
Fractional Fourier 변환을 이용한 LFM 신호 분리

석종원* · 김태환** · 배건성***

LFM Signal Separation Using Fractional Fourier Transform

Jongwon Seok* · Taehwan Kim* · Keunsung Bae***

이 논문은 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었음.(계약번호: UD100002KD)

요 약

Fractional 푸리에 변환(Fractional Fourier Transform : FRFT)은 기존의 푸리에 변환의 일반화된 형태로서, 양자역학 분야에서 처음 소개되었다. FRFT가 가지는 시간-주파수 영역에서의 단순하면서도 유용한 특성으로 인하여, 지금까지 소나 및 레이더 신호처리 분야에서 많은 연구결과들이 발표되었으며, 푸리에 변환을 활용한 기존의 방법보다 우수한 연구결과를 보여 왔다. 본 논문에서는 LFM(Linear Frequency Modulation)신호들이 겹쳐져 수신되었을 경우에 이들 신호들을 검출하고 분리하기 위해 FRFT를 이용하였다. 실험결과 수신된 LFM 신호들을 FRFT 영역에서 효율적으로 검출하고 분리가 가능함을 확인하였다.

ABSTRACT

The Fractional Fourier transform, as a generalization of the classical Fourier Transform, was first introduced in quantum mechanics. Because of its simple and useful properties of Fractional Fourier transform in time-frequency plane, various research results in sonar and radar signal processing have been introduced and shown superior results to conventional method utilizing Fourier transform until now. In this paper, we applied Fractional Fourier transform to sonar signal processing to detect and separate the overlapping linear frequency modulated signals. Experimental results show that received overlapping LFM(Linear Frequency Modulation) signals can be detected and separated effectively in Fractional Fourier transform domain.

키워드

Fractional 푸리에 변환, 소나 신호처리, 수중환경

Key word

Fractional Fourier Transform, Sonar Signal Processing, Underwater Environment

* 정회원 : 창원대학교 정보통신공학과

접수일자 : 2012. 11. 14

** 정회원 : 경북대학원 전자공학과 박사 과정

심사완료일자 : 2012. 12. 21

*** 정회원 : 경북대학교 전자전기컴퓨터학부(교신저자, ksbae@mir.knu.ac.kr)

Open Access <http://dx.doi.org/10.6109/jkiice.2013.17.3.540>

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서 론

선박, 잠수함, 기뢰, 어뢰 등의 수중 표적을 탐지하고 인식하는 능력은 민수 및 군수부분 모두에 있어서 핵심 기술에 해당한다. 특히 표적의 정확한 탐지는 군사적 작전 수행에서 성과를 결정짓는 아주 중요한 요소가 된다. 수중 음향신호 처리는 표적으로부터 방사되는 음향 신호를 수신하여 다양한 협대역 신호처리 분석을 통해 표적을 탐지하고 인식하는 수동소나 신호처리 기술과, 능동 펄스를 쏘아서 표적에서 반사되는 반향음을 수신하여 이를 분석하는 능동소나 신호처리 기술로 나눌 수 있다.

최근 들어 선박 및 잠수함 등의 저소음 운항기술 발달과 미래의 해전에서 전개될 네트워크 중심전 등을 대비해 선진국에서는 대규모 사업을 통하여 다중·다수의 수신 센서를 이용한 표적의 자동탐지, 추적 및 인식 기법에 대한 연구들을 장기적으로 활발하게 진행하고 있다[1]. 이와 같이 선진국에서는 이와 관련된 기초연구와 함께 기반 기술 확립을 위한 연구가 상당히 진행되고 있지만 국내에서는 아직 수중환경에서의 능동소나 신호처리에 관한 연구가 미미한 실정이며, 군사 기술이라는 특성상 기술이전이나 접근이 쉽지 않으므로 우리나라에서도 자체적인 기초연구가 장기적으로 수행되어야 한다. 참고로, 육상 표적에 대한 능동소나 신호처리 기술은 펄스 도플러 레이더를 이용한 시스템이 개발되어 있으나, 수중환경에서의 능동소나 관련 기술은 수중음향 신호가 시간-공간적으로 특성이 변하는 천해 다중경로 환경을 반영하는 복잡한 특성을 보이는데다 실제 데이터 수집의 어려움으로 인해 외국에서도 주로 실험실 위주의 기초연구 형태로 연구가 이루어지고 있다.

최근 들어 Fractional 푸리에 변환(Fractional Fourier Transform : FRFT)를 소나 및 레이더 신호처리에 이용한 다양한 연구결과들이 발표되어 있으며, 기존의 푸리에 변환을 이용한 방법보다 우수한 결과를 보이고 있다 [1,2]. 푸리에 변환은 신호처리 및 분석분야에서 의심할 여지없이 지금까지 가장 많이 사용되어지는 방법이다. 이러한 푸리에 변환의 일반화된 해석방법인 FRFT는 [3]에 의해 소개된 이후 광학, 영상처리 및 다양한 신호처리 분야에 응용되었다[4-8]. 본 논문에서는 FRFT의 기본적인 이론 및 소나신호처리에 사용되었을 때의 장점에 대해 기술하였다. 그리고 FRFT를 소나신호의 검출에 이용

하여 그 결과를 기존의 푸리에 변환영역에서의 결과와 비교하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 FRFT의 정의와 기본적인 개념 및 최적 변환차수에 대하여 설명한다. 3장에서는 모의실험에 사용된 합성된 소나신호에 대한 설명과 실험결과를 제시하고 4장에서 결론을 맺는다.

II. Fractional Fourier Transform

2.1. Fractional Fourier Transform 개요

FRFT는 기존 푸리에 변환의 일반화된 형태로, 시간 영역의 신호를 시간-주파수의 중간영역으로 변환할 수 있도록 한 것이다.

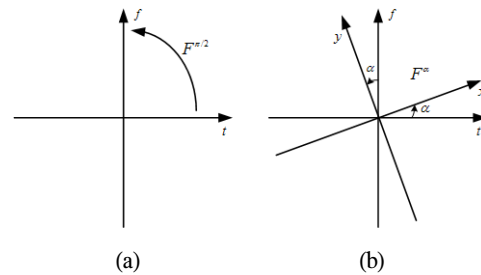


그림 1. 시간-주파수 및 FRFT영역
(a) 시간-주파수 영역 (b) Fractional 영역
Fig. 1 Time-Freq. Domain and FRFT domain
(a) Time-Freq. domain (b) Fractional domain

즉, 시간영역을 x-축, 주파수영역을 y-축으로 표시할 때, 기존의 푸리에 변환은 시간 축에서 반시계방향으로 주파수 축으로 $\pi/2$ 만큼 회전시킨 결과를 의미하는데 반해, FRFT는 시간 축과의 각도에 따른 분석결과를 얻을 수 있다. 그림 1은 기존의 시간-주파수 영역과 Fractional 영역의 개념을 보여주고 있다.

신호 $f(x)$ 의 FRFT는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$X_\alpha(y) = F^\alpha[f(x)] = \frac{\exp[-j(\frac{1}{4}\pi\hat{\phi} - \frac{1}{2}\phi)]}{(2\pi|\sin\phi|)^{1/2}} \exp(\frac{1}{2}jy^2\cot\phi) \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\frac{jxy}{\sin\phi} + \frac{1}{2}jx^2\cot\phi)f(x)dx \quad (1)$$

여기서 α 는 0에서 4 사이의 값을 가지며 FRFT의 차수(order)를 의미하고, $\phi = \frac{\pi}{2}\alpha$, $\hat{\phi} = \text{sgn}\phi$ 로 각각 정의된다. 식 (1)에서 $\alpha = 0$ 일 경우에는 변환된 결과가 입력과 동일해지는 identity transform이 되고, $\alpha = 1$ 일 경우에는 기존의 푸리에 변환과 동일하게 된다. 표 1은 변환 차수 α 에 따른 FRFT의 성질을 보여주고 있다. 이와 같이 FRFT의 출력은 시간영역이나 주파수영역 어느 곳에도 해당하지 않는, ϕ 값에 따른 Fractional 영역에 속하는 성질을 가지게 된다.

표 1. α 에 따른 FRFT의 성질
Table. 1 Properties of FRFT according to α

α	ϕ	동작모드
0 or 4	0 or 2π	Identity operator
1	$\pi/2$	Fourier operator
2	π	Reflection operator
3	$3\pi/2$	Inverse Fourier operator

이와 같이 FRFT의 출력은 시간영역이나 주파수영역 어느 곳에도 해당하지 않는, ϕ 값에 따른 Fractional 영역에 속하는 성질을 가지게 된다. FRFT를 구하는 과정은 다음의 4단계를 거쳐서 구하게 된다.

Step1: 입력신호 $f(x)$ 를 chirp 신호 $\exp(\frac{1}{2}jx^2 \cot\phi)$ 와 곱한다.

Step2: 스케일링된 푸리에 변환을 구한다. 이때 스케일 factor는 $1/\sin\phi$ 에 해당한다.

Step3: 두 번째 chirp 신호 $\exp(\frac{1}{2}jy^2 \cot\phi)$ 를 곱한다.

Step4: $\exp[-j(1/4)\pi\hat{\phi} - (1/2)\phi]/(2\pi|\sin\phi|)^{1/2}$ 를 곱한다.

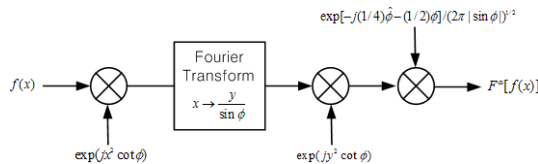


그림 2. FRFT 구현 과정
Fig. 2 FRFT Implementation Procedure

그림 2는 FRFT를 구하는 과정을 도식적으로 나타낸 것이다.

2.2. 최적 변환차수

순시주파수(instantaneous frequency)가 시간에 따라 선형적으로 변화하는 LFM 신호는 소나 및 레이더, 지진파 신호처리 등의 분야에 많이 활용되어져 왔다. 일반적인 LFM 신호는 식 (2)와 같이 정의된다.

$$s(t) = e^{j2\pi(at^2 + f_0t + c)} \quad (2)$$

이때 $2\pi(at^2 + f_0t + c)$ 는 신호 전체의 위상을 나타내며, 이를 미분하면 $s(t)$ 의 순시주파수 $2at + f_0$ [Hz]를 구할 수 있다. 그리고 선형적으로 변화하는 주파수 변화의 기울기에 해당하는 chirp rate는 $2a$ 가 된다. 그림 3은 FRFT 영역에서 LFM 신호의 chirp rate와 FRFT 차수와와의 관계를 보여주고 있다. 시간-주파수 영역에서 기울기 $2a$ 를 갖는 LFM 신호가 주파수 영역에서 최대 크기를 가지도록 하기 위해서는 그림 3에서 반시계방향으로 ϕ 만큼 회전시키면 되며, 이때의 최적 FRFT 차수 α_{opt} 는 식 (3)과 같이 정의된다.

$$\alpha_{opt} = \frac{2\phi}{\pi} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2a}\right) \quad (3)$$

입력신호의 표본화주파수가 $f_s = 1/T_s$ 이고 전체 길이가 N 샘플이라면, 대략적인 대역폭은 $\Delta f = f_s/N$ 로 주어지며, 단위시간과 단위 대역폭의 비가 $\Delta f/\Delta t = (f_s/N)/T_s = f_s^2/N$ 인 관계를 이용하면 식 (3)은 식 (4)로 표현할 수 있다.

$$\alpha_{opt} = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{f_s^2/N}{2a}\right) \quad (4)$$

즉, 최적 FRFT 차수 α_{opt} 를 알 수 있다면, LFM 신호는 FRFT 영역에서 최대값을 가지게 된다. 이는 chirp rate에 따라 기울어진 형태를 보이는 LFM 신호에 적용할 경우, 기울어진 모양을 바로 세워서 최대 피크를 가지도록 하여 기존의 푸리에 변환 방법보다 안정적으로 신호를 검출할 수 있는 환경을 제공하게 된다.

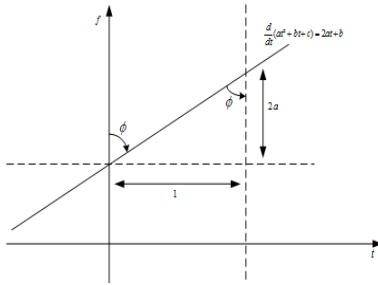


그림 3. chirp rate와 FRFT 차수와와의 관계
Fig. 3 Relationship between chirp rate and FRFT order

III. 실험 결과

FRFT 영역에서의 LFM 신호 검출을 위해 표본화 주파수는 31.25 kHz, 펄스 폭은 500ms, 중심 주파수는 7 kHz, 그리고 대역폭은 400 Hz의 LFM 신호를 사용하였다. 그림 4는 실제 실험에 사용된 LFM신호의 파형과 주파수 스펙트럼을 보여주고 있다.

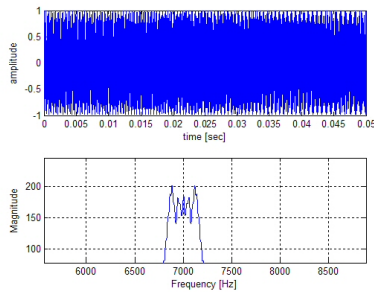


그림 4. LFM 펄스와 주파수 스펙트럼
Fig. 4 LFM pulse and frequency spectrum

FRFT 영역에서의 수신된 소나신호 검출성능을 검증하기 위해, 식 (5)를 이용하여 신호를 합성하였다. 합성된 신호는 원래의 LFM 신호와 감쇄지수 λ 로 스케일 되고 D 샘플 지연된 LFM 신호의 합으로 표현된다. 모의 실험을 위해 지연된 LFM 신호는 원 신호에 비해 30% 지연 되도록 하였다. 따라서 지연 D 는 9375 샘플이 되고, 가중치 λ 는 0.5로 설정하였다.

$$x(n) = s_{LFM}(n) + \lambda s_{LFM}(n - D) \quad (5)$$

그림 5는 원본 LFM 신호 $s_{LFM}(n)$ 과 합성된 신호의 $x(n)$ 의 푸리에 변환 영역에서의 스펙트럼을 보여주고 있다. 기존의 푸리에 변환을 이용한 스펙트럼은 합성된 신호에 포함된 두개의 LFM 신호가 같은 주파수 대역을 차지하고 있어서 두개의 신호의 구별이 불가능한 것을 확인할 수 있다.

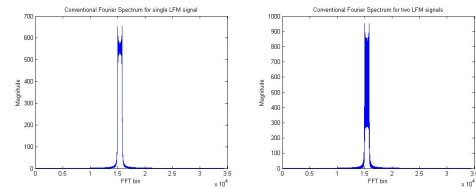


그림 5. 원본 신호와 합성된 신호의 스펙트럼
(a) 원본 LFM 신호 (b)합성된 신호
Fig. 5 Spectrum of original LFM and synthesized signal (a) Original LFM signal (b)Synthesized signal

식(4)를 이용하여 최적 변환차수를 구하면 $\alpha_{opt} = 0.957$ 에서 최적 변환차수를 얻을 수 있게 된다. 그림 6은 차수에 따른 FRFT 결과를 보여주고 있다. 그림 6에서 확인할 수 있듯이 변환차수 α 가 0.95를 넘어가면서 FRFT 영역에서 두 신호의 구별이 가능함을 알 수 있다. 또한 $\alpha_{opt} = 0.957$ 에서 가장 큰 피크값을 가지게 된다. 그림 7은 FRFT의 차수가 0.957일 때 두 신호성분을 FRFT 영역에서 최대 피크가 가장 큰 두 개의 성분을 게이팅 함수를 이용하여 필터링한 다음, 분리된 두 피크 성분을 각각 inverse FRFT를 수행하여 얻은 결과를 원래의 두 LFM 신호와 비교해서 보여주고 있다. 두개의 LFM 신호성분을 안정적으로 분리 가능함을 확인할 수 있다.

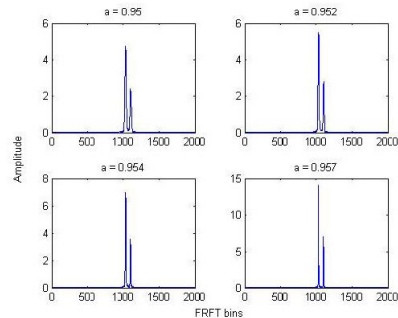


그림 6. 차수에 따른 FRFT 결과
Fig. 6 Results of FRFT according to the order

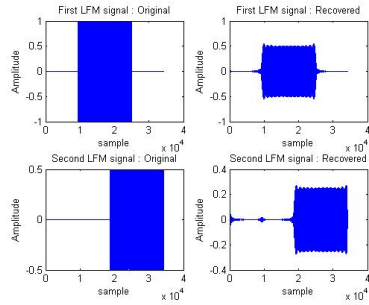


그림 7. 원 신호와 분리된 후의 LFM신호의 비교
Fig. 7 Comparison of original and seperated LFM sinals

그림 8은 잡음 환경에서의 검출결과를 보여주고 있다. 합성된 신호에 가우시안 잡음을 섞어 검출결과를 기존의 FT방법과 비교하였다. 잡음레벨이 0dB인 경우에는 FRFT 영역에서 두 LFM 신호성분을 안정적으로 검출할 수있으며, -5dB에서는 높은 잡음레벨로 인하여 두 번째 LFM신호는 검출이 어려우나 첫 번째 신호는 검출이 가능함을 알 수 있다. 하지만 기존의 FT방법에서는 0dB 이하에서는 검출이 어려워짐을 알 수 있다. 그림 8에서도 확인할 수 있듯이 FRFT 영역에서는 잡음이 존재하더라도 기존의 FT방법에 비해 안정적으로 신호를 검출할 수 있음을 확인할 수 있다.

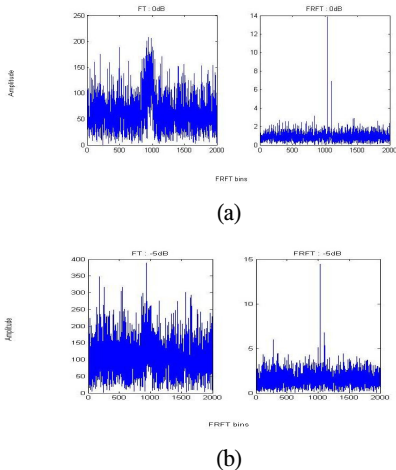


그림 8. 잡음환경에서의 FT와 FRFT 결과 비교
(a) 잡음환경 : SNR:0dB (b) SNR:-5dB
Fig. 8 Comparison of FT and FRFT results in noisy environment (a) SNR:0dB (b) SNR:-5dB

IV. 결 론

본 논문에서는 푸리에변환의 일반화된 해석방법인 Fractional 푸리에 변환에 대하여 소개하고, 이를 소나신호검출에 이용한 모의 실험결과를 제시하였다. 또한, 시간에 따라 주파수가 변화하는 LFM신호를 사용하는 소나신호처리에서 chirp rate에 따른 Fractional 푸리에 변환의 차수를 구하는 방법을 소개하고, 최적차수에 따른 결과를 비교분석하였다.

실험결과, Fractional 푸리에 변환을 소나신호의 검출에 적용하여 잡음 환경 하에서도 기존의 푸리에 방식보다 안정적으로 신호검출이 가능함을 확인할 수 있었다. 향후, Fractional 푸리에 변환의 장점을 활용한 다양한 소나신호처리에 응용이 가능할 것으로 기대되며, 현재 수중표적인식을 위한 특징벡터로의 가능성에 대한 연구가 진행 중이다.

감사의 글

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다. (계약번호: UD10002KD)

참고문헌

- [1] V.Namias, "The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics," *IMA Journal of Applied Mathematics*, 25(3), pp. 241 - 265, 1980.
- [2] H. M. Ozaktas, Z. Zalevsky and M. A. Kutay, "The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing," John Wiley, Chichester, NewYork, USA, 2001.
- [3] C. Capus and K. Brown, "Fractional Fourier transform of the Gaussian and fractional domain signal support," *IEE Proceedings - Vision, Image, and Signal Processing*, 150(2), pp. 99 - 106, 2003.
- [4] S. Pei and W. Hsue, "The multiple parameter discrete fractional Fourier transform," *IEEE Signal Processing*

Letters, 13(6), pp. 329 - 332, 2006.

- [5] J. Vargas-Rubio and B. Santhanam, "On the multi angle centered discrete fractional Fourier transform," *IEEE Signal Processing Letters*, 12(4), pp. 273 - 276, 2005.
- [6] A. Capus and K. Brown, "Short-time fractional Fourier methods for the time-frequency representation of chirp signals", *JASA* 113(6), pp. 3253-3263, 2003.
- [7] H. M. Ozaktas, B. Barshan and D. Mendlovic, "Convolution and filtering in fractional Fourier domains", *Optical Review*, 1(1), pp. 15-16, 1994.
- [8] I. Djurovic, S. Stankovic, I. Pitas, "Digital watermarking in the fractional Fourier transform domain", *Journal of Network and Computer Applications*, 24(2), pp. 167 - 173, 2001.



배건성(Keunsung Bae)

1977년 2월 서울대학교 전자공학과
1979년 2월 한국과학기술원
전기및전자공학과
(공학석사)

1989년 5월 University of Florida (공학박사)
1979년~현재 경북대학교 전자전기컴퓨터학부 교수
※관심분야: 음성신호처리, 디지털신호처리, 적응
필터링, 웨이브렛 변환, 패턴인식, 수중음향신호
처리 등

저자소개



석종원(Jongwon Seok)

1995년 경북대학교 전자공학과
(공학석사)
1999년 경북대학교 전자공학과
(공학박사)

2004년~현재 창원대학교 정보통신공학과 부교수
※관심분야: 디지털신호처리, 수중음향신호처리,
패턴인식, 디지털콘텐츠보호관리



김태환(Taehwan Kim)

2008년 2월 경북대학교 전자공학과
(공학석사)
2008년 3월~현재 경북대학원
전자공학과 박사 과정

※관심분야: 수중음향신호처리, 디지털신호처리,
음성신호처리, 패턴인식 등