技術論文 J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 41(3), 217-225(2013)
DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2013.41.3.217

사이클릭 피치제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 운동특성 분석과 LQR 제어

조성범, 장세아, 최기영*

Analysis on Dynamic Characteristics and LQR Control of a Quadrotor Aircraft with Cyclic Pitch

Sungbeom Jo, Se-ah Jang and Keeyoung Choi*
Department of Aerospace Engineering, Inha University.

ABSTRACT

Typical quadrotor aircraft use four differential thrust vectors to control the motion. In this study, we design a quadrotor aircraft using collective and cyclic control to improve the shortcomings of existing quadrotor aircraft. The quadrotor aircraft with cyclic control can fly at various attitudes due to the excessive control degrees of freedom. Hence the quadrotor aircraft with cyclic control is suitable as high performance aircraft. In this study, modeling and stability analysis of the quadrotor aircraft have been performed using FLIGHTLAB. LQR control systems were designed using linear models at various flight conditions and verified through nonlinear simulations using MATLAB.

초 록

통상적인 쿼드로터 항공기는 네 개 로터의 회전 속도에 의한 추력 벡터의 크기를 조절하여 자세를 제어한다. 본 연구에서는 기존에 개발된 쿼드로터 항공기의 단점을 개선하기 위해서 사이클릭 피치 제어가 가능한 쿼드로터 항공기를 설계하였다. 콜렉티브와 사이클릭 제어를 사용하는 쿼드로터 항공기는 각 로터의 회전속도를 모두 동일하게 유지함으로써 진동에 의한 구조적인 문제를 해소할 수 있으며, 12개의 자유도를 가지므로 다양한 자세에서의 비행이 가능하기 때문에 자동 비행과 실용적 임무가 가능한 고성능 항공기로서 적합하다. 본 연구에서 개발하는 쿼드로터 항공기의 모델링은 FLIGHTLAB을 이용하여 비선형 모델을 구성하였으며, 각 비행 조건에서의 선형 모델을 이용하여 LQR 제어기 설계 및 비선형 시뮬레이션을 통해 제어기의 성능을 검증하였다. 본 논문은 사이클릭 피치 제어가 가능한 쿼드로터의 모델링 및 시뮬레이션 결과를 보여준다.

Key Words : Quadrotor aircraft(쿼드로터 항공기), Cyclic control(사이클릭 제어), FLIGHTLAB, LQR control system(LQR 제어 시스템), Nonlinear simulation(비선형 시뮬레이션)

† Received: November 14, 2011 Accepted: February 25, 2013 http://journal.ksas.or.kr/
* Corresponding author, E-mail : kchoi@inha.ac.kr
pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

Ⅰ. 서 론

21세기의 새로운 시장으로서 로봇산업이 크게 부각되고 있으며, 이미 군용 무인기가 실전에 투입되어 전쟁의 승패를 좌우하는 주요 무기로 자리매김하고 있다[1]. 이와 같이 최근 무인항공기 분야에 대한 산업적 발전 가능성이 주목을 받고, 그 활용 분야가 확대됨에 따라 다양한 형태의 무인항공기에 대한 연구가 진행되고 있다. 특히 MEMS(Micro Electro Mechanical System)를 기반으로 하는 센서와 높은 집적도의 센서가 개발됨에 따라 비행제어시스템과 구동기의 소형화가 가능해지며 소형 무인항공기에 대한 관심이 높아지고 있다.

소형 무인항공기가 개발되고 여러 분야에서 운용되면서 나타나는 고정익 무인 항공기의 단점을 보완하기 위해서, 운용의 편의성이 뛰어난 회전익 항공기에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 다른 유형의 항공기와는 달리 회전익 항공기는 수직이착륙이 가능하고, 고정익 항공기에 비해 저속 성능이 우수하여 고정익 항공기로는 불가능하거나 어려운 임무의 수행이 가능하다.

회전익 항공기의 경우 로터의 반토크 문제가 발생하게 되는데 소형 회전익 항공기의 경우 이러한 반토크의 상쇄가 일반적으로 쉽지 않다. 이러한 단점의 대안으로 다양한 형태의 회전익 항공기가 제시되었으며, 그에 대한 연구가 진행되고 있다[2][3]. 이와 같은 장점과 더불어 다중 로터형 회전익 항공기는 일반적인 회전익 무인항공기에 비해 유상하중 탑재 능력이 뛰어나므로 보다 저렴한 비용으로 원하는 유상하중을 얻을 수 있다.

현재 보편적으로 운용되고 있는 쿼드로터 항공기는 피치가 고정된 4개 로터의 회전속도를 개별적으로 조절하여 자세를 제어한다. 이러한 방식의 경우 각 로터의 회전속도가 다르기 때문에 큰 유상하중을 얻기 위해 블레이드의 크기가 증가하게 되면 그에 따라 진동에 취약해지므로 대형화에 한계가 있다. 또한 4개의 자유도만을 가지므로 다양한 비행 자세나 방향을 제어하기 힘들기 때문에 다양한 비행 환경에서 좋은 성능을 기대하기 어렵다.

본 연구의 최종 목표는 기존에 개발된 쿼드로터 항공기의 단점을 보완하기 위해 콜렉티브와 함께 사이클릭 제어가 가능한 쿼드로터 항공기를 개발하는 것이다. 일반적인 회전익 항공기에서 사용하는 콜렉티브와 사이클릭 제어의 장점을 이용함으로써, 기존의 쿼드로터 항공기에 비해 많은 자유도를 가짐으로써 자유로운 비행의 제어가 가능하도록 하는 것을 목표로 하고 있다.

본 연구에서는 사이클릭 제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 개발을 위해 콜렉티브와 사이클릭 제어가 가능한 항공기의 비선형 모델을 구성하고 동적 특성을 분석하였으며, FLIGHTLAB을 이용하여 산출한 선형 모델을 이용하여 LQR 제어기를 설계하였다. 또한 비선형 시뮬레이션을 이용하여 설계한 시스템의 타당성을 검증하였다.

Ⅱ. 본 론

2.1 쿼드로터 항공기의 설계

본 연구의 목적은 수직이착륙과 제자리 비행, 자동 비행이 가능한 무인항공기의 개발이다. Fig. 1은 사이클릭 제어가 가능한 항공기의 전체적인 형상을 보여주고 있다.

Figure 1에서 볼 수 있듯이 설계한 쿼드로터 항공기의 네 개의 로터는 마름모꼴로 구성되어 있다. 앞 쪽과 뒤 쪽의 로터는 시계방향, 좌우의 로터는 반시계 방향으로 회전함으로써 쿼드로터 항공기에 작용하는 토크를 상쇄시킨다.

사이클릭 제어가 가능한 쿼드로터 항공기는 12개의 자유도를 가지므로, 4개의 자유도만을 가지는 로터 회전속도를 이용한 쿼드로터 항공기에 비해 다양한 비행 모드의 제어가 가능하다. 콜렉티브와 사이클릭 제어는 일반 회전익 항공기와 같이 로터 부분의 스와시 플레이트를 이용한다. 이 쿼드로터 항공기는 제자리 비행과 수평비행 뿐만 아니라 콜렉티브 제어를 이용한 추력 벡터의 크기 변화를 통해 피치와 롤 모션을 제어할 수 있으며, 사이클릭 제어를 이용한 추력 벡터 방향을 조절하여 다양한 자세 제어가 가능하다[3].

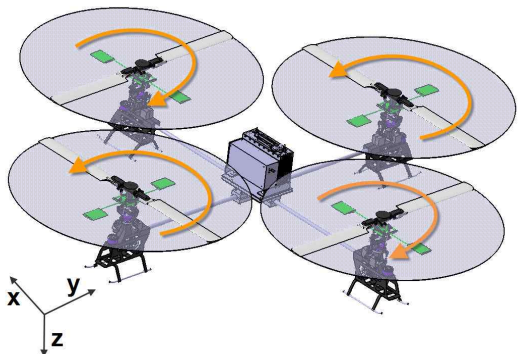

Fig. 1. Overview of the quadrotor aircraft with cyclic control

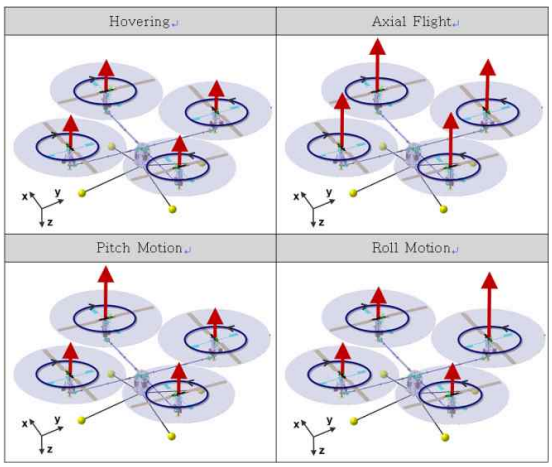

Fig. 2. Motion control using collective control

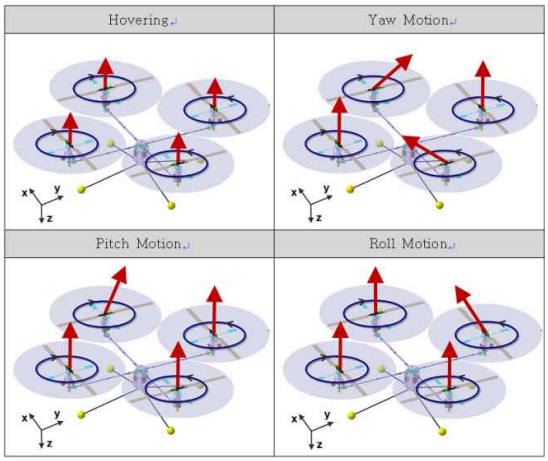

Fig. 3. Motion control using cyclic control

2.2 쿼드로터 모델링 및 트림

본 연구에서는 쿼드로터 항공기를 모델링하기 위해서 Advanced Rotorcraft Technology 사에서 개발한 상용 통합해석 프로그램인 리눅스 기반의 FLIGHTLAB을 이용하였다[4]. FLIGHTLAB은 회전익 항공기의 모델링 뿐만 아니라 모델의 선형화와 다양한 환경에서의 비선형 시뮬레이션이 가능하고, 선형 모델과 비선형 모델의 데이터 비교가 가능하다. 또한 MATLAB의 시뮬링크와 같은 환경을 제공하여 모델 기반으로 제어기를 설계할 수 있도록 구성되어 있다.

먼저 FLIGHTLAB을 이용하여 쿼드로터 항공기의 비선형 모델을 구성하고, Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7과 같은 비선형 모델에 대한 트림 데이터를 확인하였다.

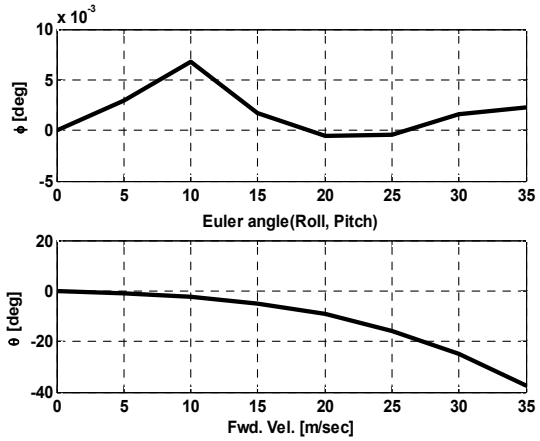

Fig. 4. Trim data w.r.t. forward velocity - attitude

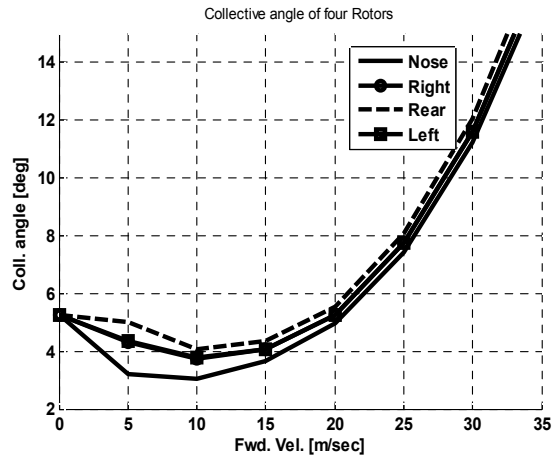

Fig. 5. Trim data w.r.t. forward velocity - collective angle

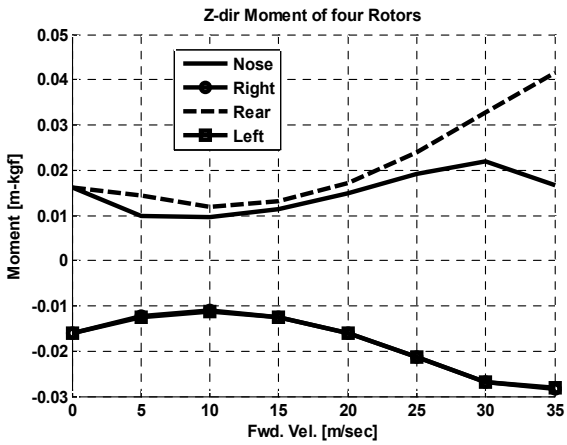

Fig. 6. Trim data w.r.t. forward velocity - moment

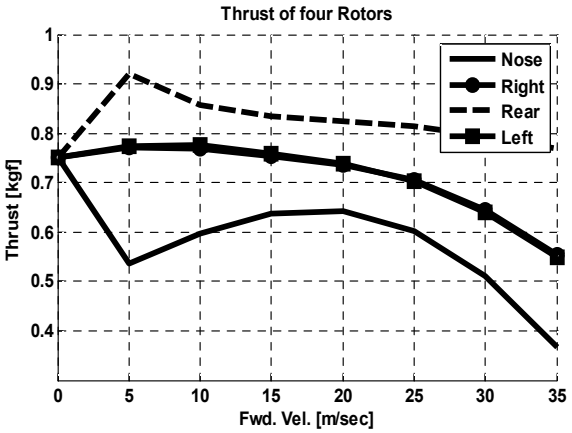

Fig. 7. Trim data w.r.t. forward velocity - thrust

위의 그래프에서 Nose, Right, Rear, Left는 쿼드로터 항공기의 로터 위치를 의미하며, Nose는 전진방향의 로터이고, Rear는 Nose 방향과 반대방향에 있는 로터를 의미한다. Right는 오른쪽 로터를 의미하며, Left는 왼쪽 로터를 의미한다.

트림 변수로는 각 로터의 콜렉티브 각과 자세각(롤 ϕ, 피치 θ)으로 총 6개의 변수를 사용하였으며, 트림 타겟으로는 동체 좌표계에서의 6개의 가속도(a_x, a_y, a_z, $\dot{p}$, $\dot{q}$, $\dot{r}$)을 설정하였다. 전진속도는 0에서 35 m/sec로 설정하였다. Fig. 4를 보면 ϕ의 경우 수치 오차의 영향으로 0이 아닌 값을 가지지만 매우 작으므로 무시할 수 있으며, 전진비행 시 쿼드로터는 기수를 숙이는 운동을 해야 하므로 θ는 음의 값을 가지게 된다. Fig. 5는 전진속도에 대한 각 로터의 콜렉티브 각의 트림 데이터이다. 제자리 비행 시 비행 상태를 유지하기 위해 동일한 콜렉티브 각을 가지며, 전진속도가 발생하게 되면 뒤 쪽 로터의 콜렉티브 각이 앞 쪽 로터보다 커져 음의 피치 각을 가지며 전진하게 된다. Fig. 6과 Fig. 7은 모멘트와 추력의 트림 데이터로 제자리 비행 시에는 자세를 유지하기 위해 모멘트는 상쇄되고 추력은 동일한 것을 확인할 수 있다.

2.3 모델의 선형화와 Eigen Analysis

쿼드로터 항공기의 동적 특성을 살펴보기 위해 제자리 비행과 10m/sec의 속도를 가지는 전진 비행 시의 eigen analysis를 수행하였다. 이 때 상태변수는 $[Alt.\ \phi\ \theta\ \psi\ V_x\ V_y\ V_z\ p\ q\ r]^T$이며, 제자리 비행 상태와 전진 비행 상태의 선형 모델은 Appendix에 제시하였다. 각 모드와 특성치는 다음 Table 1과 같다.

Table 1. Eigen-value of linear models

Case	Eigen-value		Damping
Hovering	Mode 1	$-2.2537 \pm i0.0068$	1.0
	Mode 2	-1.1573	1.0
	Mode 3	$0.0436 \pm i0.4717$	-0.0920
	Mode 4	$0.0404 \pm i0.4597$	-0.0875
	Mode 5	-0.0254	1.0
Forward Flight ($10\,m/s$)	Mode 6	-5.8135	1.0
	Mode 7	-3.6877	1.0
	Mode 8	1.1477	-1.0
	Mode 9	$-0.6014 \pm i0.9284$	0.5436
	Mode10	$0.1330 \pm i0.9454$	-0.1393

제자리 비행 시 주로 발생하는 모드는 크게 세 가지로, 모두 속도와 자세 운동이 동시에 발생한다. Table 1의 Mode 1은 제자리 비행 시 발생하는 가장 빠른 모드로 V_x와 θ, V_y와 ϕ가 동시에 발생하는 안정한 모드이며, 운동의 진폭이 반으로 감소하는데 소요되는 시간 $T_{1/2}$이 0.3초로 매우 빠르게 발생한다. 제자리 비행 시 발생하는 Mode 2는 V_z와 고도 변화가 일어나는 모드로 외란에 의해 변위 발생 시 트림 상태로 회복되는 안정한 모드이며, $T_{1/2}$는 0.6초이다. 세 번째로 발생하는 모드는 불안정한 모드로서 Mode 3과 Mode 4의 고유치와 댐핑 계수를 가진다. 이전 모드와 같이 속도와 자세 운동이 동시에 발생하지만 속도와 자세 운동의 위상이 달라 오히려 발산하게 되는 모드이다. 그 외에 순수 적분 모드가 존재한다.

전진 비행 시에는 크게 네 가지의 운동이 주로 발생한다. 가장 빠른 모드(Mode 6)는 제자리 비행 시와 마찬가지로 속도와 자세 운동이 동시에 나타나는 안정한 모드로 $T_{1/2}$는 0.12초이다. 다음 모드(Mode 8)로는 불안정한 모드로 V_x와 θ의 부호가 반대이고, V_y와 ϕ의 부호가 동일하므로 과도 응답 없이 발산하게 되며, 고정익 항공기의 spiral 모드와 유사하다. Mode 9와 Mode 10은 또 다른 모드로 속도와 자세 운동이 동시에 일어나지만 위상 차이로 인해서 안정한 모드와 불안정한 모드가 모두 존재하며, 다른 모드에 비해 주기가 느리다. 그 외에 ψ에 대한 순수 적분 모드가 존재한다.

각 모드의 선형 시뮬레이션 결과와 위상 다이어그램을 통해서 해석한 결과 본 쿼드로터 항공기는 롤 댐핑과 피치 댐핑을 가지고 있어 자세 운동에 대해서 안정하다는 것을 확인할 수 있다. 비행 속도는 보통 자세 운동과 동시에 일어나게 되는데 속도와 자세 운동의 방향에 따라서 속도 안정성의 차이가 발생하게 된다. 기수 방향 속도와 피치 각의 부호가 같게 되면 속도 안정성을 갖게 되며 부호가 다른 경우 불안정하게 되어 과도 응답 없이 발산하게 된다. 반면 V_y와 롤 각의 경우 부호가 다르면 안정하지만, 부호가 같은 경우 과도 응답 없이 발산하는 특성을 보인다. V_z와 고도는 고도가 하강하거나 V_z가 발생하였을 경우 각 로터에 작용하는 추력의 변화로 인해 안정성을 가지게 된다.

2.4 제어기 설계 및 비선형 시뮬레이션

앞서 FLIGHTLAB을 이용하여 쿼드로터 항공기를 모델링하고 이를 선형화하여 비선형 모델과 비교해 선형 모델의 타당성을 확인하였다. 쿼드로터 항공기의 제어기는 FLIGHTLAB의 선형 모델을 이용하여 LQR 제어기를 설계하였다. 시스템의 상태 방정식이 식 (1)과 같이 정의된 경우 기본적인 LQR 제어기의 구조는 Fig. 8과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{1}$$

최적제어기인 LQR 제어기는 0으로 주어진 입력을 원하는 상태 변수의 입력으로 대체하고, 시스템으로부터 산출되어 피드백되는 상태변수를 합하여 LQR 제어기의 이득 행렬 K를 통과시켜 입력을 만들어주게 된다. 입력이 시스템을 통과하여 상태변수가 출력되고 다시 피드백된다.
이를 위해서는 이득 행렬 K의 산출이 중요하며, 본 연구에서는 MATLAB을 이용하였다. 사이클릭 피치 제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 선형 모델의 시스템 행렬 A와 B 행렬을 바탕으로 적절한 가중치를 주어 이득 행렬 K를 산출하고, MATLAB의 시뮬링크를 이용하여 선형 시뮬레이션을 수행하였다. 이득 행렬 K를 산출하기 위한

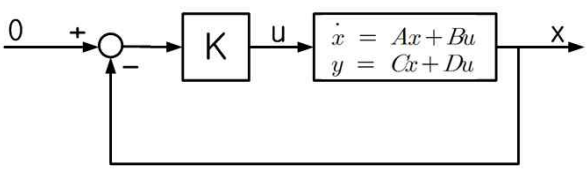

Fig. 8. Structure of LQR Controller

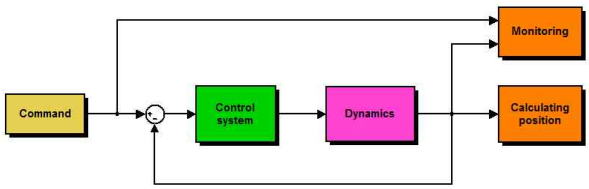

Fig. 9. Control system with LQR controller

가중치 Q와 R은 비용함수에 대한 상태변수와 제어 입력의 가중행렬로 LQR 제어기를 포함하는 폐루프 시스템의 극점의 위치는 선정된 두 개의 가중행렬에 의해서 결정된다. 본 논문에서는 Bryson의 법칙을 이용하여 아래와 같이 상태변수와 제어입력의 최댓값을 이용하여 설정하였다. 선형 시뮬레이션을 위해 구성한 본 논문의 선형 제어기는 Fig. 9와 같다.

$$\begin{aligned} Q &= diag\left(\left[1/(X_{1\max})^2 \; 1/(X_{2\max})^2 \cdots \; 1/(X_{Nmax})^2\right]\right) \\ R &= diag\left(\left[1/(u_{1\max})^2 \; 1/(u_{2\max})^2 \cdots \; 1/(u_{Mmax})^2\right]\right) \end{aligned} \tag{2}$$

구성한 LQR 제어기와 쿼드로터 항공기의 비선형 모델을 이용한 비선형 시뮬레이션을 통해 제어기의 타당성을 검증하였다. 상태 변수 입력으로는 ±10도의 크기를 갖는 주기가 다른 사인파의 롤 각과 피치 각이며 나머지 상태 변수는 모두 0이다. Fig. 10은 제자리 비행 상태에서의 시뮬레이션 결과로, 롤 각과 피치 각의 경우 쿼드로터의 비선형 모델이 사인파 입력을 매우 잘 추종하는 것을 확인할 수 있으며, 요각과 z축

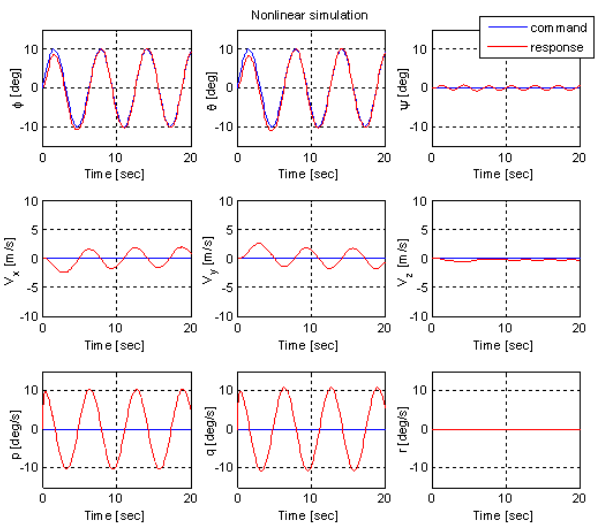

Fig. 10. Results of nonlinear simulation at hovering

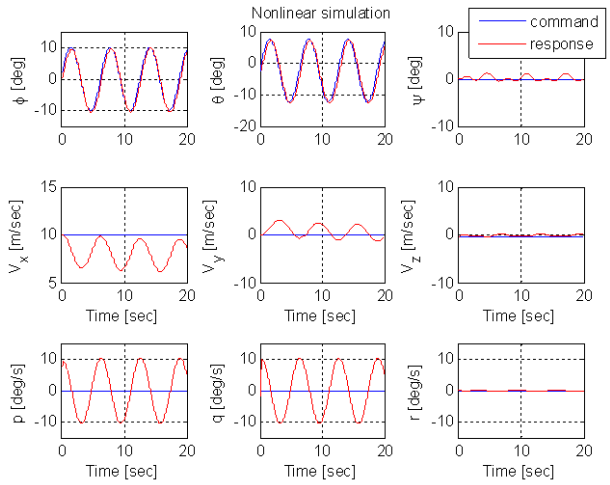

Fig. 11. Results of nonlinear simulation at forward flight

방향 속도는 초기 상태를 유지하고 있다.

Figure 11은 전진 비행하는 상태에서의 비선형 시뮬레이션 결과이다. 입력은 제자리 비행 상태와 동일한 사인파이며, 나머지 상태 변수들은 전진 비행 시의 트림 데이터를 추종하도록 구성하였다. 제자리 비행 시와 마찬가지로 롤 각과 피치 각은 입력을 매우 잘 추종하고 있는 것을 볼 수 있다.

III. 결 론

본 연구에서는 사이클릭 제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 개발을 위해 선정한 설계 요구 조건에 만족하는 쿼드로터 항공기를 설계하고, FLIGHTLAB을 이용하여 비선형 모델링과 안정성 해석을 수행하였다. 또한 선형 모델을 바탕으로 LQR 제어기를 설계하였으며, 이에 대한 선형 시뮬레이션과 비선형 시뮬레이션을 통해 제어기의 성능을 확인하였다. 또한 출력 변수의 개수보다 제어 입력 변수의 개수가 많은 특성을 활용하여 자유도별로 분리시키는 예제를 통해서 본 쿼드로터의 효용성을 입증하였다.

본 연구에서 수행한 연구 내용은 차후 사이클릭 피치 제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 하드웨어 개발을 위한 기반이 되며, 추후 비행 로직을 개발하고 PILS를 이용한 검증과 실제 쿼드로터 항공기의 하드웨어에 탑재하고 비행시험을 통해 검증하도록 한다.

후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊이 감사를 드립니다. (계약번호 UD100048JD)

References

1) Bouabdallah, S., Murrieri, P., Siegwart, R., “Design and control of an indoor micro quadrotor“, Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA ’04. 2004. IEEE International Conference.

2) J. G. Leishman, The Breguet-Richet Quad-Rotor Helicopter of 1907. http://www.enae.umd.edu/AGRC/Aero/Breguet.pdf.

3) Arda Ozgur Kivrak, “Design of control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors”, Master’s Thesis, Atilim University, 2006.

4) FLIGHTLAB Model Editor manual. Advanced Rotorcraft Technology. Inc. 2008.

APPENDIX : 사이클릭 피치제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 선형 모델

본 논문에서 구성한 사이클릭 피치 제어가 가능한 쿼드로터 항공기의 상태변수는 다음과 같다.

$$X = [Alt \;\; \phi \;\; \theta \;\; \psi \;\; V_x \;\; V_y \;\; V_z \;\; p \;\; q \;\; r]^T$$

또한, 입력은 4개 로터 각각의 콜렉티브 입력과 사이클릭 입력으로 구성하였다.

$$u = \begin{bmatrix} \text{Coll. stick for rotor 1} \\ \text{Coll. stick for rotor 2} \\ \text{Coll. stick for rotor 3} \\ \text{Coll. stick for rotor 4} \\ \text{Lat. cyclic stick for rotor 1} \\ \text{Lat. cyclic stick for rotor 2} \\ \text{Lat. cyclic stick for rotor 3} \\ \text{Lat. cyclic stick for rotor 4} \\ \text{Lng. cyclic stick for rotor 1} \\ \text{Lng. cyclic stick for rotor 2} \\ \text{Lng. cyclic stick for rotor 3} \\ \text{Lng. cyclic stick for rotor 4} \end{bmatrix}$$

제자리 비행 상태와 전진 비행 상태(전진속도 10m/s)의 선형 모델은 다음과 같다.

A.1 제자리 비행

$A =$

$$\begin{bmatrix} 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\ 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 1.0000e+000 \\ 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\ 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\ 2.8300e-013 & 1.1009e-011 & -3.2198e+001 & -1.6145e-009 & -3.3141e-008 \\ 4.1965e-011 & 3.2198e+001 & -4.6924e-009 & 2.8231e-010 & -4.8031e-003 \\ -1.0905e-003 & -6.1080e-003 & -2.6646e-003 & -1.1342e-003 & -5.0608e-002 \\ -7.7261e-007 & -3.2564e-005 & -1.2971e-005 & -5.3468e-006 & -2.1560e+000 \\ 1.6069e-008 & 6.2415e-007 & -1.1148e-006 & 3.0294e-007 & 1.4283e-008 \\ -8.7456e-009 & -3.3883e-007 & -1.4423e-007 & -6.1391e-008 & -6.9465e-007 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & -7.6580e-012 & 1.3731e-001 & 1.0000e+000 \\ 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\ 1.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\ 0.0000e+000 & 1.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\ 4.8071e-003 & -2.4038e-007 & -1.4063e-002 & -4.0044e-005 & 4.3240e-012 \\ 2.5801e-006 & -3.8012e-007 & 1.2449e-010 & -1.3351e-002 & 7.7999e-011 \\ -4.2696e-005 & 1.6971e-005 & -3.6364e-004 & -1.5460e-004 & -1.1582e+000 \\ -4.8308e-002 & -1.1510e-005 & -2.2810e-006 & -1.5643e-002 & -1.3413e-007 \\ -2.1560e+000 & -1.7087e-002 & 1.4970e-002 & 1.9331e-004 & -1.9465e-009 \\ 6.6852e-007 & -2.5361e-002 & -1.9995e-008 & -1.0803e-008 & -1.0755e-009 \end{bmatrix}$$

$B=$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
1.0596e-004 & 4.7971e-007 & -1.0572e-004 & -4.7949e-007 & 1.6115e-003 \\
-1.2939e-010 & 1.0857e-004 & 1.5010e-006 & -1.0857e-004 & -8.9009e-002 \\
-2.1912e+000 & -2.2006e+000 & -2.2006e+000 & -2.2006e+000 & -1.9468e-002 \\
-1.1038e-006 & -2.8819e+000 & -2.8448e-002 & 2.8819e+000 & -1.0925e-001 \\
2.8962e+000 & 2.8449e-002 & -2.8819e+000 & -2.8437e-002 & 1.1238e+000 \\
-7.0220e-002 & 7.0073e-002 & -7.0073e-002 & 7.0073e-002 & -7.7535e-002
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
1.6569e-003 & 1.6568e-003 & 1.6567e-003 & 8.9133e-002 & 8.9019e-002 \\
8.9007e-002 & -8.9007e-002 & 8.9007e-002 & 9.0113e-004 & -1.3140e-003 \\
-3.5263e-003 & -6.3870e-004 & -1.1568e-004 & -2.1312e-005 & -5.9189e-006 \\
1.3964e-001 & -1.3413e-001 & 1.3513e-001 & -1.1233e+000 & 1.1235e+000 \\
1.1238e+000 & 1.1238e+000 & 1.1238e+000 & -1.3497e-001 & -1.3215e-001 \\
-1.3909e-003 & 7.7631e-002 & 1.4071e-003 & 1.0711e-003 & -7.7678e-002
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
8.9019e-002 & 8.9019e-002 \\
1.3139e-003 & -1.3138e-003 \\
-1.6337e-006 & -4.3919e-007 \\
-1.1234e+000 & 1.1234e+000 \\
-1.3214e-001 & -1.3214e-001 \\
-9.3654e-004 & 7.7678e-002
\end{bmatrix}$$

A.2 전진 비행

$A=$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & -1.0000e-015 & -3.2855e+001 & 0.0000e+000 & 4.2029e-002 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
-3.9837e-005 & -4.9351e-006 & -3.2169e+001 & -2.8536e-007 & -7.3129e-002 \\
-1.2076e-007 & 3.2169e+001 & 1.6058e-004 & 6.4241e-009 & -8.6295e-005 \\
-9.0986e-004 & -3.0753e-003 & 1.3534e+000 & 6.4796e-005 & -2.9897e-001 \\
1.0787e-007 & 1.9933e-006 & 5.6989e-007 & 3.1059e-008 & -2.5779e-003 \\
3.9141e-006 & 5.6674e-005 & 2.9437e-005 & 9.8040e-006 & -7.2201e-002 \\
-4.9709e-008 & -1.1436e-006 & 3.7983e-008 & 1.1361e-008 & -2.8725e-004
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
1.1854e-004 & 9.9912e-001 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 1.0000e+000 & -4.9907e-006 & -4.2066e-002 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 1.0000e+000 & -1.1864e-004 \\
0.0000e+000 & 1.0000e+000 & 0.0000e+000 & 1.1874e-004 & 1.0000e+000 \\
7.8312e-003 & 1.1499e-002 & 1.2363e-003 & 1.3843e+000 & 4.3761e-004 \\
-1.6426e-002 & -1.1496e-003 & -1.3831e+000 & 4.8000e-003 & -3.2827e+001 \\
1.4282e-002 & -2.4244e+000 & -3.5192e-002 & 3.2922e+001 & 2.0901e-003 \\
-1.0219e-001 & -4.0151e-004 & -3.4047e+000 & -2.9931e-002 & 2.7260e-001 \\
1.6368e-003 & 2.5924e-001 & -8.6780e-003 & -3.3716e+000 & -6.3402e-002 \\
3.5560e-004 & -3.1593e-003 & -1.0930e-002 & -1.5092e-002 & -1.4802e-002
\end{bmatrix}$$

$B=$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
-1.0436e-002 & -1.2425e-002 & -1.3650e-002 & -1.2523e-002 & -1.1528e-004 \\
1.0667e-002 & -1.3544e-001 & 1.4494e-002 & -1.4044e-002 & -3.7521e-002 \\
-2.5039e+000 & -2.5064e+000 & -2.5092e+000 & -2.5131e+000 & -1.1680e-003 \\
2.6496e-001 & -3.5592e+000 & 2.4687e-001 & 3.0267e+000 & -1.0248e-001 \\
3.5408e+000 & 2.4918e-001 & -3.0740e+000 & 1.9893e-001 & 1.0998e+000 \\
-2.4786e-002 & 5.1994e-002 & -5.7830e-002 & 3.0204e-002 & -2.5745e-002
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
-4.8889e-004 & -8.6559e-004 & -5.3730e-004 & 3.9051e-002 & 4.5216e-002 \\
4.4886e-002 & -4.9070e-002 & 4.5231e-002 & -1.1623e-003 & 1.5330e-003 \\
1.0385e-002 & 1.2530e-002 & 1.2767e-002 & 4.2180e-001 & 4.1787e-001 \\
1.3868e-001 & -1.2315e-001 & 1.0916e-001 & -1.1379e+000 & 1.6533e+000 \\
1.1270e+000 & 1.1482e+000 & 1.1279e+000 & -7.2083e-001 & -1.5615e-001 \\
-8.1694e-003 & 5.1903e-002 & -9.2477e-003 & 1.1256e-003 & -4.1923e-002
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
0.0000e+000 & 0.0000e+000 \\
4.8841e-002 & 4.5534e-002 \\
-1.5021e-003 & 1.5355e-003 \\
4.1395e-001 & 4.2093e-001 \\
-1.1204e+000 & 6.2037e-001 \\
4.0832e-001 & -1.2572e-001 \\
4.1753e-003 & 3.7358e-002
\end{bmatrix}$$