

초기 비틀림 각과 단면 테이퍼 그리고 집중질량을 갖는 회전하는 블레이드의 진동해석

Vibration Analysis of a Rotating Blade Considering Pre-twist Angle, Cross Section Taper and a Concentrated Mass

김형영*·유홍희†

Hyung Yung Kim and Hong Hee Yoo

(Received December 28, 2012 ; Revised December 28, 2012 ; Accepted January 24, 2013)

Key Words : Vibration Analysis(진동해석), Pre-twist Angle(초기 비틀림 각), Cross Section Taper(단면 테이퍼), Concentrated Mass(집중질량)

ABSTRACT

Equations of motion of a rotating blade considering pre-twist angle, cross section taper and a concentrated mass are derived using the hybrid deformation variable modeling method. For the modeling of a concentrated mass which is located at an arbitrary position of the blade, a Dirac delta function is employed for the mass density function. The final equations for the vibration analysis are transformed into a dimensionless form using several dimensionless parameters. The effects of the dimensionless parameters on the vibration characteristics of the rotating blade are investigated through numerical analysis.

1. 서 론

헬리콥터, 터빈발전기, 풍력발전기 등은 에너지 변환을 위해 블레이드 형태의 구조를 사용한다. 이러한 블레이드들은 회전운동을 일으키며 작동 하는데 회전운동에 의해 야기되는 관성력은 시스템 강성 변화를 초래해 진동특성을 현격히 변화시킨다. 진동 특성은 구조물의 구조성과 큰 연관성을 가지므로 진동특성을 정확히 예측하는 것은 구조설계의 핵심적 사항이라고 할 수 있다. 따라서 블레이드의 구조 설계를 위해서는 정확한 모델링을 통한 진동특성 변화를 예측하는 방법이 요구된다.

회전하는 외팔보의 진동특성 연구는 1920년대에

Southwell에 의해 시작되었다. 그는 Rayleigh energy 평형이론에 근거하여 회전운동에 따른 외팔보의 고유진동수 변화를 계산할 수 있는 모델을 제시하였다⁽¹⁾. 그 후 Schilhansl은 회전하는 외팔보의 편미분 방정식을 유도하고 Ritz 방법을 이용하여 Southwell 방정식의 계수들을 구하였다⁽²⁾. 1970년대에는 전산기의 사용으로 운동방정식을 고유치 문제로 변환시켜 고유진동수를 구하는 수치적 방법들이 연구되었다^(3,4). 이러한 수치적 방법들은 여러 가지 형태의 보에 관한 해석을 가능하게 하였다. 그 중, Hoa는 끝단질량을 가진 회전 외팔보의 해석방법⁽⁵⁾, Kuo는 보 단면의 변화까지 고려한 해석방법을 연구하였다⁽⁶⁾. 이후 Kane은 외팔보의 운동방정식 유도를 위한 새로운 방법을 제시하였고⁽⁷⁾, Yoo는 복합변형

† Corresponding Author ; Member, School of Mechanical Engineering Hanyang University
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : +82-2-2220-0446, Fax : +82-2-2293-5070

* Member, School of Mechanical Engineering Hanyang University

‡ Recommended by Editor Moon Kyu Kwak

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

변수라는 개념을 도입하여 Kane이 제시한 방법을 더욱 간명하게 발전시켰다⁽⁸⁾. 최근에는 Yoo가 제시한 방법을 사용하여 다양한 형상을 갖는 외팔보에 관한 연구가 이루어져 왔다. 그 중에는 집중질량을 가지는 외팔보⁽⁹⁾, 초기 비틀림 각을 가지는 외팔보⁽¹⁰⁾, 단편 테이퍼를 가지는 멀티 패킷 블레이드 시스템⁽¹¹⁾ 등이 있다.

앞선 연구에서 보여주듯이 회전 블레이드는 그 목적에 따라 초기 비틀림 각, 단면 테이퍼, 집중질량 등이 고려된 형상의 구조를 가진다. 이러한 형상들은 각각 블레이드의 진동특성에 영향을 미친다. 그러나 기존의 연구 중에는 초기 비틀림 각, 단면 테이퍼, 집중질량을 복합적으로 고려한 모델에 관한 연구는 수행되지 않았다. 따라서 이 연구의 목적은 초기 비틀림 각, 단면 테이퍼, 집중질량이 동시 고려된 회전하는 블레이드 모델을 제안하고 제안된 모델을 이용하여 각 파라미터(parameter)들의 변화에 따른 시스템의 진동특성 변화를 조사하는 것이다.

2. 진동방정식 유도

2.1 운동방정식

이 장에서는 초기 비틀림 각, 단면 테이퍼, 집중질량을 갖는 회전하는 블레이드의 운동방정식 유도 과정을 소개한다. Fig. 1은 초기 비틀림 각, 단면 테이퍼, 집중질량을 가지는 블레이드의 형상을 나타낸다. $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 는 기준틀(reference frame) A에 부착된 서로 수직인 단위 벡터들이며, \hat{a}_2 와 \hat{b}_2 가 이루는 각 θ_0 는 초기 비틀림 각을 나타낸다. Fig. 2는 회전 블레이드의 회전에 의한 변형 시 형상을 보여주며, 탄성변위의 의미와 기준 좌표계를 나타낸다. 탄성축 상에 위치한 질점 P_0 이 변형 후 P의 위치로 움직일 때, 그 변위를 \vec{u} 라고 나타내고 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 방향 성분은 각각 u_1, u_2, u_3 로 표현한다. 여기서 s 는 변형 후 보의 늘어난 길이를 나타낸다. 연속체 방정식을 근사화하기 위해 가상모드(assumed mode)를 이용하여 s, u_2, u_3 를 다음과 같이 근사화한다.

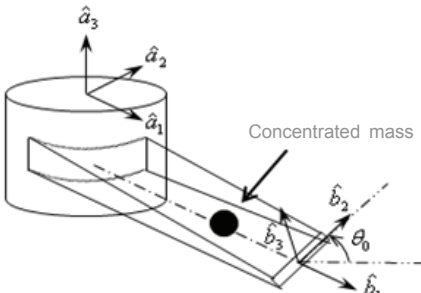


Fig. 1 Configuration of a pre-twisted tapered blade having a concentrated mass

$$s(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \tag{1}$$

$$u_2(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \tag{2}$$

$$u_3(x, t) = \sum_{i=1}^{\mu_3} \phi_{3i}(x) q_{3i}(t) \tag{3}$$

여기서, $\phi_{1i}, \phi_{2i}, \phi_{3i}$ 는 s, u_2, u_3 를 나타내기 위한 가상모드(assumed mode)들이며 q_{1i}, q_{2i}, q_{3i} 는 일반좌표, μ_1, μ_2, μ_3 는 일반좌표의 개수이다. 기준틀 A의 각속도와 점 O의 속도를 각각 $\vec{\omega}^A$ 와 \vec{v}^O 로 표시하고 이들을 스칼라 변수들을 사용해 단위벡터 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 에 관해서 표현하면 다음과 같다.

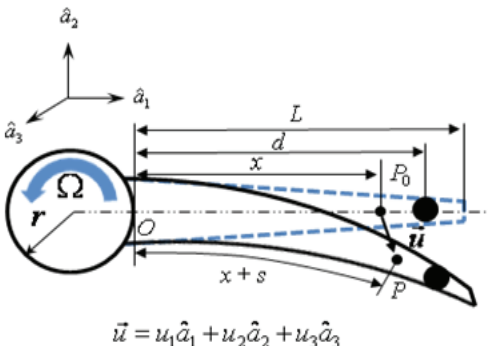


Fig. 2 Deformation of the neutral axis of a beam having a concentrated mass

$$\vec{\omega}^A = \Omega \vec{a}_3 \tag{4}$$

$$\vec{v}^O = r \Omega \vec{a}_2 \tag{5}$$

여기서, P점의 속도 \vec{v}^P 는 다음과 같이 구해진다.

$$\vec{v}^P = (\dot{u}_1 - \Omega u_2)\hat{a}_1 + [\dot{u}_2 + \Omega(x + u_1 + r)]\hat{a}_2 + \dot{u}_3\hat{a}_3 \quad (6)$$

식 (6)의 u_1 은 근사화를 위해 s 와 u_2 로 나타내고, 참고문헌 (8)의 근사화된 관계식을 이용한다.

$$s = u_1 + \frac{1}{2} \int_0^x \left[\left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial \sigma} \right)^2 \right] d\sigma \quad (7)$$

Kane 방법을 이용한 운동방정식의 형태는 다음과 같다.

$$\int_0^L \rho(x) \left(\frac{\partial \bar{v}^P}{\partial \dot{q}_i} \right) \cdot \frac{d\bar{v}^P}{dt} dx + \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (8)$$

여기서 L 과 $\rho(x)$ 는 블레이드 길이와 단위길이당 질량을 의미한다. 그런데 Fig. 3과 같이 블레이드가 테이퍼진 단면을 가질 경우 단위길이당 단면적이 일정하게 변화한다. 따라서 $\rho(x)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho(x) = \rho_0 A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{L} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{L} \right) \quad (9)$$

식 (9)의 ρ_0 는 보의 밀도이고, A_0 는 고정단에서의 단면적이며 α 와 β 는 아래와 같이 각각 자유단과 고정단의 두께와 폭의 비로 표현한다.

$$\alpha = \frac{b_1}{b_0}, \quad \beta = \frac{h_1}{h_0} \quad (10)$$

식 (8)의 U 는 블레이드의 인장 및 굽힘 변형들에 의한 탄성에너지로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EA(x) \left(\frac{ds}{dx} \right)^2 + EI_3(x) \left(\frac{d^2 u_2}{dx^2} \right)^2 + EI_2(x) \left(\frac{d^2 u_3}{dx^2} \right)^2 + 2EI_{23}(x) \left(\frac{d^2 u_2}{dx^2} \right) \left(\frac{d^2 u_3}{dx^2} \right) dx \quad (11)$$

여기서 E 는 탄성계수이고 $A(x)$ 는 단면적이다. 또한 $I_2(x)$, $I_3(x)$ 는 면적관성모멘트, $I_{23}(x)$ 는 면적 관성적으로 I_2^* 와 I_3^* 로 나타낼 수 있다.

$$A(x) = b_0 h_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{L} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{L} \right) \quad (12)$$

$$I_2(x) = \frac{I_2^*(x) + I_3^*(x)}{2} + \frac{I_2^*(x) - I_3^*(x)}{2} \cos(2\theta) \quad (13)$$

$$I_3(x) = \frac{I_2^*(x) + I_3^*(x)}{2} - \frac{I_2^*(x) - I_3^*(x)}{2} \cos(2\theta) \quad (14)$$

$$I_{23}(x) = \frac{I_2^*(x) - I_3^*(x)}{2} \sin(2\theta) \quad (15)$$

$$I_2^*(x) = \frac{h_x b_x^3}{12} = \frac{h_0 b_0^3}{12} \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{L} \right)^3 \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{L} \right) \quad (16)$$

$$I_3^*(x) = \frac{b_x h_x^3}{12} = \frac{b_0 h_0^3}{12} \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{L} \right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{L} \right)^3 \quad (17)$$

$$\theta = \frac{\theta_0}{L} x \quad (18)$$

여기서, θ 는 블레이드 임의 단면에서 비틀림 각을 나타내며 자유단에서 $\theta = \theta_0$ 이다. 위 과정을 종합하여 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

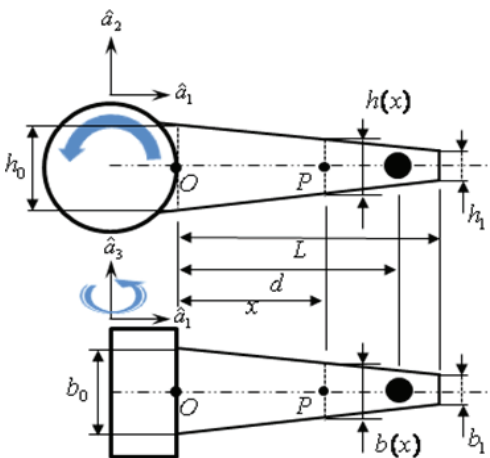


Fig. 3 A blade with a tapered cross section

$$\sum_{j=1}^{\mu_1} M_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} + \sum_{j=1}^{\mu_1} (K_{ij}^S - \Omega^2 M_{ij}^{11}) q_{1j} - 2\Omega \sum_{j=1}^{\mu_2} M_{ij}^{12} \dot{q}_{2j} = P_i \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} M_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + 2\Omega \sum_{j=1}^{\mu_1} M_{ij}^{21} \dot{q}_{1j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} K_{ij}^{B23} q_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} \{\Omega^2 (K_{ij}^{GB2} + rK_{ij}^{GA2} - M_{ij}^{22}) + K_{ij}^{B2}\} q_{2j} = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_3} M_{ij}^{33} \ddot{q}_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij}^{B32} q_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} \{\Omega^2 (K_{ij}^{GB3} + rK_{ij}^{GA3}) + K_{ij}^{B3}\} q_{3j} = 0 \quad (21)$$

식 (19)는 블레이드의 인장방향, 식 (20)은 면내굽힘방향, 식 (21)은 면외굽힘방향 운동방정식을 각각 나타낸다. 여기에 등장하는 행렬 요소들은 다음과 같다.

$$M_{ij}^{ab} = \int_0^L \rho_0 A_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l}\right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l}\right) \phi_{ai} \phi_{bj} dx \quad (22)$$

$$k_{ij}^{GAa} = \int_0^L \rho_0 A_0 \left((\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{x^3}{3l^2} + (\alpha + \beta - 2) \frac{x^2}{2l} + x - \frac{(2\alpha\beta + \alpha + \beta + 2)l}{6} \right) \phi'_{ai} \phi'_{aj} dx \quad (23)$$

$$K_{ij}^{GBa} = \int_0^L \rho_0 A_0 \left((\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{x^4}{4l^2} + (\alpha + \beta - 2) \frac{x^3}{3l} + \frac{x^2}{2} - \frac{(1 + \alpha + \beta + 3\alpha\beta)l^2}{12} \right) \phi'_{ai} \phi'_{aj} dx \quad (24)$$

$$K_{ij}^S = \int_0^L EA_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l}\right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l}\right) \phi'_{ai} \phi'_{aj} dx \quad (25)$$

$$K_{ij}^{B2} = \int_0^L EI_3 \phi_{2i}'' \phi_{2j}'' dx \quad (26)$$

$$K_{ij}^{B3} = \int_0^L EI_2 \phi_{3i}'' \phi_{3j}'' dx \quad (27)$$

$$K_{ij}^{Bab} = \int_0^L EI_{23} \phi_{ai}'' \phi_{bj}'' dx \quad (28)$$

$$P_i = r\Omega^2 \int_0^L \rho_0 \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l}\right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l}\right) \phi_{1i} dx + \Omega^2 \int_0^L \rho_0 x \left(1 + (\alpha - 1) \frac{x}{l}\right) \left(1 + (\beta - 1) \frac{x}{l}\right) \phi_{1i} dx \quad (29)$$

임의 위치에 집중질량을 고려하기 위해 단위길이당 질량을 나타내는 함수 $\rho(x)$ 를 블레이드의 임의 지점 $x=d$ 에서 충격함수(Dirac's delta function)로 가정한다. 방정식에서 $\rho(x)$ 와 관련된 식 (22)~(24), 식 (29)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\hat{M}_{ij}^{ab} = M_{ij}^{ab} + m \phi_{ai}(d) \phi_{bj}(d) \quad (30)$$

$$\hat{K}_{ij}^{GAa} = K_{ij}^{GAa} + m \int_0^d \phi'_{ai} \phi'_{aj} dx \quad (31)$$

$$\hat{K}_{ij}^{GBa} = K_{ij}^{GBa} + md \int_0^d \phi'_{ai} \phi'_{aj} dx \quad (32)$$

$$\hat{P}_i = P_i + m(d+r)\Omega^2 \phi_{1i}(d) \quad (33)$$

여기서, m 은 집중질량의 크기를 나타낸다.

블레이드의 인장방향 고유진동수들과 굽힘방향 고유진동수들은 일반적으로 차이가 크므로 이들의 연성효과를 무시하고 집중질량을 고려한 항들을 식 (19~21)에 대입하면 운동방정식은 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} \hat{M}_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} K_{ij}^{B23} q_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} \{\Omega^2 (\hat{K}_{ij}^{GB2} + r\hat{K}_{ij}^{GA2} - \hat{M}_{ij}^{22}) + K_{ij}^{B2}\} q_{2j} = 0 \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_3} \hat{M}_{ij}^{33} \ddot{q}_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij}^{B32} q_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} \{\Omega^2 (\hat{K}_{ij}^{GB3} + r\hat{K}_{ij}^{GA3}) + K_{ij}^{B3}\} q_{3j} = 0 \quad (35)$$

2.2 무차원 진동방정식

보편적인 해석결과를 얻기 위해 무차원 변수들을 이용하여 방정식을 무차원화 하기 위해서 무차원 변수들을 다음과 같이 정의한다.

$$\tau \equiv \frac{t}{T}, \quad \xi \equiv \frac{x}{L} \tag{36,37}$$

$$g_{aj} \equiv \frac{q_{aj}}{L}, \quad \delta \equiv \frac{r}{L} \tag{38,39}$$

$$\gamma \equiv \Omega T, \quad \kappa \equiv \frac{I_2^*}{I_3^*} \tag{40,41}$$

$$\eta \equiv \frac{m}{\rho L}, \quad \chi \equiv \frac{d}{L} \tag{42,43}$$

식 (36)에서 T 는 다음과 같은 변수이다.

$$T = \sqrt{\frac{\rho_0 A_0 L^4}{EI_3^*}} \tag{44}$$

식 (41)을 이용하면, 식 (13)~(15)는 다음과 같다.

$$\frac{I_2}{I_3^*} = \frac{1}{2}(\kappa+1) + \frac{1}{2}(\kappa-1)\cos(2\theta_0\xi) \tag{45}$$

$$\frac{I_3}{I_3^*} = \frac{1}{2}(\kappa+1) - \frac{1}{2}(\kappa-1)\cos(2\theta_0\xi) \tag{46}$$

$$\frac{I_{23}}{I_3^*} = \frac{1}{2}(\kappa-1)\sin(2\theta_0\xi) \tag{47}$$

이상의 관계식들을 이용하여 식 (34)와 (35)를 무차원화된 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{\mu_2} \bar{M}_{ij}^{22} \ddot{g}_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} \bar{K}_{ij}^{B23} g_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} [\gamma^2 \{ \bar{K}_{ij}^{GB2} + \delta \bar{K}_{ij}^{GA2} \} + \eta(\chi + \delta) \bar{K}_{ij}^{GC2} - \bar{M}_{ij}^{22}] g_{2j} = 0 \tag{48}$$

$$\sum_{j=1}^{\mu_3} \bar{M}_{ij}^{33} \ddot{g}_{3j} + \sum_{j=1}^{\mu_2} \bar{K}_{ij}^{B32} g_{2j} + \sum_{j=1}^{\mu_3} [\gamma^2 \{ \bar{K}_{ij}^{GB3} + \delta \bar{K}_{ij}^{GA3} \} + \eta(\chi + \delta) \bar{K}_{ij}^{GC3}] g_{3j} = 0 \tag{49}$$

여기서 나타내는 행렬은 다음과 같다.

$$\bar{M}_{ij}^{ab} = \int_0^1 (1 + (\alpha - 1)\xi)(1 + (\beta - 1)\xi) \psi_{ai} \psi_{bj} d\xi + \eta \psi_{ai}(\chi) \psi_{bj}(\chi) \tag{50}$$

$$\bar{K}_{ij}^{B2} = \int_0^1 (1 + (\alpha - 1)\xi)(1 + (\beta - 1)\xi)^3 \left[\frac{1}{2}(\kappa + 1) - \frac{1}{2}(\kappa - 1)\cos(2\theta_0\xi) \right] \psi_{2i}'' \psi_{2j}'' d\xi \tag{51}$$

$$\bar{K}_{ij}^{B3} = \int_0^1 (1 + (\alpha - 1)\xi)(1 + (\beta - 1)\xi)^3 \left[\frac{1}{2}(\kappa + 1) + \frac{1}{2}(\kappa - 1)\cos(2\theta_0\xi) \right] \psi_{3i}'' \psi_{3j}'' d\xi \tag{52}$$

$$\bar{K}_{ij}^{GAa} = \int_0^1 \left[-(\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{\xi^3}{3} - (\alpha + \beta - 2) \frac{\xi^2}{2} - \xi + \frac{(2 + \alpha + \beta + 2\alpha\beta)}{6} \right] \psi'_{ai} \psi'_{aj} d\xi \tag{53}$$

$$\bar{K}_{ij}^{GBa} = \int_0^1 \left[-(\alpha\beta - \alpha - \beta + 1) \frac{\xi^4}{4} - (\alpha + \beta - 2) \frac{\xi^2}{3} - \frac{\xi^2}{2} + \frac{(1 + \alpha + \beta + 3\alpha\beta)}{12} \right] \psi'_{ai} \psi'_{aj} d\xi \tag{54}$$

$$\bar{K}_{ij}^{GCa} = \int_0^{\chi} \psi'_{ai} \psi'_{bj} d\xi \tag{55}$$

$$\bar{K}_{ij}^{Bab} = \int_0^1 (1 + (\alpha - 1)\xi)(1 + (\beta - 1)\xi)^3 \left[\frac{1}{2}(\kappa - 1)\sin(2\theta_0\xi) \right] \psi''_{ai} \psi''_{bj} d\xi \tag{56}$$

여기서 $\psi_{aj}(\xi)$ 는 $\phi_{aj}(x)$ 와 동일한 함수 값을 가진다. 식 (48)과 (49)에서 g_{2j} 과 g_{3j} 로 구성된 column Vector를 g 라 하고 시간에 대한 조화함수로 가정하면 다음과 같다.

$$g = e^{j\omega\tau} \underline{\theta} \tag{57}$$

여기서, ω 는 고유진동수에 변수 T 를 곱한 무차원 고유진동수이며 $\underline{\theta}$ 는 모드형상을 나타내는 모드벡터이다. 식 (57)을 이용하면 식 (48)과 (49)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\omega^2 M \underline{\Theta} = K \underline{\Theta} \tag{58}$$

식 (58)에서 M 과 K 는 대칭 정방행렬들로 그 요소들은 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} \bar{M}^{22} & 0 \\ 0 & \bar{M}^{33} \end{bmatrix} \tag{59}$$

$$K = \begin{bmatrix} \bar{K}^{22} & \bar{K}^{23} \\ \bar{K}^{32} & \bar{K}^{33} \end{bmatrix} \tag{60}$$

여기서 요소행렬의 구성은 다음과 같다.

$$\bar{M}^{22} = [\bar{M}_{ij}^{22}] \tag{61}$$

$$\bar{M}^{33} = [\bar{M}_{ij}^{33}] \tag{62}$$

$$\bar{K}^{22} = [\bar{K}_{ij}^{B2} + \gamma^2 \{ \bar{K}_{ij}^{GB2} + \delta \bar{K}_{ij}^{GA2} + \eta(\chi + \delta) \bar{K}_{ij}^{GC2} - \bar{M}_{ij}^{22} \}] \tag{63}$$

$$\bar{K}^{33} = [\bar{K}_{ij}^{B3} + \gamma^2 \{ \bar{K}_{ij}^{GB3} + \delta \bar{K}_{ij}^{GA3} + \eta(\chi + \delta) \bar{K}_{ij}^{GC3} - \bar{M}_{ij}^{33} \}] \tag{64}$$

$$\bar{K}^{23} = [\bar{K}_{ij}^{23}] \tag{65}$$

$$\bar{K}^{32} = [\bar{K}_{ij}^{32}] \tag{66}$$

3. 수치해석

10개의 외팔보의 굽힘방향 고유모드함수들을 가상모드(assumed mode)들로 사용하여 수치해석을 수행하였다. Table 1은 유도된 운동방정식들의 정확성

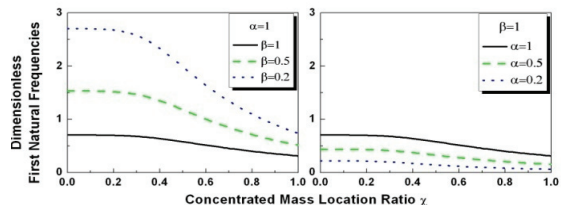
Table 1 Comparison of natural frequencies obtained by the proposed method and reference (12) ($\alpha, \beta = 0.5, \eta = 1, \chi = 1, \theta_0 = 0, \kappa = 1, \delta = 0$)

		1st.	2nd.	3rd.
$\gamma = 0$	Ref.(12)	1.187	13.080	38.405
	Present	1.187	13.092	38.498
$\gamma = 10$	Ref.(12)	10.268	51.069	104.301
	Present	10.497	51.764	106.112

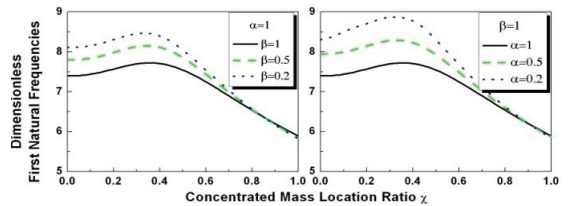
과 신뢰성을 검증하기 위해 블레이드가 테이퍼진 단면, 집중질량을 가진 경우에 대하여 참고문헌 (12)와 고유진동수를 비교하였다. 이 결과들은 무차원 회전 각속도 $\gamma = 0$ 과 10일 때 무차원 세 번째 고유진동수까지 비교한 값이며 최대 2.2% 오차를 보이

Table 2 Comparison of natural frequencies obtained by the proposed method and ANSYS ($\alpha, \beta = 0.5, \eta = 1, \chi = 1, \theta_0 = 30, \kappa = 0.25, \delta = 0.1$)

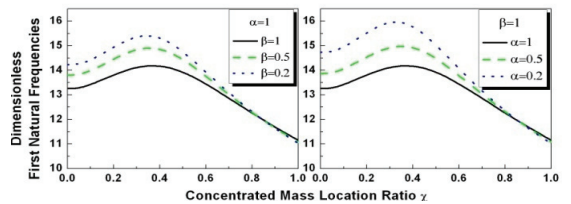
		1st.	2nd.	3rd.
$\gamma = 0$	ANSYS	0.597	1.161	6.711
	Present	0.597	1.162	6.718
$\gamma = 1$	ANSYS	1.298	1.393	8.926
	Present	1.296	1.395	8.928
$\gamma = 5$	ANSYS	2.862	5.508	27.095
	Present	2.863	5.507	27.102
$\gamma = 10$	ANSYS	4.614	10.768	50.975
	Present	4.616	10.771	51.015



(a) First natural frequencies of blade ($\gamma = 0$)



(b) First natural frequencies of blade ($\gamma = 5$)



(c) First natural frequencies of blade ($\gamma = 10$)

Fig. 4 Variation of first natural frequencies versus a concentrated mass location ratio with different taper ratio ($\eta = 1, \theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1$)

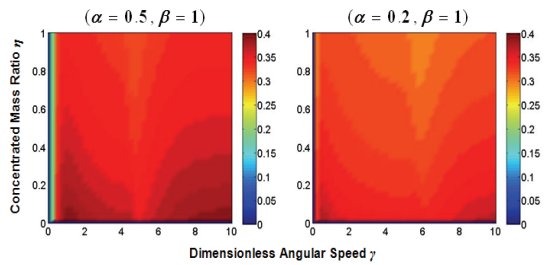
고 있다. Table 2는 초기비틀림 각, 테이퍼진 단면, 집중질량 조건들을 가지는 블레이드의 무차원 고유진동수를 상용구조해석 프로그램인 ANSYS를 사용하여 얻은 수치해석 결과와 비교하였다. 이 결과는 최대 0.1% 이내의 오차를 보인다. 이상의 결과 비교는 이 연구에서 제시된 모델링 방법의 정확성과 신뢰성을 잘 보여준다고 판단된다.

Fig. 4는 집중질량의 위치와 테이퍼비 변화에 따른 무차원 첫 번째 고유진동수 값을 나타내고 있다. Fig. 4(a)는 회전을 하지 않는 경우이며, 집중질량의 위치가 고정단에서 자유단쪽으로 이동할수록 질량증가효과로 인해 고유진동수는 감소하게 된다. Fig. 4(b)와 (c)는 회전하는 경우이며, 폭 비(β)보다 두께 비(α) 변화가 고유진동수에 더 많은 영향을 미친다. 또한 집중질량이 자유단 쪽으로 이동하면 고유진동수는 테이퍼 비와 관계없이 비슷해짐을 알 수 있다. 또한 집중질량의 위치가 고정단에서 자유단 쪽으로 이동하면 고유진동수는 증가하다가 감소하게 된다. 이는 일정 지점까지는 집중질량에 의한 강성증가 효과가 질량증가 효과보다 더 크지만 그 이후에는 다시 질량증가 효과가 강성증가 효과보다 커지기 때문이다.

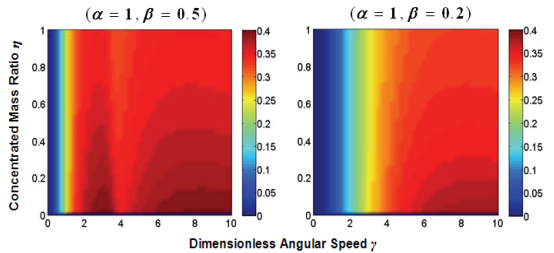
Fig. 5는 집중질량의 질량 비와 회전각속도 변화에 따른 고유진동수가 가장 큰 값을 가지게 되는 집중 질량의 위치를 contour plot으로 나타낸다. X축은 무차원 회전각속도이며 Y축은 집중질량의 질량 비를 나타낸다. 또한 색은 무차원 첫 번째 고유진동수가 최대값이 되는 집중질량 위치를 나타낸다. 집중 질량 위치는 집중질량의 질량 비보다 회전각속도에

의한 영향을 많이 받고 $\gamma < 0.4$ 구간 내에 존재하게 된다. 일정 회전각속도 이상에서는 전체적으로 집중 질량 위치가 0.3~0.4 사이에 있음을 알 수 있다.

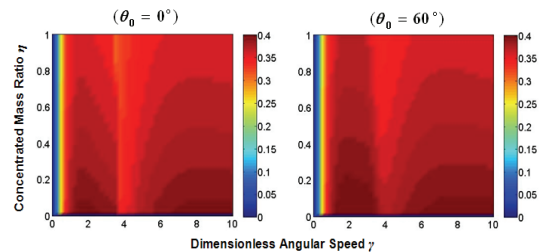
Fig. 6(a)는 테이퍼비 α 를 변화시킨 경우이며, α 가 작아지면 회전각속도에 관계없이 전체적으로 집중질량의 위치가 감소함을 알 수 있다. Fig. 6(b)는 테이퍼 비 β 가 작아질수록 집중질량 위치는 회전각속도에 의한 영향을 더 많이 받게 된다. Fig. 6(c)는 초기비틀림 각을 변화시킨 경우며, 초기비틀림 각에 의한 집중질량 위치 변화는 거의 없음을 보여준다.



(a) Effect of the thickness taper ratio on a concentrated mass location ratio ($\theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1$)



(b) Effect of the breadth taper ratio on a concentrated mass location ratio ($\theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1$)



(c) Effect of twist angle on a concentrated mass location ratio ($\alpha = 1, \beta = 1, \kappa = 0.04, \delta = 1$)

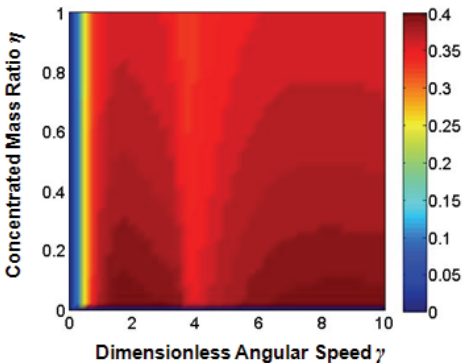


Fig. 5 Contour plot of a concentrated mass location ratio ($\theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1, \alpha = 1, \beta = 1$)

Fig. 6 Contour plot of a concentrated mass location ratio versus parameters

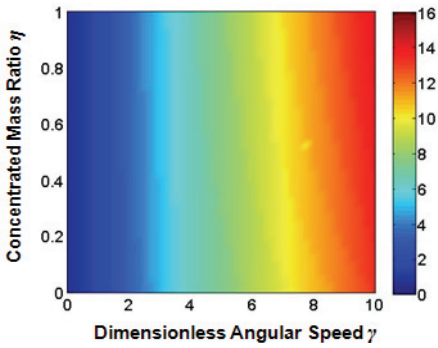
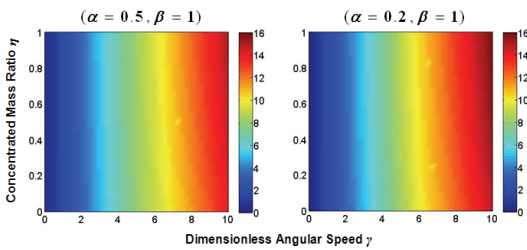
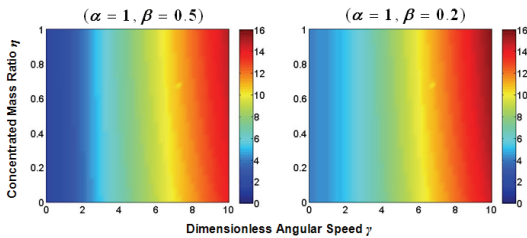


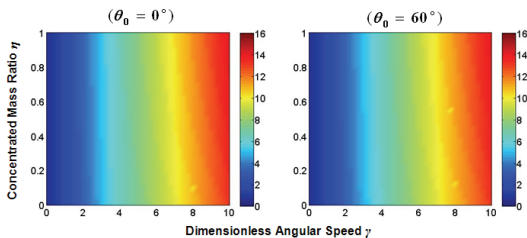
Fig. 7 Contour plot of the maximum dimensionless first natural frequency ($\theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1, \alpha = 1, \beta = 1$)



(a) Effect of the thickness taper ratio on the dimensionless first natural frequency ($\theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1$)



(b) Effect of the breadth taper ratio on the dimensionless first natural frequency ($\theta_0 = 30, \kappa = 0.04, \delta = 1$)



(c) Effect of twist angle on the dimensionless first natural frequency ($\alpha = 1, \beta = 1, \kappa = 0.04, \delta = 1$)

Fig. 8 Contour plot of the dimensionless first natural frequency versus parameters

Fig. 7은 집중질량의 질량 비와 회전각속도 변화에 따른 첫 번째 무차원 최대 고유진동수를 contour plot으로 나타낸 그림이다. X축은 무차원 회전각속도이며 Y축은 집중질량의 질량비이다. 색은 첫 번째 무차원 최대 고유진동수의 값을 나타낸다. 집중질량의 질량비가 증가하고 회전각속도가 증가할수록 최대 고유진동수도 증가하게 되며 이 값은 집중질량의 질량비 보다 회전각속도에 의한 영향을 더 많이 받는 것을 알 수 있다.

Fig. 8(a)와 (b)는 테이퍼비 α, β 를 변화시킨 경우이며, α, β 가 작아질수록 고유진동수는 증가함을 보여준다. Fig. 8(c)는 초기 비틀림 각을 변화시킨 경우이며, 초기 비틀림 각에 의한 구조강성 변화가 작기 때문에 고유진동수의 변화에 미치는 영향도 작게 나타남을 알 수 있다.

4. 결 론

이 논문에서는 임의의 지점에 집중질량과 단면 테이퍼, 초기 비틀림 각을 갖는 회전블레이드의 진동특성을 예측하기 위한 모델링 방법을 제시하였으며 이를 이용하여 수치해석을 수행하였다. 해석결과의 정확성은 수치해석 결과를 참고문헌과 ANSYS의 무차원 고유진동수를 비교해 규명하였다. 수치해석 결과는 초기 비틀림 각, 집중질량, 테이퍼 비를 고려했을 때 회전각속도와 집중질량 위치 변화에 따른 무차원 첫 번째 고유진동수 변화를 예측해 보았다. 또한 회전각속도와 집중질량의 질량비의 변화에 따른 최대 고유진동수와 그때의 집중질량의 위치를 contour plot으로 나타내었다. 이 논문에서 사용된 모델링 방법은 회전 블레이드 진동해석 시 쉽게 적용 가능하고 응용될 수 있으리라 판단된다.

후 기

이 논문은 2012년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

이 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No. 2011T100200116).

참 고 문 헌

- (1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades, British A.R.C. Reports and Memoranda, No. 766.
- (2) Schilhansl, M., 1958, Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam, Journal of Appl. Mech. Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, 25, pp. 28~30.
- (3) Putter, S. and Manor, H., 1978, Natural Frequencies of Radial Rotating Beams, Journal of Sound and Vibration, Vol. 56, No. 2, pp. 175~185.
- (4) Bauer, H. F., 1980, Vibration of a Rotating Uniform Beam, Journal of Sound and Vibration, Vol. 72, No. 2, pp. 177~189.
- (5) Hoa, S., 1979, Vibration of a Rotating Beam with Tip Mass, Journal of Sound and Vibration, Vol. 67, No. 3, pp. 369~381.
- (6) Kuo, Y. H., Wu, T. H. H. and Lee, S. Y., 1994, Bending Vibration of a Rotating Non-uniform Beam with Tip Mass and a Elastically Restrained Root, Computer & Structure, Vol. 22, No. 2, pp. 229~236.
- (7) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 10, No. 2, pp. 139~151.
- (8) Yoo, H., Ryan, R. and Scott, R., 1995, Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motion, Journal of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261~278.
- (9) Yoo, H., Seo, S. and Hub, K., 2002, The Effect of a Concentrated Mass on the Modal Characteristics of a Rotating Cantilever Beam, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 216, No. 2, pp. 151~163.
- (10) Yoo, H., Park, J. H., and Park, J. H., 2001, Vibration Analysis of Rotating Pre-twisted Blades,

Computers & Structures, Vol. 79, No. 19, pp. 1811~1819.

(11) Lim, H., Chung, J. and Yoo, H., 2009, Modal Analysis of a Rotating Multi-packet Blade System, Journal of Sound and Vibration, Vol. 325, No. 3, pp. 513~531.

(12) Khulief, Y. A., 1989, Vibration Frequencies of a Rotating Tapered Beam with End Mass, Journal of Sound and Vibration, Vol. 134, No. 1, pp. 87~97.



Hyung Yung Kim received his B.S. degrees in the Department of Mechanical Engineering in Seoul National University of Science and Technology, Seoul, Korea in 2011. He is working as a MS degrees. candidate in the Department of Mechanical Engineering in Hanyang University, Seoul, Korea. His research interests include vibration and structural dynamics.



Hong Hee Yoo received his BS and MS degrees in the Department of Mechanical Design in Seoul National University in 1980 and 1982. He received his PhD in Mechanical Engineering and Applied Mechanics at the University of Michigan at Ann Arbor in 1989. He is a professor in the Department of Mechanical Engineering in Hanyang University, Seoul, Korea. His research interests include multi-body dynamics, structural vibration, and statistical uncertainty analysis in mechanics.