韓國産業應用學會論文集, 제16권, 제1호, 9-13, 2013.02
J. Korean Society of Industrial Application, Vol.16, No.1, 9-13, Feb, 2013

수준측량 측정방법의 비교연구
Comprision Study of Measure Method on Leveling

황진성
Jin-Sung Hwang

<Abstract>

This paper measured some condition about differential height of two points for the comparison of measure by direct method and Geodimeter and trigonometric Leveling method. The research was compared relationship between the volue to get from three measure method and five measured man. The significance of between three measure method and five measured man has been investigated by analysis of two-way ANOVA. The result indicate that between five measured man show insignficance, and between the direct method and Geodeter method show signficance and between the direct method and trigonometric Leveling method show signficance but between the Geodeter method and trigonometric Leveling method, two method show insignficant. Therefore, when using Geodemeter leveling method and trigonometric Leveling method, you must keep particular attention when former two Leveling method about instrumental error, natural error, and personal error, two Leveling method using low precision leveling.

Keywords : Geodimeter , Trigonometric Leveling, Two-Way ANOVA

1. 서 론

우리가 어떤 량을 측정할 때 아무리 주의해도 기계나 정확성에는 한계가 있으므로 참값(true volue)은 그 누구도 알 수 없다.

그래서 모든 측정에서는 오차가 따르기 마련인데 오차란 참값과 측정치와의 차이를 말하는 것으로 참값이 확정 되지 않는 한 오차도 알수 없으므로 측정에 있어서는 요구하는 정도(precisind)와 정확도(accuracy)를 미리 정해놓고 측정치의 오차가 허용범위 내에 드는가를 확인 하는 일은 대단히 중요하다.

우리가 어떤 값을 측정하여 나온 값은 최확치로서 어떤 값보다 참값에 가까운 확률이 가장 큰 값으로서 날이 갈수록 우수한 측정기계와 기구들이 출현함에 따라 이를 사용한 측정치는 참값에 더욱 접근할 것으로 생각된다.

수준측량은 측정의 성질상으로 분류하면 독립측정으로 측정치가 구속이나 제약을 받지 않고 독립적으로 얻어지는 것으로서 Level을 사용하여 두 점에 세운 표척의 눈금차로 부터 직접 고저차를 구하는 직접수준측량과 거리 D와 연직각α를 측정하여 고저차를 구하는 간접수준측량으로 구분된다. 이 두 가지 측정에서 사용되는 계산식은 수학적인 Model인데 측량문제에 있어서는 기하학적인 특성이나 물리적인 특성

*정회원, 영남이공대학교 토목과 교수, 工博
E-mail : hjs@yun.ac.kr

* Prof, Dept. of Civil Engineering, Yeungnam College of Science & Technology

을 설명하는 함수Model과 측정치를 얼마만큼 정확하게 얻은 지를 나타내는 통계 Model로 구분된다. 본 논문에서는 어떤 두 점 간의 고저차를 측정함에 있어서 직접수준측량과 광파측정기 및 Theodolite에 의한 간접삼각수준측량간의 3방법과 5명의 측정자에 의한 측정치를 통계적으로 비교 검토하는데 그 목적이 있다.

2. 측정개요

2.1 직접수준측량

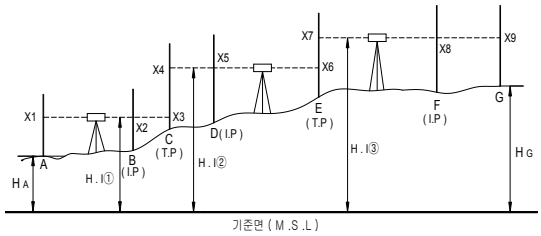

Fig.1. Principle of direct leveling.

Fig.1.과 같이 거리가 멀거나 높이차이가 심해서 한 번에 이를 측정하게 곤란할 때는 여러 구간으로 나누어서 측량을 실시한다.

여기서 G점의 표고를 구하기 위하여 사용한 9개의 수준척의 읽음 값, $x_1, x_2, x_3 \cdots x_9$은 다음과 같이 3가지로 분류할 수 있다.

즉 (+)부호를 가진 (x_1, x_4, x_7), (−)부호를 가진 (x_3, x_6, x_9), 그리고 G점의 표고사용에 전혀 사용치 않은 (x_2, x_5, x_8)이다.

여기서 (+)부호인 (x_1, x_4, x_7)은 후시이고,

(-)부호인 (x_3, x_6, x_9)는 전시이며,

그리고 G점의 표고 계산에 전혀 사용하지 않은 (x_2, x_5, x_8)은 중간시 (I.P)이다.

G점의 높이

$$H_G = H_A + (x_1, + x_4 + x_7) - (x_3 + x_\sigma + x_9)$$

$$= H_A + \text{(후시의합)-(전시의합)}$$

따라서 A점과 G점의 표고차

$$H_{AG} = H_G - H_A = \text{(후시의합)-(전시의합)}$$

어떤 점의 표고 H_G = 기준점의 표고 (H_A) + (후시의 합계)-(전시의 합계)를 하면 되고, 이때 후시의 합이 전시의 합보다 많으면 G점이 높고, 그 반대일 때는 G점이 낮다.

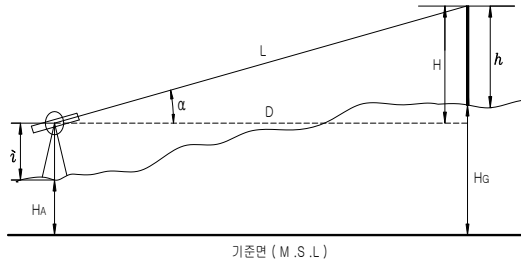

Fig.2. Principlr Of Grodimeter & Trigonomtric Leveling.

2.2.광파측정기 및 Theodolite에 의한 삼각수준측량

삼각수준측량은 광파측정기 또는 Theodolite를 사용하여 연직각을 측정하고 기준이 되는 어느 기선을 측정하여 삼각법의 원리에 따라 두 점간의 고저차를 구하는 방법이다. 이 방법은 목표에 쉽게 가까이 접근할 수 없거나 멀리 떨어져 있는 두 점간에 고저차를 구하고자 할 때. 적당한 측정방법으로 비용과 시간을 절약할 수 있는 장점이 있다.

Fig.2.에서 A~G 간의 수평거리 D또는 경사거리 L와 연직각 α를 알고 A점에 표고를 H_A라 하면, G점의 표고 H_G를

$$H_G = H_A + i + D\tan\alpha - h$$

또는 $$H_G = H_A + i + L\ \sin\alpha - h$$

여기서 i= 기계고, h= 표척의 길이이다.

2.3 측정결과

직접수준측량(A),광파삼각수준측량(B),Theodolite삼각수준측량(C)의 3측정방법과 5명의 측정자에 의해 Fig.1.과 같은 지형에서 얻어진 A~G두점간의 고저차를 10번씩 측정하여 평균한 결과는 다음과 같다.

Table1. Measured volume by three leveling method and five measured man

측정법 / 측정자	(A)	(B)	(C)
가	7.357	7.370	7.376
나	7.356	7.367	7.373
다	7.362	7.372	7.380
라	7.355	7.375	7.374
마	7.360	7.376	7.382
평균	7.358	7.372	7.377

3. 측정치의 검정 및 비교

3.1 분산분석 (2원 배치법)

3측정방법 즉 열 간의 자료 군과 5명의 측정자 즉 행간의 자료군 간의 평균치의 차이 검정을 동시에 하기 위하여 2원배치법으로 유의성 여부를 검정한다. 이때 귀무가설을 채택한다.

Table 2. X_{ij} of measured volume

측정법 / 측정자	(A)	(B)	(C)	$\overline{x}\,.\,j$
가	57	70	76	67.67
나	56	67	73	65.34
다	62	72	80	71.34
라	55	75	74	68.00
마	60	76	82	72.67
$\overline{x}\,.\,i$	58	72	77	69.00

즉, 측정방법과 측정자 간에는 차이가 없다고 가정한다. 계산을 간단하게 하기 위하여 Table 2와 같이 하였고, 표2의 X_{ij}를 $X_{ij} = X_{ij} - 69$로 변수변환을 하여 Table3과 같이 나타냈다.

Table 3.Variable change table of $X_{ij} = X_{ij} - 69$

측정법 / 측정자	(A) (j_1)	(B) (j_2)	(C) (j_3)	계 $T_{i\cdot}$	평균 $\overline{X}_{\cdot i}$	$(T_{i\cdot})^2$
가(i_1)	-12	1	7	-4	-1.33	16
나(i_2)	-13	-2	4	-11	-3.67	121
다(i_3)	-7	3	8	4	1.33	16
라(i_4)	-1	6	5	10	3.33	100
마(i_5)	-9	7	13	11	3.67	121
계 $T_{j\cdot}$	-42	15	37	10		374
평균 $\overline{X}_{\cdot j}$	-8.4	3	7.4		$\sum_{i=1}^{5}(T_{i\cdot})^2 \uparrow$	
$(T_{j\cdot})^2$	1764	225	1369	3358	$\leftarrow \sum_{i=1}^{3}(T_{\cdot j})^2$	

여기서 $\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{3} X_{ij}^{\,2} = 866$

전변동 $S_T = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{3} X_{ij}^{\,2} - \frac{T_i^2}{3\times 5}$

$= 866 - 6.67 = 859.33$

자유도 $= K.L - 1 = 14$

행간(측정자)변동 $S_r = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{3}(T_{i\cdot})^2 - \frac{T_i^2}{K.L}$

$= \frac{1}{3}\times 374 - \frac{10^2}{3\times 5}$

$= 124.67 - 6.67 = 118$

자유도 $= L - 1 = 4$

Table. 4 Analysis of variance table

요인(F)	평방합(SS)	자유도 (DF)	불편분산(MS)
행간(측정자)	$S_r = 118$	4	$Vr = Sr/(L-1) = 29.50$
열간(측정법)	$S_c = 664.93$	2	$Vc = Sc/(K-1) = 332.47$
잔차	$S_e = 76.4$	8	$Ve = Se/(L-1)(K-1) = 9.55$
전변동	859.33	14	---
요인(F)	분산비(F)		F분포표의 값
행간(측정자)	$F_r = Vr/Ve = 3.09$		$F^4{}_8(0.01) = 7.01$
열간(측정법)	$F_c = Vc/Ve = 34.81$		$F^2{}_8(0.01) = 8.65$
잔차			

열간(측정방법)변동

$S_c = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{5}(T_{j\cdot})^2 - \frac{T_{i\cdot}^2}{K.L}$

$= \frac{1}{5}\times 3358 - \frac{10^2}{3\times 5} = 664.93$

자유도 $= K - 1 = 2$

잔차변동 $S_e = S_r - S_c - S_e = 76.4$

자유도 $= (L-1)(K-1) = 8$

이상의 계산으로부터 분산분석표를 만들면 표4와 같다.

표4에서 $F_r = 3.09 < F^4{}_8(0.01) = 7.01$

$F_c = 34.81 > F^2{}_8(0.01) = 8.65$

결론 : 행간(측정자)에는 무의적이며 따라서 차이가 있다고 할수 없으나 열간(측정방법)에는 매우 유의적이다. 따라서 측정방법에 따라 측정치에 미치는 영향이 크다는 것을 알 수 있다.

3.2 유의성 검정

분산분석에 의하여 측정 방법간에는 유의성이 있다고 판단되었으므로 각 측정방법 (A), (B), (C) 간의 유의차는 다음과 같이 개별적으로 유의성을 검정한다.

$$F = \frac{(\bar{x}_j - \bar{x}_{j+1})^2}{F_C(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_{j+1}})} \geqq F^1{}_{(L-1)(L-1)} = 8$$

$F_C =$ 열간분산비

①직접수준측량과 광파삼각수준측량

$F_{A-B} = 15.36 > F^1{}_8(0.01) = 11.26$ 유의

$$\frac{(58-72)^2}{34.81(\frac{1}{5}+\frac{1}{5})} = \frac{196}{12.76} = 15.36$$

②직접수준측량과 Theodlite삼각수준측량

$F_{A-C} = 28.29 > F^1{}_8(0.01) = 11.26$ 유의

$$\frac{(58-77)^2}{34.81(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})} = \frac{361}{12.76} = 28.29$$

Table. 5 Probable error of measured volume

측정법 / 잔차 / 측정자	(A)		(B)		(C)	
	V	V^2	V	V^2	V	V^2
가	-1	1	2	1	-1	1
나	-2	4	5	25	-4	16
다	4	16	0	0	3	9
라	-3	9	-3	9	-3	9
마	2	4	-4	16	5	25
계	0	34	0	51	0	60

③광파삼각수준측량과Theodolite삼각수준측량

$F_{B-C} = 1.95 < F^1{}_8(0.01) = 11.26$ 무의

$$\frac{(72-77)^2}{34.81(\frac{1}{5}+\frac{1}{6})} = \frac{25}{12.76} = 1.95$$

이상의 검정결과를 보면 직접수준측량과 광파삼각수준측량과 Theodolite에 의한 삼각수준 측량 간에는 유의적 이므로 세 측량방법 간에는 차이가 있고 광파삼각수준측량과 Theodolite에 의한 삼각수준 측량 간에는 무의적 이므로 두 측량방법 간에는 차이가 없음을 알 수 있다.

3.3. 측정정도

3.3.1 표준오차

측량에서 표준오차는 측정치나 계산치의 정밀도를 나타내는 것이다. 따라서 3측정방법에 대해서 표준오차를 계산해본다.

$$\text{표준오차}\ \sigma_m = \pm\sqrt{\frac{\sum V^2}{n(n-1)}}$$

표준오차

-직접수준측량 = ±0.000760

-삼각수준측량 = ±0.001140

-시거수준측량 = ±0.001341

3.3.2 중량

표준오차를 이용하여 중량을 산정함에 있어서는 측정치의 무게로서 신뢰도를 표시하는데 쓰이는 것으로 3방법의 측정치에 대하여 중량의 비로 나타내면 다음과 같다.

$$W \propto \frac{1}{\sigma_m{}^2}$$

직접수준측량 : 0.0173

삼각수준측량 : 0.00767

시거수준측량 : 0.00556

$W_{(A)} : W_{(B)} : W_{(C)} = 3.1 : 1.3 : 1$

4. 결 론

본 논문에서 직접수준측량과 광파측정기 및 Theodolite에 의한 간접삼각수준측량간의 3방법과 5명의 측정자에 의한 측정치를 비교 연구한 결과는 다음과 같이 요약된다.

(1) 3측정방법과 측정자간의 분산분석에 의한 유의성 검정결과 측정자간에는 무의적이므로 차이가 있다고 볼 수 없으나 3측정방법 간에는 유의적이므로 큰 차이가 있음을 알았다.

(2) 3측정방법에서 직접수준측량과 광파측정기 및 Theodolite에 의한 삼각수준측량 간에는 유의적이므로 차이가 있다고 볼 수 있고, 광파측정기와 Theodolite에 의한 삼각수준측량 간에는 무의적이므로 차이가 없음을 알았다.

(3) 직접수준측량 . 광파측정기에 의한 삼각수준측량 .Theodolite에 의한 삼각수준측량 의한 측정치의 무게로서 신뢰도를 나타내는 중량의 비는 3.1 : 1.3 : 1 이었다.

(4) 위와같은 결과 미루어 볼 때 광파측정기에 의한 삼각수준측량과 Theodolite에 의한 삼각수준측량은 낮은 정도의 수준측량에서만 가능하고, 측정시 오차를 줄일 수 있도록 해야 한다는 것을 알았다.

참 고 문 헌

1) F.A. Shepherd : Advanced Engineering Survying, Edward Arnold, London, pp1~46, (1977)
2) F.A. Shepherd : Engineering Surveying Problems and Solution. Edward Arnold London, pp256~308, (1977)
3) W. S. Whyte : Site Surveying and Leveling2. Buyyerworth, pp58~86, (1982)
4) 박 준열 : 토목계획학. 영남대학교출판부, pp 155~173, (1984)
5) 김 성주외 5인 공저 : 통계학원론. 탐진, pp 211~234, (1993)
6) 백 은기 : 측량학, 청문각, pp25~56, 87~118, 175~170, (1990)
7) 유 복모 : 측량공학, 박영사, pp216~248, 280~292, 589~607 (1986)
8) 조 규전 : 측량정보공학, 양서각, pp151~163, (2008)
9) 한승희 : 공간정보공학,구미서관, pp321~322, (2001)

(접수:2013.01.11., 수정:2013.02.15, 게재확정:2013.02.22)