

# 적분법을 이용한 전력용 변압기의 손실 해석법 연구

## Investigation of Loss Analysis Method using Integral Equation Method for Power Transformers

배 병 현\* · 이 승 욱\* · 최 중 응\* · 박 석 원\*

(Byunghyun Bae · Seungwook Lee · Jongung Choi · Seokweon Park)

**Abstract** - In analysis of power transformer loss using calculation of magnetic field, Finite element method is commonly used. When using this method, calculation of magnetic field needs the very large number of elements and the performance of common work station is not sufficient to calculate the magnetic fields. In addition, the definition of boundary conditions may arise. However, When using Integral equation method, only ferromagnetic materials need to be modeled, since the domain is infinite. All the space in which the primary and secondary sources exist is regarded as free( $\mu=\mu_0$ ).

**Key Words** : Transformer, Finite element method, Integral equation method

### 1. 서 론

기후변화 시대의 도래와 산업간 융복합의 가속화에 따라 전력산업의 패러다임은 기존의 '저렴한 요금, 전기공급 확대'로부터 '청정에너지의 수용 확대, 에너지 이용효율의 향상, 소비자의 에너지절약 참여'로 전환할 것을 요구받고 있다. 이와 더불어 한전을 비롯한 민수용 초고압변압기 시장 고객들의 고효율 변압기에 대한 수요도 높아지는 실정이다. 따라서 초고압변압기 제조사 입장에서 저비용의 고효율 변압기 구현은 필수 불가결한 사항이다. 이를 실현시키기 위해서는 무엇보다 설계 단계에서 손실에 대한 예측이 필수적으로 이루어져야 하는데, 여기에 검증된 전력기기 해석능력을 바탕으로 유한요소법(Finite Element Method)이 손실 해석에 널리 사용되고 있다. 초고압변압기의 크기는 그 크기가 수 미터에 달하는 반면, 유한요소에 사용되는 최소 요소의 크기는  $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 미터에 달한다. 이것은 손실 해석에 있어서 유한요소법이 과도한 요소를 필요로 함을 의미하는데, 통상적으로 사용되는 워크스테이션의 사양으로는 한계가 있는 실정이다.

적분법(Integral Equation Method)의 경우, 강자성체가 전류원으로부터 많이 떨어져 있으면서 그 종류가 많지 않은 모델 해석에 유용하다. 지배방정식 특성상 전류원과 그 영향을 받는 강자성체만 모델링 되면 수치해석이 가능하므로 권선과 전류리드, 철심, 지지구조물 등으로 이루어진 변압기 자체해석에 적절하게 사용될 수 있다.

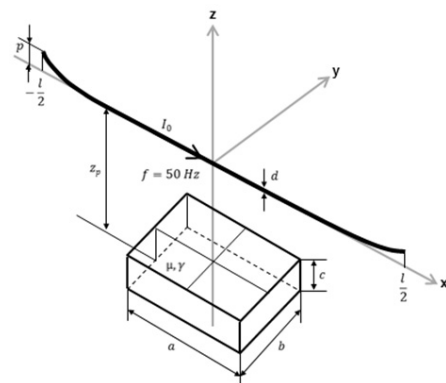


그림 1 적분법 모델

Fig. 1 Model for Integral Equation Method

### 2. 본 론

#### 2.1 적분법의 정식화

##### 2.1.1 3차원 연산을 위한 적분 방정식 모델

3차원 계산을 위한 적분법은 그림 1과 같이 선전류원과 그 근방에 위치한 직육면체 형태의 강자성체로 구성된 간단한 모델에 의해 유도될 수 있다.

주파수 50Hz의 준정자계(quasistatic)이므로, 복소 계산이 수행되어 정식화 과정에서 Phasor 표시를 위해 시변수(Time dependent) 위에 점이 붙는다. 벡터 변수의 경우 볼드체로 표기한다.

##### 2.1.2 전류원 $I_0$ 에 의한 $A_0$ 및 $H_0$

전류원  $I_0$ 에 의한 Magnetic Vector Potential(1) 및

\* Corresponding Author : T&D Technology Research Team, Power T&D R&D Center, LSIS Co., Ltd.

E-mail : bhbae@lsis.biz

\* T&D Technology Research Team, Power T&D R&D Center, LSIS Co., Ltd.

Received : October 22, 2012; Accepted : March 6, 2013

Magnetic Intensity(2)는 Biot-Savart 법칙에 따른다. 전류는 +x 방향으로 흐르기 때문에 Magnetic Vector Potential은 x 성분만 있으며, Magnetic Intensity는 y 성분과 z 성분만 존재한다.

$$\dot{A} = \dot{A}_{0x} \cdot a_x = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \ln \left[ \frac{x + \frac{l}{2} + \sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}}{x - \frac{l}{2} + \sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}} \right] \cdot a_x \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \dot{H}_{0y} \cdot a_y + \dot{H}_{0z} \cdot a_{0z} \\ &= \frac{-z I_0}{4\pi(y^2 + z^2)} \left[ \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}} \right] \cdot a_y \\ &+ \frac{y I_0}{4\pi(y^2 + z^2)} \left[ \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}} \right] \cdot a_z \end{aligned} \quad (2)$$

### 2.1.3 전류원 I<sub>0</sub>에 의한 A<sub>0</sub> 및 H<sub>0</sub>

전류원 I<sub>0</sub>는 강자성체 내부에 Magnetic Polarization과 Eddy Current는 일으키며, 이 성분은 2차 전류원으로 모델링 될 수 있다. 이 2차 전류원은 다음의 형태로 표현된다

$\dot{J}_v$  : 강자성체 체적(V) 내부에서 발생하는 표면 와전류 밀도 (A/m<sup>2</sup>)

$\dot{K}_m$  : 강자성체 표면에서 발생하는 선자화전류 밀도 (A/m)

$\sigma_v$  : 강자성체 표면에서 발생하는 전하밀도 (A/m)

지배방정식의 Time variation은 각속도 ω인 정현파로 가정한다.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (3)$$

전체 자계의 세기는 전류원 I<sub>0</sub>에 의한 자계와 2차 전류원에 의한 자계의 합으로 표현되며 다음과 같다[1].

$$\dot{H}(r) = \dot{H}_0(r) + \dot{H}_v(r) + \dot{H}_s(r) \quad (4)$$

$$\dot{H}(r) = \dot{H}_0(r) + \frac{\mu_r}{4\pi} \int j_v(r') \times \frac{\mathcal{R}}{R^3} dV' + \frac{1}{4\pi} \int K_m(r') \times \frac{\mathcal{R}}{R^3} dS' \quad (5)$$

여기서,

$\dot{H}_0(r)$ 은 임의의 점 r에서 전류원 I<sub>0</sub>에 대한 자계의 세기

$\dot{H}_v(r)$ 은 임의의 점 r에서 2차 전류원  $\dot{j}_v(r')$ 에 대한 자계의 세기

$\dot{H}_s(r)$ 은 임의의 점 r에서 2차 전류원  $\dot{K}_m(r')$ 에 대한 자계의 세기

r은 자계가 계산되는 임의의 점

r'은 2차 전류원이 생성되는 강자성체 내부의 임의의 점

각 Vector 관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{r} = x \cdot a_x + y \cdot a_y + z \cdot a_z \quad (6)$$

$$\mathbf{r}' = x' \cdot a_x + y' \cdot a_y + z' \cdot a_z \quad (7)$$

$$\mathcal{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' \quad (8)$$

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (9)$$

Magnetic Vector Potential은 다음과 같다.

$$\dot{A}(r) = \dot{A}_0(r) + \dot{A}_v(r) + \dot{A}_s(r) \quad (10)$$

$$\dot{A}(r) = \dot{A}_0(r) + \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \int j_v(r') \frac{dV'}{R} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int K_m(r') \times \frac{dS'}{R} \quad (11)$$

여기서

$\dot{A}_0(r)$ 은 임의의 점 r에서 전류원 I<sub>0</sub>에 대한 Magnetic Vector Potential

$\dot{A}_v(r)$ 은 임의의 점 r에서 2차 전류원  $\dot{j}_v(r')$ 에 대한 Magnetic Vector Potential

$\dot{A}_s(r)$ 은 임의의 점 r에서 2차 전류원  $\dot{K}_m(r')$ 에 대한 Magnetic Vector Potential

표면전하  $\sigma_v$ 는 스칼라 포텐셜 φ를 생성한다. 공간 내 임의의 점에서 이 포텐셜은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma_v(r') dS'}{R} \quad (12)$$

강자성체 표면을 제외한 임의의 점

$$\nabla\phi(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \sigma_v(r') \frac{\mathcal{R}}{R^3} dS' \quad (13)$$

강자성체 표면 위의 임의의 점

$$\nabla\phi(r) \cdot \mathbf{n}(r) = \frac{\sigma_v}{2\epsilon_0} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \sigma_v(r') \frac{R \cdot \mathbf{n}(r)}{R^3} dS' \quad (14)$$

체적 V 내부의 임의의 점 r에서 다음의 관계가 성립한다.

$$\dot{J}_v(r) = \gamma \cdot \dot{E}(r) = \gamma \cdot (-\nabla\phi(r) - j\omega\dot{A}(r)) \quad (15)$$

식 (11)과 (13)을 (15)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \dot{J}_v(r) + \frac{j\omega\gamma\mu_0\mu_r}{4\pi} \int_V \dot{J}_v(r') \frac{dV'}{R} + \frac{j\omega\gamma\mu_0}{4\pi} \int_S \dot{K}_m(r') \frac{dS'}{R} \\ - \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0} \int_S \sigma_v(r') \frac{R}{R^3} dS' = -j\omega\gamma\dot{A}_0(r) \end{aligned} \quad (16)$$

표면 S상의 임의의 점 r에 대하여 다음 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
 \dot{K}_m(r) &= 2 \cdot \lambda_m \cdot \dot{H}(r) \times n(r) \\
 &= 2 \cdot \lambda_m \cdot [\dot{H}_0(r) + \dot{H}_v(r) + \dot{H}_s(r)] \times n(r)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

여기서  $n(r)$ 은 점  $r$ 에서의 법선 성분이고

$$\lambda_m = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1}
 \tag{18}$$

식 (5)를 식 (17)에 대입하면,

$$\begin{aligned}
 \dot{K}_m(r) &- \frac{\lambda_m \mu_r}{2\pi} \int_V \left( j_v(r') \times \frac{R}{R^3} \right) \times n(r) dV' \\
 &- \frac{\lambda_m}{2\pi} \int_{S, r' \neq r} \left( \dot{K}_m(r') \times \frac{R}{R^3} \right) \times n(r) dS' \\
 &= 2 \cdot \lambda_m \cdot \dot{H}_0(r) \times n(r)
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

또한 표면  $S$ 상의 임의의 점  $r$ 에 대하여 다음의 관계가 성립한다.

$$\dot{E}(r) = -\nabla\phi(r) - j\omega\dot{A}(r)
 \tag{20}$$

강자성체와 투자율 1인 매질 사이의 경계조건에서 다음의 관계가 성립한다.

$$\dot{E}(r) \cdot n(r) = 0
 \tag{21}$$

식 (20)에  $n(r)$ 을 곱하고, 식 (11), (14), (21)을 식 (20)에 대입하면,

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_v(r) &+ \frac{j\omega\mu_0\mu_r\epsilon_0}{2\pi} \int_V j_v(r') \cdot \frac{n(r)}{R} dV' \\
 &+ \frac{j\omega\mu_0\epsilon_0}{2\pi} \int_S \dot{K}_m(r') \cdot \frac{n(r)}{R} dS' \\
 &- \frac{1}{2\pi} \int_{S, r' \neq r} \dot{\sigma}_v(r') \frac{R \cdot n(r)}{R^3} dS' \\
 &= -2j\omega\epsilon_0\dot{A}_0(r) \cdot n(r)
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

식 (16), (19), (22)는 2차 전류원에 의해 계산되는 정칙화된 방정식이다.

## 2.2 적분법에 의한 수치해석

### 2.2.1 적분법 계산의 정확성 향상 요소

적분법을 적용한 유입식 변압기의 수치해석에서는 전체 모델링에 대한 해석 자체도 중요하지만, 그에 따른 해석 정확성이 뒷받침 되어야 한다. 따라서 전류원과 강자성체(비자성체)의 형상에 대한 정확한 분석은 필수이다. 특히, 권선 구조의 종류와 권선에 사용된 케이블의 종류에 따라 권선의

와전류 손실이 달라질 수 있고, 권선 및 전류리드 위치에 따라 강자성체로 이루어진 탱크, 연결판, 상하부 프레임 등에서 발생하는 손실이 달라질 수 있기 때문에 해석하고자 하는 사양에 대하여 정밀한 모델링이 요구된다.

#### 가. 권선 모델링

권선의 와전류 손실 계산 정확도 향상을 위해 상세 모델링이 구현되어야 한다. 따라서, 권선에 사용된 케이블의 경우 연속전위전선(CTC : Continuous Transposed Cable)과 각선(Rectangular Wire) 및 절연지 등이 상세 구현되어 케이블 특성이 반영되어야 하고, 권선 종류에 따라 헬리컬 권선, 디스크권선, Cylindrical-헬리컬 권선 등 설계 사양에 부합되는 모델링이 요구된다. 권선의 상세 모델 예는 그림 2와 같다.

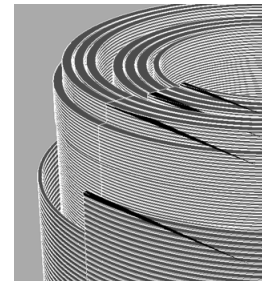


그림 2 상세 권선 모델  
Fig. 2 Detailed Winding Model

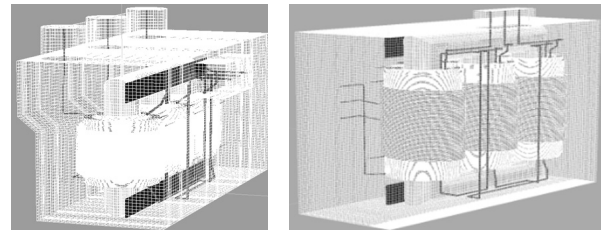


그림 3 변압기 탱크 형상 및 전류리드 상세 구현  
Fig. 3 Shape of Tank & Detailed Lead

#### 나. 변압기 탱크/구조물 및 전류리드 결선 모델링

상세한 탱크 형상 구현을 통해 탱크 표면의 자속값 계산 정확도를 향상시킬 수 있다. 이것은 탱크 벽면의 형상 뿐만 아니라, 부상 하우스 등도 모델링 되어야 함을 의미하고, 상세하게 구현된 전류리드 결선을 통해 강자성체 주위로 대전류 리드가 지나갈 경우 그에 대한 손실 및 온도상승을 계산할 수 있다.

### 2.2.2 적분법의 사례 연구

사례 연구를 통하여 적분법의 해석 과정을 보이고자 한다. 해석 대상의 모델은 그림 4와 같으며, 상세 사양은 표 1에 표기하였다. 해석 결과는 p.u.법으로 표기 하였으며, 표 2에 결과를 정리하였다.

표 1 사례 연구를 위한 사양

Table 1 Specification of Case Study Model

	Spec.
Phase	1 Ph
Frequency	60 Hz
Capacity	31.6 / 42 MVA
Voltage	345 kV
	138 kV
	13.8 kV
Cooling Type	OA / FA

표 2 계산 결과

Table 2 Result of Calculation

	$I^2R$ Loss [p.u.]	Stray Loss [p.u.]	dT Max [K]
Tank	-	0.048	15
Frames	-	0.008	7.4
Flitch Plates	-	0.010	14.3
Edge Stacks	-	0.068	-
Winding Loss	0.616	0.034	-
Core Loss	0.217		
Total Loss	0.833	0.167	-

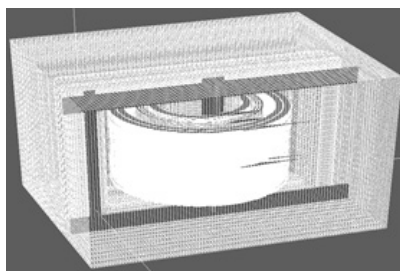
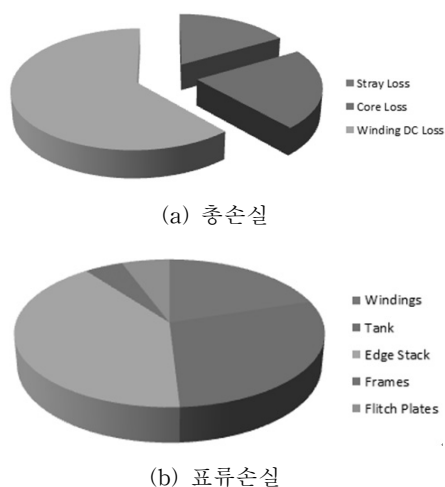


그림 4 사례 연구 모델

Fig. 4 Model for Case Study

유입식 변압기의 손실은 크게 권선의  $I^2R$  손실, 철손, 표류 손 등으로 구분할 수 있으며, 따라서 표 2의 손실은 그림 5와 같이 정리될 수 있다.



(a) 총손실

(b) 표류손실

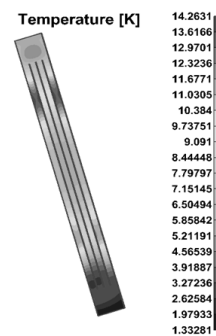
그림 5 손실 분포

Fig. 5 Distribution of Loss

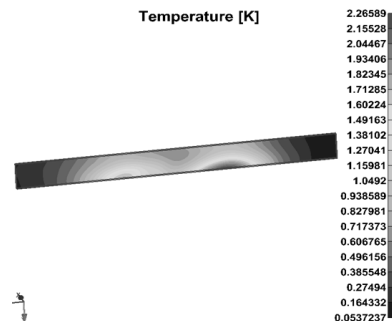
변압기 내부 구조물인 연결판(Flitch Plate)과 상/하부 프레임의 온도상승 계산을 위하여 적분법 계산에서 도출된 자속(Flux Density)을 근거로 유한요소(FEM : Finite Element Method) 수치해석을 수행하였다.

온도해석을 위해서는 열원인 손실이 계산되어야 하며, 그 손실을 바탕으로 전도, 대류, 복사를 고려한 해석이 수행되어야 한다. 손실은 적분법에서 계산된 자속을 근거로 계산되었으며, 온도해석을 위한 원재료의 열전도계수, 부위별 대류 열전달 계수, 복사 열전달 계수는 당사 표준에서 적용하고 있는 값을 적용하였다. 온도상승 계산 결과는 그림 6과 같다.

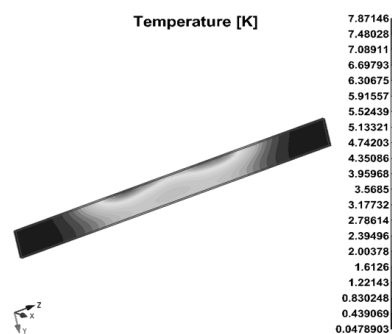
전력용 변압기 특성 상 내부 구조물의 온도분포 측정은 불가능하므로 온도시험에서 얻은 절연유 온도 상승 및 고온으로 인한 가스발생 여부를 통해 최대 열점(Hot Spot) 온도를 추측할 수 있다. 일반적으로 열점 온도가 105°C 이상에



(a) 연결판



(b) 상부 프레임



(c) 하부 프레임

그림 6 연결판 및 프레임의 온도상승

Fig. 6 Temperature Rise of Plate & Frame

서 가스가 발생하는데, 본 모델의 시험결과 절연유의 최대 온도가 85°C였으며 가스는 발생하지 않았다. 따라서, 절연유 최대 온도 85°C에 구조물의 최대 온도상승분 14.3°C를 더하더라도 99.3°C 수준이므로 본 해석이 타당함을 알 수 있다.

### 2.2.3 적분법의 해석정합성 검증

#### 가. 사례 연구의 정합성

적분법의 정합성 검증을 위하여 실제 제작된 제품에 대한 검증을 수행하였다. 대상 모델은 154kV급 유입식 변압기 7개 모델이며, 각각 권선의 I<sup>2</sup>R손실, 권선 및 구조물의 와전류 손실 계산을 수행하였다. 적용 대상은 표 3과 같다.

표 3 사례 연구 모델

Table 3 Models for Case Study

	사양
A1	3Ph 60Hz 154/23/6.6kV 10/12MVA
A2	3Ph 60Hz 154/66/23kV 30/40MVA ONAN/ONAF
A3	3Ph 60Hz 154/22.9kV 25/30MVA ONAN/ONAF
A4	3Ph 60Hz 154/22.9kV 50/60MVA ONAN/ONAF
A5	3Ph 60Hz 154/22.9/13.2kV 80/100MVA NAN/ONAF
A6	3Ph 60Hz 154/22.9kV 20/30MVA ONAN/ONAF
A7	3Ph 60Hz 154/22.9kV 60/75MVA ONAN/ONAF

7개 모델에 대한 해석결과를 표 4에 정리하였다. 총 7개 모델에 대하여 권선의 I<sup>2</sup>R손실은 시험치 대비 최대 6.71% 오차를 보였다. 표류손의 경우, 시험결과와 권선의 와류손 및 구조물의 와류손의 합으로 표현되기 때문에 각각의 표류손

#### 표 4 계산 결과

Table 4 Result of Calculations

(a) 권선 손실 (I<sup>2</sup>R Loss)

	시험치(p.u.)	해석치	
		손실값(p.u.)	오차(%)
A1	0.938	0.939	0.16%
A2	0.857	0.851	-0.72%
A3	0.909	0.902	-0.80%
A4	0.852	0.842	-1.10%
A5	0.825	0.77	-6.71%
A6	0.864	0.871	0.82%
A7	0.876	0.851	-2.89%

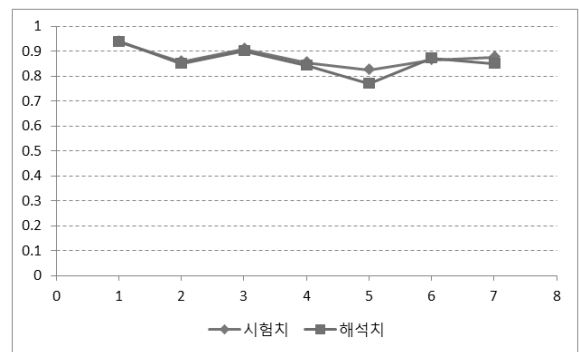
(b) 표류손 (Stray Loss)

	시험치(p.u.)	해석치	
		손실값(p.u.)	오차(%)
A1	0.062	0.058	-8.24%
A2	0.143	0.138	-3.83%
A3	0.091	0.091	-0.29%
A4	0.148	0.165	9.78%
A5	0.175	0.159	-9.53%
A6	0.136	0.144	5.80%
A7	0.124	0.121	-2.66%

성분을 더하여 시험 결과와 비교하였다. 표류손의 경우 시험치 대비 -9.53 ~ 9.78%의 오차 범위에 수렴하였다. 해석치와 시험치의 차이가 나는 원인을 추정해 보면 다음과 같다.

모델 A5의 경우, I<sup>2</sup>R손실이 차이가 비교적 큰 원인은 탱크 내부의 공간적인 제약으로 전류리드의 단면적이 충분하지 않았던 것과, 권선과 전류리드를 연결하는 용접이 충분하지 못하여 실제 시험에서 설계치를 웃도는 손실이 발생했으므로 사료된다.

표류손의 경우 전체 모델에서 오차가 발생하는데, 이것은 시험 시 해석 모델에서 생략된 탭 절환기나 철구조물 등에서 추가적인 표류 손실이 발생하였거나 또는 탭 절환기가 탱크 밖에 별도로 설치되거나 추가적인 철구조물이 적은 경우 발생한 것으로 사료된다.



(a) I<sup>2</sup>R손실 비교



(b) 표류손 비교

그림 7 시험결과와 해석결과 비교

Fig. 7 Comparison between experiment and calculation

### 3. 결론

적분법을 이용하여 유입식 변압기에 대한 그 정합성을 검증하였다. 적분법을 이용한 수치해석은 유한요소법의 제한적인 요소 수 및 경계조건으로 인하여 고려하기 힘든 영역을 구현할 수 있으며, 적분법을 응용한 프로그램을 통하여 권선의 I<sup>2</sup>R손실 뿐만 아니라 권선 및 구조물, 탱크 등에서 발생하는 표류손을 계산할 수 있다.

또한 적분법을 이용한 수치해석의 정합성을 검증하고자 사례 연구 해석을 수행하였다. 실제 제작된 7개 모델에 대하여 전체 손실(I<sup>2</sup>R손실 & 표류손) 및 구조물의 온도상승을

계산하고 시험과 비교한 결과는 I<sup>2</sup>R손실이 최대 6.71%의 오차를, 표류손이 -9.18% ~ 8.51%의 오차범위에 수렴하였다.

**참 고 문 헌**

- [1] Mr.sc. Branimir Cucic, "3D Calculation of quasistatic magnetic field around the current carrying conductor and ferromagnetic plate by means of integral equations", Koncar distributivni I specijalni transformatori, Mokroviceva 8, 10090 Zagreb, branimir.cucic@koncar-dst.hr
- [2] Ukrainian research, Design and Technological Transformer Institue" osc "VIT", 11 Dnepropetrovskoye shosse 69069, Zaporozhye, Ukraine



**박 석 원 (朴 哲 遠)**

1964년 10월 8일생. 1988년 한양대 전기공학과 졸업, 1988년~현재 LS산전 T&D 제품연구소 부연구위원.  
Tel : 043-261-6870  
Fax : 043-261-6630  
E-mail : seokweonp@lsis.biz

**저 자 소 개**



**배 병 현 (裵 丙 賢)**

1977년 7월 2일생, 2003년 부산대 전자전기통신공학부 졸업, 2005년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2005년~현재 LS산전 T&D제품연구소 선임연구원  
Tel : 043-261-6571  
Fax : 043-261-6630  
E-mail : bhbae@lsis.biz



**이 승 욱 (李 昇 昱)**

1973년 12월 23일생. 1999년 순천향대 공과대학 전기공학과 졸업. 2005년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사), 2007년~현재 LS산전 T&D제품연구소 책임연구원.  
Tel : 043-261-6571  
Fax : 043-261-6630  
E-mail : swlee3@lsis.biz



**최 중 응 (崔 鍾 雄)**

1967년 9월 10일생. 1992년 부산대 기계설계공학과 졸업, 1998년 동대학원 기계설계공학과 졸업(박사), 2001년~현재 LS산전 T&D제품연구소 수석연구원.  
Tel : 043-261-6936  
Fax : 043-261-6630  
E-mail : jwchoib@lsis.biz