그 안에서 계산 과정의 오류를 묻는 문제로, 문제를 해결하는 알고리즘 적 절차가 구체적으로 제시되어 있다.

셋째, 2종의 수학교과서에는 2007 개정 교육과정에서 강조한 수학적 추론 능력, 의사소통 능력을 확인하는 ‘비교해 보아라’, ‘토론하여라’, ‘증명하여라’, ‘설명해보아라’ 등의 수학 과제가 적지 않게 포함되어 있다. 이와 같은 수학과제는 과제가 포함하고 있는 개념과 속해 있는 단원의 특성에 따라 과제를 해결하는 과정이 달라진다.

이는 과제 분석에도 영향을 주기 때문에 이러한 수학과제는 질문의 형태보다는 과제를 해결하는 과정에 따라 과제를 분석한다. 즉, 과제 해결 시 학습한 개념의 성질, 과정, 의미를 고려하여 비교, 토론, 증명하는 수학 과제는 Procedures with Connections[PWC] Task로 분류하고, 비교 대상에 대한 단순한 비교 또는 학습한 개념을 절차적 과정을 통해 간단히 유추하는 수학 과제는 PNC 과제로 분류한다. 이때, 수학적 개념, 과정, 관계 등의 성질에 대해 이해 및 탐구할 수 있는 기회를 제공하여 과제에 대한 해결 전략과 다양한 해결 방법의 가능성을 탐구하도록 유도하는 수학 과제는 Doing mathematics [DM] Task로 분류한다.

넷째, 학습한 개념을 활용하여 학생 스스로 문제를 조작하거나 문제를 스스로 만들어 해결하게 유도하는 과제 및 활동은 DM 과제로 분류한다. 이때, 문제를 조작하거나 만드는 과정에서 이전 과제를 그대로 모방하여 과제에 포함되어 있는 개념의 성질, 해결 과정 등이 바뀌지 않는 수학 과제는 PNC 과제로 분류한다. 그러나 이전 과제를 모방하여 과제를 조작하거나 만드는 과정에서 과제의 성질, 개념의 범위, 해결 과정 등을 학생들 스스로 재조직하여 해결하게 하는 수학과제는 PWC 과제로 분류한다. 또한, 미리 주어진 과제에서 단순히 특정한 수치만을 바꾸어 문제를 만드는 과제는 PNC 과제로 분류한다.

위 기준을 토대로 2종의 수학교과서의 모든 수학 과제를 유형별로 분석하였다. 하나의 수학 과제로 분류된 문제를 수집하고 분석표를 제작하여 내용 영역 구분, 문제가 위치하는 쪽수, 교과서의 번호, 과제의 특징을 기입하였다. 기입한 과제의 특징에 따라 수학 과제 분석틀과 비교하여 Memorization, Procedures without Connections, Procedures with Connections, Doing mathematics 중 한 가지를 선택하였다. 보다 객관적으로 수학 과제를 검토하기 위해 과제의 분석은 영역별로 2종의 수학교과서를 함께 비교하여 분석하였다. 또한, 연구 과정과 결과에 대한 신뢰도와 타당도를 높이기 위해 연구가 진행되는 동안 저자 간에 협의 과정을 거쳤다.

Ⅳ. 결과

본 연구를 위해 선정된 2종의 고등학교 1학년 수학 교과서가 포함하는 전체 수학 과제 수는 2565개였고, 이 수학 과제를 수학 과제 분석틀에 따라 분석한 결과 Low-Level 과제는 94%의 비율로 나타났고, High-Level 과제는 6%의 비율로 나타났다(표 IV-1). 이러한 결과는 고등학교 1학년 수학 교과서가 학생들의 수학 학습 과정을 지원하기 위해 대부분 이전의 지식과 경험 등의 단순한 기억에 의존하여 해결하는 수학 과제나 구체적인 알고리즘 적 절차를 이용하여 정확한 답을 구할 수 있는 수학 과제들을 제시하고 있음을 보여준다. 반면에 과제 해결 시 해결 과정에서 상당한 인지적 노력을 요구하거나 문제 해결 과정을 통해 수학적 개념, 과정, 관계 등의 의미를 이해하고 탐구할 수 있는 수학과제는 상대적으로 부족하게 제시하고 있음을 보여준다.

Low-Level Tasks는 Memorization[M] 과제와 Procedures Without Connections[PNC] 과제를 포함하는데 M 과제는 5%, PNC 과제는 89%로 나타났다. Low-Level 과제 중 PNC 과제는 과제 해결에 있어서 이전의 지식, 경험 등을 통한 분명한 절차의 과정에 따라 해결하는 과제로, 학생들의 수학적 이해 능력을 발달시키는 것 보다는 절차적 과정을 통해 정확한 답안을 제시하도록 요구한다. PNC 과제가 분석한 전체 과제의 89%로 나타난 것은 수학 교과서에서 제시하고 있는 수학과제의 대부분이 교과서에서 학습하거나 이전

<표 IV-1> 2종 수학교과서의 수학 과제 분석 결과

인지적노력수준 / 교과서	Low-Level		High-Level	
	M	PNC	PWC	DM
A	5% (74/1376)	88% (1207/1376)	6% (86/1376)	1% (9/1376)
B	3% (41/1189)	91% (1085/1189)	5% (59/1189)	1% (4/1189)
소 계	5% (115/2565)	89% (2292/2565)	5% (145/2565)	1% (13/2565)
총 계	94% (2407/2565)		6% (158/2565)	

의 지식에 의해 절차적 과정을 따라 정확한 답을 찾게 하는 과제들임을 보여준다. Low-Level 과제 중 M 과제는 학생들에게 과제가 가지는 수학적 사실, 규칙, 공식, 정의 등을 그 개념이나 수학적 연계성에 대한 고려 없이 단순히 기억에 의존하여 적용하거나 재현하는 학습 과정을 제공한다. M 과제가 전체 수학과제의 분석 결과에서 5%의 비율을 차지하므로 학생들로 하여금 절차적 과정을 거치지 않고 단순히 기억을 통해 해결하는 수학과제는 수학 교과서의 과제 중에서 적은 부분을 차지하고 있었다.

High-Level 과제는 Procedures With Connections [PWC] 과제와 DoingMathematics[DM] 과제를 포함하는데 PWC 과제는 5%, DM 과제는 1%로 나타났다. High-Level 과제 중 DM 과제는 학생들에게 과제 해결 시 복잡하고 비 알고리즘적인 사고를 요구한다. 또한, 수학적 개념, 과정, 관계 등의 성질에 대해 탐구하고 이해하도록 유도하고, 과제를 분석하여 해결 전략과 방법의 가능성에 제한을 주는 제약에 대해 적극적으로 검토하게 하는 의미 있는 학습 과정을 제시한다. 그러나 이 과제는 수학 교과서가 포함하는 전체 수학과제 중 1%에 해당하는 것으로, 가장 낮은 비율로 나타났다. 이러한 결과는 수학 교과서의 수학과제가 학생들에게 DM 과제가 가지고 있는 인지적 노력수준의 학습 과정을 지원해주기에는 그 과제 수가부족함을 보여준다. High-Level 과제 중 PWC 과제는 학생들에게 과제 해결 과정에서 어느 정도의 절차적 해결 과정을 요구함으로써 학생들로 하여금 수학적 개념과 아이디어의 이해를 더 높은 수준으로 발전시킬 수 있는 절차를 사용하게 하거나 절차에 기초한 개념적 아이디어를 활용하게 하는 학습 기회를 제공한다. 분석 결과, PWC 과제 또한 전체 과제에서 5%에 해당하는 것으로 나타났는데 수학 교과서에서는 학생들에게 이와 같은 학습 과정을 충분히 제공해주고 있지 못함을 보여준다. 수학 교과서가 포함하는 수학과제를 분석했을 때 수학 교과서는 학생들의 수학 학습 과정을 지원해주기 위해 PNC 과제를 가장 많이 포함하고 있었고, 이 과제는 수학교과서가 포함하는 대부분의 과제에서 나타났다. 즉, 수학 교과서가 학생들의 수학 학습 과정을 지원하기 위해 대부분 이전에 학습한 지식이나 교과서에서 제시한 절차를 사용하여 정확한 답을 구하는 과제를 제시해주고 있음을 보여준다. 이상에서 수학 교과서가 제시하고 있는 전체 수학 과제에 대해 살펴보았고, 분석한 결과를 A, B교과서에서 세부적으로 살펴보면 다음과 같다.

A, B교과서가 포함하는 M 과제, PNC 과제,

01 다음 이차방정식의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값을 각각 구하여라.

(1) $x^2+3x-2=0$ (2) $2x^2+7=0$

(3) $6x^2-x+12=0$ (4) $x^2+3\sqrt{2}x+3=0$

[그림 IV-1] A교과서의 PNC 과제 예시(A교과서 수학책, 2012, p. 136)

예제 1

이차방정식 $2x^2+3x-4=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $\alpha^2+\beta^2$ (2) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

| 주어진 식을 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 식으로 변형한다.

[풀이] 이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$\alpha+\beta=-\frac{3}{2},\ \alpha\beta=\frac{-4}{2}=-2$$

(1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\left(-\frac{3}{2}\right)^2-2\cdot(-2)$

$=\frac{9}{4}+4=\frac{25}{4}$

(2) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-\frac{3}{2}}{-2}=\frac{3}{4}$

답 | (1) $\frac{25}{4}$ (2) $\frac{3}{4}$

02 이차방정식 $2x^2-4x+3=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$ (2) $(\alpha-\beta)^2$

(3) $\alpha^3+\beta^3$ (4) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$

[그림 IV-2] A교과서의 PNC 과제 예시(A교과서 수학책, 2012, p. 136~137)

예제 ③

· 다항식을 이차식으로 나눈 나머지 구하기

다항식 $P(x)$를 $x-1$, $x-3$으로 나누었을 때의 나머지가 각각 2, 4일 때, 다항식 $P(x)$를 $(x-1)(x-3)$으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

함께 풀기

다항식 $P(x)$를 $(x-1)(x-3)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하고 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라고 하면

$P(x)=(x-1)(x-3)Q(x)+ax+b$

나머지정리에 의하여 $P(1)=2$, $P(3)=4$이므로

$P(1)=a+b=2$ ……㉠

$P(3)=3a+b=4$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=1$이다.

따라서 나머지는 $x+1$이다. 답 $x+1$

문제 7 **다항식 $P(x)$를 $x+2$, $x-1$로 나누었을 때의 나머지가 각각 5, 2일 때, $P(x)$를 $(x+2)(x-1)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.**

[그림 IV-3] B교과서의 PNC 과제 예시(B교과서 수학책, 2012, p. 69)

PWC 과제, DM 과제가 실제 수학교과서에서 학생들의 수학 학습 과정을 지원하기 위해 어떻게 제시되고 있는지 구체적인 예를 통해 살펴보면, A교과서가 제시하고 있는 수학 과제 중 PNC 과제에서 자주 확인할 수 있는 과제의 형태는 [그림 IV-1]과 같이 본문 학습에서 학습한 절차적 과정을 그대로 따르거나 공식에 대입하여 쉽게 정답을 찾을 수 있는 단답형의 과제들이다. 이 과제는 방정식과 부등식 단원의 이차방정식의 학습 내용 중 근과 계수의 부분에서 제시하고 있는 수학 과제이다. 교과서에서 이 과제가 제시되는 흐름을 살펴보면 먼저 본문 학습의 설명에서 계수가 모두 미지수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$로 놓고 근의 공식을 사용하여 두 근과 계수 사이의 관계를 유도한다. 이후 교과서의 본문에서는 이차방정식의 두 근과 계수 사이의 관계를 공식화하여 [그림 IV-1]의 과제와 같이 그 공식을 그대로 적용하여 정확한 값의 정답을 찾는 과제를 제시한다. [그림 IV-2]의 과제는 [그림 IV-1]의 과제 바로 다음에 제시된 것으로 [그림 IV-1] 과제와 같이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 대한 공식을 적용하여 단답형의 정확한 값을 찾는 과제이다. [그림 IV-2] 과제는 [그림 IV-1] 과제보다는 복잡한 계산 과정을 포함하고 있지만 과제의 해결 과정을 예제의 풀이 과정으로 제시하여 예제 다음에 제시된 문제의 풀이 과정에 대한 정보를 제공한다. 따라서 [그림 IV-2] 과제는 PNC 과제로 분석된다. 이 과제가 제시된 부분의 학습 목표를 살펴보면 '이차방정식에서 근과 계수의 관계를 이해한다.'로 설정되어 있다. 그러나 이와 관련된 과제들은 근과 계수의 관계를 이해하기보다는 그 공식에 적용하여 특정 값을 구하는 과제로 제시된다. 특히, [그림 IV-2] 과제는 근과 계수의 관계에 대한 공식을 적용하는 절차적 과정으로 과제를 해결하는데, 실제로 학생들에게 스스로 생각하여 적용하도록 요구하는 절차적 과정은 중학교에서 학습한 곱셈 공식의 변형 공식이다. 이와 같이 A교과서에서 PNC 과제는 주로 본문 학습에서 학습한 개념을 공식처럼 적용하여 간단히 과제를 해결하는 과제들로 제시되고 있다. 또한, 학습한 개념에 대한 복잡한 계산 과정을 포함하더라도그 계산 과정을 예제의 풀이 과정에서 보여주어 절차적 풀이 과정을 그대로 따르는 과제들로 제시된다. B교과서에서도 PNC 과제는 주로 본문 학습에서 학습한 절차적 과정을 그래도 따르거나 공식에 대입하여 쉽게 정답을 찾을 수 있는 단답형의 과제들로 제시된다(그림 IV-3 참조). [그림 IV-3] 과제는 문자와 식 단원의 다항식 부분의 학습 내용 중 나머지 정리 부분에서 제시된 과제이다. B교과서에서 이 과제가 제시되는 흐름을 살펴보면 먼저 본문 학습의 설명에서 다항식을 일차식으로 나누었었을 때의 나머지 구하는 과정을 공식화하여 제시한다. 이후 이를 그대로 적용해보는 과제를 제시하고, [그림 IV-3] 과제를 바로 다음에 제시한다. [그림 IV-3] 과제는 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지 정리에 대한 절차적 과정을 활용하여 다항식을 이차식으로 나누었을 때의 나머지를 구하는 과제로, 본문 학습의 개념보다 좀 더 복잡한 계산 과정을 포함하는 과제이다. 이 과제에서도 과제의 해결 과정에 대한 정보를 A교과서에서와 같이 예제의 풀이 과정을 통해 제공하고 있다. 이와 같은 과제 분석의 결과를 살펴보면 A, B교과서에서 PNC 과제는 두 교과서 모두에서 주로 본문의 학습 개념의 설명 후 개념을 확인하는 문제로 제시되었고, 본문의 개념보다 발전된 개념을 포함하는 문제의 경우에는 예제와 함께 문제가 제시되어 그 절차적 해결 과정을 보여주는 과제로 제시되었다. 이러한 PNC 과제들 중에는 [그림 IV-3] 과제와 같이 A, B교과서에서 서로 그 형태와 질문의

■ **가로 열쇠**

② 함수 $f:X \to Y$, $y=f(x)$가 일대일 대응일 때, Y의 원소 y에 $f(x)=y$인 X의 원소 x를 대응시키는 Y에서 X로의 함수를 함수 f의 ○○○(이)라고 한다.

④ 두 집합 X, Y에서 X의 각 원소에 Y의 원소가 하나씩만 대응할 때, 이 대응을 X에서 Y로의 ○○(이)라고 한다.

⑤ $f(x)=x$일 때, 함수 f를 X에서의 ○○○○(이)라고 한다.

⑦ 함수 $y=f(x)$에서 함숫값 전체의 집합을 ○○(이)라고 한다.

⑨ 일대일함수 $f:X \to Y$의 치역과 공역이 같을 때, 함수 f를 ○○○○○(이)라고 한다.

⑫ 두 함수 $f:X \to Y$, $g:Y \to Z$가 주어졌을 때, 집합 X의 임의의 원소 x에 집합 Z의 원소 $g(f(x))$를 대응시키는 X에서 Z로의 함수를 ○○○○(이)라고 한다.

■ **세로열쇠**

① 함수 $f:X \to Y$에서 집합 X를 함수 f의 ○○○(이)라고 한다.

③ 정의역 X의 모든 원소에 공역 Y의 단 하나의 원소가 대응할 때, 이 함수 f를 ○○○○(이)라고 한다.

⑥ $f(x)$를 함수 f에 의한 x에서의 ○○○(이)라고 한다.

⑧ 함수 $f:X \to Y$에서 집합 Y를 함수 f의 ○○(이)라고 한다.

⑩ 정의역 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$일 때, 함수 f를 ○○○○○(이)라고 한다.

⑪ 집합 X의 원소에 집합 Y의 원소를 짝지어 주는 것을 집합 X에서 집합 Y로의 ○○(이)라고 한다.

[그림 IV-4] A교과서의 M 과제 예시(A교과서 수학책, 2012, p. 276)

복소수의 덧셈과 곱셈에 대한 항등원과 역원

❶ 덧셈에 대한 ㉠ : 0, 곱셈에 대한 ㉡ : 1

❷ $a+bi$의 덧셈에 대한 ㉢ : $-a-bi$

$a+bi$의 곱셈에 대한 ㉣ : $\dfrac{a}{a^2+b^2}-\dfrac{b}{a^2+b^2}i$ (단, $a+bi \neq 0$)

[그림 IV-5] B교과서의 M 과제 예시(B교과서 수학책, 2012, p. 50)

과속의 위험성과 비효율성

1 자동차의 연비는 1L의 기름으로 자동차가 갈 수 있는 거리를 말한다. 자동차의 평균 주행 속력 x km/h와 평균 주행 연비 y km/L 사이에는 이차함수의 관계가 있다고 한다. 다음 표는 국내의 한 승용차를 이용하는 어떤 사람의 7, 8, 9월의 평균 속력과 그때의 주행 거리, 그 달의 주유 금액을 나타낸 것이다. 다음 표의 자료를 토대로 이 자동차의 연비를 나타내는 이차함수 식을 구하여라. (단, 기름 1L의 값은 1500원이다.)

	7월	8월	9월
평균 속력(km/h)	60	90	50
주행 거리(km)	800	960	720
주유 금액(원)	75000	90000	90000

2 자동차의 속력 x km/h와 정지거리 y m 사이에 이차함수 $y=0.0049x^2+0.28x$의 관계가 있다고 한다. 이 사실과 위 1의 결과를 이용하여 과속의 위험성과 비효율성에 대해 논하여라.

[그림 IV-6] A교과서의 PWC 과제 예시(A교과서 수학 익힘책, 2012, p. 290)

내용이 같은 과제들을 자주 확인할 수 있었다. 또한, 과제가 제시된 형태가 완전히 같진 않더라도 질문의 내용이 같아서 같은 절차적 과정을 사용하여 해결하는 경우는 A, B교과서가 포함하는 많은 과제에서 나타났다.

A, B교과서에서 M 과제는 주로 해당 학습 내용에 대한 용어와 기호, 개념, 법칙, 공식, 정의 등을 단순 암기를 통해 빈칸 채우기의 문제로 확인해보는 과제로 제시되었다. [그림 IV-4]의 과제는 A교과서의 함수 단원에서 제시하고 있는 수학 과제로 본문 학습에서 학습한 함수에 대한 용어와 기호, 개념, 법칙, 공식, 정의 등을 단순히 암기하여 빈칸 채우기로 확인해보는 과제이다. [그림 IV-5]의 과제도 A교과서의 M 과제와 같이 본문 학습에서 학습한 용어와 기호, 개념, 법칙, 공식, 정의 등을 단순히 암기하여 빈칸 채우기로 확인해보는 과제이다. B교과서에서 이 과제는 주로 중단원 학습을 마치고 학습한 내용을 정리하는 부분에서 규칙적으로 제시되고 있으며 기본적인 PNC 과제와 함께 제시된 경우가 많아 암기한 개념, 법칙, 공식 등을 즉각적으로 공식처럼 적용해볼 수 있게 구성되어 있다. 이와 같이 A, B교과서에서 Low-Level 과제로 분석된 수학 과제는 PNC 과제와 M 과제 모두 과제가 제시되는 형태와 과제에 담긴 내용 부분 등에서 매우 유사한 형태로 제시되는 경우가 많았다.

A, B교과서에서 PWC 과제는 공통적으로 실생활 또는 도형과 관련된 문제들로 제시되는 경우가 많았다(그림 IV-6, 그림 IV-7). [그림 IV-6] 과제는 A교과서의 함수 단원에서 제시하고 있는 PWC 과제로 이차함수의 그래프를 실생활과 관련하여 해석하는 과제이다. 이 과제에서는 이차함수로 표현될 수 있는 상황을 자료로 제시하여 학생들이 스스로 이 자료를 통해 이차함수의 식을 찾고, 그래프를 그려 그래프에서 나타나는 의미를 실제 상황으로 해석할 수 있도록 유도한다. 이때, 부분에 대해 서로 의논하게 유도하는 질문의 형태는 이 과제가 학생들의 의사소통 과정을 유도하고 있음을 보여준다. 또한, 이 과제는 과제 해결에 대한 정보를 질문 속에 포함하고 있으므로 학생들은 이 정보를 통해 어느 정도 해결 과정에 대한 절차적 과정을 유추할 수 있다. [그림 IV-7]의 과제는 B교과서가 제시하고 있는 PWC 과제로, 문자와 식 영역의 다항식의

다음 물음에 답하여 보자.

조작하기 다음 식을 전개하여 보자.

(1) $(x-1)(x+1)$ (2) $(x-1)(x^2+x+1)$

(3) $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$ (4) $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

추론하기 위의 결과를 이용하여 다음 식을 전개한 결과를 추론하여 보자.

$$(x-1)(x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)$$

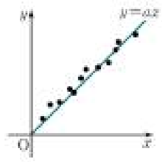
설명하기 양팔 저울을 이용하여 어떤 물체의 질량을 측정하는 데 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, ... , 512g 분동을 각각 1개씩 사용하였다. 이 물체의 질량은 얼마인지 위의 결과를 이용하여 설명하여 보자.

[그림 IV-7] B교과서의 PWC 과제 예시(B교과서 수학책, 2012, p. 65)

학습 내용 중 다항식의 곱셈과 나눗셈의 부분에서 제시하고 있는 과제이다. 이 과제는 세 가지 형태의 질문들로 구성되어 있는데 앞의 질문은 바로 다음에 나오는 질문에 대한 하나의 정보로 작용되도록 구성되어 있다. 이 과제는 학생들에게 세 가지 형태의 질문을 해결하게 함으로써 학생들의 생각을 본문 학습의 기본적인 개념에서 깊이 있게 확장할 수 있는 기회를 제공한다. 첫 번째 질문에서 PNC 과제와 같은 일반적인 절차를 활용한 다항식의 곱셈 속에서 해결 과정에 대한 절차적 과정을 직접적으로 제시해주고 있지만 절차적 과정에 대한 의미와 과제의 관계를 학생 스스로 탐구해볼 수 있도록 구성하여 제시하였다. A, B교과서에서 PWC 과제로 분석된 과제들은 주로 교과서의 특정 구성 요소 안에서 제시된 경우가 많았다. 예시로 제시한 과제가 그러한 경우로 [그림 IV-6] 과제는 A교과서의 수학 익힘책 부분에서 대단원을 마무리 하는 '논술 마당'에 제시된 과제이고, [그림 IV-7]의 과제는 B교과서의 수학책의 본문 학습 부분에서

과 제

우리 주변에서 정비례 관계에 있다고 생각되는 두 양을 실제로 비교하여 보면 정확하게 $y=ax\ (a\neq 0)$의 꼴로 나타내어지지 않는다. 정비례 관계에 있다고 생각되는 두 양을 찾아보고 다음 예시와 같이 보고서를 작성해 보자.



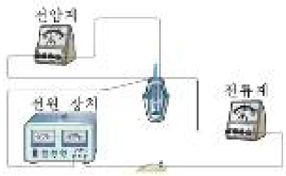
예 시

1. 자료 찾기 및 선정 동기

과학 시간에 다루었던 시간의 흐름에 따른 전열 장치의 발열량을 생각하였다.

2. 실험 내용 정리

오른쪽 그림처럼 스티로폼 컵에 80 mL의 물을 넣고, 10 Ω의 니크롬선과 온도계가 장치된 스티로폼 컵을 전원장치, 전류계, 전압계와 연결한 회로를 만들었다. 니크롬선에 10 V의 전압을 걸어 전류가 흐른 후 물의 온도를 재어 보았더니 다음 표와 같았다.



시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 온도(°C)	20	22.8	25.7	29.0	30.8	34.8

3. 실험 자료 활용

구하고자 하는 것은 시간에 따른 전열 장치의 발열량이다. 따라서 물이 얻은 열량을 구하는 식을 이용하여 다음 표와 같이 전열 장치의 발열량을 구하였다.

시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 온도(°C)	20	22.8	25.7	29.0	30.8	34.8
온도의 변화(°C)	0	2.8	5.7	9.0	10.8	14.8
발열량(cal)	0	140	285	450	540	740

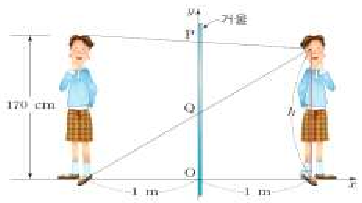
[그림 IV-8] B교과서의 DM 과제 예시(B교과서 수학책, 2012, p. 258)

특정 요소로 제시하고 있는 '토론 과제'에 제시된 과제이다. 특히, B교과서의 경우 교과서의 본문 학습 부분에 규칙적으로 [그림 IV-7]과 같은 과제를 제시하고 있는데, 그 과제들은 대부분 '예측하여 보자', '과정을 설명하여 보자', '말하여 보자', '문제를 만들어 풀어 보자' 등의 의사소통과 관련된 과제들로 제시되었다. 이러한 과제는 개념 학습을 마친 학생들에게 학습한 개념을 스스로 생각해보게 유도하고 직접 이해한 부분을 설명해보게 함으로써 그 의미를 명확히 인지하여 이를 활용할 수 있는 기회를 제공한다. 그러나 B교과서가 포함하고 있는 이러한 과제는 과제의 분석 결과 상대적으로 PNC 과제로 분석된 경우가 많았다. 이러한 결과는 수학교과서에 제시된 수학 과제가 실생활과 연계되어 제시되거나 의사소통과 관련되어 제시되더라도 항상 학생들의 인지적 노력수준을 향상시켜주는 쪽으로 작용되고 있는 것은 아님을 보여준다.

A, B교과서가 제시하고 있는 수학 과제 중 DM 과제는 주로 학생 활동이나 소집단 그룹 과제와 같이 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 의사소통을 동반한 과제로 제시되는 경우가 많았다. 또한, PWC 과제에서와 같이 실생활과 관련된 소재를 활용하여 제시되거나 실생활 속에서의 학생들의 경험 또는 지식과 관련된 과제로 많이 제시되었다(그림 IV-8, 그림 IV-9 참조). [그림 IV-8]의 과제는 B교과서에서 함수 단원의 학습 내용을 모두 마친 후 학생들의 모둠 활동을 위해 제공되는 프로젝트 형 과제이다. 이 과제는 앞서 살펴본 PWC 과제와 같이 실생활 소재 속에 수학의 개념을 담아 학생들에게 제시된 과제와는 다르게 학생들 스스로 실제 경험이나 상황

키가 170 cm인 준서는 자신이 서 있는 모습 전체를 볼 수 있는 거울을 집에 설치하고자 한다.

다음은 준서가 거울에서 1 m 떨어진 지점에 서 있는 것을 좌표평면 위에 나타낸 것이다.



1 점 P, Q의 좌표를 구하고, 이를 이용하여 다음 건우의 의견의 타당성에 대하여 논하여라.

거울의 길이는 준서의 키보다 작아서는 안 된다.

2 준서가 서 있는 위치의 변화가 점 P, Q의 위치에 미치는 영향에 대하여 알아보고, 이를 이용하여 다음 유나의 의견의 타당성에 대하여 논하여라.

거울에 가까이 다가갈수록 아래위로 더 많은 부분이 보인다.

[그림 IV-9] A교과서의 DM 과제 예시(A교과서 수학 익힘책, 2012, p. 240)

을 과제와 관련지어 수학적 개념에 접근해볼 수 있는 기회를 제공한다. 이 과제는 학생들 스스로 생활 주변에서 접하게 되는 상황을 수학적으로 추측하고 이를 과제로 설계하여 분석하는 과정을 유도하고, 이 과정을 통해 과제가 담고 있는 수학적 개념을 학생들 스스로 이해 및 탐구해볼 수 있게 한다. 또한, 이 과제에서는 학생들이 스스로 가졌던 생각에 대한 오차 및 오류를 인지할 수 있는 과정을 제공하고 이를 통해 스스로 자신의 인지적 과정을 스스로 점검하고 조절할 수 있도록 유도하는 과제로 제시되어 있다. [그림 IV-9]의 과제는 A교과서의 기하 단원에서 DM 과제로 분석된 과제로, 학생들이 일상적으로 접하게 되는 상황을 수학적으로 분석하는 경험을 제공한다. 이 과제를 해결하기 위해서 학생들은 좌표평면의 축을 적당히 설정하고 사람의 위치와 거울의 위치를 좌표평면 위에 나타낼 수 있어야 한다. 과제에서 좌표평면을 활용하여 과제를 해결하는 정보를 제공하고 있지만 학생들은 과제를 해결하기 위해 중학교에서 학습한 삼각형의 닮음비의 아이디어를 적용하여 두 점 사이의 거리를 구할 수 있어야 한다. 또한, 두 점 사이의 거리를 문제 상황에 따라 해석하여 문제에서 주어진 의견이 타당한지 스스로 탐구해 볼 수 있는 과제이다. A, B교과서에서 DM 과제로 분석된 과제들은 주로 교과서의 특정 구성 요소 안에서 제시된 경우가 많았다. 예시로 제시된 과제가 그러한 경우로 [그림 IV-8]의 과제는 B교과서의 수학책 부분에서 대단원을 마무리 하는 '프로젝트 과제'에 제시된 과제이고, [그림 IV-9] 과제는 A교과서의 수학 익힘책 부분에서 대단원을 마무리 하는 '논술 마당'에 제시된 과제이다.

A교과서에서는 특징적으로 DM 과제를 본문 학습 부분에서 '문제 만들기'에 대한 과제로 제시하는 경우가 있었다(그림 IV-10 참조). [그림 IV-10]의 과제는 문자와 식 단원의 다항식의 학습 내용 중 약수와 배수 부분에서 제시하고 있는 과제로 중학교에서 이미 학습한 다항식에 대한 개념과 본문 학습 과정에서 습득한 다항식의 연산에 대한 개념을 이해 및 활용하여 학생 스

생각나누기

02 최대공약수는 일차식이고 최소공배수는 삼차식인 두 다항식의 예를 찾아 발표해 보아라.

[그림 IV-10] A교과서의 DM 과제 예시(A교과서 수학책, 2012, p. 104)

수학으로 시상누기

물질이 액체 상태에서 기체 상태로 바뀌는 온도를 끓는점이라고 한다. 오른쪽 표는 1기압에서 각 원소의 끓는점을 나타낸 것이다.

(1) 라듐과 철의 끓는점의 차이를 절댓값 기호를 써서 나타내어라.

(2) 끓는점의 차이가 가장 큰 두 원소를 구하여라.

원소	끓는점(°C)
네온	−246
라듐	1737
텅스텐	5657
백금	3825
산소	−182
우라늄	4131
철	2861
칼슘	1484
마그네슘	1090
헬륨	−268

[그림 IV-11] A교과서의 PNC 과제 예시(A교과서 수학책, 2012, p. 58)

스로 조건에 맞는 다항식을 재조직해보는 과제이다. '문제 만들기'의 과제는 학생들에게 과제를 조건에 맞게 재조직 하는 과정을 제공하여 수학적 개념과 과정, 관계 등의 성질을 이해할 수 있는 기회를 제공하고, 학습한 개념에 대해 스스로 점검해 보고 조절해 보는 경험의 기회를 제공한다. 이와 같이 A, B교과서에서 High-Level 과제로 분석된 수학 과제는 PWC 과제와 DM 과제 모두 실생활 소재와 관련된 과제 또는 실생활 속에서 학생들의 경험과 관련하여 과제로 제시하는 경우가 많았고, 과제 해결 과정에서 서로 이야기 해 보거나 발표해 보게 하는 의사소통적 요소를 포함하고 있는 과제들로 제시되었다.

A, B교과서에서 제시하고 있는 과제들을 살펴보면 두 교과서가 제시하고 있는 과제들 중 많은 과제들이 시각적 도형, 조작 물, 실생활의 상황 등과 관련하여 제시되어 있었다. 이와 같이 다양한 방법을 활용하여 제시한 과제들은 학생들로 하여금 수학적 개념과 다양한 표현들 사이를 이해하게 함으로써 수학적 의미를 탐구하는데 도움을 줄 수 있다. 그러나 이와 관련된 과제 중 대부분의 과제가 PNC 과제로 분석되었고 적은 수의 과제만이 High-Level 과제로 분석되었다. [그림 IV-11]의 과제는 실생활 소재와 관련하여 제시된 과제이지만 PNC 과제로 분석된 예로 수와 연산 단원의 실수 체계의 학습 내용 중 절댓값의 부분에서 제시된 과제이다. 이 과제에서 제시하고 있는 실생활 상황은 이 과제에서 수학적 개념으로 적용된 절댓값과 어떠한 연관성도 찾을 수 없다. 실제 이 수학 과제는 과제에서 주어진 실생활 소재를 제거하더라도 과제를 해결하는 데에는 영향을 주지 않는다. 즉, 이 과제에서는 단순히 과제를 표현하기 위한 수단으로 실생활 소재를 활용하였다고 볼 수 있다. 이 과제가 PNC 과제로 분석된 결과로 보아 실생활 소재만을 단순 적용한 과제에서는 실생활 소재가 학생들의 인지적 노력수준을 높이는데 많은 영향을 미치지 못함을 알 수 있다.

V. 결론

이 연구의 목적은 2007 개정 교육과정에 따라 개발된 고등학교 1학년 수학교과서 2종을 선택하여 교과서가 포함하는 수학 과제 2565개를 Stein & Smith(1998)가 제시한 수학 과제 분석틀을 이용하여 수학 과제의 인지적 노력 수준을 분석함으로써 고등학교 1학년 수학교과서가 학생들의 수학 학습 과정을 지원하는 도구로서 수학 과제를 어떻게 제시하고 있는지 살펴보는 것이다. 수학 교과서가 포함하는 2565개의 수학 과제를 분석한 결과 Low-Level 과제가 94%의 비율로, High-Level 과제가 6%의 비율로 나타났다. Low-Level 과제 중에서도 Procedures Without Connections 과제가 전체 과제에서 89%의 비율로 나타났고, Memorization 과제는 전체 과제에서 5%의 비율로 나타났다. High-Level의 과제 중에서 Procedures With Connections 과제는 전체 과제에서 5%의 비율로 나타났고, Doing Mathematics 과제는 전체 과제에서 1%의 비율로 나타났다. 이러한 결과는 수학 교과서가 학생들의 수학 학습 과정을 지원하기 위해 대부분 이전의 지식과 경험 등에서 학습한 구체적인 알고리즘 적 절차를 이용하여 정확한 답을 구할 수 있는 과제들을 제시하고 있음을 보여준다. 반면에 과제 해결 시 해결 과정에서 상당한 인지적 노력을 요구하거나 문제 해결 과정을 통해 수학적 개념, 과정, 관계 등의 의미를 이해하고 탐구할 수 있는 과제는 상대적으로 부족하게 제시하고 있음을 보여준다.

2007 개정 교육과정에서는 고등학교 수준의 수학 교과 교육과정의 목표를 "발전된 수학적

지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다."(교육과학기술부, 2007, p. 28)로 제시하고 있다. 앞서 살펴보았던 교과서에 대한 선행연구에서 교과서는 교육과정과 교과의 목표를 구체적으로 실현시키기 위해 교사와 학생의 교수·학습 과정과 상호작용을 지원하는 중요한 도서임을 확인한 바 있다. 이는 2007 교육과정에 따라 개발된 수학교과서는 학생들의 수학적 사고력과 의사소통 능력, 수학적으로 고찰하여 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 학생들의 학습 과정을 지원할 수 있는 요소들을 갖추고 있어야 함을 의미하고, 학생들이 수학에 흥미를 가질 수 있게 하는 요소를 담고 있어야 함을 의미한다. 학생들의 수학적 사고력과 추론하는 능력을 기르는 것은 교육적으로 사용하는 수학 과제와 밀접한 관련이 있고, 이러한 능력은 Procedures With Connections 과제와 Doing Mathematics 과제를 수학 교육 활동에 사용함으로써 얻을 수 있다(Stein & Lane, 1996). 또한, Stein & Smith(1998)가 수학 과제 분석틀에서 제시한 High-Level 과제는 미국수학교사협의회(National Council of teachers of Mathematics [NCTM], 2000)에서 다음과 같이 제시한 Worthwhile Mathematical Tasks의 예가 될 수 있다.

> 학생들의 이해력 및 사고력을 길러주고 수학적인 이해와 기술을 발전시키는데 도움을 줄 수 있는 과제. 또한, 수학적 아이디어를 논리적 구조로 발전시키고 서로 연결시킬 수 있도록 학생들을 자극하고, 문제 해결력, 추론 능력, 의사소통 능력 등을 향상시킬 수 있는 과제, 현실 세계를 수학적으로 표현하고 학생들의 다양한 경험과 성향을 반영하여 이를 자극할 수 있게 제시된 과제(NCTM. 2000, p. 19).

이와 관련하여 이 연구에서 분석한 2종의 수학교과서를 살펴보면 현 교육과정에서 추구하는 학생들의 학습 과정을 지원하기에는 학생들이 수학을 이해 및 탐구하고 추론할 수 있게 하는, 즉 높은 인지적 노력을 요구하는 수학 과제가 현 교과서에는 다소 부족한 것으로 보인다. 이러한 결과는 본 연구에 해당하는 고등학교 1학년 수학교과서에만 해당하는 것은 아니다. 홍창준·김구연(2012)의 중학교 함수 단원의 수학 과제 분석 연구와 권지현·김구연(2013)의 중학교 기하 영역의 수학 과제 분석 연구에서도 유사한 결과를 제시하고 있다. 이 연구들에 따르면 우리나라 중학교 1, 2, 3학년 수학교과서의 함수 단원과 기하 영역의 수학 과제를 분석한 결과 낮은 인지적 노력을 요구하는 Low-Level 과제는 95%의 비율로 나타났고, 높은 인지적 노력을 요구하는 High-Level 과제는 5%의 비율로 나타났다. 또한, 함수 단원의 경우, 절대적인 수치로 보면 그 값이 작아서 학년 간의 차이를 뚜렷하게 보기는 힘들지만 학년이 올라갈수록 High-Level 과제의 비율이 줄어들고 있는 것으로 나타났다. 본 연구의 결과 중 함수 단원의 결과만을 구분하여 위의 연구와 비교해보면 High-Level 과제가 전체 과제의 5%로 같은 결과를 보이고 있다. 이러한 결과는 2007 개정 교육과정의 국민 공통 기본 교육과정인 중학교 1학년부터 고등학교 1학년까지의 수학 교과의 함수 단원에서 학생들은 높은 인지적 노력을 요구하는 수학 과제를 수학교과서를 통해 충분히 지원받고 있지 못함을 보여준다. 인지적으로 높은 수준의 수학 과제가 항상 학생들의 수학 학습에 대한 수준을 향상시키는 것은 아니다. 하지만 낮은 수준의 수학 과제가 높은 수준의 수학 학습에 대한 지식을 지원해줄 수 없기 때문에 인지적으로 높은 수준의 수학 과제가 학생들에게 제공될 필요가 있다(Stein, Grover & Henningsen, 1996). 따라서 학생

들에게 다양한 학습 과정의 기회를 제공하기 위해서는 인지적으로 높은 수준의 과제에서부터 낮은 수준의 과제까지 다양한 형태의 수학 과제를 수학교과서에서 충분히 제공하는 것이 필요하다.

수학교과서에서 제시된 과제들을 살펴보면 상당 부분의 과제들이 시각적 도형, 조작 물, 실생활의 상황 등과 관련하여 제시되어 있었고, '예측하여 보자', '과정을 설명하여 보자', '말하여 보자', '문제를 만들어 풀어 보자' 등의 의사소통과 관련된 과제들이 많은 부분 제시되어 있었다. 이러한 과제들은 2007 개정 교육과정의 수학 교과에서 강조한 문제해결, 수학적 추론, 의사소통, 연결성, 표현 등을 수학교과서의 수학 과제에 담기 위한 노력의 결과로 볼 수 있다. 그러나 이와 관련된 과제 중 적은 수의 과제만이 High-Level 과제로 분석되었고, 대부분 Low-Level 과제의 PNC 과제로 분석되었다. 이러한 결과는 수학교과서에 제시된 수학 과제가 실생활과 연계되어 제시되거나 의사소통과 관련되어 제시되더라도 항상 학생들의 인지적 노력수준을 향상시켜주는 쪽으로 작용되고 있는 것은 아님을 보여준다. 또한, High-Level 과제를 교과서의 특정 구성 요소 안에서 주로 실생활과 관련된 소재를 활용하여 수학 과제를 제시하였으며 과제가 포함하고 있는 수학적 개념과 실생활의 상황을 설명해보게 하는 의사소통과 관련된 과제들이 제시된 경우가 많았다. 그러나 High-Level 과제의 비중이 Low-Level 과제보다 상대적으로 낮기 때문에 위와 같은 과제들은 수학교과서에서 쉽게 찾아볼 수 없었다. High-Level 과제는 학생들의 이해력 및 사고력을 길러주고 문제 해결력, 추론 능력, 의사소통 능력 등을 향상시킬 수 있는 기회를 제공할 뿐만 아니라, 수학적 아이디어를 논리적 구조로 발전시키고 서로 연결시킬 수 있도록 학생들을 자극한다(NCTM. 2000). 따라서 교과서의 내용 전개 과정 안에서 High-Level 과제를 적절히 배치하여 학생들의 학습 과정 중 Low-Level 과제와 함께 자연스럽게 High-Level 과제를 접할 수 있도록 하는 것이 바람직 할 것이다. 교과서의 구성이 low-level의 과제로 편중되는 것은 바람직하지 못하며, 이러한 편향성은 다시 학생들의 다양한 수학적 경험을 제약하고 제한하게 된다. Standards-based라 칭하는 미국의 교육과정의 교과서들은 오히려 high-level의 과제들로 편중되어 있었다(Stein & Kim, 2009). 이는 학생들이 단순 계산이나 절차의 활용에 집중하기 보다는 수학적 사고를 함양하는 데 필수적인 문제해결력, 수학적 추론 및 정당화 능력 등과 같은 수학적 과정(process)를 반영한 것으로 볼 수 있다. 교과서 개발 시 과제를 구성하고 설계하는 과정에서 교과서의 집필진이나 편집인들이 수학 과제의 인지적 기능을 고려하여 학생들이 다양한 수준의 사고과정을 접할 수 있도록 다양한 형태의 과제가 골고루 포함될 수 있게 조정하는 것이 필요할 것이다.

계산 및 절차 중심이 아닌 수학적 사고과정을 강조하는 high-level의 수학과제들이 실제 수학 수업에서 어떻게 실행되는가는 또 다른 차원의 논제다. High-level의 수학과제가 대부분인 교육과정을 채택하여 사용하는 학교의 교사와 학생들의 실행된 수학과제의 수준이 교과서의 수학 과제의 수준과 일치하지 않는 경우가 많았는데, 특히 high-level의 수학과제가 수업에서 low-level의 과제로 실행되고 있는 것으로 나타났다(Stein, Kim & Seely, 2006; Kim, 2011). 실행된 수학과제의 수준은 교과서의 수학과제의 수준과는 매우 다른데 이것은 교사의 인적·사회적 요인(human and social capital) 및 학생과의 상호작용이 중요한 역할을 하며(Stein & Kim, 2009), 교과서 및 교사용 지도서와 같은 교육과정 문서들이 그 중재 역할을 담당하게 된다(Davis & Krajcik, 20005; Stein & Kim, 20009). 특히, 실행의 중추 역할을 담당하고 있는 수학 교사의 과제의 수준을 규명 및 조정할 수 있는 능력 계발은 매우 중요하다. 교과서의 수학과제에 대한 진지한 성찰뿐만 아니라 수업에서 실행되는 수학과제가 학생들에게 의미 있는 수학 학습의 기회를 제공할 수 있는 조정, 지원 및 유도할 것인가에 대한 깊이 있는 논의와 성찰이 필요하다.

참고 문헌

권나영・김래영・김구연(2011). 초・중등 수학과 교육과정 연구의 주제별 동향 분석. **수학교육, 50**(4), 501-515.

권지현・김구연(2013). 중학교 수학 교과서에 제시된 기하영역의 수학과제 분석. **수학교육, 52**(1), 111-128.

김구연 (2010). The analysis of a mathematics curriculum material: Addition and subtraction in grade 3. **교육과정평가연구, 13**(2), 59-78.

김구연 (2011). The impact of enacted curriculum on student learning in mathematics classrooms. **한국학교수학회논문집, 14**(1), 31-42.

김민혁(2012). **수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사**. 서강대학교 교육대학원 석사학위논문.

김정호・윤현진・황혜정・이선경・박소영(1998). **교과서 모형 개발 연구**. 한국교육과정평가원.

오영열(2006). 수학교과서 개발에 대한 연구 동향. **학습자중심교과교육연구, 6**(2), 197-213.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재춘・신보미・최인선・박인・지은정 (2012). **고등학교 수학**. 서울: 두산동아.

우정호・박교식・박경미・이경화・김남희・임재춘・신보미・최인선・박인・지은정 (2012). **고등학교 수학 익힘책**. 서울: 두산동아.

진재관・서지영・김국현・이난영(2007). **교과용 도서 평가 연구(Ⅰ)-질 관리 체제 구축을 중심으로-**. 한국교육과정평가원.

최용준・김덕환・이한주・위경아・김윤경(2012). **고등학교 수학**. 서울: 천재문화.

최용준・김덕환・이한주・위경아・김윤경(2012). **고등학교 수학 익힘책**. 서울: 천재문화.

허강・곽상만・이종국・조성준(2004). **한국 교과서의 현상 분석 및 개선 방안 연구**. 한국교과서연구재단.

홍창준・김구연(2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석. **학교수학. 14**(2), 213-232.

Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational Researcher, 34*(3), 3-14.

Doyle. W. (1983). Academic Work. *Review of Educational Research, 53*(2), 159-199.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and Inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 524-549.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: AUthor.

Robitaille, D. F., & Travers, K, J.(1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of reseaarch in mathematics teaching and learning*(pp. 687-709). New York: Macmillan.

Smith, M. S., & Stein. M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. *Mathematics Teaching in the*

Middle School, 3, 344-350.
Stein, M. K., & Kim, G. (2009). The role of mathematics curriculum materials in large-scale urban reform. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 37-55). New York: Routledge.
Stein, M. K., Kim, G., & Seeley, M. (2006). *The enactment of reform mathematics curricula in urban settings: A comparative analysis.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
Stein, M. K, Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classroom. *American Educational Research Journal, 33*, 455-488.
Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2*, 50-80.
Stein, M. K., Remillard, J. T., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.
Stein, M. K., Smith, M S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). Implementing standards-based mathematics instruction: *A casebook for professional development.* New York: Teachers College Press.

The Analysis of Mathematical Tasks in the High School Mathematics

Kim, Mihee
Kim, Goo Yeon (Sogang University)

The purpose of this study was to examine and analyze the mathematical tasks in the high school textbooks. In particular, it aimed to reveal the overall picture of the level of cognitive demand of the mathematical tasks in the textbooks. We adopted the framework for mathematical task analysis suggested by Smith & Stein (1998) and analyzed the mathematical tasks accordingly. The findings from the analysis showed that 95 percent of the mathematical tasks were at low level and the rest at high level in terms of cognitive demand. Most of the mathematical tasks in the textbooks were algorithmic and focused on producing correct answers by using procedures.

Key Words: mathematical tasks(수학과제), cognitive demand(인지적 노력수준), curriculum(교육과정), mathematics textbooks(수학 교과서), high school mathematics (고등학교 수학)

논문접수 : 2013. 1. 28
논문수정 : 2013. 2. 25
심사완료 : 2013. 3. 14