《연구논문》 Korean Journal of Optics and Photonics, Volume 24, Number 2, April 2013
DOI: http://dx.doi.org/10.3807/KJOP.2013.24.2.058

이터븀 첨가 능동형 Q-스위칭 광섬유 레이저에서 Q-스위치 상승 시간이 출력 펄스에 미치는 영향에 대한 이론적 분석

전진우 · 이준수 · 이주한†

서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부
㊞ 130-743 서울특별시 동대문구 서울시립대로 163

(2013년 2월 27일 받음, 2013년 4월 12일 수정본 받음, 2013년 4월 15일 게재 확정)

본 논문에서는 능동형 Q-스위칭 광섬유 레이저에서 Q-스위치 상승 시간이 출력 펄스에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였다. Finite Difference Time Domain (FDTD) 방법을 이용해서 비율 방정식과 전파 방정식에 대한 모델링을 수행하였다. Q-스위칭 광섬유 레이저에서 발생하는 Q-스위칭 펄스의 생성에 있어서 Q-스위치의 상승 시간이 출력 펄스 특성에 미치는 영향을 이론적으로 분석하였다. 또한, Q-스위치의 반복률에 따른 출력 펄스의 에너지 변화와 파형 변화를 확인하였다. Q-스위치 반복률이 높아지고, Q-스위치의 상승 시간이 길어질수록 출력 펄스의 멀티 피크 현상이 줄어들고 안정된 가우시안 형태의 펄스 파형이 발생함을 확인 할 수 있었다.

Theoretical Analysis of Impact of Q-switch Rise Time on Output Pulse Performance in an Ytterbium-doped Actively Q-switched Fiber Laser

Jinwoo Jeon, Junsu Lee, and Ju Han Lee†

School of Electrical and Computer Engineering, University of Seoul, Seoul 130-743, Korea

(Received February 27, 2013; Revised manuscript April 12, 2013; Accepted April 15, 2013)

A theoretical analysis of the impact of rise time of a Q-switch on the output pulse performance is carried out in an Ytterbium-doped actively Q-switched fiber laser. The finite difference time domain (FDTD) method is used to numerically simulate the Q-switched fiber laser. It is shown that stable Gaussian-like pulse shape can be generated when the Q-switch rise time is increased and pulse repetition rate is enlarged.

Keywords: Q-switching, Fiber laser, Ytterbium-doped fiber
OCIS codes: (060.2320) Fiber optics amplifiers and oscillators; (140.3540) Lasers, Q-switched; (140.3615) Lasers, ytterbium

I. 서 론

희토류가 첨가된 고출력 광섬유 레이저는 높은 효율, 소형화, 고 품질의 빔 퀄리티 때문에 현재 많은 산업분야에 이용되고 있으며 지속적으로 많은 관심을 받고 있는 연구분야이다.[1, 2] 특히 이터븀이 첨가된 Q-스위칭 광섬유 레이저는 매우 높은 피크파워와 고 에너지를 갖는 펄스를 생성 할 수 있기 때문에 의료, 군사, LIDAR 등 많은 응용분야에 이용되고 있다.[3, 4] Q-스위칭 레이저는 크게 수동형 방법과 능동형 방법에 의해서 구동된다. 수동형 Q-스위칭 레이저는 세기가 약한 빛은 많은 손실을 겪고 세기가 강한 빛은 매우 작은 손실을 갖는 포화흡수체의 포화흡수 효과에 의해서 동작된다.[5] 수동형 방법은 수동 소자를 이용하기 때문에 레이저의 구성이 간단하고 가격이 저렴한 장점이 있다. 하지만 포화흡수체의 물리적 조건에 의해서 레이저의 특성이 결정되기 때문에 한 번 구성된 레이저의 펄스 폭, 반복률, 첨두 파워, 펄스 파형 과 같은 특성을 쉽게 조절 할 수 없는 제한이 있다. 이와는 반대로 능동형 방법에서는 외부 신호를 이용해서 Q-스위칭 소자를 조절하므로 출력 펄스의 특성을 자유롭게 제어할 수 있는 장점을 갖고 있으며 현재 많은 응용분야에 이용되고 있다.[6, 7]

본 논문에서는 이터븀 첨가 광섬유기반 Q-스위칭 레이저

†E-mail: j.h.lee@ieee.org
Color versions of one or more of the figures in this paper are available online.

내에서 Q-스위치의 상승 시간이 출력 펄스 파형에 미치는 영향에 대한 이론적 분석을 수행하였다. Finite Difference Time Domain(FDTD) 방법을 이용하여 Q-스위칭 이터븀 첨가 광섬유 레이저에서 Q-스위칭 펄스의 생성을 모델링 하였으며 Q-스위칭 레이저에서 발생하는 멀티 피크 현상을 Q-스위치의 상승 시간을 늘리거나 반복률을 높임으로써 억제할 수 있음을 확인하였다. 마지막으로 Q-스위치의 상승시간과 반복률에 따른 출력 펄스 에너지 변화를 분석하였다.

II. 이터븀 첨가 광섬유기반 능동형 Q-스위칭 레이저 모델링

일반적인 Q-스위칭 광섬유 레이저의 구성도가 그림 1에 나타나있다. 레이저 공진기는 펌프, Beam Splitter(BS), 이득물질 광섬유, 그리고 2개의 거울 M1, M2로 이루어져 있으며 Q-스위치로는 Acousto-Optic Modulator(AOM)을 이용하였다. 출력 파워는 공진기 왼쪽의 BS에 의해서 출력된다. 거울 M1은 공기와 실리카 사이의 4% 반사율을 의미한다. 거울 M2는 AOM 에 의해서 반사율이 조절되며 거울 M2의 반사율은 Q-스위치가 꺼졌을 때 0%, Q-스위치가 켜졌을 때 100% 이었으며 시간에 따라 선형적으로 변한다고 가정하였다. 또한 이터븀 광섬유는 그라운드 상태와 들뜬 상태를 갖는 2-level 시스템으로 가정하였다. 공진기 내부에서 Q-스위칭 펄스의 생성과정을 보이기 위해서는 비율 방정식과 전파 방정식을 계산해야 하며 이 방정식들은 식 (1)~(4)에 나타나 있다.[8]

$$N = N_1 + N_2 \tag{1}$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} + \frac{N_2}{\tau} = \frac{\Gamma_p \lambda_p}{hcA_{co}}\left[\sigma_{ap}N_1 - \sigma_{ep}N_2\right]P_p + \frac{\Gamma_s \lambda_s}{hcA_{co}}\left[\sigma_{as}N_1 - \sigma_{es}N_2\right]\left(P_s^+ + P_s^-\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial x} + \frac{1}{v_p}\frac{\partial P_p}{\partial t} = \Gamma_p\left[\sigma_{ep}N_2 - \sigma_{ap}N_1\right]P_p - \alpha_p P_p \tag{3}$$

$$\pm\frac{\partial P_s^{\pm}}{\partial x} + \frac{1}{v_s}\frac{\partial P_s^{\pm}}{\partial t} = \Gamma_s\left[\sigma_{es}N_2 - \sigma_{as}N_1\right]P_s^{\pm} - \alpha_s P_s^{\pm} + 2\sigma_{es}N_2\frac{hc^2}{\lambda_s^3}\Delta\lambda_s \tag{4}$$

식 (1), (2)는 시간에 따른 그라운드 상태와 들뜬 상태에 있는 이터븀 이온의 변화를 나타내는 비율 방정식이며 식 (3), (4)는 펌프와 신호가 시간과 공간 변화에 따라서 어떻게 변화하는지를 나타내는 전파 방정식이다. P_p는 펌프, P_s^+는 포워드 신호, P_s^-는 백워드 신호의 세기를 뜻하며 N_1 은 그라운드 상태, N_2 는 들뜬 상태, N 은 광섬유에 도핑된 전체 이온을 의미한다. Γ_p , Γ_s는 각각 펌프 와 코어, 신호와 코어의 중첩 Factor를 나타내며 A_{co} 는 코어의 넓이, h는 플랑크 상수, v_s는 신호의 주파수, v_p는 펌프의 주파수를 나타낸다. σ_{ap},σ_{ep}는 펌프 파장의 흡수 Cross-section과 방출 Cross-section을 나타내며 σ_{as}, σ_{es}는 신호 파장의 흡수 Cross-section과 방출 Cross-section 나타낸다. τ는 이터븀 이온의 Lifetime을 나타내며 α_p, α_s는 각각 펌프와 신호에서의 광섬유 손실을 나타낸다. $\Delta\lambda_s$는 신호의 대역폭을 의미하며 Amplified Spontaneous Emission(ASE)의 생성에 관련되어 있다.

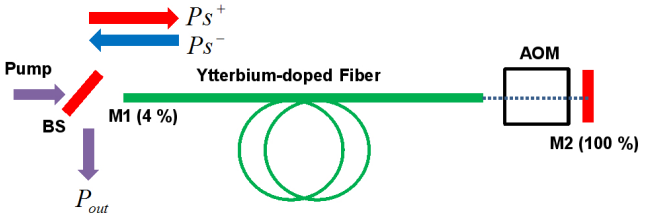

FIG. 1. Schematic of the Q-switched fiber laser used in this study.

Q-스위칭 레이저 공진기를 모델링 하기 위해서는 우선 Q-스위치가 꺼져있을 때 공진기 내부의 초기값을 계산해야 한다. 시간에 따른 변화량이 없다고 가정하면 식 (1)~(4)은 다음과 같이 간략하게 표현할 수 있다.[9]

$$0 = \left(R_{12} + W_{12}\right)N_1(x) - \left(R_{21} + W_{21} + A_{21}\right)N_2(x) \tag{5}$$

$$\frac{dP_p(x)}{dx} = \Gamma_p\left[\sigma_{ep}N_2(x) - \sigma_{ap}N_1(x)\right]P_p(x) - \alpha_p P_p(x) \tag{6}$$

$$\pm\frac{dP_s^{\pm}(x)}{dx} = \Gamma_s\left[\sigma_{es}N_2(x) - \sigma_{as}N_1(x)\right]P_s^{\pm} - \alpha_s P_s^{\pm}(x) + N_2(x)\sigma_{es}2\frac{hc^2}{\lambda_s^3}\Delta\lambda_s \tag{7}$$

$N_1(x)$과 $N_2(x)$는 광섬유 길이 x에 따른 이온의 분포를 나타내며, $P_p(x)$, $P_s^+(x)$, $P_s^-(x)$는 각각 펌프, 포워드 신호, 백워드 신호가 광섬유 길이 x에 따른 분포를 나타낸다. 이때 계수 R_{12}, R_{21} 은 펌프의 흡수와 방출율을 의미하며 W_{12}, W_{21}은 신호의 흡수 및 방출율을 나타내고, A_{21}은 이터븀 이온의 Lifetime τ 의 역수를 뜻하며 식 (8), (9)에 나타나 있다.

$$R_{12} = \frac{\sigma_{ap}P_p(x)\Gamma_p}{A_{co}h\nu_p}, \quad R_{21} = \frac{\sigma_{ep}P_p(x)\Gamma_p}{A_{co}h\nu_p} \tag{8}$$

$$W_{12} = \frac{\sigma_{as}\left[P_s^+(x) + P_s^-(x)\right]\Gamma_s}{A_{co}h\nu_s}, \quad W_{21} = \frac{\sigma_{es}\left[P_s^+(x) + P_s^-(x)\right]\Gamma_s}{A_{co}h\nu_s}, \quad A_{21} = \frac{1}{\tau} \tag{9}$$

Rounge-Kutta 4차 방법을 이용해서 초기값을 계산하였으며 경계 조건으로 식 (10)을 이용하였다.

$$P_p(0) = Pump, \quad P_s^+(0) = R_1 P_s^-(0), \quad P_s^-(L) = 0 \tag{10}$$

$P_p(0)$는 광섬유 시작 위치에서의 펌프값을 나타내며 0은 광섬유 길이의 시작 부분을 의미하며 L은 광섬유 끝 부분을 의미한다. 경계조건 $P_s^+(0) = R_1 P_s^-(0)$은 시작 위치에서의 포워드 신호는 백워드 신호와 거울 M1의 반사율 R_1 의 곱으로 표현됨을 의미한다. $P_s^-(L) = 0$는 광섬유 끝에서의 경계조건을 나타내며 Q-스위치가 꺼져 있기 때문에 반사되어 돌아오는 신호가 없는 것을 나타낸다. 모델링에 이용된 파라미터 값은 표 1에 나타나 있다.

계산된 초기값을 이용해서 Q-스위치가 켜졌을 때 시간에 따른 출력 펄스의 생성을 확인해야 한다. 이를 위해서 식 (1) ~ (4) 를 FDTD 방법을 이용해서 계산하였으며 시간과 공간에 대해서 표현하면 식 (11) ~ (14) 로 나타낼 수 있다. 이때 $\Delta t = \Delta x / v$를 이용해서 시간과 거리에 따른 변화를 동시에 표현하였다. Δx는 광섬유의 미세길이 변화를 의미하며 광섬유 길이 5 m 계산시 200개 이상으로 분할해야 절단오차가 발생하지 않고 계산이 가능하였다.

$$N_2(x,t+\Delta t) = N_2(x,t) + [(R_{12}+W_{12})N_1(x,t) - (R_{21}+W_{21}+A_{21})N_2(x,t)]\Delta t \quad (11)$$

$$P_p(x+\Delta x,t+\Delta t) = P_p(x,t) + \Gamma_p[\sigma_{ep}N_2(x,t) - \sigma_{ap}N_1(x,t)]P_p(x,t)\Delta x - \alpha_p P_p(x,t)\Delta x \quad (12)$$

$$P_s^+(x+\Delta x,t+\Delta t) = P_s^+(x,t) + \Gamma_s[\sigma_{es}N_2(x,t) - \sigma_{as}N_1(x,t)]P_s^+\Delta x + \Gamma_s N_2(x,t)\sigma_{es}2n_m hc^2\Delta\lambda_s / \lambda_s^3\Delta x - \alpha_s P_s^+(x,t)\Delta x \quad (13)$$

$$P_s^-(x-\Delta x,t+\Delta t) = P_s^-(x,t) + \Gamma_s[\sigma_{es}N_2(x,t) - \sigma_{as}N_1(x,t)]P_s^-(x,t)\Delta x + \Gamma_s N_2(x,t)\sigma_{es}2n_m hc^2\Delta\lambda_s / \lambda_s^3 - \alpha_s P_s^-(x,t)\Delta x \quad (14)$$

Q-스위치의 동작은 그림 2에 나타난 것처럼 모델링 하였으며 τ_{rise}, τ_{fall} 은 스위치의 상승 시간과 하강 시간을 의미한다. Switch On 상태는 거울 M2의 반사율이 100% 일 때를 의미하며 Switch Off 상태는 M2의 반사율이 0% 일 때를 의미한다. Duty Cycle은 스위치의 주기 **T**에서 스위치의 동작 시

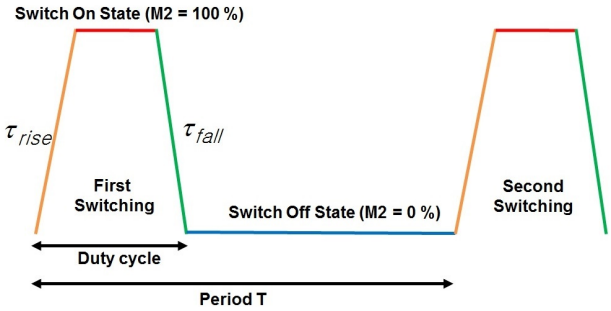

FIG. 2. Q-switch timing diagram.

TABLE 1. Parameters of the actively Q-switched, ytterbium-doped fiber laser used for the numerical simulation

Parameter	Symbol	Unit	Value
Pump Wavelength	λ_p	nm	915
Signal Wavelength	λ_s	nm	1064
Pump Absorption Cross-section	σ_{ap} [c]	m^2	5.285×10^{-25}
Pump Emission Cross-section	σ_{ep} [c]	m^2	1.957×10^{-26}
Signal Absorption Cross-section	σ_{as} [c]	m^2	5.520×10^{-27}
Signal Emission Cross-section	σ_{es} [c]	m^2	3.272×10^{-25}
Pump Propagation Loss	α_p [b]	dB/m	0.0126
Signal Propagation Loss	α_s [b]	dB/m	0.02
Lifetime	τ [c]	s	0.85×10^{-3}
Signal Linewidth	$\Delta\lambda_s$ [a]	nm	1
Refractive Index	n		1.45
Overlap Factor at Signal Wavelength	Γ_s		0.75
Overlap Factor at Pump Wavelength	Γ_p		0.0025
Reflectivity of R_1	R_1		0.04
Q-switch Fall Time	τ_f	ns	12

[a] Data from Ref. [9].
[b] Numerically estimated data (Ref. [9]).
[c] Data of a commercially available fiber.

간 비율을 나타낸다. 너무 낮은 Duty Cycle은 밀도 반전된 에너지를 충분히 방출할 시간이 부족하고 너무 높은 Duty Cycle은 밀도 반전에 필요한 펌핑 시간이 부족하기 때문에 최적의 Duty Cycle를 설정하는 것이 필요하다. 최적의 Duty Cycle은 펌핑 파워, 광섬유 길이 및 Q-스위치의 반복률에 의해서 결정되며 본 모델링에서는 20% 의 Duty Cycle을 적용하였다.

III. 모델링 결과 및 분석

Q-스위치의 상승 시간과 반복률에 따른 출력 펄스의 특성을 분석하였다. 상승 시간은 12, 120, 240, 360 ns 로 설정하였으며 이때 Q-스위치의 하강 시간은 12 ns로 고정하였다. 그림 3은 Q-스위치의 상승 시간이 12 ns, 120 ns, 240 ns, 360 ns 일 때 출력 펄스의 파형 변화를 Q-스위치의 반복률 20 kHz, 30 kHz, 40 kHz에 대해서 나타내고 있다. 각 펄스는 처음 Q-스위치가 동작 한 후 안정된 상태에서 발생한 20 번째 펄스의 파형을 나타낸다.

그림 3에 나타나 있듯이 펄스의 반복률이 낮은 20 kHz 일 때 펄스의 피크 파워가 가장 높았으며 멀티피크 현상이 가장 심하게 발생하였다. 이러한 멀티 피크 현상은 높은 펄스 에너지를 갖는 Q-스위칭 레이저에서 발생하는 것으로 알려져 있으며 실험을 통해서 보고된 적이 있다.[10] 각 피크 사이의 간격은 48 ns 이었으며 이는 공진기의 왕복 시간과 일치 하였다. Q-스위치의 상승 시간이 가장 빠른 12 ns 일 때 이러한 멀티 피크 현상은 더욱 심하게 나타났으며 Q-스위치의 상승 시간이 길어질수록 멀티 피크 현상은 감소함을 확인 할 수 있었다. 이러한 이유는 Q-스위치의 상승시간이 공진기의 왕복 시간에 가까울 정도로 빠를 경우 공진기 내부에 Q-스위치의 반응을 따라서 초기 펄스가 공진기 내부에 생성되기 때문이다.[11] 이러한 폭이 짧은 펄스의 생성은 공진기를 왕복하면서 증폭되는데, 증폭기의 이득이 충분히 포화 되어있는 경우 왕복시간 이후의 신호와 증폭되는 양이 다르기 때문에 멀티 피크 현상이 나타나게 된다. Q-스위치의 반복률이 20 kHz, 상승 시간이 12 ns일 때 멀티 피크 현상이 가장 심하게 발생하였음을 확인 할 수 있었다. Q-스위치의 상승 시간이 증가하고 펄스의 반복률이 증가할수록 멀티 피크 현상은 억제되었다. 상승 시간이 증가할수록 공진기 내부의 초기 펄스가 천천히 증폭되기 때문으로 생각된다. 또한 펄스의 반복률이 높을수록 공진기 내부에 밀도 반전 되어있는 양이 적어지기 때문에 급격하게 증폭되는 펄스의 양이 줄어드는 것으로 여겨진다. Q-스위치의 상승 시간이 240 ns 이상일 경우에는 가우시안 형태의 펄스 파형을 나타냄을 확인 할 수 있었다. 멀티 피크 현상은 Q-스위치의 상승시간을 증가시키고, Q-스위치의 반복률을 높임으로써 억제 할 수 있을 것이다. 하지만 Q-스위치 상승 시간의 증가는 펄스의 폭을 넓게 하고 피크파워의 감소로 이어진다. 또한 Q-스위치의 높은 반복률 역시 펄스의 에너지와 피크파워의 감소를 유발하기 때문에 최적의 펄스를 생성하기 위해서는 광섬유 길이와 펌프 파워에 따라서 최적의 Q-스위치 상승시간과 반복률을 적용해야 할 것으로 생각된다.

그림 4는 첫 번째 Q-스위치의 동작부터 20 번째 동작까지 Q-스위치의 반복률과 상승 시간에 따른 출력 펄스 에너지의 변화를 나타내고 있다. 초기 Q-스위치가 꺼져 있는 상태에서

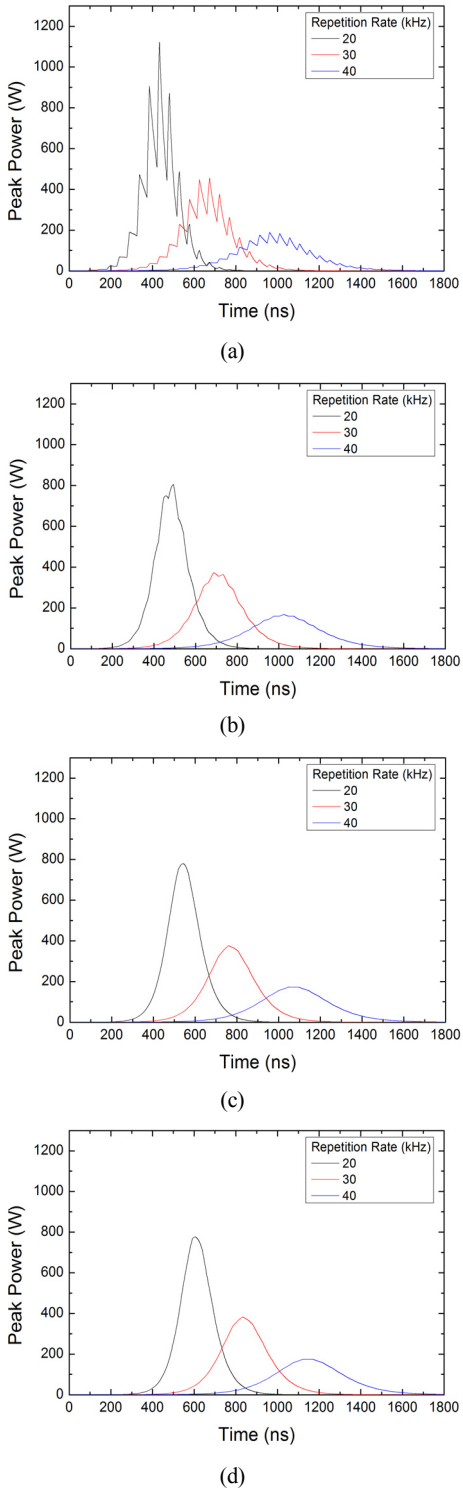

FIG. 3. Numerically simulated output pulse shapes for various Q-switch rise time values: (a) 12 ns, (b) 120 ns, (c) 240 ns, (d) 360 ns.

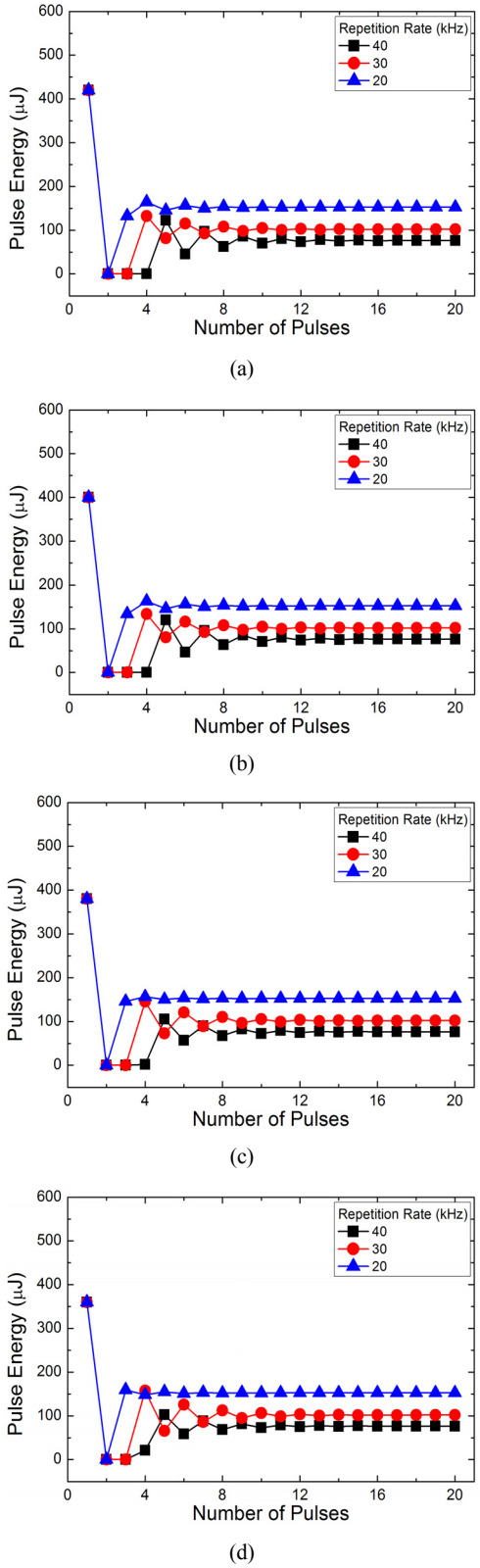

FIG. 4. Numerically simulated pulse energy evolution for various rise time values: (a) 12 ns, (b) 120 ns, (c) 240 ns, (d) 360 ns.

처음 Q-스위치가 켜지면서 동작 할 때는 오랜 시간 동안 펌핑이 지속된 상태이기 때문에 밀도 반전이 충분히 포화 되어

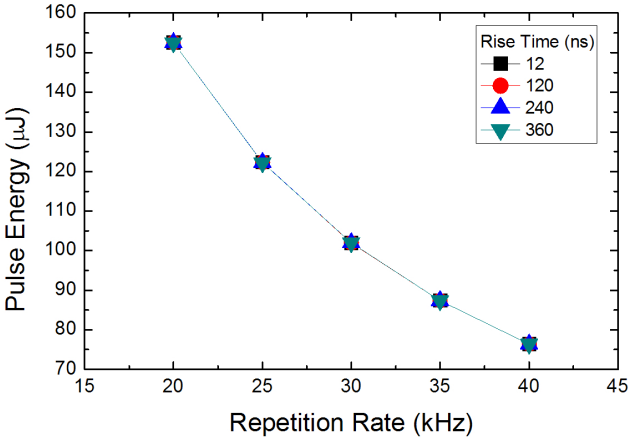

FIG. 5. Numerically simulated pulse energy versus repetition rate for various rise time values.

있는 상태이다. 하지만 그 이후부터는 Q-스위치 반복률 과 Duty Cycle 에 의해서 밀도 반전 시간이 정해지기 때문에 펄스의 에너지는 처음 발생한 펄스와 다르며 이후 몇 번의 변화를 겪은 후 정상상태에 도달함을 알 수 있다. 처음 펄스는 모두 동일한 펄스 에너지를 가지며 안정화가 된 후에는 낮은 반복률일 때 펄스 에너지가 가장 큼을 확인 할 수 있었다. 반복률이 낮을수록 펌프에 의해서 밀도반전이 일어나는 시간이 길어지기 때문이다. Q-스위치의 상승 시간이 느릴수록 첫 번째 펄스의 에너지가 작음을 확인 할 수 있었다. 하지만 처음 Q-스위치의 동작 후 펄스 에너지가 안정될 때까지 펄스 에너지의 변화에는 Q-스위치의 상승 시간이 크게 영향을 미치지 않음을 확인 하였다.

다음으로 Q-스위치의 상승 시간과 반복률에 따른 출력 펄스 에너지를 분석하였으며 그림 5에 나타나 있다. 이때 Q-스위치의 Duty Cycle은 모두 20%로 고정하였다. 펄스의 반복률이 20 kHz에서 40 kHz로 증가할수록 펄스의 에너지가 감소하는 현상이 나타남을 확인 할 수 있었다. 이러한 이유는 Q-스위치의 반복률이 낮은 경우 펌프에 의해서 밀도 반전이 일어나는 시간이 길어지기 때문이다. Q-스위치의 상승 시간에 따른 출력 펄스의 에너지는 일정하였으며 출력 펄스의 에너지는 Q-스위치의 상승 시간에 크게 영향을 받지 않는 것으로 판단된다.

IV. 결 론

Q-스위칭 광섬유 레이저를 이론적으로 모델링 하였으며 Q-스위치의 상승 시간과 반복률의 변화가 펄스의 형태와 에너지 측면에서 레이저 출력에 미치는 영향을 분석 하였다. Q-스위치의 상승 시간을 늘리거나 반복률을 높임으로써 출력 펄스의 멀티 피크 현상을 억제할 수 있음을 확인하였으며 출력 펄스의 에너지는 Q-스위치의 상승 시간에 크게 영향을 받지 않음을 확인하였다. 요구되는 펄스 폭과 에너지를 갖는 Q-스위칭 펄스를 얻기 위하여 Q-스위치의 상승 시간과 반복

률 최적화가 필수적임을 확인하였다. 본 논문에서 얻은 이론적 지식은 실질적인 Q-스위칭 광섬유 레이저 제작에 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 서울시립대학교 교내학술연구비에 의하여 연구되었음.

References

1. J. A. Alvarez-Chavez, H. L. Offerhaus, J. Nilsson, P. W. Turner, W. A. Clarkson, and D. J. Richardson, "High-energy, high-power ytterbium-doped Q-switched fiber laser," Opt. Lett. **25**, 37-39 (2000).
2. D. J. Richardson, J. Nilsson, and W. A. Clarkson, "High power fiber lasers: current status and future perspectives," J. Opt. Soc. Am. B **27**, 63-92 (2010).
3. A. Piper, A. Malinowski, K. Furusawa, and D. J. Richardson, "High-power, high-brightness, mJ Q-switched ytterbium-doped fiber laser," Electron. Lett. **40**, 928-929 (2004).
4. V. Philippov, C. Codemard, Y. Jeong, C. Alergria, J. K. Sahu, and J. Nilsson, "High-energy in-fiber pulse amplification for coherent lidar applications," Opt. Lett. **29**, 2590-2592 (2004).
5. M. Laroche, H. Gilles, S. Girard, N. Passilly, and K. Aït-Ameur, "Nanosecond pulse generation in a passively Q-switched Yb-doped fiber laser by Cr^{4+} : YAG saturable absorber," IEEE Photon. Tech. Lett. **18**, 764-766 (2006).
6. M. Delgado-Pinar, D. Zalvidea, A. Díez, P. Pérez-Millán, and M. V. Andrés, "Q-switching of an all-fiber laser by acousto-optic modulation of a fiber Bragg grating," Opt. Express **14**, 1106-1112 (2006).
7. Y. M. Chang, J. Lee, and J. H. Lee, "Active Q-switching in an erbium-doped fiber laser using an ultrafast silicon-based variable optical attenuator," Opt. Express **19**, 26911-26916 (2011).
8. Y. Wang and C.-Q. Xu, "Understanding multipeak phenomena in actively Q-switched fiber lasers," Opt. Lett. **29**, 1060-1062 (2004).
9. Y. Huo, R. T. Brown, G. G. King, and P. K. Cheo, "Kinetic modeling of Q-switched high-power ytterbium-doped fiber laser," Appl. Opt. **43**, 1404-1411 (2004).
10. S. Adachi and Y. Koyamada, "Analysis and design of Q-switched erbium-doped fiber laser and their application to OTDR," J. Lightwave Technol. **20**, 1506-1511 (2002).
11. E.-L. Lim, S.-U. Alam, and D. J. Richardson, "The multipeak phenomena and nonlinear effects in Q-switched fiber lasers," IEEE Photon. Tech. Lett. **23**, 1763-1765 (2011).