J. Korean Soc. Transp.
Vol.31, No.2, pp.33-44, April 2013
http://dx.doi.org/10.7470/jkst.2013.31.2.033

Journal of Korean Society of Transportation
pISSN : 1229-1366
eISSN : 2234-4217

Article

수치해석적 토지이용-교통모형의 이론연구 도구화: 교통수요의 내생화를 중심으로

유상균[1] · 이혁주[2*]

[1] 대진대학교 도시공학과, [2] 서울과학기술대학교 행정학과

A Numerical Analysis of Land Use-Transportation Model as a Form of Analytical Tool

YU, Sang-gyun[1] · RHEE, Hyok-Joo[2*]

[1] Department of Urban Engineering, Daejin University, Gyeonggi 487-711, Korea
[2] Department of Public Administration, Seoul National University of Science and Technology, Seoul 139-743, Korea

Abstract

The land use-transportation models typically have complicated model structure that is good for empirical execution but bad for theoretical probe. This complexity makes it very difficult to derive the first-order conditions for system optimization in tractable forms. Yu and Rhee (2011) and Rhee (2012) show how to simplify the derivative of the model's objective function with respect to policy variables in the computable general equilibrium model of land use and transportation. However, the travel demand in their model was fixed. This drawback fundamentally limits the applicability of their methodology in the planning field. We relax this restriction. Once this is done, we can employ the methodology developed in analyzing the impacts of various types of policy instruments in the models where land market is treated endogenously and transportation network is embedded.

토지이용-교통 통합모형은 실증연구와 정책연구에 적합한 풍부하고 유연한 모형요소를 가지고 있다. 그러나 모형의 구성이 복잡한 만큼 후생함수의 정책변수에 대한 변화율 또한 통상 복잡하다. 따라서 최적 정책수단이 충족시켜야 할 1계 도함수 조건을 푸는 최적 정책수단의 수식을 명시적으로 유도하는 것이 매우 어렵고, 그 결과 수치해석적 모형은 이론연구 도구로서 활용하는데 근본적 한계를 가지고 있었다. 이 문제를 해결하고자 Yu and Rhee(2011) 및 Rhee (2012)는 이들 모형에서 목적함수인 후생함수의 정책변수에 대한 변화율을 간단한 수식으로 변환하는 방법론을 제시한 바 있다. 그러나 이들이 사용한 모형에서 교통수요는 고정된 것으로 가정하고 있어, 이들 모형 또한 교통계획적 관점에서 보았을 때 상당한 한계를 지니고 있다. 이에 본 연구는 이들의 방법론을 교통수요가 탄력적인 토지이용-교통 모형으로 확장한다. 이 방법론을 이용하면 보다 현실적인 모습의 토지시장과 교통망이 구현된 모형에서 정책수단의 다양한 영향을 분석할 수 있게 된다. 이러한 분석은 종래에 존재하지 않았거나 있었다 하더라도 매우 제한된 범위에서 수행되었던 분석들이다.

Key Words

Analytical Methodology, Computable General Equilibrium Model, Elastic Travel Demand, Land Use-Transportation Model, Welfare Function
분석적 연구방법론, 연산가능 일반균형 모형, 탄력적 교통수요, 토지이용-교통 모형, 후생함수

* : Corresponding Author
rheehj@seoultech.ac.kr, Phone: +82-2-970-6494, Fax: +82-2-971-4647

Received 16 July 2012, Accepted 30 January 2013

Ⅰ. 서론

도시경제와 교통계획적 측면에서 보았을 때 현대 도시의 주요특징으로 (1)집적의 경제로 인한 多核공간구조(Wheaton, 2004; Fujita and Thisse, 2002), (2)도시의 심각한 교통혼잡, 그리고 (3)광범위하게 존재하는 주거지간 또는 주거지-직장 간 선별행위(sorting behavior)와 파생적 현상으로서 교차통행의 존재(Nechyba and Walsh, 2004; Hamilton, 1982)를 꼽을 수 있다.

따라서 이 가운데 어느 하나라도 부족한 분석모형은 공간경제학적 관점과 교통계획적 관점에서 일정한 한계를 가질 수밖에 없다. 이를테면 Mun et al.(2003, 2005)은 도시의 공간구조에 따라 진입통행료의 효율성이 크게 차이가 나는 것으로 보고하고 있다. 즉 교통현상은 도시공간구조가 가지는 토지이용과의 관계구조 속에서 분석될 필요가 있고, 이러한 이유에서 도시경제의 토지이용적 측면이 누락된 네트워크 교통분석은 제한적일 수밖에 없다(May and Mline, 2000; Zhang and Yang, 2004). 이러한 한계는 이미 오래전부터 교통 및 도시계획가들 사이에 널리 인식되어 오던 것으로서, 대체로 1970년대 이래 시도된 다양한 통합모형의 구축시도는 이러한 문제의식의 발로이다(Kim, 1994; Waddell, 2001).

그러나 토지이용-교통 통합모형은 그들이 갖는 유연성에 비례해 모형이 복잡하고 그 결과로 인해 이들 모형은 대체로 수치해석용으로 그 용도가 국한되는 경향이 강했다. 그 근본적 이유는 이론적 분석도구로서 시장가격(임대료, 임금, 상품가격) 결정구조를 포함하는 모형의 목적함수를 극대화하는 1계 도함수 조건이 매우 복잡하여 미적분학적으로 의미 있는 분석이 힘들었기 때문이다. 결국 기존 통합모형은 모형 내 토지이용과 교통 간 이론적 관계설정이 소홀히 다루어졌고 시장과정이 제한적으로 반영되어 기술모형(記述模型)으로의 역할만을 충실히 수행하였다는 것이다(Yu · Rhee · Kim, 2010).

이러한 문제에 대한 반성으로 Yu and Rhee(2011)와 Rhee(2012)는 통합모형의 후생함수(목적함수) 극대화 문제의 1계 도함수 조건을 간략화하는 방법론을 제시한다. 이 방법론에 따르면 어떤 정책변수가 후생함수에 미치는 간접적 영향(임대료, 임금, 그리고 상품가격을 통한 영향)은 서로 상쇄되어 직접적 영향만 남게 되고, 이 직접적 영향을 극대화하는 정책수단이 최선의 정책수단이 된다. 그러나 이들 저자가 이용한 모형에서 교통수요(즉 통근목적 교통수요)는 고정된 것으로 가정하는 바, 이러한 가정은 교통계획분야에서 통상 활용하는 모형의 가정과 다르다. 더욱이 정책수단의 시행은 통근자의 실질임금의 변화를 가져오고 이에 따라 가구는 노동 공급량 및 여가 소비량을 조정하여 최종적으로 교통량을 변화시킴에도 불구하고 교통수요의 고정이란 가정은 가구의 행태적 관점에서도 논리적 부자연스러움을 내포한다.

따라서 본 연구는 이들 연구들이 구현한 통합모형이 갖는 논리적 부자연스러움을 해결하고, 시장가격 결정구조를 포함하는 통합모형이 갖는 토지이용과 교통부문간 이론적 연계성을 강화시키고자 확장된 분석적 방법론을 도출토록 한다. 이를 달성하기 위해 본 연구는 세 가지의 세부목적을 설정한다. 우선, 통합모형 내에서 교통수요가 정책수단의 시행에 따라 변화되도록 기존 연구모형의 논리적 구조를 확장하고, 교통수요가 탄력적이라는 가정하에 통합모형 내 후생변화의 관찰과 해석이 용이하도록 후생함수를 간소화하는 방법론을 제시토록 한다. 다음으로는 정책변수(예, 혼잡통행료)가 교통량 및 그 분포에 미치는 영향을 다시 공간경제학적 효과와 가격효과로 분해하고 이들 효과별 후생기여도의 측정이 가능하도록 분석적 방법론을 제안한다.

저자들이 아는 바로는 토지이용-교통 통합모형이 이용된 연구의 대부분은 정책수단 시행으로 인한 후생변화에 대해 수치해석적 접근을 하고 있으며, 일부 연구에서는 예를 들어 노동시장과 교통수요 또는 토지시장과 교통수요 등 제한된 일반균형 관점에서 분석적 풀이를 하거나, 궁극적으로는 역시 수치해석적 풀이에 의존하고 있다. 따라서 본 연구는 향후 토지이용-교통 통합모형을 이용하는 연구들이 다양한 시장가격 결정구조를 포함하고 교통수요가 탄력적인 환경에서 정책수단 도입 시 도시환경 변화에 대한 이론적 해석이 가능토록 하는 방법론을 제안한다.

Ⅱ. 연구 모형

1. 모형의 기본구조

Yu and Rhee(2011) 및 Rhee(2012)와 연속성을 갖고 독자의 이해도를 높이기 위해, 가장 단순한 두 개의 구역으로 구분된 도시를 가정한다. 본 연구는 유연한 분석적 방법론의 구축을 궁극적인 목적으로 갖고 있는바, 아래에서 전개되는 기본적인 풀이과정은 도시의 인문적

또는 물리적 환경(도시의 형태, 구역 수, 도로망 현황 등)에 따라 간단한 조작을 통해 쉽게 확장이 가능하다. 이 방법론의 확장은 뒤에서 다시 전개토록 한다.

Figure 1에서 구역 $i=1$은 도심, 구역 $i=2$는 외곽 구역으로 변수의 아래첨자 i와 j는 구역의 위치를 가리킨다. 도시의 연결도로는 각 구역의 중심점을 연결한다. 교통수요는 기본적으로 통근수요를 모형화하는 동시에 행태기반모형의 원리에 따라 각 가구의 효용극대화 문제로부터 연역적으로 도출한다. 각 가구의 주거지와 직장 소재지의 선택확률은 주거지와 직장이 도시전체에 분산된 통합모형에서 일반적으로 사용하는 Anas and Kim (1996)을 기원으로 구축된 확률균형모형과 이를 응용한 Yu and Rhee(2011)와 Rhee(2012)와 동일하게 구현된다. 따라서 각 가구는 주거지와 직장소재지에 대해 특이선호를 가지고 있고 특이선호는 Gumbel확률변수로 취급되며, 선택과정은 다항로짓을 이용해 모형화된다 (Ben-Akiva and Lerman, 1985).

직장소재지에 대한 선호를 가지고 있기 때문에 생산활동은 각 구역에 소재하는 비단핵 공간구조가 모형내에서 구현되고[1], 주거와 고용이 동일구역 안에 공존하기 때문에 교차통행 역시 모형내에 내생적으로 구현된다. 한편 교통혼잡은 혼잡함수를 도입함으로써 마찬가지로 모형내에 구현된다. 이로써 앞서 열거한 현대도시의 3가지 기본적 특성을 고루 갖춘 모형이 구축된다.

전체 모형은 가계부문과 교통부문, 그리고 시장은 토지시장만으로 구성된다[2]. 생산부문은 아래 단순모형에서는 명시적으로 도입되지 않는다. 이런 단순모형에서도 비단핵 공간구조가 형성되는 구체적 메커니즘은 아래에서 다시 설명한다. 토지시장만 고려하기 때문에 각 가구의 효용함수의 인수(因數)는 토지소비량, 여가 및 토지소비 지출을 제외한 여타 소득, 즉 문헌에서 "복합재"라고 통칭하는 세 가지 인수만으로 구성된다. 여가의 존재가 반드시 노동시장의 도입을 요구하지는 않기 때문에 시장은 토지시장(공간모형의 핵심 구성요소)만을 상정하고 논의를 진행한다. 이제 모형의 각 구성요소에 대해 알아본다.

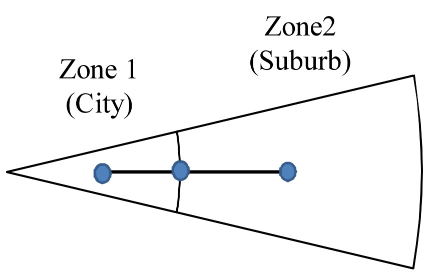

Figure 1. Physical shape of the city

2. 가계부문

구역 i에 살면서 구역 j로 통근하는 어떤 가구를 가구 (i,j)라고 부르자. 이 가구 (i,j)는 X재라고 불리는 복합재를 z_{ij}만큼 구매한다. 단위가격은 1에 고정되어 있고 구매통행은 없다고 단순화한다. 또한 가구(i,j)는 토지면적 q_{ij}와 여가시간 l_{ij}를 소비한다. 따라서 이 세 종류의 재화를 소비함으로써 얻는 효용은 효용함수 $u_{ij}=u(z_{ij}, q_{ij}, l_{ij})$으로 측정된다.

구역 j에 있는 직장에서 지급되는 시간당 임금이 w_j (외생변수), 가구당 총가용시간이 H(외생변수), 비노동소득을 R, 구역 i의 단위 면적당 임대료(즉 지대)를 r_i, 구역 (i,j)간 혼잡통행료를 t_{ij}라고 하자. 구역 (i,j)간 통행시간을 g_{ij}, 월간 근무일수를 d_{ij}, 한번 출근하면 8시간씩 일한다고 하면, 가구 (i,j)의 시간 제약조건과 소득 제약조건은 각각 다음과 같다.

$$(8+g_{ij})d_{ij}+l_{ij}=H \tag{1}$$

$$z_{ij}+r_i q_{ij}=(8w_j-t_{ij})d_{ij}+R \tag{2}$$

이들 수식에서 $R=\sum_i(r_iA_i+t_iF_i)/N$[3] 이고 A_i와 F_i는 각각 구역 i의 면적과 교통량 그리고 N은 도시 가구수이다. 도시의 N 가구는 도시 내 모든 토지를 동일한 지분으로 공유하고 부재지주는 없다.

이상의 논의를 토대로 가구 (i,j)의 효용극대화 문제는 다음과 같이 주어진다.

---

1) 구역 $j=1$ 도심에서만 생산활동이 일어나도록 제약할 경우($j\neq 2$), 단핵 공간구조에서도 분석이 가능하다.

2) 본 연구는 독자의 이해도와 논리전개의 편리성을 높이고자 Yu and Rhee(2011) 및 Rhee(2012)에서 간접효과가 0에 근사한다는 결과를 바탕으로 토지시장만을 도입하였다. 그러나 본 연구는 교통수요가 내생적으로 결정됨에 따라 이러한 가정이 이론적으로 합리적인지는 식(18) 설명과 Figure 4를 통해 확인토록 한다.

3) 비노동소득 R은 Anas and Kim(1996) 등 대부분의 일반균형모형에서 등장하는 배당금(Dividend)으로 왈라스 균형조건(Walars' raw)에 의해 결정된다.

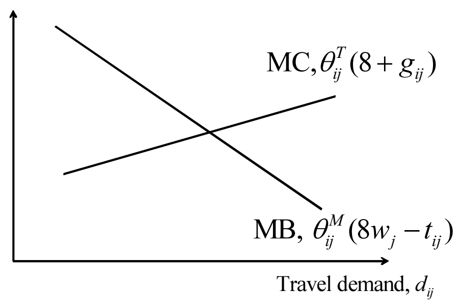

Figure 2. Elastic travel demand

$$\max_{z_{ij},q_{ij},l_{ij},d_{ij}} u(z_{ij},q_{ij},l_{ij})+\epsilon_{ij} \tag{3}$$

제약조건 식(1) 및 식(2) ϵ_{ij}는 가구의 주거지-직장 쌍 (i,j)을 선택 시 영향을 주는 가구의 특이성(Idiosyncratic taste)을 의미하는 것으로서 굼벨분포(Gumbel distribution)을 띤다.

따라서 위 문제에 대응하는 라그랑지안은

$$L=u(z_{ij},q_{ij},l_{ij})+\theta_{ij}^{M}\big((8w_j-t_{ij})d_{ij}+R-z_{ij}-r_iq_{ij}\big)+\theta_{ij}^{T}\big(H-(8+g_{ij})d_{ij}-l_{ij}\big) \tag{4}$$

로 주어진다. 이 식에서 θ_{ij}^{M}와 θ_{ij}^{T}는 각각 소득 및 시간의 한계효용을 말한다.

모두 내부해를 가정하고 1계 도함수 조건을 나열하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial z_{ij}}=\frac{\partial u_{ij}}{\partial z_{ij}}-\theta_{ij}^{M}=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_{ij}}=\frac{\partial u_{ij}}{\partial q_{ij}}+\theta_{ij}^{M}\left(\frac{\partial R}{\partial r_i}-r_i\right)=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_{ij}}=\frac{\partial u_{ij}}{\partial l_{ij}}-\theta_{ij}^{T}=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial d_{ij}}=\theta_{ij}^{M}(8w_j-t_{ij})-\theta_{ij}^{T}(8+g_{ij})=0 \tag{8}$$

식(8)에서 통근수요(즉 통근횟수) d_{ij}는 통근으로 인한 편익(근로소득)과 비용(여가시간 감소)간 상충관계의 구조 안에서 비교·선택된다는 점을 분명히 보여준다. Figure 2에서 임금률 w_j가 상승하면 교통수요는 늘고, 교통혼잡으로 인해 시간이 많이 걸리면(g_{ij} 상승) 교통수요는 감소한다. 식(8)로부터

$$\frac{8w_j-t_{ij}}{8+g_{ij}}=\frac{\theta_{ij}^{T}}{\theta_{ij}^{M}}\equiv w_{ij} \tag{9}$$

을 유도할 수 있다. 이 식의 좌변은 시간당 실질 임금률로서 어떤 가구 (i,j)의 시간의 가치(value of time)가 된다. 교통시간과 통행료의 존재 때문에 시간의 가치, w_{ij}는 임금률 w_j보다 작게 주어진다.

3. 후생함수와 시장균형조건

식(3)의 효용극대화 문제를 푼 후 그 풀이를 효용함수에 대입하여 가구 (i,j)의 간접효용함수 V_{ij}를 구할 수 있다. 주거지-직장 쌍(i,j)에 대한 선택확률 P_{ij}는 다항로짓의 선택원리에 따라 다음과 같이 주어진다. λ은 확률변수의 분산모수(Dispersion parameter)이다.

$$P_{ij}=\frac{\exp(\lambda V_{ij})}{\sum_{mn}\exp(\lambda V_{mn})} \tag{10}$$

어떤 주민이 이 도시에 거주하면서 얻을 수 있는 최대효용의 기대치 $W=E\max_{ij}[V_i+\epsilon_{ij}]$를 후생지표로 정의하자. Ben-Akiva and Lerman(1985)를 이용하면

$$W=\frac{1}{\lambda}\ln\sum_{ij}\exp(\lambda V_{ij}) \tag{11}$$

간접효용함수 V_{ij}는 가격변수 $\mathbf{r}=(r_1,r_2)$ 와 정책변수인 혼잡통행료 $\mathbf{t}=(t_1,t_2)$ 의 함수이므로 $V_{ij}=V_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{t})$이다. 정책변수 t가 변하면 서로 다른 일반균형이 형성되고, 서로 다른 지대 $\mathbf{r}$이 도출된다. 따라서 $\mathbf{r}$은 혼잡통행료 t의 함수이므로 간접효용함수를

$$V_{ij}=V_{ij}(\mathbf{r}(\mathbf{t}),\mathbf{t}) \tag{12}$$

라고 다시 쓰자. 이후 논의는 이 식을 이용해 전개된다. 본 단순모형에는 내생인 가격변수는 지대만 존재하는데, 이 지대는 아래 토지시장의 균형조건에서 결정된다.

$$\sum_j NP_{ij}q_{ij}=A_i \tag{13}$$

III. 후생함수의 변화율과 최적 통행료

교통수요를 내생화하고 토지시장을 갖추고 있으며, 도시의 공간구조 또한 다핵인 연산가능 일반균형모형의 후생함수를 간단하게 고쳐 쓰는 일은 결코 쉬운 일이 아니다. 일례로 Fujita and Ogawa(1983)는 다핵심 도시를 분석하면서 본 연구와 달리 토지소비량 q_{ij}를 상수로 취급한다. 유사한 취급이 이후 경제지리학의 저작에서도 똑같이 관찰되고(Fujita and Thisse, 2002), 다른 저작물(Rossi-Hansberg, 2004)에서는 분석이 거의 전적으로 수치해석에만 의존하고 있다. 토지수요가 내생적이라는 점과 다핵적 공간구조는 특히 이 분야 연구자를 괴롭혀온 대표적 모형요소로서 본 연구모형은 이들을 내생화했다.

1. 최선의 혼잡통행료

식(13)을 이용해 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt_k} &= \sum_{ij}\frac{\partial W}{\partial V_{ij}}\frac{dV_{ij}}{dt_k}\\ &= \sum_{ij}\left(\frac{1}{\lambda}\frac{1}{\sum_{mn}\exp(\lambda V_{mn})}\lambda\exp(\lambda V_{ij})\right)\frac{dV_{ij}}{dt_k}\\ &= \sum_{ij}P_{ij}\frac{dV_{ij}}{dt_k} \qquad (14)\end{aligned}$$

식(14)에서 V_{ij}가 지대 및 정책변수의 함수라고 했으므로,

$$\frac{dV_{ij}}{dt_k} = \sum_n \frac{dV_{ij}}{dr_n}\frac{dr_n}{dt_k} + \frac{\partial V_{ij}}{\partial t_k}$$

이 식을 식(14)에 대입하자.

$$\frac{dW}{dt_k} = \sum_{ijn}P_{ij}\frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{dt_k} + \sum_{ij}P_{ij}\frac{\partial V_{ij}}{\partial t_k} \qquad (15)$$

식(15)의 우변 첫 번째 항은 정책변수에 따른 가격변수 변화로 인한 간접적 후생변화를 의미하고, 두 번째 항은 정책변수로 인한 직접적 후생변화를 담당한다.

이제 식(15)를 조작가능한 형태로 간단하게 전환하는 작업에 착수한다. 이를 위해 식(15) 우변 각 항의 편도함수로 부터 유도하자. 식(4)에 포락선정리(envelope theorem)를 적용하면 이들 편도함수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n} &= \frac{\partial L}{\partial r_n} = \theta_{ij}^M\left(\frac{\partial R}{\partial r_n} - \frac{\partial r_i}{\partial r_n}q_{ij}\right)\\ &= \theta_{ij}^M\left(\frac{A_n}{N} - \delta_{in}q_{ij}\right) \qquad (16)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_{ij}}{\partial t_k} &= \frac{\partial L}{\partial t_k} = \theta_{ij}^M\left(-d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial t_k} + \frac{\partial R}{\partial t_k}\right) + \theta_{ij}^T(-d_{ij})\frac{dg_{ij}}{dt_k}\\ &= \theta_{ij}^M\left(-d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial t_k} + \frac{1}{N}\left(F_k + \sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}\right)\right) - \theta_{ij}^T d_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k} \qquad (17)\end{aligned}$$

이제 이들 두 수식을 이용해 식(15) 우변의 각항을 변환하자. 우선 식(16)을 식(15) 우변 첫 번째 항에 대입한다. δ_{in}은 더미변수로 $i=n$일 때 1, 나머지 경우는 0이다.

$$\begin{aligned}\sum_{ijn}P_{ij}\frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{dt_k} &= \sum_{ijn}P_{ij}\theta_{ij}^M\left(\frac{A_n}{N} - \delta_{in}q_{ij}\right)\frac{dr_n}{dt_k}\\ &= \frac{1}{N}\underbrace{\sum_{ij}P_{ij}\theta_{ij}^M}_{\equiv\overline{\theta}^M}\sum_n A_n\frac{dr_n}{dt_k} - \sum_{ij}\left(P_{ij}\theta_{ij}^M q_{ij}\left[\sum_n \delta_{in}\frac{dr_n}{dt_k}\right]\right)\\ &\fallingdotseq \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_n A_n\frac{dr_n}{dt_k} - \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_{ij}NP_{ij}q_{ij}\frac{dr_i}{dt_k}\\ &= \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_n A_n\frac{dr_n}{dt_k} - \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_i\underbrace{\sum_j NP_{ij}q_{ij}}_{=A_i\text{식}(13)}\frac{dr_i}{dt_k}\\ &= \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_n(A_n - A_n)\frac{dr_n}{dt_k} = 0 \qquad (18)\end{aligned}$$

위 식에서 $\sum_{ij}P_{ij}\theta_{ij}^M \equiv \overline{\theta}^M$는 금전의 한계효용의 기대치이다.

한편 식(17)을 식(15) 우변 두 번째 항에 대입하자.

$$\begin{aligned}\sum_{ij}P_{ij}\frac{\partial V_{ij}}{\partial t_k} &= \sum_{ij}P_{ij}\left[\theta_{ij}^M\left(-d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial t_k} + \frac{1}{N}\left(F_k + \sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}\right)\right) - \theta_{ij}^T d_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k}\right]\\ &= -\sum_{ij}P_{ij}\theta_{ij}^M d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial t_k}\\ &\quad + \frac{1}{N}\underbrace{\sum_{ij}P_{ij}\theta_{ij}^M}_{\equiv\overline{\theta}^M}\left(F_k + \sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}\right) - \sum_{ij}\theta_{ij}^T P_{ij}d_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k}\end{aligned}$$

위 식에서 마찬가지로 $\sum_{ij}P_{ij}\theta_{ij}^T \equiv \overline{\theta}^T$라고 정의하면

이 값은 시간의 한계효용의 기대치를 말한다. δ_k^{ij}는 k가 i부터 j 사이에 포함될 경우 1의 값을, 나머지는 0의 값을 갖는 더미변수이고, $\theta_{ij}^M, \theta_{ij}^T$를 이들 변수로 근사해 위 식을 다시 표현하자.

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt_k} &\simeq -\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_{ij}\underbrace{NP_{ij}d_{ij}}_{\equiv F_{ij}}\frac{\partial t_{ij}}{\partial t_k}+\frac{\overline{\theta^M}}{N}\left(F_k+\sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}\right)\\ &\quad -\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_{ij}\underbrace{\frac{\overline{\theta^T}}{\overline{\theta^M}}}_{\equiv w_{ij},\ 식(9)}\underbrace{NP_{ij}d_{ij}}_{=F_{ij}}\frac{dg_{ij}}{dt_k}\\ &= -\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_{ij}F_{ij}\delta_k^{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial t_k}+\frac{\overline{\theta^M}}{N}F_k+\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}\\ &\quad -\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_{ij}w_{ij}F_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k}\end{aligned}$$

그런데 이 식 마지막 등식에서 첫 번째 항과 두 번째 항은 부호만 다를 뿐 절대치가 같기 때문에 상쇄된다.

$$\frac{dW}{dt_k}=\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}-\frac{\overline{\theta^M}}{N}\sum_{ij}w_{ij}F_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k} \tag{19}$$

식(19) 우변 두 번째 항의 교통량 F_{ij}를 구역 교통량 F_i으로 바꾸어 표현하자.

$$\begin{aligned}\sum_{ij}w_{ij}F_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k} &= w_{11}F_{11}\frac{dg_{11}}{dt_k}+w_{12}F_{12}\frac{dg_{12}}{dt_k}\\ &\quad +w_{21}F_{21}\frac{dg_{21}}{dt_k}+w_{22}F_{22}\frac{dg_{22}}{dt_k}\end{aligned}$$

$g_{11}=g_1, g_{12}=g_{21}=g_1+g_2, g_{22}=g_2$라고 하면, 위 식은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\sum_{ij}w_{ij}F_{ij}\frac{dg_{ij}}{dt_k} &= \underbrace{\left(w_{11}\frac{F_{11}}{F_1}+w_{12}\frac{F_{12}}{F_1}+w_{21}\frac{F_{21}}{F_1}\right)}_{\equiv \overline{w}_1}F_1\frac{dg_1}{dt_k}\\ &\quad +\underbrace{\left(w_{12}\frac{F_{12}}{F_2}+w_{21}\frac{F_{21}}{F_2}+w_{22}\frac{F_{22}}{F_2}\right)}_{\equiv \overline{w}_2}F_2\frac{dg_2}{dt_k}\\ &= \overline{w}_1F_1\frac{dg_1}{dt_k}+\overline{w}_2F_2\frac{dg_2}{dt_k}\\ &= \overline{w}_1F_1\frac{dg_1}{dF_1}\frac{dF_1}{dt_k}+\overline{w}_2F_2\frac{dg_2}{dF_2}\frac{dF_2}{dt_k}\end{aligned} \tag{20}$$

이 식에서 $\overline{w}_i$는 구역 i 통행자들의 시간의 가치 w_{ij}를 교통량으로 가중평균한 값이다. 식(20)을 이용해 식(19)를 다시 쓰자.

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt_k} &= \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_i t_i\frac{dF_i}{dt_k}-\frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_i\overline{w}_iF_i\frac{dg_i}{dF_i}\frac{dF_i}{dt_k}\\ &= \frac{\overline{\theta}^M}{N}\sum_i\left(t_i-\underbrace{\overline{w}_iF_i\frac{dg_i}{dF_i}}_{\equiv t_i^P}\right)\frac{dF_i}{dt_k}\end{aligned} \tag{21}$$

이 식에서 괄호 안의 두 번째 항 t_i^P는 교통량 1단위 증가로 인해 증가하는 교통혼잡의 외부효과이다. 식(21)을 0으로 놓으면 연산가능 공간균형모형에서 피구세(Pigouvian tax)인 최적 혼잡통행료의 공식을 유도할 수 있다.

$$t_i^* = t_i^P \equiv \overline{w}_iF_i\frac{dg_i}{dF_i} \tag{22}$$

2. 차선의 혼잡통행료

이제 次善의 정책수단에 대해 생각해보자. 구역 1에서 통행하는 모든 교통(구역1의 출발통행, 도착통행, 내부통행)에 대해 통행료(즉 구역통행료) a를 부과하는 제도에 대해 생각해보자. 이때 교통당국의 단위기간당 통행료수입은 aF_1이다. 구역통행료 a에 대한 후생함수 W의 변화율은 식(15)와 유사하게 주어진다.

$$\frac{dW}{da}=\sum_{ijn}P_{ij}\frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{da}+\sum_{ij}P_{ij}\frac{\partial V_{ij}}{\partial a} \tag{23}$$

위 식 우변의 첫 항은 식(18)에서 t_k가 a로 바뀔 뿐 식(18)과 마찬가지로 0의 값을 취할 것이다. 따라서 dW/da는 전적으로 위 식 우변의 마지막 항 하나로만 구성된다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_{ij}}{\partial a} &= \frac{\partial L}{\partial a}=\theta_{ij}^M\left(-d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial a}+\frac{\partial R}{\partial a}\right)-\theta_{ij}^Td_{ij}\frac{dg_{ij}}{da}\\ &= \theta_{ij}^M\left(-d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial a}+\frac{1}{N}\left(F_1+a\frac{dF_1}{da}\right)\right)-\theta_{ij}^Td_{ij}\frac{dg_{ij}}{da}\end{aligned}$$

이 식을 식(23)에 대입하고 식(20), 식(21)과 동일한 방식으로 정리하자.

$$\frac{dW}{da} = -\sum_{ij} P_{ij}\theta_{ij}^{M} d_{ij}\frac{\partial t_{ij}}{\partial a} + \frac{1}{N}\underbrace{\sum_{ij} P_{ij}\theta_{ij}^{M}}_{\equiv \bar{\theta}^{M}}\left(F_1 + a\frac{dF_1}{da}\right)$$

$$-\sum_{ij}\theta_{ij}^{T} P_{ij} d_{ij}\frac{dg_{ij}}{da}$$

$$= \frac{\bar{\theta}^{M}}{N} a\frac{dF_1}{da} - \frac{\bar{\theta}^{M}}{N}\sum_i \underbrace{\bar{w}_i F_i \frac{dg_i}{dF_i}}_{\equiv t_i^P}\frac{dF_i}{da}$$

$$= \frac{\bar{\theta}^{M}}{N}\left((a - t_1^P)\frac{dF_1}{da} - t_2^P\frac{dF_2}{da}\right) \tag{24}$$

따라서 최적 구역통행료는

$$a^* = t_1^P + t_2^P \times \frac{dF_2/da}{dF_1/da} \tag{25}$$

로 주어진다.

차선정책수단의 '수준'에 대한 자기완결형 수식은 그 자체로 흥미롭다. 왜냐하면 교통수요가 탄력적으로 취급된 공간모형에서 자기완결형 수식을 통해 어떤 정책수단이 어떻게 사회적 차선상태를 달성할 수 있는지 그 명시적인 메커니즘을 엿볼 수 있기 때문이다.

IV. 토지이용의 교통부문에 대한 영향

1. 이론

본 연구모형은 공간모형으로서 교통계획분야의 네트워크모형과 본질적으로 구분된다. 본 공간모형도 교통계획분야의 네트워크모형과 같이 통행료가 네트워크상 교통량의 분포에 미치는 영향을 평가할 수 있다. 그러나 공간모형이 네크워크모형과 본질적으로 다른 점은 바로 토지시장을 내포한다는 점이고, 토지시장의 변화가 다시 교통량의 분포에 영향을 미친다는 점이다. 이 점은 토지이용–교통 통합모형을 제안하게 되었던 배경이 되기도 하다. 지금부터는 토지이용–교통간 상호작용 가운데 토지이용→교통 방향의 영향을 파악할 수 있는 방법론에 대해 알아본다.

우선 다음 식을 보자.

$$F_{ij} = NP_{ij}d_{ij} = \frac{N\exp(\lambda V_{ij})}{\sum_{mn}\exp(\lambda V_{mn})}$$

그리고 F_i는 이 F_{ij}의 적절한 합(식(33) 참고)으로 주어지기 때문에, 교통량 F_{ij}, F_i는 간접효용함수의 함수가 분명하다. 그런데 V_{ij}는 가격변수 r_1, r_2의 함수이자 동시에 정책변수 t_1, t_2 혹은 구역통행료 a의 함수이다. 따라서 교통량 F_{ij}, F_i은 가격변수의 함수이자 동시에 정책변수의 함수이다. 그런데 각 균형가격은 특정 정책변수에 대응하여 성립하는 값들이기 때문에, 균형가격들 역시 정책변수의 함수이다.

이러한 이유에서 다음과 같이 쓰자.

$$F_{ij}(a) \equiv F_{ij}(\mathbf{r}(a), a), F_i(a) \equiv F_i(\mathbf{r}(a), a) \tag{26}$$

이 식에서 $\mathbf{r}(a) = (r_1(a), r_2(a))$이고 편의상 구역통행료를 정책변수로 삼아 방법론을 개발한다. 식(26)은 다음 식을 시사한다.

$$\frac{dF_{ij}}{da} = \sum_n \frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{da} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial a} \tag{27}$$

이 수식에서 우변 첫 번째 항은 정책변수가 토지시장의 균형가격 r_n에 영향을 미치면 그 결과 교통의 흐름 F_{ij}가 어떻게 변하는지를 보여준다. 토지시장의 변화로 인해 교통흐름이 변하는 경로는 정책변수의 '일반균형 효과'이다. 앞으로 토지시장→교통 경로를 따라 발생하는 효과를 '일반균형효과'라고 부르자.

식(27) 우변의 두 번째 항은 정책변수가 교통흐름에 미치는 직접적 영향을 포착한다. 이를테면 구역통행료가 징수되면서 혹은 구역통행료가 오르면서, 당장 F_{22}를 제외한 모든 교통량, 즉 F_{11}, F_{12}, F_{21}이 영향을 받을 것이다(감소할 가능성이 큼). 이러한 영향을 식(27) 우변 두 번째 항이 포괄한다. 이 항을 '직접효과'라고 부르자.

식(27)의 구체적 계산식을 유도하자. 식(27)의 첫 번째 항부터 알아보자.

$$\frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n} = \frac{\partial}{\partial r_n} NP_{ij}d_{ij} = N\left(\frac{\partial P_{ij}}{\partial r_n}\right)d_{ij} + NP_{ij}\left(\frac{\partial d_{ij}}{\partial r_n}\right) \tag{28}$$

구체적 효용함수가 주어지면 이 식의 마지막 항의 $\partial d_{ij}/\partial a$는 바로 유도할 수 있다.

따라서 $\partial P_{ij}/\partial r_n$의 수식유도에 집중하자.

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial r_n} = \frac{\partial}{\partial r_n}\exp(\lambda V_{ij})\left[\sum_{ks}\exp(\lambda V_{ks})\right]^{-1}$$

$$= \exp(\lambda V_{ij})\left(\lambda \frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n}\right)\left[\sum_{ks}\exp(\lambda V_{ks})\right]^{-1}$$

$$+\exp(\lambda V_{ij})(-1)\left[\sum_{ks}\exp(\lambda V_{ks})\right]^{-2}$$

$$\times \sum_{ks}\exp(\lambda V_{ks})(\lambda)\frac{\partial V_{ks}}{\partial r_n}$$

$$= \lambda \frac{\exp(\lambda V_{ij})}{\sum_{ks}\exp(\lambda V_{ks})}\frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n}$$

$$-\lambda \frac{\exp(\lambda V_{ij})}{\sum_{ks}\exp(\lambda V_{ks})}\times \sum_{ks}\frac{\exp(\lambda V_{ks})}{\sum_{ij}\exp(\lambda V_{ij})}\frac{\partial V_{ks}}{\partial r_n}$$

$$= \lambda P_{ij}\left(\frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n} - \sum_{ks} P_{ks}\frac{\partial V_{ks}}{\partial r_n}\right) \qquad (29)$$

이 식에서 $\partial V_{ij}/\partial r_n, \partial V_{ks}/\partial r_n$은 식(16)에 따라 주어진다.

이제 식(27)의 두 번째 항 $\partial F_{ij}/\partial a$의 수식을 유도하자.

$$\frac{\partial F_{ij}}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}NP_{ij}d_{ij} = N\left(\frac{\partial P_{ij}}{\partial a}\right)d_{ij} + NP_{ij}\left(\frac{\partial d_{ij}}{\partial a}\right) \qquad (30)$$

식(29)를 이용해 $\partial P_{ij}/\partial a$를 손쉽게 구할 수 있다.

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial a} = \lambda P_{ij}\left(\frac{\partial V_{ij}}{\partial a} - \sum_{ks} P_{ks}\frac{\partial V_{ks}}{\partial a}\right) \qquad (31)$$

이 식에서 $\partial V_{ij}/\partial a, \partial V_{ks}/\partial a$의 구체적 산식은 식(17)을 이용해 구할 수 있다. 그리고 식(30) 마지막 항의 $\partial d_{ij}/\partial a$는 구체적 효용함수가 주어지면 d_{ij}의 완결형 수식을 이용해 직접 유도할 수 있다. 지금까지 차선의 정책수단 a에 대해 설명했다. 최선의 정책수단 t_i^*에 대해서도 위 설명방식이 그대로 적용된다.

2. 수치해석적 측정

최적 구역통행료 a^*는 식(25)를 통해 구할 수도 있고 수치해석적으로 구할 수도 있다. 어떤 방식이든 최적 통행료 a^*가 유도되었다고 하자. $a=0$에서 a^*까지의 구간을 K개의 등구간으로 나눈 후 a를 $\Delta a = a^*/K$씩 조금씩 증가시키자. a가 0에서 a^*까지 변하면서 유발된 기종점간 통행량 F_{ij}의 총변화량을 ΔF_{ij}라고 하자. 식(27)을 이용해 ΔF_{ij}를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta F_{ij} = \int_0^{a^*}\sum_n \frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{da}da + \int_0^{a^*}\frac{\partial F_{ij}}{\partial a}da$$

이 식에서 마지막 줄의 첫 번째 항은 일반균형효과를, 두 번째 항은 직접효과를 말한다. 실제 수치해석에서는 이 두 효과를 다음과 같이 근사시켜 측정할 수 있다.

$$\Delta F_{ij} \simeq \underbrace{\sum_{k=1}^{K}\sum_n \frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n}\Delta r_n}_{\text{일반균형효과}} + \underbrace{\sum_{k=1}^{K}\frac{\partial F_{ij}}{\partial a}\Delta a}_{\text{직접효과}} \qquad (32)$$
$$\equiv \Delta F_{ij}^{\text{일반}} + \Delta F_{ij}^{\text{직접}}$$

이를테면 $a=0$일 때 균형상태를 구하자. 이 반복연산과정(iteration)을 $k=0$일 때의 반복연산과정이라고 부르자. 지대는 정책변수 a의 함수이기 때문에 r_n을 $r_n(a)$라고 쓰자. 반복연산과정 $k=0$일 때 $r_n = r_n(0)$이다. 이제 $a=\Delta a$일 때 즉 $k=1$일 때의 반복연산과정에서 균형을 달성한 후 지대 $r_n = r_n(\Delta a)$을 관찰해 기록하자. 이상 연산과정의 결과를 이용해 $k=1$일 때 $\Delta r_n = r_n(\Delta a) - r_n(0)$을 계산해 낼 수 있다. 그리고 각 도함수는 해당 반복연산과정에서 관찰되는 균형가격과 전제한 a값에서 평가된다.

다음 반복연산과정인 $k=2$에서 Δr_n은 $r_n(2\Delta a) - r_n(\Delta a)$으로 주어진다. 그리고 $k=1$ 반복연산과정에서와 마찬가지로 식(32) 각 항의 도함수는 $a=2\Delta a$에서 평가된다. 식(32) 우변 마지막 항의 Δa는 앞에서 설명했듯이 $\Delta a = a^*/K$인 상수로 주어진다.

물론 지금까지 매우 복잡한 과정을 거쳐 일반균형효과와 직접효과를 계산했다. 그러나 만약 분석자가 ΔF_{ij}의 총량적 변화에만 관심이 있다면 이상의 과정을 모두 생략하고 이 총변화량 ΔF_{ij}를 직접 구할 수 있다. 즉 $a=0$일 때의 균형에서 $F_{ij} \equiv F_{ij}^0$를 관찰하고 기록한다. 다음으로 $a=a^*$로 놓고 새로운 균형을 구한 후 F_{ij}를 기록한다. 이 새로운 F_{ij}를 F_{ij}^1이라고 하자. 총변화량은 $\Delta F_{ij} = F_{ij}^1 - F_{ij}^0$으로 주어진다. 이 값은 각 기종점 (i,j)간 계산할 수 있다.

기종점간 통행량의 분포 변화 ΔF_{ij}를 일반균형효과(토지시장→교통)와 직접효과(통행료→교통량/분포) 등 두 가지 효과로 분해하는 것에 대해 지금까지 알아봤다. 분석자에 따라서는 통행량과 분포의 변화($=\Delta F_{ij}$)로 인해 각 구역의 통행량이 얼마나 변했으며, 이 변화된

구역 통행량 ΔF_n의 결정에 일반균형효과와 직접효과가 어떤 중요도를 가지고 영향을 미쳤는지 알고 싶어 할 수도 있다. 이 질문에 대한 답은 아주 간단하다.

이를테면 구역 1의 경우 $F_1 = F_{11} + F_{12} + F_{21}$이다. 따라서 식(32)를 이용하면

$$\begin{aligned}\Delta F_1 &= \Delta F_{11} + \Delta F_{12} + \Delta F_{21} \\ &= \underbrace{\left(\Delta F_{11}^{\text{일반}} + \Delta F_{12}^{\text{일반}} + \Delta F_{21}^{\text{일반}}\right)}_{\equiv \Delta F_1^{\text{일반}}} \\ &\quad + \underbrace{\left(\Delta F_{12}^{\text{직접}} + \Delta F_{21}^{\text{직접}} + \Delta F_{22}^{\text{직접}}\right)}_{\equiv \Delta F_1^{\text{직접}}} \\ &\equiv \Delta F_1^{\text{일반}} + \Delta F_2^{\text{직접}}.\end{aligned} \tag{33}$$

즉 구역통행량의 총변화분 ΔF_1 가운데 일반균형효과로 설명 가능한 부분은 $\Delta F_1^{\text{일반}}$, 직접효과로 설명 가능한 부분은 $\Delta F_1^{\text{직접}}$으로 주어진다. 구역 2에 대해서도 동일한 방식으로 분해할 수 있다.

또한 설명했듯이 총변화분 ΔF_1를 분해하는 것이 분석목적이 아니라면 $a=0$ 및 $a=a^*$에 대응하는 F_1, F_2를 구한 후 그 차이 $\Delta F_1, \Delta F_2$를 직접 구할 수 있다.

이상 차선의 정책수단 a에 대해 알아봤다. 여기서 정책변수는 하나만 존재했다. 최선 정책수단의 경우 구역마다 서로 다른 통행료가 적용되므로 지금까지 논의했던 것을 약간 수정해야 한다. 최선 정책조합은 $\mathbf{t}^* = (t_1^*,\ t_2^*)$이다. 아무런 통행료도 부과되지 않았을 때 $\mathbf{t} = (t_1, t_2) = (0,0)$이다. 정책변수를 $\mathbf{t} = (0,0)$ 에서 $\mathbf{t} = (t_1^*,\ t_2^*)$로 변화시키는 경로는 무수히 많다. 따라서 이 문제는 전형적인 선형적분 문제이다. $0 \le \gamma \le 1$라고 하고, 우리는 여러 가지 경로 가운데 $\mathbf{t} = (1-\gamma)(0,0) + \gamma(t_1^*, t_2^*) = \gamma(t_1^*, t_2^*)$ 경로를 따라 선형적분 문제를 풀고자 한다. 이 적분경로(Path of integration)는 Figure 3에 나타나 있다. $\gamma = 0$에서 $\gamma = 1$로 γ를 변화시키면 통행료는 처음에 $(t_1, t_2) = (0,0)$에서 최적통행료 (t_1^*, t_2^*)까지 Figure 3의 직선을 따라 변한다.

이제 혼잡통행료를 γ로 모수화(parameterize)했으므로 식(27)에 대응하는 수식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{dF_{ij}}{d\gamma} = \sum_n \frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{d\gamma} + \frac{\partial F_{ij}}{\partial \gamma} \tag{34}$$

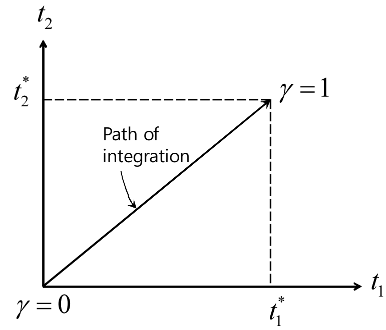

Figure 3. Path of integration

따라서 이 식을 이용해 다음과 같이 기종점간 통행량의 변화 총량을 계산할 수 있다.

$$\Delta F_{ij} = \int_0^1 \sum_n \frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n}\frac{dr_n}{d\gamma} d\gamma + \int_0^1 \frac{\partial F_{ij}}{\partial \gamma} d\gamma$$

적분구간 $[0,1]$을 K 등구간으로 나누고 增分을 $\Delta\gamma$라고 부르자(이때 $\Delta\gamma = 1/K$).

$$\begin{aligned}\Delta F_{ij} &\simeq \sum_{k=1}^{K}\sum_n \frac{\partial F_{ij}}{\partial r_n}\Delta r_n + \sum_{k=1}^{K}\frac{\partial F_{ij}}{\partial \gamma}\Delta\gamma \\ &\equiv \Delta F_{ij}^{\text{일반}} + \Delta F_{ij}^{\text{직접}}\end{aligned}$$

이 식을 활용하면 식(33)과 같이 구역별 교통량의 변화 ΔF_i도 일반균형효과와 직접효과로 정확히 분해해 낼 수 있다.

구역통행료 a를 부과한 후 중심구역 1의 속도가 개선되었다고 하자. 이 개선된 속도 가운데 일정 부분은 직접효과로 설명가능한 부분도 있고 일반균형효과로 설명가능한 부분도 있을 것이다. 구역 i의 혼잡함수를 $g_i(F_i)$라고 하자. 혼잡통행료가 부과되지 않았을 때의 변수값은 위 첨자 0을 달고, 부과 후 변수값은 1을 위 첨자로 달아 구분하자. 이때 $\Delta g_i = g_i(F_i^1) - g_i(F_i^0)$로 주어진다. Δg_i는 여러가지 다른 방식으로 분해할 수 있는데, 직접효과로 인한 통행량 변화분을 중심으로 다음과 같이 측정해보자.

$$\begin{aligned}\Delta g_i = {}& g_i(F_i^1) - g_i(F_i^0 + \Delta F_i^{\text{직접}}) \\ &+ g_i(F_i^0 + \Delta F_i^{\text{직접}}) - g_i(F_i^0)\end{aligned} \tag{35}$$

이 식에서 두 번째 줄은 통행료 부과의 금전적 비용

상승으로 통행량이 줄어든 효과(즉 직접효과)로 설명되는 통행시간 변화분이다. 이 값은 (-)값이 될 것이다. 한편 식(35) 우변 첫 번째 줄의 값은 통행량의 일반균형효과의 크기에 비례해 주어지는 변화분이다. 이 값은 (+) 또는(-)일 수도 있다. (+)인 경우 토지이용의 변화는 직접효과의 일부를 상쇄하는 방향으로 조정된다는 말이다.

3. 후생경제학적 측면에서의 분석

지금까지 토지이용부문과 교통부문간 상호작용의 결과로 발생하는 총량변화를 일반균형효과와 직접효과로 분해하는 방법에 대해 알아보았다. 그렇다면 통행료 부과로 인해 유발되는 총후생변화분 ΔW 가운데 일반균형효과로 인한 후생변화분 $\Delta W^{일반}$과 직접효과로 인해 발생하는 후생변화분 $\Delta W^{직접}$은 어떻게 유도할 수 있는가? 그리고 교통수요 변화는 $\Delta W^{직접}$ 에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보도록 하자.

구역통행료 a를 예로 들어 알아보자. 우리는 식(21)와 식(24)에 의해서 dW/da는 다음과 같이 주어짐을 알고 있다.

$$\frac{dW}{da} = \underbrace{\sum_{ijn} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial a} \frac{dr_n}{da}}_{\simeq 0} + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial a} \tag{23}$$

$$= \frac{\overline{\theta^M}}{N} a \frac{dF_1}{da} - \frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_i t_i^P \frac{dF_i}{da} \tag{36}$$

식(23)의 첫 번째 항과 두 번째 항은 일반균형효과와 직접효과를 각각 의미한다. 이 중 첫 번째 항은 식(18) 따라 일반균형효과가 0에 근사함을 확인하였는바, 결국 식(36)은 dW/da 의 직접효과만을 의미한다.

지금부터는 직접효과 중 교통수요 변화에 따른 후생변화량을 측정하기 위해 식(36)을 더욱 세분화한다. 그러나 아직까지 식(36)의 dF_i는 dP_{ij}와 dd_{ij}을 내포하고 있기 때문에 구역통행료 a 로 인한 총 후생변화 중 주거지-직장 쌍(i,j)과 교통수요 변화로 인한 후생변화를 구분할 수 없다. 우리는 지금부터 가구의 주거지-직장 쌍 (i,j) 변화를 '입지요인'으로, 교통수요 변화를 '수요요인'으로 칭하도록 한다. 따라서 요인별 후생변화를 관찰하기 위해서는 식(36)을 식(37)로 변경토록 한다. δ_{ij}^a는 구역혼잡통행료 a를 지불하는 (i,j) 쌍을 규정한 더미변수로 구역통행료를 지불하는 경우에는 1의 값을, 그렇지 않은 경우에는 0의 값을 부여한다. t_{ij}^P는 구역i로부터 구역j까지 통행하는 교통량 1단위 추가 시 증가하게 되는 교통혼잡의 외부효과이다(식21 참고).

$$\frac{dW}{da} = \frac{\overline{\theta^M}}{N} a \frac{dF_1}{da} - \frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_i t_i^P \frac{dF_i}{da}$$

$$= \frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} a\delta_{ij}^a \frac{dF_{ij}}{da} - \frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} t_{ij}^P \frac{dF_{ij}}{da} \tag{37}$$

식(30)에서 유도된 dF_{ij}/da를 식(37)에 대입하여 전개하면 다음과 같이 총 후생변화를 입지요인과 수요요인을 구분할 수 있는 식(38)이 구성된다.

$$\frac{dW}{da} = \frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} (a\delta_{ij}^a - t_{ij}^P) N d_{ij} \frac{dP_{ij}}{da} \text{ 입지요인}$$

$$+ \frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} (a\delta_{ij}^a - t_{ij}^P) N P_{ij} \frac{dd_{ij}}{da} \text{ 수요요인}$$

$$= \underbrace{\frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} a\delta_{ij}^a N d_{ij} \frac{dP_{ij}}{da}}_{-OD} - \underbrace{\frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} t_{ij}^P N d_{ij} \frac{dP_{ij}}{da}}_{+OD}$$

$$+ \underbrace{\frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} a\delta_{ij}^a N P_{ij} \frac{dd_{ij}}{da}}_{-WD} - \underbrace{\frac{\overline{\theta^M}}{N} \sum_{ij} t_{ij}^P N P_{ij} \frac{dd_{ij}}{da}}_{+WD} \tag{38}$$

식(38)에서 -OD와 +OD는 입지요인으로 인한 한계비용과 한계편익을 각각 의미하고, -WD와 +WD는 수요요인으로 인한 한계비용과 한계편익을 각각 의미한다(Figure 4 참고). 여기서 한계편익은 혼잡비용의 감소를 의미하고 한계비용은 구역통행료 부과로 인해 교통량이 줄어들어 발생하는 통행료수입 감소분을 의미한다(Rhee, 2012: 188 참고).

Figure 4는 식(38)을 이용하여 도시의 전체 가구 N 증가 시 도출된 최적 구역통행료 a^* 부과 시 요인별 후생변화량을 측정한 것이다[4]. Figure 4에서 ΔW 은 모든 요인의 총합인 후생변화를 의미하고 Indirect는 식(23)의 첫 번째 항인 토지가격 변화로 인한 후생변화량

4) Figure 4은 서울시와 유사한 인구밀도와 교통혼잡을 가지는 기준도시(N=60,000 가구, 20,000명/㎢, 도심 통행속도 18㎞/h)에 구역통행료를 부과한 것으로서 혼잡도 변화에 따른 후생변화량을 요인별로 측정코자 도시 전체 가구수(N)를 변화시켰다. Figure 4의 예시에서는 혼잡함수로 BPR 함수 $g_i = a_1[1+a_2(F_i/K_i)^{a_3}]$를 사용하였다($a_1$=1/60㎞/h, a_2=0.15, a_3=4.0).

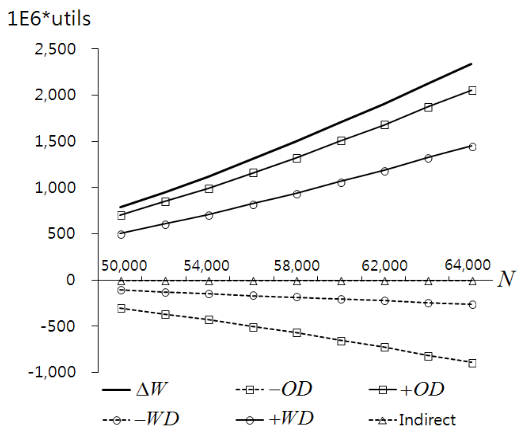

Figure 4. Welfare change decomposed

인 일반균형효과로서 식(18)의 풀이와 같이 0에 근사한다. 따라서 전체 후생변화량은 직접효과에 의한 것이다. 직접효과를 구성하는 입지요인의 한계비용(-OD)과 한계편익(+OD)의 합과 수요요인의 한계비용(-WD)와 한계편익(+WD)의 합은 전체 후생변화의 절반 정도를 각각 차지한다. 이러한 구역통행료로 인한 입지요인의 후생개선 효과는 가구의 주거지-직장 쌍 (i,j) 조정에 따른 교통패턴의 합리화로서 설명되고, 수요요인의 후생개선 효과는 식(8)이 의미하는 시간의 기회비용 감소에 따른 여가수요의 증가로 설명된다.

V. 결론

본 연구가 제안한 방법론을 유도하면서 구역의 수를 두 개구역으로 제한했다. 그러나 유도과정을 자세히 살펴보면 구역의 수가 둘 이상인 경우도 본 연구가 제안한 방법론은 마찬가지로 적용된다는 점을 쉽게 알아차릴 수 있다.

본 연구는 토지이용 부문과 교통부문간 쌍방향 영향 가운데 토지이용이 교통부문에 미치는 영향을 '일반균형효과'라는 이름하에 일정 부분 잡아내는데 성공했다. 또한 후생경제학적 측면에서 토지시장의 변화와 교통수요 변화가 전체 후생변화량에 미치는 영향을 확인하였다. 이러한 결과는 토지이용-교통 통합모형을 이용하는 연구들이 다양한 시장가격 결정구조와 탄력적인 교통수요를 포함하는 유연한 도시모형에서 정책수단 도입에 따른 사회적 후생 변화를 다양한 각도에서 이론적으로 평가할 수 있는 해석구조를 제공한다. 그러나 본 연구방법론의 적용가능성은 좀 더 다양한 분석환경에서 더 검증되어야 한다. 이를테면 생산부문을 명시적으로 도입해야 하고, 통근통행뿐 아니라 다른 형태의 교통수요도 도입될 필요가 있다.

향후 연구에서는 상호작용 관계 가운데 나머지 방향의 영향, 즉 교통부문이 토지이용 부문에 미치는 영향을 포착할 수 있는 이론으로 확장되어야 한다.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology (2011-0007905).

REFERENCES

Ben-Akiva M., Lerman S. R. (1985), Discrete Choice Analysis, Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Fujita M., Thisse J. -F. (2002), Economics of Agglomeration, Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Hamilton B. W., Röell A. (1982), Wasteful Commuting, Journal of Political Economy, Vol.90, No.5, pp.1035-1053.

Kim I. K. (1994), Theoretical Comparison of Land-Use/ Transportation Models, The journal of Korea Planners Assiciation, Vol.29, No.4, pp.135-155.

May A. D., Milne D. S. (2009), Effects of Alternative Road Procing Systems on Network Performance, Transportation Research Part A, Vol.34, pp.723-736.

Mun S., Konish K., Yoshikawa K. (2005), Optimal Cordon Pricing in a Non-Monocentric City, Transportation Research Part B, Vol.39, pp.723-736.

Nechyba T., Walsh R. (2004), Urban Sprawl, Journal of Economic Perspectives Vol.18 No.4, pp.177-200.

Rhee H. J. (2012), Welfare Function of Theory-Based Spatial Equilibrium Models and Congestion Tolls, The Journal of Korea Planners' Association, Vol.47, No.4, pp.183-192.

Rossi-Hansberg E. (2004), Optimal Urban Land Use and Zoning, Review of Economic Dynamics Vol.7, pp.69-106.

Waddell P. (2001), Towards a Behavioral Integration of Land Use and Transportation Modeling, 9th International Association for Travel Behavior Research Conference, Queensland, Australia.

Wheaton W. C. (2004), Commuting, Congestion, and Employment Dispersal in Cities with Mixed Land Use, Journal of Urban Economics, Vol.55, pp.417-438.

Yu S. G., Rhee H. J. (2011), A study of the welfare Function of a spatial Equilibrium Model and the Implications, The journal of Korea Planners Assiciation, Vol.46, No.4, pp.199-208.

Yu S. G., Rhee H. J., Kim H. K. (2010), Development of Land Use Transportation Model with Route Choice, The journal of Korea Planners Assiciation, Vol.45, No.1, pp.123-137.

Zhang X., Yang H. (2004), The Optimal Cordon-Based Network Congestion Pricing Problem, Transportation Research Part B, Vol.38, pp.517-537.

♧ 주 작 성 자 : 유상균
♧ 교 신 저 자 : 이혁주
♧ 논문투고일 : 2012. 7. 16
♧ 논문심사일 : 2012. 10. 18 (1차)
2013. 1. 13 (2차)
2013. 1. 30 (3차)
♧ 심사판정일 : 2013. 1. 30
♧ 반론접수기한 : 2013. 8. 31
♧ 3인 익명 심사필
♧ 1인 abstract 교정필