

## 研究論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2013.17.2.024>

## 로켓 모터의 작동시간이 노즐 열전달 계수에 미치는 영향에 관한 연구

김진수\* · 김경식\*\* · 조승환\*\* · 권영두\*\*\* · 권순범\*\*\*\*†

### A Study of the Effect of Operating Time of a Rocket Motor on the Convective Heat Transfer Coefficient of Nozzle

Jinsoo Kim\* · Kyungsik Kim\*\* · Seunghwan Cho\*\* · Youngdoo Kwon\*\*\* · Soonbum Kwon\*\*\*\*†

## ABSTRACT

To guarantee the exact control of missile warhead, it is inevitable to ensure the stabilities in the view points of structural and fluid/thermo dynamics of the rocket motor. Specially, despite of shortness in operating time of the rocket motor which is initial turning type of missile, it occurs frequently some problems of ablation at the neighborhood of the nozzle throat, with the result that the system itself gets to failure. In these connections, in the present study, the effect of the operating time of a rocket motor on the coefficient of convective heat transfer at the nozzle wall is investigated by numerical analysis. As a result, it is turned out that the heat transfer coefficient is largest at the just ahead of nozzle throat and decreases with the increase of operating time of the rocket motor. Furthermore, we found that the radius of curvature of throat becomes smaller, the maximum coefficient of convective heat transfer becomes larger.

## 초 록

미사일 탄두의 정확한 제어를 위하여, 로켓 모터의 구조 및 유체/열역학적 안정성이 절대적으로 필요하다. 특히, 유도탄의 초기 선회형 로켓 모터는 작동 시간이 짧음에도 불구하고, 고온 고압에서 작동 되기 때문에 노즐 목 부근에서는 削磨(Ablation)가 일어나 유동자체의 불안정이 발생하고, 열 및 기계적 응력 때문에 시스템 자체가 파괴에 이르는 경우가 종종 발생한다. 이와 관련, 본 연구에서는 열응력(Thermal stress) 및 삭마는 유동 연소 가스로부터 노즐 재료로의 전열량과 재료 내부의 온도 차이에 기인된다는 판단에 따라 로켓 모터의 작동시간이 노즐 벽면 열전달 계수에 미치는 영향을 수치적으로 해석하는 것을 연구의 목적으로 하였다. 그 결과, 노즐 벽면 열전달 계수는 노즐 목 바로 직전에서 가장 크게 되고, 로켓 모터의 작동 시간이 길어질수록 열전달 계수는 감소하는 것으로 나타났다. 또, 노즐 목의 곡률반경이 작을수록, 최대 열전달 계수가 크게 되는 것으로 나타났다.

Key Words: Convective Heat Transfer Coefficient(대류열전달계수), Operating Time(작동시간), Radius of Curvature of Nozzle Throat(노즐 목 곡률반경), Thermal Stress(열응력), Rocket Motor Nozzle(로켓 모터 노즐)

접수일 2012. 9. 13, 수정완료일 2013. 1. 31, 게재확정일 2013. 2. 6

\* 정회원, 한전원자력연료 안전해석팀

\*\* 정회원, (주)한화 구미사업장 개발2부

\*\*\* 정회원, 경북대학교 기계공학부

\*\*\*\* 종신회원, 경북대학교 기계공학부

† 교신저자, E-mail: sbkwon@knu.ac.kr

## Nomenclature

 $P_0$  : 정체점 압력(Pa)

- $T_0$  : 정체점 온도(K)
- $T_c$  : 노즐 중심축 온도(K)
- $T_w$  : 노즐 벽면 온도(K)
- $W_m$  : 연소가스 분자량(kg/kmol)
- $C_{gp}$  : 연소가스 정체점 정압비열(J/kg.K)
- $\kappa_{g0}$  : 정체점에서 연소가스 열전도계수(W/m.K)
- $\mu_{g0}$  : 연소가스 정체점 점성계수(N.s/m<sup>2</sup>)
- $\kappa_m$  : 노즐재료(TZM) 열전도계수(W/m.K)
- $C_m$  : 노즐재료(TZM) 비열(J/kg.K)
- $D_i$  : 노즐 입구 직경(mm)
- $D_t$  : 노즐 목 직경(mm)
- $D_e$  : 노즐 출구 직경(mm)
- $r_c$  : 노즐 목 곡률반경(mm)

### 1. 서 론

지금까지 유도탄을 지상에서 공중으로 부양시키거나 유효거리까지 도달시키기 위해 필요한 추력을 만드는 로켓모터에 관한 연구는 많이 되었지만[1, 2] 초기 비행 자세를 제어하는 초기 선회형 로켓 모터에 대해서는 거의 연구가 되지 않았다. 유도탄의 초기 비행 자세 제어에 필요한 에너지를 공급하는 고체 연료 로켓 모터는 길어야 1초미만으로 작동된다. 유도탄의 초기 비행 자세 제어를 위한 추력을 얻기 위하여 고체연료를 연소시키면 연소 가스의 정체점 온도는 2000 K, 압력이 20 MPa 정도에 이르게 되며[3] 이 고온 고압의 가스를 초음속 노즐(Convergent-divergent supersonic nozzle)을 통하여 팽창시킴으로서 큰 추력을 얻게 된다. 특히, 유도탄의 초기 선회형 로켓모터의 작동 시간은 대단히 짧으나 연소가스가 극심한 고온 고압이므로 연소가스의 팽창 도중에 초음속 노즐의 노즐 목(Nozzle throat)에서 삭마(Ablation)가 일어나 추력의 급작스런 변화가 일어난다든지 노즐 시스템 자체가 손괴되는 경우가 생기기도 한다[4]. 이상에서 언급한 바와 같은 추력 시스템의 불안정으로부터 구조적인 안전을 확보하기 위해서는 초음속 노즐 시스템에 있어서 유동 압력에 기인

되는 하중 및 노즐 내/외벽의 온도 차이에 기인되는 열응력이 동시에 고려된 정확한 응력해석이 선행되어야 한다. 한편, 노즐 고체 내부에 작용하는 열응력(Thermal stress)을 구하기 위해서는 초음속 노즐 유동 가스와 노즐 벽 사이의 대류 열전달 계수(Coefficient of convective heat transfer)를 알아야 한다. 이와 관련, 로켓 노즐 유동에 있어서 대류 열전달 계수를 간단히 계산하기 위한 노력이 1950년대 말부터 시작되었으며 Bartz[5]에 의해 어느 정도 유효한 식이 제시되어 있는 실정이다. Bartz는 로켓 노즐내의 유동을 완전 발달된 원통 내의 난류유동(Fully developed turbulent pipe flow)과 같다는 가정 즉, Dittus-Boelter[6] 식을 원용하여 대략적인 로켓 노즐 열전달 계산식을 구하였다. 그러나 이 식은 정상상태 유동에 한정하여 유효한 식일 뿐이다. 따라서 본 연구에서는 상용 코드인 Fluent(6.3)을 사용, 이를 실제 사용되고 있는 로켓 모터와 유사한 시스템에 적용하여, 고체 벽의 열전도를 포함한 비정상 유동장을 수치 해석하여 로켓 모터의 작동시간에 따른 각종 열/유동 상태량을 밝히는 것을 연구의 목적으로 하였다. 수치해석에 사용된 초음속 노즐 열/유동 조건 및 노즐 시스템은 0.6초 동안 작동하는 것으로 하였다. 수치해석에서는 로켓 모터에 사용된 연소 가스의 조성비(조성비는 對外 秘임)는 일정하여 비열(Specific heat) 및 가스 상수(Gas constant)등은 일정하며, 노즐 정체 상태(Stagnation condition)는  $P_0=17.23$  MPa,  $T_0=1,952$  K로 일정한 것으로 가정하였다. 즉, 전술의 정체 상태에 대해, 로켓 모터 작동 시간의 변화에 따른 유동, 노즐 벽 및 내부 온도 변화 및 벽면 열전달 계수의 변화를 구하여 제시하는 것을 연구의 목적으로 하였다. 또 열전달 계수에는 초음속 노즐의 노즐 목 곡률 반경(Nozzle throat radius of curvature)이 큰 영향을 미치므로[7] 노즐 목 곡률 반경의 변화가 벽면 열전달 계수에 미치는 영향도 밝히고자 한다.

### 2. 수치 해석

본 연구에 사용한 수치해석 코드는 상용 코드인 Fluent(6.3)이며, 유동장은 축 대칭 2차원이다. 2차원 비정상상태의 열전도를 포함하는 초음속 노즐과 유동을 해석하기 위한 지배 방정식은 연속방정식, 운동 방정식, 에너지 방정식, Unsteady heat conduction equation 등으로 구성하였다. 난류의 난동에 기인되는 stress를 구하기 위해서 SST(Shear stress transport) $k-\omega$ 법을 사용하였다. 요소는 2차원 4절점 선형요소 quad4이며, 요소 수는 65,926개이고, 절점 수는 64,240개이다. 또한, 연소시간은 0.6 sec로 최소 시간 증분 값(minimum time increment)은 0.01 sec이다. 연소 가스는 이상 기체 상태 방정식을

만족하고 가스의 비열비, 정압 비열 및 기체 상수는 일정하며 점도 및 열전도도는 온도의 함수로 가정하여 구하였다[8]. 노즐 재료의 열전도도와 비열 또한 온도의 함수로 가정하여 수치해석에 적용하였다. 노즐 외벽과 주위 공기와의 자연 대류 열전달 계수가 노즐 내부 유동에 미치는 영향을 확인하기 위하여 자연 대류 열전달 계수를 3종류 ( $h = 6, 100, 500 W/m^2K$ )[9]로 하여 외부 자연대류 열전달 계수의 영향을 규명하였다. Fig. 1은 로켓 모터 노즐시스템의 개략과 수치해석에 사용된 경계조건을 나타낸 그림이다. 노즐 목에서부터 출구까지의 길이는  $l=23 mm$ 이고, 노즐 목을  $x=0$ 에 대응시켰다. 노즐 입구 벽 단면과 정체 상태에 해당하는 노즐 입구 상류 연소 가스는 서로 단열되어 있는 것으로 가정하였다. 초음속 노즐의 재료는 내 삭마성이 강한 TZM[10]을 사용하였다. Table 1에 노즐의 주요 치수 및 노즐에 사용된 재료의 물성치를 나타내었다.

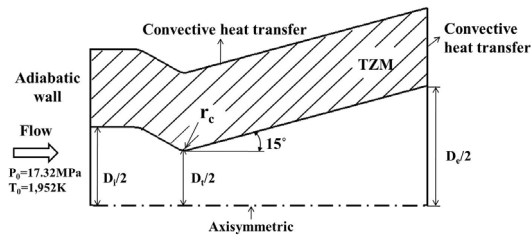


Fig. 1 Specification of nozzle system and numerical boundary condition

Table 1. Nozzle material and geometry

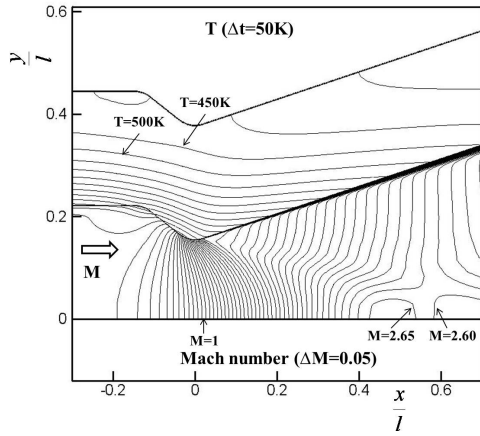
Nozzle material properties (TZM) <sup>(10)</sup>	Thermal conductivity ( $\kappa_m$ )	$\kappa(T)$
	Specific heat ( $C_{p_m}$ )	$C_{p_m}(T)$
Nozzle geometry	Inlet dia. ( $D_i$ )	12 (mm)
	Throat dia. ( $D_t$ )	8 (mm)
	Exit dia. ( $D_e$ )	18 (mm)
	Throat radius of curvature ( $r_c$ )	1, 2, 3 (mm)

$$\kappa(T) = 1.063E-06 T^2 - 0.052 T + 291.21$$

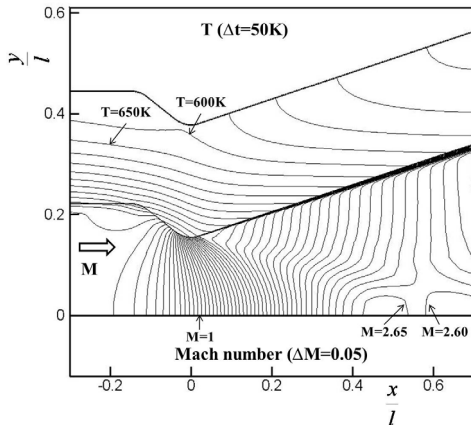
$$C_{p_m}(T) = 1.063E-06 T^2 - 0.029 T + 136.99$$

### 3. 결과 및 토의

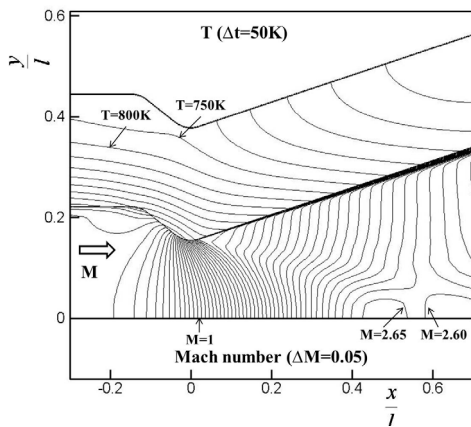
본 연구의 로켓 모터가 0.6초 동안 작동했을 때 작동 시간의 변화에 따른 노즐 내부 유동 마하수와 노즐 벽 내부의 온도 분포를 0.2초 단위로 하여 Fig. 2에 나타내었다. 이 경우 노즐 목의 곡률 반경은  $r_c = 2 mm$ , 노즐 외벽에서의 열전달 계수  $h_e$ 는  $100 W/m^2.K$ 으로 가정하였다. 초킹점의 위치는 등 마하수 분포에서 1로 나타낸 선으로 노즐의 2차원성 때문에 노즐 벽면에 가까울수록 초킹이 일찍 일어나는 것으로 나타났다. 초킹점의 위치 및 노즐 출구 최고 마하수 등이 노즐 작동 시간이 증가해도 변화하지 않는 것으로부터 유동은 작동 시간이 0.2초 지나면 거의 발달되는 반면 노즐 벽면 온도는 작동 시간이 0.6초 지나도 완전 발달되지 않는 것으로 나타났다. 벽 내부의 온도는 작동 시간이 길어질수록 높아지게 된다. 또 노즐의 작동 시간과 관계없이 노즐 중심축  $x/l = 0.5$  근방에 있어서의 마하수는 오히려 적은 2.60으로 나타났다. 이는



(a)  $\Delta t = 0.2 \text{ s}$



(b)  $\Delta t = 0.4 \text{ s}$



(c)  $\Delta t = 0.6 \text{ s}$

Fig. 2 Iso-Mach number and temperature plots with operating time ( $\Delta t = 0.2 \text{ s}$ ,  $h_c = 100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ,  $r_c = 2 \text{ mm}$ )

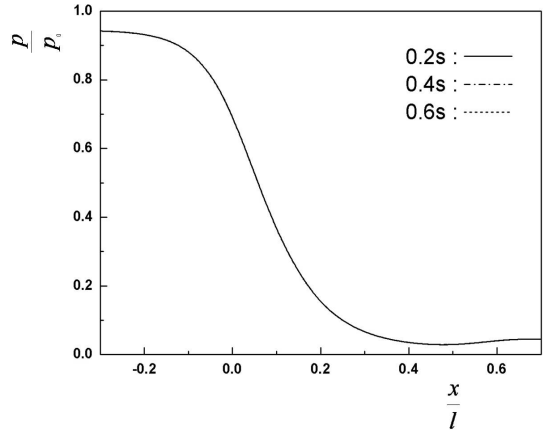


Fig. 3 Distribution of pressure at nozzle centerline with operating time ( $r_c = 2 \text{ mm}$ )

Fig. 3의 모식도에서 나타낸 바와 같이 노즐 설계 마하수가 2.82인 경우 노즐 목에서의 轉向角 (Turning angle)[11]이  $55.6^\circ$  (연소 가스 비열비  $\gamma = 1.2$ 의 경우) 즉, 노즐 반 정각 (Nozzle expansion half angle)을  $55.6^\circ/2$ 로 하여야 하나 반 정각이  $15^\circ$  이상으로 되면 Thrust divergence loss가 과도하게 된다는[12] 이유 때문에  $15^\circ$ 로 한 결과 노즐 목 팽창부와 노즐 벽 직선부가 만나는 접속부 하류 벽에서 발생한 특성곡선 (Characteristic curve)의 기울기가 크게 되고, 이 특성곡선이 노즐 중심축에 유입, 집적되어 압축 과가 형성되기 때문이다. Fig. 3은 노즐 작동 시간이 0.2초에서 유동은 이미 완전히 발달했다는 사실을 확인하기 위하여 노즐 중심축을 따른 압력분포를 시간에 따라 나타낸 그림이다. 전술한 바와 같이 작동시간에 따른 압력의 차이는 거의 없는 것으로부터 0.2초경과 시 유동 자체는 이미 완전 발달되었다고 판단지을 수 있다.

Figure 4는 위에서 논한 Fig. 2의 결과를 모식적으로 나타낸 그림이다. 즉, 노즐 벽 C점 하류에서 발생한 특성곡선이 노즐 중심축에 유입 압축된 결과 점 E의 마하수가 D점의 마하수보다 낮게 된 것이다. 또 Fig. 5는 Fig. 4의 결과를 확인하기 위해 작동시간 0.2초에 대해 노즐의 중심축, 노즐 벽 및 유동을 1차원이라 가정했을 때의 각 위치에서의 무차원 압력 분포를 나타낸 그림

이다. 노즐 목 직전에서는 벽면 정압이 1차원 유동 혹은 노즐 중심축 상의 압력보다는 조금 크게 나타났으나 목 즉,  $x/l=0.0$  이후는 오히려 낮고, 급격한 감소 즉 팽창 후 다시 증가하는 다소 불규칙적인 압력 분포를 나타내었다. 압력 강하 기울기가 큰 것은 노즐목부 의 곡률 면과 15° 노즐 경사면이 접속되는 위치까지 노즐 벽에서는 짧은 거리에 걸쳐 轉向角의 증가에 따라 유동이 급격히 팽창하기 때문이며 반면 노즐 중심축 혹은 1차원 유동의 경우 압력 강하 기울기가 상대적으로 완만한 것은 노즐 벽의 팽창부에서 발생한 유심 팽창파(Centered expansion wave)가 노즐 중심축에 입사할 때 입사 영역이 길어지기 때문이라 판단된다. 또 C에서 압력이 증가

한 것은 전술한 바와 같이 접속 부 이후에서는 벽면 轉向角이 15°로 일정한데 반해 접속부 하류에서 발생한 경계층이 성장한 결과 轉向角이 줄게 되어 유동이 압축되는 효과가 있기 때문이다. 이와 관련, 벽면 C부근에서 발생한 압축파가 노즐 중심축에 입사, 집적되어 노즐 중심축의 경우 E하류에서는 오히려 감속됨을 알 수 있다. 노즐 곡률 반경  $r_c=1$  mm로 했을 때의 노즐 작동 시간의 변화에 따른 열전달 계수 변화를 Fig. 6에 나타내었다. 연소가스의 온도는 벽면 열전달 및 노즐의 2차원성 때문에 동일한  $x/l$ 인 경우는 벽면에 가까울수록 낮게 된다. 열전달 계수는 노즐 벽의 온도와 노즐 중심축 靜溫을 기준으로 하여 구했다. 노즐 작동시간에 관계없이 노즐 목 전방에서 열전달 계수의 기울기가 갑자기 변하는 것으로 나타났다(A점). 이 점은 노즐 입구부에 존재하는 Dead water zone[13]이 끝나는 위치로 이 점부터 벽면 유동이 다시 시작되어 열유속(heat flux)이 바뀌기 때문에 야기된 결과라 생각된다. 작동 시간에 관계없이 열전달 계수는 노즐 목 직전에서 가장 크게 된 후 급감하여 노즐 목에서 최소로 되고 다시 급증하고 감소하는 것으로 나타났다. 노즐 목 부근에서 최대로 되는 것은 참고 문헌 [6]의 경우와 같은 결과로 노즐 입구 벽면부에 형성된 Dead water zone에 의해 벽면 근방 기류가 노즐 목 직전 부근으로 입사됨에 따라 기류와 벽면 사이의 열전달이 활발히

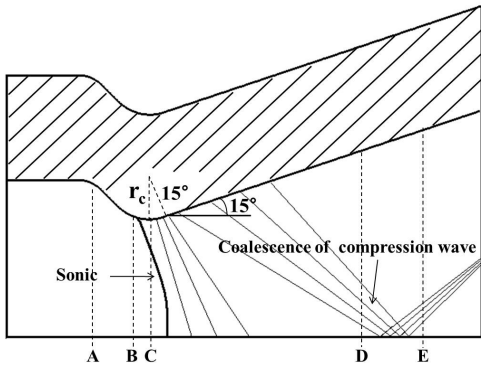


Fig. 4 Schematic of flow field

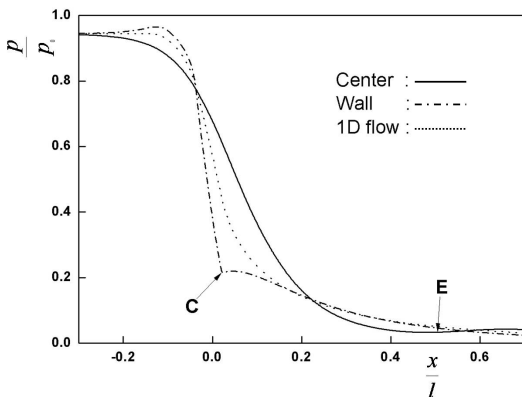


Fig. 5 Distributions of pressure at nozzle wall and centerline and 1D calculation result for  $r_c=1$  mm

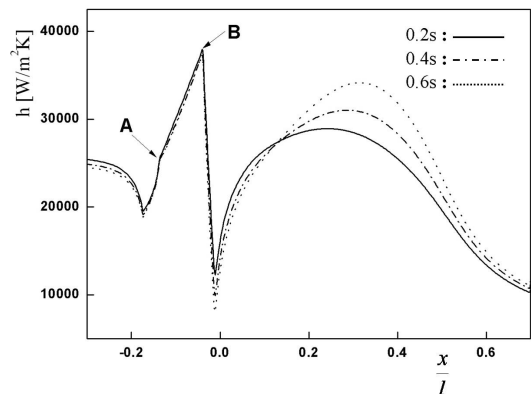


Fig. 6 Distribution of heat transfer coefficient with operating time( $r_c=1$  mm and  $h_e=100 W/m^2.K$ )

일어나 벽면온도가 상대적으로 높게 되어  $\Delta T_{wc} (= T_c - T_w)$ 가 작게 되었기 때문이며, 노즐 목에서 최소로 된 것은 목 벽 전방 기류의 급격한 방향 변화에 따른 벽면 경계층 속도 감소가 열전달 감소로 이어지고 이에 따라 벽면온도가 감소되었기 때문이라고 생각된다. 노즐 목 이후 열전달 계수는 轉向角이 최대로 되는 벽 접합부까지는 급증하다가 완만하게 감소하게 된다.

이는 노즐 목 하류 벽면에서 유동이 급격하게 팽창되어 열전달이 촉진된 결과 벽면 온도가 높아져 열전달 계수는 급증하고 벽 접합부 하류에서 발생한 압축파가 유입되는 노즐 중심축에는 감속에 따른 온도 증가에 따라 벽면과의 온도

차이가 크게 되어 벽면 열전달 계수는 감소하기 때문으로 판단된다. 작동 시간에 따른 열전달 계수는 크게 되는 것으로 나타났다.

그러나 노즐 설계에 가장 중요한 요소인 최대 열전달 계수는 작동 시간에 관계없이 일정(B점)하게 되는 것으로 나타났다. 상기의 열전달 계수 계산 시 사용한 노즐 벽 및 중심축에 있어서의 온도 분포를 작동시간  $\Delta t = 0.2 s$ 를 예로 Fig. 7에 나타내었다. 노즐 중심축과 벽면 온도차가 상대적으로 적고, 열전달 양이 많아 벽면 온도가 높게 된 노즐 목 직전의 위치 B에서 열전달 계수가 최대로 되었다고 판단된다(Fig. 6 참조). Fig. 8에는 노즐 목의 곡률 반경에 따른 열전달 계수의 변화를 나타내었다. 예로서 그림에 나타난 바와 같이 노즐의 작동 시간이 0.2초로 동일한 경우 열전달 계수가 최대로 되는 위치는 노즐 곡률 반경이 작을수록 하류에 위치하고 최소점은 상류에 위치하는 것으로 나타났다. 이는 노즐 반 정각이 15°로 일정한 경우 노즐 목의 곡률 반경이 클수록 아음속 영역인 노즐 목 전방 상류에서의 곡률을 가진 영역의 길이가 길게 되고 상류 Dead water zone에서 유입되는 기류의 벽면에 평행한 속도가 낮게 되어 열전달이 적어진 결과 벽면 온도가 낮게 되고, 노즐 목에서는 곡률이 작을수록 상류 기류의 급격한 방향 전환이 어렵게 되어 벽면 속도가 낮아져 열전달이 적어지고 이로 인해 벽면온도의 감소로 이어져

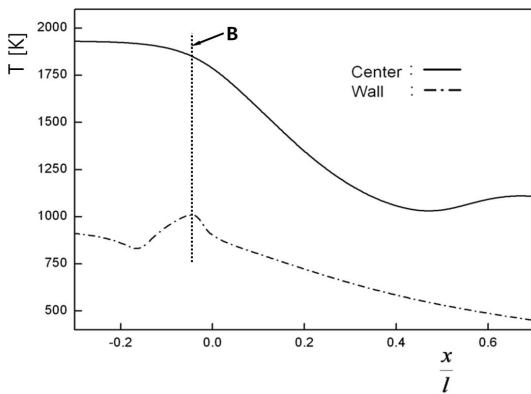


Fig. 7 Distributions of temperature along nozzle wall and centerline ( $r_c = 1 \text{ mm}$ )

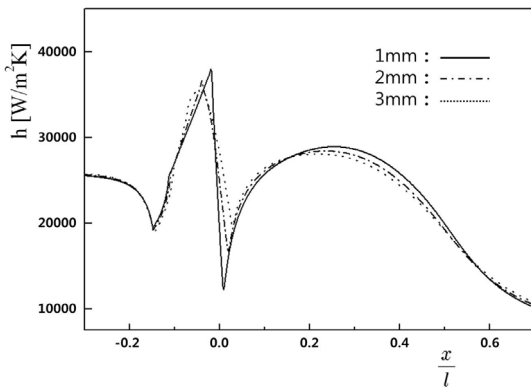


Fig. 8 Distributions of heat transfer coefficient with  $r_c$  ( $\Delta t = 0.2 s$  and  $h_e = 100 \text{ W/m}^2.K$ )

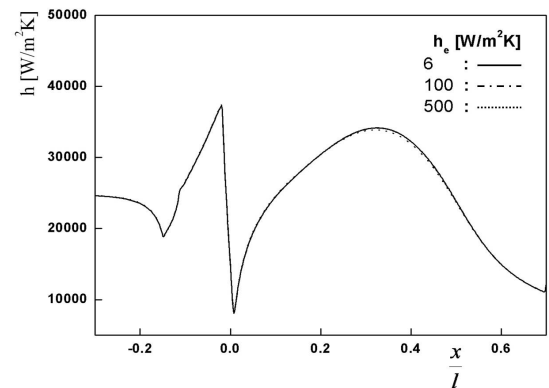


Fig. 9 Distribution of heat transfer coefficient with  $h_e$  ( $\Delta t = 0.6 s$  and  $r_c = 1 \text{ mm}$ )

열전달 계수는 작게 되었다고 판단된다.

노즐 외벽의 대류 열전달 계수가 노즐 벽면 열전달 계수에 미치는 영향을 Fig. 9에 나타내었다. 노즐 곡률반경은  $r_c=1$  mm이고 작동시간은 대류 열전달이 가장 영향을 크게 미칠 것으로 예견된 0.6초로 하였다. 또 대류 열전달 계수는 외기가 공기인 경우 자연대류 열전달 계수에 해당되는 6, 강제 대류 열전달에 해당되는 100 및  $500 W/m^2.K$ 로 하였다. 벽면 열전달 계수는 노즐 작동 시간의 짧음과 노즐 재료의 열용량의 이유 때문에 외부 벽 열전달 계수의 영향은 거의 없는 것으로 나타났다.

#### 4. 결 론

0.6초 동안 작동하는 초음속 로켓 노즐 시스템의 안전성 확보에 필수적 요소인 노즐 벽의 열전달 계수에 미치는 작동시간의 영향을 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 열전달 계수가 최대가 되는 위치는 노즐 목 직전이다.
- 2) 노즐 목의 곡률 반경이 적을수록 최대 열전달 값은 커진다.
- 3) 노즐의 작동 시간이 길어질수록 열전달 계수는 증가하나 최대 열전달 계수는 일정한 것으로 나타났다.
- 4) 노즐 외벽의 대류 열전달 계수가 내벽의 열전달 계수에 미치는 영향은 무시할 만하다.

#### 참 고 문 헌

1. Cowles, D. K., "Design of a Tomahawk Cruise Missile Booster Rocket Motor," Rensselaer Polytechnic Institute Hartford, Connecticut, May, 2012
2. Kim, S. K., Kwon, Y. D., Kwon, S. B., and Gil, H. M., "Thermo-Mechanical Analysis of Continuous-Adjustment Thruster using Explosion Pressure," Computational Structural Engineering Institute of Korea, 2011, Vol. 24, No. 6, pp.699-706
3. Kauffmann, J., Hervertz, A., and Sippel, M., "Systems Analysis of a High Thrust, Low-Cost Rocket Engine," Int. Conf. on Green Propellant for Space Propulsion, Netherlands, June, 2001, pp.1-7
4. Hirai, K., "Ablation Analysis for Solid Rocket Motor Nozzles," Proc. of Conf. on Aerospace Propulsion, Vol. 43, 2003, pp.49-54
5. Bartz, D. R., "A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficient," Jet Propulsion, Vol. 27, No. 1, Jan., 1957, pp.49-51
6. Incropera, F. and Dewitt, D., Introduction to Heat Transfer, Wiley, New York, 1985
7. Ahmad, R. A., "Convective Heat Transfer in the Reusable Solid Rocket Motor of the Space Transportation System," Heat Transfer Engineering, Vol. 26, No. 10, 2005, pp.30-45
8. McBride, B. J., Reno, M. A., and Gordon, S., "An Interim Updated Version of the NASA Lewis Computer Program for Calculating Complex Chemical Equilibria with Applications," NASA Technical Memorandum 4557, Technical Report, Cleveland, OH, 1994,
9. John, J. and Keith, T., "Gas Dynamics," Pearson Int. Ed. 3rd. ed, 2006, pp.350-351
10. MPDB v7.37, JAHM Software
11. Aksel, M. H., Prentice-Hall, Gas Dynamics, 1994, pp.342-344
12. Zucrow, M. J. and Hoffman, J. D., Gas Dynamics, Vol. 1, J. Wiley & Sons, 1997, pp.233-234
13. Beastall, D., B.Sc., and Pallant, R. J., "Wind-tunnel Tests on Two-dimensional Supersonic Aerofoils at  $M=1.86$  and  $M=2.48$ ," No. 2800, R&M, 1950