經營科學
第30卷 第1號
2013年 3月, pp.73-89
http://dx.doi.org/10.7737/KMSR.2013.30.1.073

마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가 : 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로*

최재호** · 정종빈** · †김성문**

Development and Evaluation of an Investment Algorithm Based on Markowitz's Portfolio Selection Model : Case Studies of the U.S. and the Hong Kong Stock Markets

Jaeho Choi** · Jongbin Jung** · †Seongmoon Kim**

■ Abstract ■

This paper develops an investment algorithm based on Markowitz's Portfolio Selection Theory, using historical stock return data, and empirically evaluates the performance of the proposed algorithm in the U.S. and the Hong Kong stock markets. The proposed investment algorithm is empirically tested with the 30 constituents of Dow Jones Industrial Average in the U.S. stock market, and the 30 constituents of Hang Seng Index in the Hong Kong stock market. During the 6-year investment period, starting on the first trading day of 2006 and ending on the last trading day of 2011, growth rates of 12.63% and 23.25% were observed for Dow Jones Industrial Average and Hang Seng Index, respectively, while the proposed investment algorithm achieved substantially higher cumulative returns of 35.7% in the U.S. stock market, and 150.62% in the Hong Kong stock market. When compared in terms of Sharpe ratio, Dow Jones Industrial Average and Hang Seng Index achieved 0.075 and 0.155 each, while the proposed investment algorithm showed superior performance, achieving 0.363 and 1.074 in the U.S. and Hong Kong stock markets, respectively. Further, performance in the U.S. stock market is shown to be less sensitive to an investor's risk preference, while aggressive performance goals are shown to achieve relatively higher performance in the Hong Kong stock market. In conclusion, this paper empirically demonstrates that an investment based on a mathematical model using objective historical stock return data for constructing optimal portfolios achieves outstanding performance, in terms of both cumulative returns and Sharpe ratios.

Keywords : Markowitz's Portfolio Selection Model, Nonlinear Programming, Sharpe Ratio, U.S. Stock Market, Hong Kong Stock Market

논문접수일 : 2012년 10월 12일 논문수정일 : 2012년 12월 17일 논문게재확정일 : 2013년 01월 16일

* 이 논문은 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2011-327-B00295).

** 연세대학교 경영대학 경영학과

† 교신저자, kimsm@yonsei.ac.kr

1. 서 론

모든 투자자들은 투자를 통해 최대한 높은 수익을 얻고 싶어함과 동시에 투자의 변동성, 즉 위험을 회피하고자 한다. 그러나 높은 수익이 기대되는 투자는 높은 수준의 위험을 동반하기 때문에, 높은 수익률을 안정적으로 달성한다는 것은 매우 어려운 일이다. 결국 투자자는 자신의 성향에 따라 적합한 포트폴리오를 구성하게 된다. 예를 들어, 보수적인 투자 성향을 가지는 투자자는 낮은 기대수익률을 가지더라도 낮은 위험도를 가지는 포트폴리오를 원하고, 공격적인 성향을 가지는 투자자는 높은 위험도를 감수하고서라도 높은 기대수익률을 가지는 포트폴리오를 원한다. 하지만 모든 투자자는 자신이 원하는 기대수익률을 만족하는 포트폴리오 가운데 가장 낮은 위험도를 가지는 포트폴리오를 선호한다.

이렇게 서로 상충되는 포트폴리오의 기대수익률과 기대위험도간의 관계를 설명한 것이 1990년에 노벨 경제학상을 수상한 마코위츠(Harry M. Markowitz)가 제시한 '포트폴리오 선정 이론(Portfolio Selection Theory)'이다[30]. 마코위츠는 투자자가 포트폴리오를 구성함에 있어서 포트폴리오의 기대수익률과 기대위험도(즉, 수익률에 대한 분산)를 이용할 것을 제안했다. 이러한 마코위츠의 이론을 바탕으로, 주어진 투자 대상 종목에 대하여 투자자가 요구하는 최저요구기대수익률을 만족하면서 기대위험도를 최소화하는 포트폴리오를 찾을 수 있다[20].

이후 포트폴리오 선정 이론에서는 포트폴리오를 구성하기 위해 사용되는 주요 입력값의 예측에 대해 많은 논의가 이루어졌다. James Jr.[25]는 단순이동평균법(Simple Moving Average Method)이 주요 입력값에 대한 효과적인 예측이 될 수 있다고 주장하였다. James Jr.는 1928년부터 1960년까지 NYSE에서 거래된 보통주의 월말가를 지수평활법(Exponential Smoothing Method)과 월간 단순이동평균법(Simple Moving Average Method)의 두 가지 방법으로 실제 투자에 적용해 보고 단순이동평균법이 효과적인 방법임을 보여주었다.

이러한 주장에 대해서는 몇 가지 반론이 제기되었는데, Jobson and Korkie[27]는 포트폴리오를 구성하기 위해 과거 데이터를 기반으로 구한 각 종목의 기대수익률, 공분산과 같은 입력값의 예측치가 실측치와 많은 차이를 보인다는 문제를 지적하였다. 이들은 입력값의 예측치와 실측치 간의 차이를 줄이기 위해서 참조 데이터의 길이를 길게 늘려야 하는데, 이는 불필요한 자료를 너무 많이 포함시킬 위험이 있음을 밝혔다. Michaud[32]는 입력값들의 예측치와 실측치의 차이로 인하여 발생하는 결과값의 변동성을 지적하며, 마코위츠 모형에서 구성된 포트폴리오가 과연 최적의 포트폴리오가 될 수 있는지에 대해서 의문을 제기하였으며, 이렇게 구성된 포트폴리오가 실제로 좋은 성과를 보이지 못함을 지적하였다. 포트폴리오의 성과가 입력값 중에서도 투자 대상 종목의 기대수익률 예측치에 민감하다는 점[9, 10, 12]을 근거로, 기대수익률을 고려하지 않고 포트폴리오의 위험 최소화만을 목표로 한 포트폴리오 선정 모형을 주장한 연구도 있다[11, 24].

이러한 입력값 예측치의 오류를 극복하기 위해서, 불확실성을 고려하여 베이즈 방법론을 적용한 입력값 예측 방법들[17, 26, 34]과 함께 robust optimization[14, 18, 19, 37]이나 covariance matrix shrinkage[29]와 같은 기법을 적용한 입력값 예측 개선 방안이 다수 제안 되었다. 더 나아가, 최근에는 서로 다른 여러 개의 포트폴리오를 동시에 운영함으로써 입력값 예측치의 오류로 인한 피해를 감소시킬 것을 주장한 연구[28]와 입력값 예측치에 오류가 존재함을 전제로 하는 포트폴리오 선정 모형을 제안한 연구[8, 35]도 있었다

그러나 이와 같이 입력값의 예측을 개선하고자 한 다양한 노력에 대하여, Hui et al.[22]은 공매도가 허용되지 않는 경우에, 입력값을 개선하기 위해 베이즈 방법론을 적용하여 구성된 포트폴리오가, 기존의 단순이동평균법을 기반으로 입력값을 예측

하여 구성된 포트폴리오에 비해 유의미한 성과 차이를 나타내지 못함을 지적하며, 입력값의 예측치 개선을 위한 다양한 노력에 대해 의문을 제기하였다. 더 나아가, Pantaleo et al.[33]은 포트폴리오의 실증적인 성과 측면에서 봤을 때, 과거 수익률 데이터만을 기반으로 표본평균과 분산을 이용해 계산한 예측치가 다양한 방법으로 개선된 입력값과 비교했을 때 충분히 신뢰성을 가진다고 주장하였다. Pantaleo et al.은 과거의 수익률 데이터를 바탕으로 참조하는 수익률 데이터의 수가 포트폴리오를 구성하는 종목의 수보다 많고 공매도가 허용 되지 않을 경우, 과거 수익률 데이터만을 이용하여 계산한 단순한 예측치와 다양한 개선 방안을 도입한 예측치를 비교했을 때, 포트폴리오 성과 측면에서는 유의미한 차이가 나타나지 않음을 보여주었다. 이로써, 적절한 기간의 데이터가 확보된다면 마코위츠 모형에서 구성한 포트폴리오가 예측치를 개선하기 위한 복잡한 계산이 없더라도 충분히 효과적이라는 주장의 근거를 마련하였다. 이와 같이 1950년대에 포트폴리오 이론이 등장한 이후 제기된 비판과, 다양한 측면에서 이를 개선하고자 한 노력에 대해서는 Elton and Gruber[15] 또한 정리한 바 있다. 이들 역시포트폴리오 이론이 반세기에 걸쳐 다양한 측면에서 발전되었음에도 불구하고, 투자대상 종목의 기대수익률과 공분산에 대한 기본적인 예측치만을 입력값으로 이용하는 단순한 포트폴리오 선정 모형이 실제투자에 직관적으로 적용하기에 가장 적합함을 강조하였다.

주요 입력값을 정확하게 예측하는 것뿐만 아니라 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 효율성에 관한 연구도 진행되었다. Demiguel et al.[13]은 마코위츠의 모형을 포함해 입력값의 예측치를 다양하게 개선한 방안의 총 14개 모형의 투자 성과를 벤치마크와 서로 비교하는 연구를 수행하였다. 이를 통해, 월간 데이터를 이용하여 매달 리밸런싱을 한 모델들 중 벤치마크에 비해 절대적으로 우수한 성과를 보이는 모델이 없다는 결과를 바탕으로 마코위츠 모형의 효율성에 대해 의문을 제기하였다. 그러나 이들은 월간 데이터를 사용했다는 이유로 리밸런싱 주기를 한 달로만 설정하였으며, 실제 투자할 때 발생하는 거래 비용을 고려하지 않고 단순히 포트폴리오의 거래회전율을 비교함으로써 거래 비용을 측정하고자 했다는 점 등에서 개선이 필요하다.

이 외에도, 포트폴리오 성과평가와 관련해서 Friend and Vickers[16]는 다양한 펀드의 성과가 무작위로 구성한 포트폴리오의 성과와 차이가 없음을 보임으로써 펀드매니저의 전문성에 의문을 제기함과 동시에, 과거 자료를 바탕으로 기대수익률과 분산을 예측하는 것이 위험하다는 것을 지적한 바 있다. 반면 엄철준[7]은 추정 및 예측오류가 포함되어 있을 지라도, 최적화에 의한 자산배분 투자전략은 의미 있는 양(+)의 수익을 실현한다고 연구 보고를 하였고 감형규, 신용재[1]는 과거수익률뿐만 아니라 과거거래량이 포트폴리오의 성과에 유의미한 영향을 미친다는 점을 지적하였다. 구승환, 장성용[3, 4]은 기술적인 분석을 이용하여 주식, 채권, 예금을 활용한 포트폴리오를 구성하여 투자한 결과, 최적화를 통한 포트폴리오의 성과가 안정적임을 확인하고 장기투자가 투자자에게 더 좋은 선택임을 주장하였으며, 류춘호[6]는 '평균-분산 기준'의 한계점을 보완하기 위해 '확률적 지배' 개념을 사용한 투자 알고리즘을 개발하여 모형의 실용성을 확인하였다. 또한 국내 시장에서 마코위츠 포트폴리오 선정 모형에 의한 자산투자를 함과 동시에 주기적으로 포트폴리오를 리밸런싱 하면서 실제투자와 마찬가지로 운영한 펀드의 우수성을 한국주식시장에서 실증적으로 입증한 연구도 있다[5]. 위 연구에서는 2007년 3월부터 2008년 9월까지의 1년 6개월 동안 삼성그룹주를 대상으로 마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 이용해 펀드를 운영하는 실험을 실시하였는데, 벤치마크에 비하여 월등한 성과를 나타냄으로써, 마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 활용한 투자의 성과를 실증적으로 보여주었다.

그러나 현재까지 진행된 이와 같은 연구들은 몇 가지 한계를 가지고 있다. 먼저 위의 연구들은 실

험 대상을 최근 변동성이 크게 증가한 주식시장에 비해 비교적 안정적인 기간의 주식시장으로 선택했다. 2007년 미국의 서브프라임 모기지 사태와 2008년 하반기 발생한 미국발(發) 금융위기에 따른 세계적 경기침체와 연이어 2011년 발발한 유럽 금융위기와 같이 짧은 시간 동안 심하게 요동치는 시장 상황에서는 마코위츠의 모형을 이용한 투자의 성과가 어떨지 입증한 연구가 거의 없는 것으로 보인다. 또한 기존의 연구들은 주로 단일 시장을 실험 대상으로 선택하여 마코위츠 모형의 효과성을 살펴보았을 뿐, 각기 다른 성격의 시장에서 모형의 성과가 어떻게 영향을 받으며 다른 성과를 달성하는지 역시 입증된 바 없다. 마지막으로, 포트폴리오 선정 모형 자체에 대한 자세한 분석을 실시한 기존 연구들에 비해, 이러한 모형을 활용하여 실제 주식시장에서 거래 수수료, 리밸런싱 등을 고려한 직접 투자 모형의 개발에 대한 연구는 부족한 것으로 보인다.

본 연구는 이러한 점들을 보완하고자 마코위츠 포트폴리오 모형에 기반을 두어 주식시장에서 활용할 수 있는 투자 알고리즘을 개발하고, 동서양의 대표적 시장인 미국과 홍콩 주식시장에서 이 투자 알고리즘을 적용함으로써, 개발한 투자 알고리즘이 환경이 서로 다른 국제 시장에서 어떠한 성과를 나타내는지, 또 그 성과가 시장에 따라 어떠한 차이를 보여주는지를 실증적으로 분석하고자 한다. 기존의 연구들이 비교적 안정적인 기간을 투자구간으로 설정한 반면, 본 연구는 최근 급격한 시장 변화를 모두 포함하도록 투자구간을 2006년부터 2011년까지 최근 6년으로 설정하였다. 미국 시장의 경우는 Dow Jones Industrial Average(DJIA), 홍콩 시장의 경우에는 Hang Seng Index(HSI)를 벤치마크로 삼아, 본 논문에서 제시하는 투자 알고리즘의 성과를 동서양 각각의 대표적인 주식시장에서 비교한다. 또한 시장 상황의 변화를 반영하기 위한 주기적인 포트폴리오의 리밸런싱과 그에 따라 발생하는 거래 수수료와 세금 등의 거래비용과 같이, 실제 투자자가 고려해야 함에도 불구하고 기존 연구에서는 종합적으로 포함하지 못한 요소들을 본 연구에서는 살펴보았다. 각 종목의 기대수익률, 표준편차, 종목간 공분산을 계산함에 있어서는, 최근의 연구 결과[22, 33]를 바탕으로, 주식종목의 과거 수익률 자료를 이용한 단순이동평균법을 적용하였다.

더 나아가, 본 연구에서는 과거의 수익률 데이터를 바탕으로 분석한 후, 예상되는 포트폴리오의 기대수익률이 투자자가 지정한 최저요구기대 수익률을 만족시키지 못할 때에는 시장 상황이 좋지 않은 것으로 판단하여, 해당 자산을 무위험 자산에 투자하는 능동적이고 보수적인 투자전략을 제안한다. 즉, 매번 포트폴리오 리밸런싱 때마다 모든 자산을 주식에 투자하는 것이 아니라 시장 상황이 좋지 않을 것으로 예측될 때에는 손실의 위험이 없는 자산을 보유하는 전략을 추가하였다. 이러한 전략을 통해 앞서 개발한 투자 알고리즘의 경쟁력을 제고하고 안정성을 향상시킬 수 있도록 하였다.

벤치마크와의 성과를 비교함에 있어서도 기존 연구에서 흔히 사용하였던 것처럼 단순히 수익률 측면에서만 평가한 것이 아니라 수익률과 표준편차를 모두 감안하여 포트폴리오의 효율성을 나타내는 지표로 Sharpe ratio를 사용하여 위험도 대비 수익률의 성과가 얼마나 좋은지를 종합적으로 비교하였다. 이러한 과정을 통해, 미국과 홍콩 주식시장의 대표 지수와 동일한 30개 종목을 이용하여 2006년 개장일에서 2011년 폐장일까지, 최근 6년에 대한 실증적인 실험을 통해 그 성과를 분석하고자 한다.

더불어, 과거 데이터를 바탕으로 입력값의 계산과 실제 포트폴리오 구성, 투자 후 실제 수익률 계산과 같은 모든 실험 과정을 컴퓨터의 VBA 프로그래밍을 이용하여 자동화하였다. 실험 과정에서 반복적인 작업들을 자동화함으로써 실험 결과를 도출하는 시간을 최소화함은 물론, 수작업으로 인한 오류의 가능성을 예방할 수 있었다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형에 대하여 간략하게 정리하여 설명한다. 제 3장에서는 기대수익률과

공분산 데이터를 과거 자료에 기반해서 구한 뒤, 정해진 주기마다 마코위츠 모형에 기반해서 포트폴리오를 구성하는 법에 대하여 설명한다. 제 4장에서는 본 연구에서 제시한 투자 알고리즘에 따라 운영되는 가상의 포트폴리오와 각 시장별 벤치마크의 성과를 수익률과 Sharpe ratio 측면에서 비교 및 분석하고, 마지막 제 5장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향에 대해서 제시하도록 하겠다.

2. 포트폴리오 선정 모형

이번 장에서는 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 포트폴리오를 구성하는 방법을 간단히 설명한다. 본 연구에서는 Markowitz[30]가 소개한 포트폴리오 선정 이론을 바탕으로, 위험도를 나타내는 포트폴리오의 수익에 대한 분산을 최소화하는 것을 목적함수로 하고 투자자의 성향에 따라 미리 설정된 최저요구기대 수익률을 만족시킬 것을 제약조건으로 가진 비선형계획 모형(Nonlinear Programming Model)을 이용한다. 모형에 사용되는 변수 및 상수 등을 기호로 정의하면 다음과 같다.

- N : 포트폴리오에 포함되는 투자 대상 종목의 수
- x_i : 포트폴리오에서 종목 i에 투자하는 비율 (i = 1, 2, …, N)
- μ_i : 종목 i의 기대수익률(i = 1, 2, …, N)
- σ_i : 종목 i의 수익률에 대한 표준편차 (i = 1, 2, …, N)
- σ_{ij} : 종목 i와 j의 수익률에 대한 공분산, $\sigma_{ii} = \sigma_i^2 (i, j = 1, 2, \cdots, N)$
- K : 포트폴리오에 설정한 최저요구기대 수익률
- V : 포트폴리오의 수익률에 대한 분산(기대위험도)

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여 비선형계획법으로 세워진 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & V = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij} x_i x_j \\ \text{Subject to} \quad & \sum_{i=1}^{N} \mu_i x_i \geq K \\ & \sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \text{ for } i = 1, 2, \cdots, N \end{aligned}$$

위의 모형은 공매도가 없다는 가정 하에 포트폴리오의 기대수익률($\sum_{i=1}^{N} \mu_i x_i$)이 설정된 최저요구기대수익률(K)을 만족시키도록 하고, 가용 금액을 100% 투자하면서, 포트폴리오의 분산(V)을 최소화하는 최적의 투자 비중($x_1^*, x_2^*, \cdots, x_N^*$)을 구하는 것을 목표로 한다. 위의 모형에서 공매도가 허용될 경우 결정변수 x_i에 대한 비음수조건($x_i \geq 0$)이 없는 형태가 되는데, 그런 경우 투자자의 성향에 따른 최적 포트폴리오 계산법은 Markowitz[31]에 구체적으로 소개가 되어있다. 본 논문에서는 비음수조건이 포함된 마코위츠의 원래 비선형계획 모형을 이용하여 실험을 진행하고 분석하였다. 위의 모형은 비선형계획법 모형 중에서 목적함수가 한계 체감(Decreasing Marginal Return)을 보이고 제약조건식이 모두 선형인 이차계획(Quadratic Programming)의 경우로, *Microsoft Excel*에 내장되어 있는 *Solver* 등의 상용 소프트웨어를 이용하여 글로벌 최적해를 구할 수 있다[21].

3. 연구 방법

3.1 투자 대상

본 논문이 실험 대상으로 선택한 주식시장은 동서양의 대표적 주식시장인 미국과 홍콩 주식시장이다. 1792년에 탄생한 미국 주식시장은 시장 가치가 현재 약 16조 달러로 추산되고 상장된 기업은 10,000여 개에 달하는 세계 최대의 주식시장이다. 홍콩의 주식시장은 시가 총액 기준으로 세계 4위권이며 시장 규모가 일본에 이어 아시아에서 두 번째로 큰 규모로, 동양에서 대표적인 주식시장이다. 각 주식시장의 특성을 더 자세하게 비교하기 위해

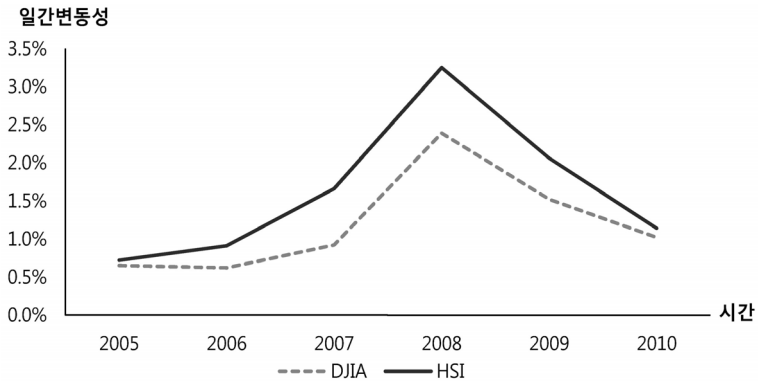
변동성과 거래대금, 그리고 연평균 수익률을 비교하여 살펴보고, 어떤 면에서 차이를 보이는지 확인하였다. 먼저 일간변동성의 지표인 일간수익률의 표본표준편차를 활용하여 각 주식시장의 변동성을 확인하였다. <그림 1>은 2005년부터 2010년까지의 DJIA와 HSI의 연평균 일간변동성을 나타낸 그래프이다[2].

<그림 1>을 보면 2005년부터 2010년까지 모든 구간에서 HSI가 DJIA보다 높다는 것을 확인할 수 있다. 특히 경제위기가 있었던 2008년의 경우 일간변동성이 1%p 가까이 차이가 나는 모습을 보여준다. 또한 2011년 말 각 주식시장의 거래대금은 미국 시장 20조 달러, 홍콩 시장 1.4조 달러로 14배 이상의 차이를 보여준다. 이러한 점들로 볼 때, 홍콩 주식시장은 미국 주식시장에 비하여 변동이 상대적으로 더 큼을 알 수 있다. 수익률의 측면에서 살펴보면, 같은 기간 동안 DJIA는 연평균 3.39%, HSI는 연평균 15.01%의 상승을 기록하여 홍콩 주식시장의 수익성이 더 좋았음을 알 수 있다. 이와 같은 자료들로 미루어 보아, 상대적으로 미국에 비하여 홍콩 주식시장이 변동성이 큰 고위험, 고수익 주식시장임을 확인할 수 있다.

본 연구에서는 각 주식시장의 대표적인 지수로 평가 받는 DJIA와 HSI를 벤치마크로 선정하였다. 또한 투자 대상 종목으로 DJIA와 HSI를 각각 구성하고 있는 약 30개 종목을 선정하고, 각 주식시장에서 본 논문의 투자 알고리즘에 따라 포트폴리

〈표 1〉 2006년 개장일에 DJIA와 HSI의 30개 투자 대상 종목

Dow Jones Industrial Average	Hang Seng Index
IBM	HSBC
3M	China Mobile Limited
AIG	Hutchison Whampoa
Altria	Sun Hung Kai
Boeing	Hang Seng Bank
Johnson and Johnson	CNOOC
Caterpillar	Cheung Kong
P&G	BOC Hong Kong
Exxon Mobil	CLP
United Technologies	The Hong Kong and China Gas
American Express	China Unicom
Citi Group	MTR Corporation
Wal-Mart	Henderson Land Development
JP Morgan	Power Assets
Home Depot	The Wharf
Coca-Cola	Swire Pacific
Du Pont	Esprit
Honeywell	Cheung Kong Infrastructure
McDonald	CITIC Pacific
GE	Cathay Pacific Airways
Hewlett-Packard	Li and Fung
Alcoa	Hang Lung
Merck	Sino Land
Microsoft	Yue Yuen
Disney	The Bank of East Asia
Verizon	China Merchants
Intel	Cosco Pacific
AT&T	New World Development
Pfizer	Johnson Electric
General Motors	Wheelock and Company

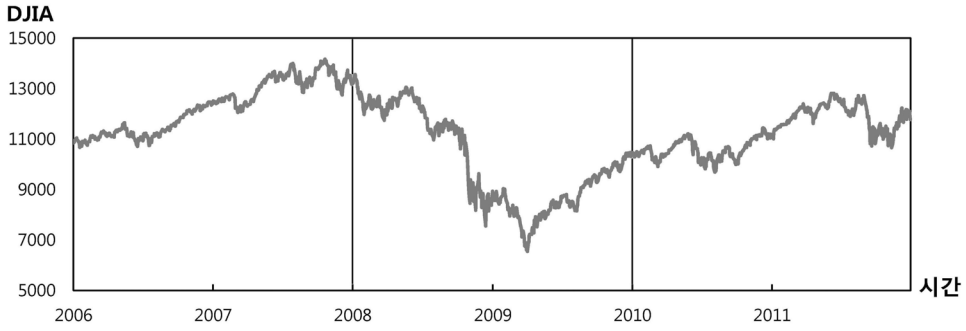


〈그림 1〉 2005년~2010년 사이의 DJIA와 HSI의 연평균 일간변동성

오를 구성하고 투자를 진행하는 펀드를 Fund A로 정의하고 운영하였다. DJIA의 경우, 시장 상황에 따라 편입된 종목을 교체하기도 하지만, 총 편입된 종목의 개수는 투자 기간(2006년 초부터 2011년 말) 동안 항상 30개로 일정했다. 반면 HSI의 경우, 투자를 시작한 2006년 초에는 편입된 종목이 30개였지만, 시간이 흐름에 따라 구성 종목이 추가되어 그 수가 지속적으로 증가했기 때문에, 펀드 운영에 있어서의 일관성을 유지하기 위해, HSI 시가총액의 90% 이상을 반영하는 상위 30개 종목을 대상으로 Fund A의 포트폴리오를 구성했다. <표 1>은 투자를 시작한 2006년 개장일에 DJIA와 HSI의 30개 투자대상종목을 각각 나타낸다.

3.2 실험 기간

본 실험에서는 DJIA가 10,847포인트, HSI가 14,944포인트였던 2006년 개장일인 1월 2일부터 DJIA가 12,217포인트, HSI가 18,434포인트였던 2011년 12월 29일 폐장일까지의 최근 6년을 실험 기간으로 설정하고 이 기간 동안 2장에서 소개한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 가상으로 투자하는 실험을 진행하였다. 이 기간 동안 DJIA는 12.63%, HSI는 23.25% 증가하였으며, 이 기간은 DJIA가 14,000포인트, HSI가 30,000포인트를 돌파했던 2006~2007년의 상승기, 이후 찾아온 미국의 서브프라임 모기지 사태 및 리만 브라더스발 금융위기로 DJIA가 6,500포인트, HSI가 11,000포인트까지 추락했던 2008~2009년의 하락기, 그 뒤로 이어진 2010~2011년의 회복기와 2011년 말에 그리스 재정위기와 유럽발 금융위기 등을 모두 포함하고 있다. <그림 2>와 <그림 3>에서 볼 수 있는 바와 같이, 투자 대상이 된 두 개의 주식시장에서 해당 기간 동안 다양한 상황을 관찰할 수 있다. 이처럼



〈그림 2〉 2006년 1월 2일부터 2011년 12월 29일까지 6년간 DJIA의 변화

〈그림 3〉 2006년 1월 2일부터 2011년 12월 29일까지 6년간 HSI의 변화

다양한 변화가 관찰 되는 기간에 대해 실험을 함으로써, 급격한 경기 침체 및 회복과 같은 경제 현상에 대한 모형의 효용성을 살펴보고자 한다.

3.3 투자 방법

본 연구에서는 각 종목 i의 기대수익률(μ_i)과 표준편차(σ_i), 종목 i와 j의 공분산(σ_{ij}), 그리고 이를 바탕으로 포트폴리오의 기대수익률($\sum_{i=1}^{N}\mu_i x_i$)과 기대위험도(V)를 계산하기 위해 Bloomberg에서 해당 기간 내의 증자, 감자, 배당 등 주가 외의 수익에 관련한 수치가 모두 반영된 전월 대비절대 수익률을 수집하여 이용하였다. 과거 수익률 자료를 바탕으로 종목 간의 공분산을 계산할 때, 종목의 수보다 참조하는 수익률 데이터의 수가 많을 경우 공분산의 예측치를 충분히 신뢰 할 수 있다는 과거 연구[33]를 근거로, 자료참조 기간은 3년으로 설정하였다. <그림 4>는 첫 번째 투자구간인 2006년 개장일에 DJIA를 구성하는 30개의 종목을 대상으로 투자하는 경우를 예로 들어, 과거 3년(즉, 2003년 1월부터 2005년 12월까지) 간의 월간수익률 데이터를 이용하여 개별 종목의 기대수익률(μ_i), 표준편차(σ_i), 종목 간의 공분산(σ_{ij})을 계산한 후 이를 연환산 한 *Microsoft Excel*의 스프레드시트를 나타낸다.

<그림 4>와 같이 과거 데이터를 기반으로 각종 입력값을 계산한 뒤, 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 실제 투자에 적용하기 위해서는 투자자가 최저요구기대수익률(K)을 설정해야 한다. K를 설정하는 데에 있어서는 투자자의 성향에 따라 차이가 있을 것이다. 높은 위험을 감수하더라도 많은 수익을 달성하고자 하는 투자자는 상대적으로 큰 K를 선택하는 반면, 수익률이 다소 낮아도 위험을 적게 감수하고자 하는 투자자는 상대적으로 낮은 K를 선택할 것이다. 본 연구에서는 다양한 투자자들의 성향을 반영하기 위해 K를 연간 10%, 20%, 30%로 설정하였으며, Fund A는 투자를 시작하는 시점에 서로 다른 K값을 가지는 3개의 개별적인 포트폴리오에 동일한 금액을 투입하여 각각 운영하는 방식으로 투자를 진행하였다. 투자를 진행하는 기간 중 경기침체가 장기화되는 경우에는 과거 수익률 데이터를 참조하여 계산된 각 종목의 연환산 기대수익률이 포트폴리오 선정 모형의 제약조건인 K보다 모두 낮은 경우가 발생하여 실현가능해가 존재하지 않는 경우도 존재한다. 그러한 경우, 본 연구에서는 시장상황이 해당 K를 충족시킬 수 있을 만큼 충분히 좋지 않을 것으로 예측된다고 해석하였다. 따라서 해당 K를 달성할 수 없어서 최적해가 나오지 않는 투자구간에 대해서는 주식이 아닌 무위험 자산에 투자하도록 투자 알고리즘을 수립하였다. 무위험 자산의 수익률로, 본 논문에서는 실험 기간 동안 미국 Treasury bond의 평균 수익률인 연이율 2.6%를 사용하였다. 실험 기간 6년 동안 무위험 수익률의 변동은 실험 결과에 영향을 줄 정도로 크지 않았기 때문에 고려하지 않았으며 대신 평균값을 사용하였다. <그림 4>에서 계산된 입력값을 바탕으로, 각각 10%, 20%, 30%의 K에 대한 포트폴리오 모형의 최적해를 계산한 결과는 <그림 5>와 같다.

이와 같이 과거 수익률 데이터를 바탕으로 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 포트폴리오를 설정한 뒤 시간이 지남에 따른 주식시장의 변화를 반영하기 위하여 일정한 간격으로 리밸런싱을 통해 포트폴리오를 재구성하였다. 리밸런싱을 자주 하는 것이 시장동향을 상대적으로 잘 반영할 수 있다는 장점이 있는 반면, 포트폴리오를 리밸런싱 할 때마다 그에 따른 거래수수료 및 매도세 등의 거래비용이 발생하기 때문에, 리밸런싱 주기가 짧을 수록 좋다고 할 수만은 없다. 본 연구에서는 김성문, 김홍선[5]의 연구결과를 바탕으로, 포트폴리오 리밸런싱 주기를 2개월(약 8주)로 설정하였다. 본 연구에서는 리밸런싱할 때의 거래비용으로, 세계의 다양한 주식시장에 따라 거래수수료 및 세금 등의 각종 비용을 거래 대금에 대해 일정한 비율로 부과하는 인터넷 거래 서비스의 수수료를 바탕으로 하여, 미국 주식시장에서는 거래

공분산	IBM	MMM	AIG	BA	MO	JNJ	CAT	PG	XOM	UTX	AXP	C	WMT	JPM	HD	KO	DD	HON	MCD	GE	HPQ	AA	MRK	MSFT	DIS	VZ	INTC	T	PFE	MTLQQ	Risk Free
IBM	0.035	0.007	0.017	0.001	0.006	0.002	0.015	0.004	0.004	0.007	0.015	0.007	0.008	0.012	0.022	0.003	0.012	0.014	0.021	0.015	0.018	0.019	0.005	0.009	0.021	0.006	0.024	0.011	-0.004	0.010	
MMM	0.007	0.029	0.013	0.008	0.002	0.003	0.020	0.006	0.002	0.011	0.001	0.004	0.006	0.002	0.010	0.011	0.015	0.014	0.005	0.000	0.008	0.020	0.001	0.001	0.017	0.000	0.021	0.003	0.001	0.014	
AIG	0.017	0.013	0.065	0.013	-0.006	0.005	0.026	0.008	0.010	0.015	0.024	0.022	0.016	0.028	0.016	0.010	0.026	0.028	0.026	0.014	0.019	0.036	0.012	0.012	0.022	0.009	0.027	0.023	0.004	0.038	
BA	0.001	0.008	0.013	0.053	0.029	-0.003	0.011	0.003	0.016	0.024	0.016	0.004	-0.002	0.010	0.011	0.013	0.015	0.033	0.014	0.005	0.029	0.036	0.011	0.007	0.011	0.021	0.026	0.025	0.011	0.023	
MO	0.006	0.002	-0.006	0.029	0.097	-0.011	-0.003	0.001	0.005	0.018	0.009	0.006	-0.020	0.008	0.019	0.022	0.002	0.019	0.018	-0.007	0.025	0.015	-0.003	-0.002	0.006	0.009	0.003	0.018	0.005	0.009	
JNJ	0.002	0.003	0.005	-0.003	-0.011	0.015	-0.002	0.006	0.003	0.001	0.001	0.003	0.001	-0.002	-0.004	0.005	0.008	-0.001	-0.002	0.006	-0.005	-0.003	0.012	0.004	0.006	0.005	-0.001	0.000	0.005	-0.002	
CAT	0.015	0.020	0.026	0.011	-0.003	-0.002	0.059	0.006	0.016	0.014	0.016	0.010	0.008	0.007	0.016	0.007	0.022	0.023	0.026	0.010	0.023	0.039	-0.006	0.016	0.019	0.004	0.044	0.007	0.007	0.035	
PG	0.004	0.006	0.008	0.003	0.001	0.006	0.006	0.016	0.003	0.005	0.005	0.007	-0.001	0.005	0.004	0.009	0.002	0.004	0.006	0.001	0.005	0.002	0.008	0.000	0.001	0.005	-0.002	0.007	0.008	0.006	
XOM	0.004	0.002	0.010	0.016	0.005	0.003	0.016	0.003	0.035	0.006	0.006	-0.003	-0.003	-0.005	-0.004	0.004	0.018	0.016	0.006	0.003	0.010	0.020	0.008	0.002	-0.003	0.009	0.006	0.007	0.009	0.017	
UTX	0.007	0.011	0.015	0.024	0.018	0.001	0.014	0.005	0.006	0.024	0.014	0.009	-0.001	0.013	0.006	0.009	0.013	0.025	0.011	0.008	0.019	0.022	0.007	0.006	0.015	0.014	0.022	0.018	0.004	0.018	
AXP	0.015	0.001	0.024	0.016	0.009	0.001	0.016	0.005	0.006	0.014	0.024	0.016	0.006	0.023	0.016	0.008	0.011	0.020	0.022	0.013	0.023	0.026	0.004	0.009	0.021	0.012	0.029	0.017	0.004	0.015	
C	0.007	0.004	0.022	0.004	0.006	0.003	0.010	0.007	-0.003	0.009	0.016	0.026	0.007	0.026	0.012	0.012	0.008	0.009	0.022	0.011	0.012	0.017	0.012	0.008	0.017	0.006	0.020	0.015	0.006	0.004	
WMT	0.008	0.006	0.016	-0.002	-0.020	0.001	0.008	-0.001	-0.003	-0.001	0.006	0.007	0.027	0.015	0.021	-0.001	0.013	0.002	0.016	0.008	-0.002	0.018	0.003	-0.001	0.012	0.005	0.017	0.003	-0.005	0.005	
JPM	0.012	0.002	0.028	0.010	0.008	-0.002	0.007	0.005	-0.005	0.013	0.023	0.026	0.015	0.045	0.028	0.011	0.014	0.016	0.026	0.016	0.015	0.031	0.013	0.006	0.020	0.013	0.019	0.025	0.003	0.010	
HD	0.022	0.010	0.016	0.011	0.019	-0.004	0.016	0.004	-0.004	0.006	0.016	0.012	0.021	0.028	0.062	0.017	0.015	0.014	0.031	0.012	0.021	0.039	-0.009	0.003	0.021	0.007	0.040	0.018	-0.001	0.020	
KO	0.003	0.011	0.010	0.013	0.022	0.005	0.007	0.009	0.004	0.009	0.008	0.012	-0.001	0.011	0.017	0.028	0.010	0.011	0.012	0.000	0.017	0.019	0.019	0.003	0.011	0.002	0.021	0.012	0.012	0.013	
DD	0.012	0.015	0.026	0.015	0.002	0.008	0.022	0.002	0.018	0.013	0.011	0.008	0.013	0.014	0.015	0.010	0.039	0.015	0.017	0.014	0.007	0.036	0.019	0.009	0.016	0.011	0.022	0.013	0.003	0.019	
HON	0.014	0.014	0.028	0.033	0.019	-0.001	0.023	0.004	0.016	0.025	0.020	0.009	0.002	0.016	0.014	0.011	0.015	0.046	0.020	0.010	0.030	0.040	0.005	0.008	0.020	0.019	0.034	0.026	0.008	0.027	
MCD	0.021	0.005	0.026	0.014	0.018	-0.002	0.026	0.006	0.006	0.011	0.022	0.022	0.016	0.026	0.031	0.012	0.017	0.020	0.062	0.015	0.029	0.036	0.003	0.016	0.026	0.015	0.031	0.021	0.009	0.011	
GE	0.015	0.000	0.014	0.005	-0.007	0.006	0.010	0.001	0.003	0.008	0.013	0.011	0.008	0.016	0.012	0.000	0.014	0.010	0.015	0.025	0.005	0.017	0.014	0.016	0.012	0.011	0.015	0.011	0.000	0.008	
HPQ	0.018	0.008	0.019	0.029	0.025	-0.005	0.023	0.005	0.010	0.019	0.023	0.012	-0.002	0.015	0.021	0.017	0.007	0.030	0.029	0.005	0.067	0.028	-0.002	0.005	0.025	0.009	0.039	0.022	0.011	0.017	
AA	0.019	0.020	0.036	0.036	0.015	-0.003	0.039	0.002	0.020	0.022	0.026	0.017	0.018	0.031	0.039	0.019	0.036	0.040	0.036	0.017	0.028	0.090	0.003	0.015	0.033	0.016	0.055	0.029	0.009	0.028	
MRK	0.005	0.001	0.012	0.011	-0.003	0.012	-0.006	0.008	0.008	0.007	0.004	0.012	0.003	0.013	-0.009	0.019	0.019	0.005	0.003	0.014	0.002	0.003	0.081	0.010	-0.004	0.015	-0.001	0.016	0.021	0.006	
MSFT	0.009	0.001	0.012	0.007	-0.002	0.004	0.016	0.000	0.002	0.006	0.009	0.008	-0.001	0.006	0.003	0.003	0.009	0.008	0.016	0.016	0.005	0.015	0.010	0.027	0.008	0.007	0.014	0.009	0.001	0.011	
DIS	0.021	0.017	0.022	0.011	0.006	0.006	0.019	0.001	-0.003	0.015	0.021	0.017	0.012	0.020	0.021	0.011	0.016	0.020	0.026	0.012	0.025	0.033	-0.004	0.008	0.051	0.006	0.045	0.005	0.002	0.010	
VZ	0.006	0.000	0.009	0.021	0.009	0.005	0.004	0.005	0.009	0.014	0.012	0.006	0.005	0.013	0.007	0.002	0.011	0.019	0.015	0.011	0.009	0.016	0.015	0.007	0.006	0.031	-0.002	0.023	0.009	0.011	
INTC	0.024	0.021	0.027	0.026	0.003	-0.001	0.044	-0.002	0.006	0.022	0.029	0.020	0.017	0.019	0.040	0.021	0.022	0.034	0.031	0.015	0.039	0.055	-0.001	0.014	0.045	-0.002	0.115	0.007	0.005	0.025	
T	0.011	0.003	0.023	0.025	0.018	0.001	0.007	0.007	0.007	0.018	0.017	0.015	0.003	0.025	0.018	0.012	0.013	0.026	0.021	0.011	0.022	0.029	0.016	0.009	0.005	0.023	0.007	0.043	0.005	0.018	
PFE	-0.004	0.001	0.004	0.011	0.005	0.005	0.007	0.008	0.009	0.004	0.004	0.006	-0.005	0.003	-0.001	0.012	0.003	0.008	0.009	0.000	0.011	0.009	0.021	0.001	0.002	0.009	0.005	0.005	0.031	0.012	
MTLQQ	0.010	0.014	0.038	0.023	0.009	-0.002	0.035	0.006	0.017	0.018	0.015	0.004	0.005	0.010	0.020	0.013	0.019	0.027	0.011	0.008	0.017	0.028	0.006	0.011	0.010	0.011	0.025	0.018	0.012	0.092	
연환산 기대수익률	3.28%	9.76%	4.81%	27.84%	32.30%	5.31%	33.30%	13.08%	21.25%	21.10%	15.87%	12.04%	-1.39%	20.10%	19.39%	1.47%	3.81%	16.24%	25.19%	13.08%	18.99%	8.91%	-13.16%	4.33%	11.30%	-3.15%	14.73%	2.87%	-9.32%	-9.85%	2.60%
분산	0.0348	0.0291	0.0648	0.0527	0.0966	0.0152	0.0590	0.0161	0.0352	0.0245	0.0241	0.0264	0.0273	0.0426	0.0621	0.0283	0.0387	0.0461	0.0618	0.0252	0.0670	0.0904	0.0812	0.0267	0.0515	0.0111	0.1149	0.0428	0.0307	0.0915	0.0000
표준편차	0.1864	0.1705	0.2545	0.2296	0.3108	0.1232	0.2429	0.1269	0.1876	0.1564	0.1553	0.1623	0.1652	0.2064	0.2493	0.1682	0.1967	0.2146	0.2486	0.1589	0.2589	0.3006	0.2849	0.1634	0.2269	0.1763	0.3389	0.2069	0.1753	0.3025	0.0000

〈그림 4〉 2006년 개장일에 과거 3년(즉, 2003년 1월부터 2005년 12월까지) 간의 월간수익률 데이터를 이용하여 DJIA를 구성하는 30개 종목의 종목 간 공분산, 개별 종목의 연환산 기대수익률, 분산, 표준편차를 계산한 *Microsoft Excel* 화면

K	IBM	MMM	AIG	BA	MO	JNJ	CAT	PG	XOM	UTX	AXP	C	WMT	JPM	HD	KO	DD	HON	MCD	GE	HPQ	AA	MRK	MSFT	DIS	VZ	INTC	T	PFE	MTLQQ	Risk Free
10%	0.000%	1.344%	0.000%	0.000%	11.868%	20.985%	0.000%	17.557%	9.743%	1.821%	0.000%	0.000%	23.643%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.561%	0.000%	0.000%	11.395%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	1.092%	0.000%	-
20%	0.000%	0.000%	0.000%	4.385%	13.813%	24.034%	17.246%	11.885%	12.415%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	13.990%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	2.242%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	-
30%	0.010%	0.000%	0.006%	13.361%	24.279%	0.000%	44.118%	0.000%	7.217%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	11.002%	0.000%	0.007%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	-

〈그림 5〉 2006년 개장일에 DJIA를 구성하는 30개 종목의 과거 3년 간 월간수익률 데이터를 기반으로 계산한 입력치를 이용하여 구한 최저요구기대수익률(*K*)에 따른 최적 포트폴리오

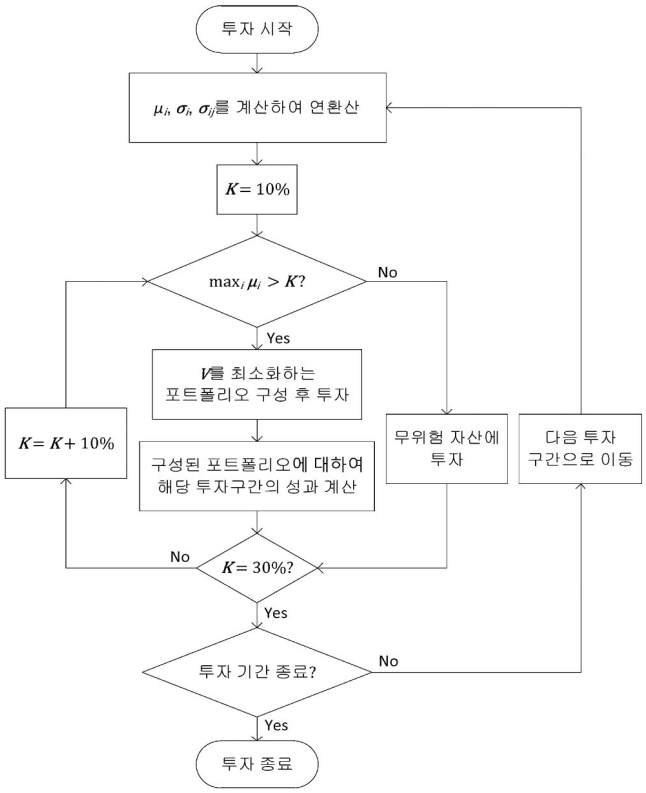
대금의 0.5%, 홍콩 주식시장에서는 0.191%로 설정하였다[23].

포트폴리오의 성과평가는 투자기간 동안의 실제 수익률 데이터를 이용하여 각 리밸런싱 시점에 계산하였다. 즉, <그림 5>에서 구성된 포트폴리오를 예로 들면, 2006년 1월에 각 K값에 따라 최적 포트폴리오를 계산한 후, 해당 포트폴리오를 보유하고 있다가 리밸런싱하는 2006년 3월이 되면 지난 2개월 간 발생한 각 주식 종목의 실제 월간수익률 데이터를 대입하고 리밸런싱에 따라 발생하는 세금 및 수수료를 고려하여, 해당 구간(2006년 1월 초~2006년 3월 초)에 실제 발생한 수익을 계산한다. 이와 같은 방식으로 매 리밸런싱 시점마다 해당 구간에 K값에 따라 각 포트폴리오가 달성한 수익률을 계산하고, 각 구간에 Fund A의 수익률은 서로 다른 세 개의 포트폴리오가 달성한 수익률의 평균으로 계산되었다. 이는 과거 데이터를 이용한 포트폴리오 수익률 계산 및 평가를 위해 김성문, 김홍선[5]에서 사용된 방법과 일치한다.

3.4 VBA를 이용한 자동화

앞서 제시된 투자 알고리즘을 하나의 순서도로 정리하면 <그림 6>과 같다.

이러한 프로세스는 투자구간마다 매번 투자 종목의 기대수익률, 표준편차, 공분산을 계산한 뒤 이를 연환산하여 *Microsoft Excel*의 *Solver*를 이용하여 최적 포트폴리오를 찾은 후에, 해당 포트폴리오의 수익을 계산해야 하는 반복적인 흐름을 가지고 있다. 이와 같은 방대한 작업을 직접 손으로 하기에는 많은 시간과 노력이 소요되며 오류를 범하기도 쉽다. 이러한 문제는 *Microsoft Excel*의 VBA를 사용함으로써 해결할 수 있다. VBA를 이용해 전 투자 프로세스를 자동화하게 되면, 6년간의 반복적인 실험 과정 및 결과를 빠른 시간 안에 오류 없이 계산 할 수 있다. 본 연구에서는 여러 가지 K값과 다양한 시장에서의 실험을 VBA를 통해 자동화하여 진행하였다. <표 2>는 투자 프로세스를 자동화 한 VBA의 흐름을 간단하게 정리한 pseudo code이다.



〈그림 6〉 투자 알고리즘 순서도

〈표 2〉 VBA에서 사용된 코드를 정리한 Pseudo Code

```
Pseudo code for investment algorithm
Sub main
   For Period = 1 to END_OF_INVESTMENT
      '현재 투자시점(Period)에 벤치마크 지수를
      구성하고 있는 종목을 투자 대상 종목으로 설정
      current_stock = select_stock(Period)

      '불러온 종목의 수익률 계산
      Call Calculate_Returns

      '불러온 종목 간의 공분산 테이블 구성
      Call Calculate_Covariance_Matrix

      '구성된 데이터를 바탕으로 solver를 실행하여
      최적 포트폴리오를 구성
      Call Solve_Model

      '구성된 포트폴리오의 실제 수익률 성과를 계산
      Call Simulate_Investment

      '해당 구간의 투자 성과를 기록지에 기록함
      Call Save_Results
  Next Period '다음 투자구간으로 이동함
End '전체투자종료
```

4. 투자 결과 비교

본 연구에서는 2006년 개장일부터 2011년 폐장일까지 최근 6년에 걸친 투자 기간에 대한 Fund A의 성과로서 먼저 투자 대상 주식시장의 전반적인 움직임에 따라 상승기, 하락기, 회복기로 구분 되는 세 가지 구간별 수익률과 전체 기간 누적수익률 측면에서 살펴본다. 이 때, 2006년 초부터 서브프라임 위기가 오기 전인 2007년 말까지를 상승기, 서브프라임 사태가 진행 중이던 2008년 초부터 리만 브라더스 사태의 영향력이 미친 2009년 말까지를 하락기, 2010년 초부터 2011년 말까지를 회복기로 하여, 본 연구에서는 각 2년 기간을 명명하였다. 또한 누적 수익률뿐만 아니라, 수익률과 변동성을 모두 고려한 포트폴리오의 효율성을 측정하는 지표로 위험 대비 수익률을 나타내는 Sharpe ratio(reward-

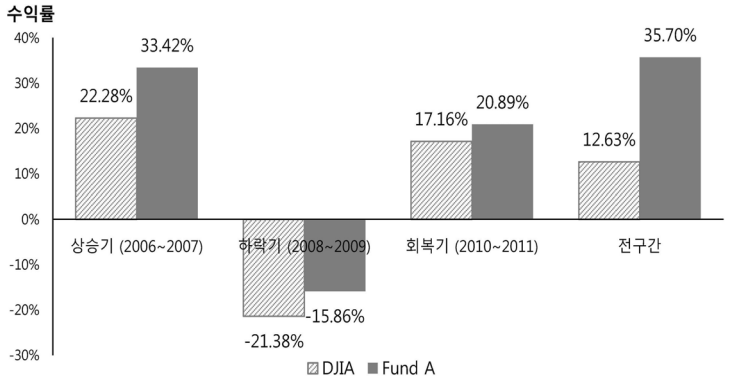
to-variability ratio)를 이용하여 Fund A와 벤치마크 지수의 성과를 비교하였다. Sharpe ratio는 포트폴리오가 달성한 수익률을 포트폴리오 수익률의 변동성에 대한 비율로 나타낸 지수로써, 그 숫자가 높을수록 위험대비 높은 수익률을 달성하여 효율적인 포트폴리오임을 나타낸다. 본 논문에서 Sharpe ratio를 계산하는 데에는 Sharpe[36]에서 제시한 *ex post* Sharpe ratio의 계산법을 따랐다.

더 나아가서, 단일 주식시장에서 Fund A의 성과를 분석하는 데에 그치지 않고 서로 다른 특성을 가진 두 주식시장에서 보이는 성과의 차이를 살펴보았다. 이를 위하여 Fund A에서 설정한 서로 다른 K값의 성과를 수익률과 Sharpe ratio 측면에서 비교 및 분석하고, 특성이 다른 각 주식시장에서 어떠한 K값이 우수한 성과를 보이는지 확인하여, 주식시장의 특성에 따라 차별화된 투자 전략이 효과가 있는지를 살펴보았다.

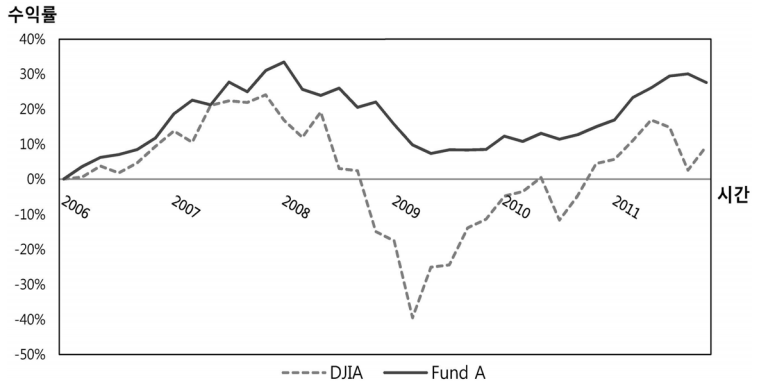
제 4.1절에서는 Fund A와 DJIA의 구간별 수익률 비교와 전구간 누적수익률 비교를, 제 4.2절에서는 Fund A와 HSI의 구간별 비교와 전구간 누적수익률 비교를, 제 4.3절에서는 Fund A의 K값별 누적수익률과 Sharpe ratio의 비교를 통해 각 시장에서의 성과를 비교하고 다른 특성을 가진 주식시장에 따라 성과가 어떠한 차이를 보이는지를 분석하였다.

4.1 미국 주식시장 투자 결과

미국 주식시장의 경우, DJIA는 2006년부터 2011



〈그림 7〉 DJIA와 Fund A의 구간별 누적수익률 비교



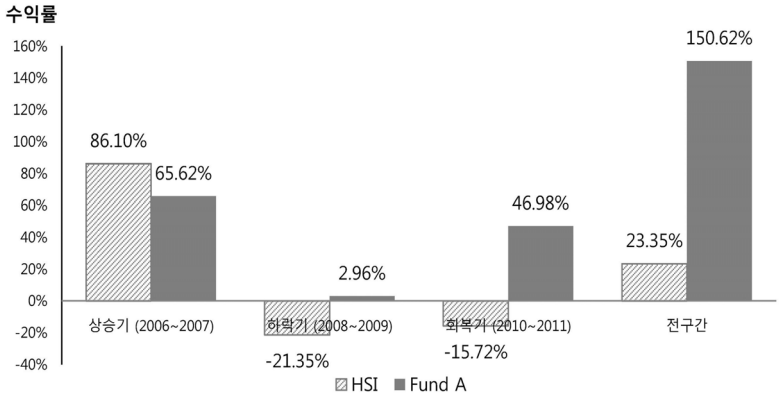
〈그림 8〉 시간에 따른 DJIA와 Fund A의 전구간 누적수익률 변화 비교

년까지 최근 총 6년 동안 12.63% 상승하였다. 반면 Fund A의 경우 같은 기간에 누적수익률 35.70%를 달성함으로써 DJIA 대비 약 3배 정도의 우수한 성과를 기록하였다. <그림 7>은 Fund A의 구간별 수익률과 각 구간 DJIA의 성장률을 그래프로 나타내었으며, <그림 8>은 시간에 따른 누적수익률의 변화를 그래프로 나타내었다.

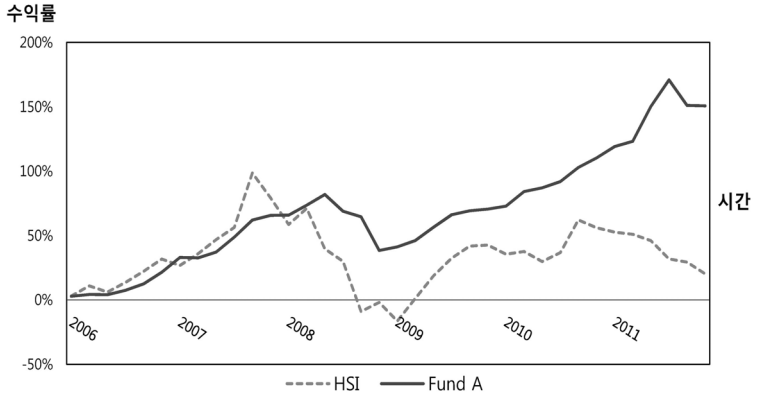
<그림 7>을 보면 상승기, 하락기, 회복기 각 구간의 수익률 성과를 비교할 경우 Fund A가 모든 구간에서 벤치마크 대비 우수한 성과를 나타내고 있으며, 특히 <그림 8>에서 볼 수 있듯이 2008년 금융위기가 왔을 때 역시 Fund A는 자료 분석을 통하여 주식시장의 하강 움직임을 미리 파악한 후, 안전 자산으로 옮겨 투자하는 보수적인 전략을 취함으로써 안정적인 성과를 보여주고 있다. 또한, 위험 대비 수익률을 평가하는 Sharpe ratio는 DJIA의 경우 0.075를, Fund A의 경우 0.363을 기록하여 위험 대비 수익률의 효율성 측면에서도 Fund A가 약 5배 정도 우수한 성과를 보여주었다.

4.2 홍콩 주식시장 투자 결과

홍콩 주식시장에서도 Fund A는 벤치마크 대비 우월한 성과를 보여주었다. <그림 9>는 Fund A와 HSI에 대하여 각 구간별 수익률과 성장률을 비교한 결과를 그래프로 나타내며, <그림 10>은 시간



〈그림 9〉 HSI와 Fund A의 각 구간별 누적수익률 비교



〈그림 10〉 시간에 따른 HSI와 Fund A의 전구간 누적수익률 변화 비교

의 흐름에 따른 누적수익률의 변화를 그래프로 나타내었다.

<그림 9>와 <그림 10>을 보면 홍콩 주식시장에서 Fund A는 투자 초기에 HSI와 비슷한 정도의 수익률을 보이지만, 이후 경제위기와 회복기를 거치면서 차이를 큰 폭으로 늘리는 모습을 보여주었다. Fund A는 최소요구기대수익률(K)을 10%, 20%, 30%의 세 가지로 설정하고, 시장이 빠른 속도로 상승하더라도 최대 30%의 기대수익률을 달성하는 범위 내에서 변동성을 최소화하는 것을 목적으로 한다. 때문에, 실험 초기의 상승기 때에는 HSI가 Fund A보다 높은 수익률을 달성하는 구간이 발생하기도 한다. 하지만, 이 때 Fund A 역시 우수한 성과를 달성하였고, 더 나아가 수익률의 변동성 측면에서는 HSI 대비 더욱 안정적임을 볼 수 있다. 전체적으로, 6년간 HSI는 23.35%의 성장률을 보여준 반면, Fund A는 150.62%의 수익률로 약 7배에 근접하는 우수한 성과를 보여준다. 또한, 위험 대비 수익률을 고려한 Sharpe ratio는 HSI가 0.155, Fund A가 1.074로 Fund A가 벤치마크에 비해 약 7배의 월등한 수치를 보여주고 있다.

4.3 투자성향 K에 따른 미국과 홍콩 주식 시장의 투자 결과 차이 분석

다음으로 투자 성향에 따라 각 주식시장에서 Fund A의 성과 차이를 자세히 살펴보고자 한다. 이를 위하여 앞서 Fund A를 구성하고 있는 각 K 값에 따른 수익률과 Sharpe ratio를 비교하였다. <표 3>은 미국 주식시장에 투자하는 Fund A의 각 K값과 DJIA의 상승기, 하락기, 회복기 각 구간별 수익률 정보를 나타내며, <표 4>는 홍콩 주식시장에 투자하는 Fund A의 각 K값과 HSI의 각 구간별 수익률 정보를 나타낸다. <그림 11>은 각 주식시장에서 Fund A의 각 K값에 따른 결과를 벤치마크와 Sharpe ratio의 관점에서 비교한 그래프이다.

<표 3>과 <표 4>를 보면 모든 K값을 아우르는 Fund A 뿐만 아니라, 각 K값에 대한 투자 역시 벤치마크 대비 좋은 성과를 보여줌을 알 수 있다. <그림 11>을 보면 위험 대비 효율성의 측면에서도 Fund A가 모든 K값에 대해서 벤치마크인 각 주식시장에서의 대표 지수 대비 우수한 성과를 보여주고 있음을 알 수 있다. 이는 투자 성향에 따라

〈표 3〉 미국 주식시장에서 Fund A의 각 K값에 따른 구간별 수익률 요약

최소기대수익률(K) (연간)	실제 투자 수익률			
	상승기 (2006~2007)	하락기 (2008~2009)	회복기 (2010~2011)	전구간 (2006~2011 총 6년)
10%	22.52%	-12.93%	28.52%	37.10%
20%	38.03%	-26.46%	28.90%	30.83%
30%	38.90%	-0.08%	5.32%	33.80%
DJIA	22.28%	-21.38%	17.16%	12.63%

〈표 4〉 홍콩 주식시장에서 Fund A의 각 K값에 따른 구간별 수익률 요약

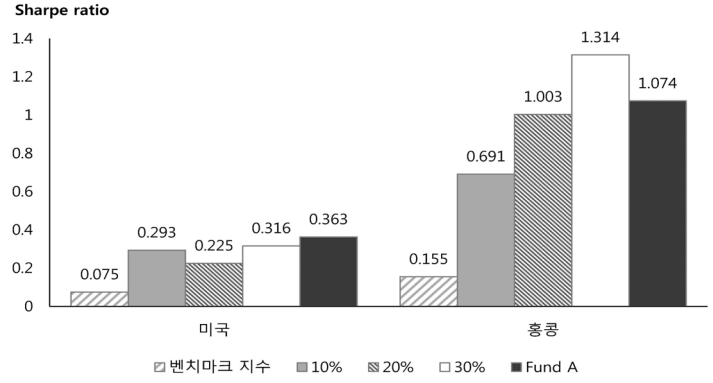
최소기대수익률(K) (연간)	실제 투자 수익률			
	상승기 (2006~2007)	하락기 (2008~2009)	회복기 (2010~2011)	전구간 (2006~2011 총 6년)
10%	37.99%	-6.95%	46.25%	87.79%
20%	57.94%	-0.31%	48.12%	133.21%
30%	107.04%	16.77%	46.04%	253.09%
HSI	86.10%	-21.35%	-15.72%	23.35%

다양하게 최저요구기대수익률을 설정하고 투자를 진행하더라도 Fund A가 위험 대비 수익률 측면에서 역시 우수함을 보여준다.

그러나 K값에 따른 Fund A의 수익률과 Sharpe ratio 성과는 미국과 홍콩 주식시장에서 우수한 성과를 보임과 동시에, 각 주식시장에 따라서 차이를 보인다. 미국 주식시장의 경우 투자 성향에 따라 어떠한 K값이 전체 구간에 걸쳐 특별히 좋은 수익률이나 Sharpe ratio를 나타낸다고 말하기 어렵다. 미국 주식시장에서는 K값이 10%일 때에 누적수익률이 가장 좋으나 그 차이가 작은 편이며, Sharpe ratio 역시 모든 K값에 대해 비슷하게 우수한 성과를 달성하였다. 더 나아가서, 상승기, 하락기, 회복기의 각 구간으로 봤을 때, 미국시장에서 상승기와 하락기 때는 공격적인 투자(높은 K값)가 상대적으로 더 좋은 성과를 달성한 반면, 회복기 때는 오히려 공격적인 투자가 비교적 저조한 수익률을 달성하였다. 이에 반해, 홍콩 주식시장에서는 K값이 커짐에 따라 전체 구간에 대한 Sharpe ratio와 수익률이 모두 월등하게 좋아지는 모습을 볼 수 있다. K값이 10%일 때에는 누적수익률이 87.79%, Sharpe ratio가 0.691인 반면, K값이 커짐에 따라 수익률과 Sharpe ratio 모두 가파르게 상승하며 K값이 30%일 경우 누적수익률이 253.09%, Sharpe ratio가 1.314로 월등한 차이를 보여준다. 상승기, 하락기, 회복기의 각 구간으로 봤을 때도, 홍콩시장에서는 공격적인 투자가 대체로 좋은 성과를 달성하였다. 상승기와 하락기 때 공격적인 투자가 압도적으로 높은 수익률을 달성하고 있는 데에 반해, 회복기 때는 세 가지 K값 모두 비슷한 수준의 수익률을 달성하는 차이를 볼 수 있지만, 전반적으로는 역시 공격적인 투자가 우수한 수익률을 나타낸다. 이러한 결과는 미국과 홍콩, 두 시장이 서로 다른 특성을 지니고 있으며, 이러한 서로 다른 특성에 따라 K값을 다르게 가져가는 것이 더 효율적인 투자방법이 될 수 있음을 나타낸다. 특히 각 구간별로 살펴봤을 때, 홍콩시장과 같이 고위험, 고수익의 특성을 지니는 주식시장에서는 상승기, 하락기, 회복기의 모든 구간에서 K값이 높은 공격적인 투자가 대체로 더 좋은 성과를 나타낼 가능성이 높은 반면, 미국과 같이 안정적인 시장에서는 높은 수익률을 기대하기 어려운 회복기에 지나치게 공격적인 투자는 오히려 저조한 수익률을 달성하게 될 가능성이 높을 것으로 보인다. 이러한 결과를 바탕으로 볼 때, 포트폴리오 투자의 목표(K)를 설정함에 있어 투자 대상 시장의 특성 역시 중요하지만, 투자 시점에 시장의 동향 역시 종합적으로 고려해야 가장 좋은 성과를 달성할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론 및 향후 연구과제

지금까지 본 논문은 2006년 개장일부터 2011년



〈그림 11〉 각 주식시장의 벤치마크 지수와 Fund A의 Sharpe ratio 비교

폐장일까지 최근 총 6년에 대하여, 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 객관적인 과거 데이터에 의한 투자 알고리즘을 개발하고, 이를 미국 DJIA 30개 종목과 홍콩 HSI 편입 시가총액 상위 30개 종목으로 포트폴리오를 구성하여 적용할 경우 성과를 비교하여 분석하였다. 그 결과 Fund A가 상승기, 하락기, 회복기 각 구간에 대하여 실험 대상으로 선정한 두 주식시장에서 전반적으로 벤치마크에 비해 좋은 성과를 보여줌을 확인할 수 있었다. 6년간에 걸친 투자 기간 동안 Fund A는 미국 주식시장에서 35.7%, 홍콩 주식시장에서 150.62%의 누적수익률을 기록하였으며, 이는 같은 기간 동안 DJIA와 HSI 대비 각 약 3배, 7배에 해당한다. 또한 전체 투자구간의 위험 대비 수익률을 고려한 Sharpe ratio의 측면에서도 Fund A는 미국과 홍콩 주식시장에서 벤치마크 대비 각 약 5배, 7배의 성과를 달성하였다.

또한 특성이 서로 다른 미국과 홍콩 주식시장에서 Fund A는 투자 성향에 따라 성과의 차이를 보여주었다. Fund A에 설정된 각 K값의 측면에서 분석했을 때, 미국 주식시장에서는 K값에 따른 변화가 크지 않은 반면, 홍콩 주식시장에서는 K값이 커질수록 성과가 좋아지는 모습을 보였다. 이에 따라 같은 수리적 모형을 바탕으로 투자를 진행하였어도 결과에 차이가 있으며, 시장의 특성에 맞는 투자 전략을 수립하는 것이 효과적일 수 있음을 확인하였다.

본 논문은 결론적으로 객관적인 데이터를 가지고 모델링을 하고 체계적인 수리계획법을 통하여 최적해를 찾아내는 경영과학적 모형에 의한 의사결정 방식이 다양한 시장 환경에서도 더 우수한 성과를 얻을 수 있음을 보여주었다. 또한, 단순하게 마코위츠의 모형을 그대로 적용하기 보다는, 포트폴리오의 리밸런싱, 무위험 자산에 투자하는 것과 같은 다양한 기법을 추가적으로 적용함으로써 투자 전략을 다양화하는 것이 더 좋은 성과를 거두기에 용이함을 확인하였다.

본 연구에서는 동서양에서 대표적인 주식시장인 미국과 홍콩을 분석 대상으로 하여 주식시장의 특성에 따라 투자 결과의 차이가 있음을 보였지만, 다양한 특성을 가진 대륙 별 세계 각국의 선진 시장과 신흥 시장으로 대상을 확장하고, 이에 더해 K값에 따른 성과의 차이에 영향을 미치는 각 주식시장의 고유한 특성을 구체적으로 밝히는 연구도 의미가 있을 것이다. 또한 본 연구에서는 포트폴리오를 리밸런싱하는 주기를 2달 간격으로 고정하고, 다양한 투자자의 성향을 고려하여 K값을 다양하게 설정하였다. 그러나 이러한 리밸런싱 주기를 특정 기간으로 고정하는 것 보다는, 시장의 상황에 따라서 동적으로 결정하여 시장의 변화를 더욱 잘 반영할 수 있는 투자 정책에 대한 확장 연구와 투자자의 주관적인 성향 보다는 시장의 객관적 특성이나 동향에 따라서 동적으로 K값을 설정하는 방법 또한 좋은 후속 연구 주제가 될 것이다.

참 고 문 헌

[1] 감형규, 신용재, “과거 거래량과 수익률에 기초한 포트폴리오 투자성과 분석”, 「기업경영연구」, 제41권(2012), pp.243-259.

[2] 공도현, “주식시장 변동성 현황”, 한국거래소, 보도자료, (2011), p.3.

[3] 구승환, 장성용, “기본적 분석방법을 통한 주식 투자 전략에 관한 시뮬레이션 연구”, 「경영과학」, 제29권, 제2호(2012), pp.53-64.

[4] 구승환, 장성용, “최적 투자 포트폴리오 구성전략에 관한 연구”, 「산업공학」, 제23권, 제4호(2010), pp.300-310.

[5] 김성문, 김홍선, “한국 주식시장에서 비선형계획법을 이용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형의 투자 성과에 관한 연구”, 「경영과학」, 제26권, 제2호(2009), pp.19-35.

[6] 류춘호, “1차 확률적 지배를 하는 최대수익 포트폴리오 가중치의 탐색에 관한 연구”, 「한국경영과학회지」, 제34권, 제4호(2009), pp.153-163.

[7] 엄철준, “최적자산배분 이론의 유용성에 관한 연구”, 「산업경제연구」, 제16권, 제5호(2003), pp.17-26.

[8] Antoine, B., "Portfolio Selection with Estimation Risk : A Test-Based Approach," *Journal of Financial Econometrics*, Vol.10, No.1(2012), pp.164-197.

[9] Best, M.J. and R.R. Grauer, "On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means : some analytical and computational results," *The Review of Financial Studies*, Vol.4, No.2(1991), pp.315-342.

[10] Broadie, M., "Computing efficient frontiers using estimated parameters," *Annals of Operations Research*, Vol.45(1993), pp.21-58.

[11] Chan, L.K.C., J. Karceski, and J. Lakonishok, "On Portfolio Optimization : Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model," *The Society for Financial Studies*, Vol.12, No.5(1999), pp.937-974.

[12] Chopra, V.K. and W.T. Ziemba, "The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice," *Journal of Portfolio Management*, Vol.19, No.2(1993), pp.6-11.

[13] DeMiguel, V., L. Garlappi, and R. Uppal, "Optimal Versus Naive Diversification : How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?," *Review of Financial Studies*, Vol.22, No.5 (2007), pp.1915-1953.

[14] El Ghaoui, L., M. Oks, and F. Oustry, "Worst-Case Value-At-Risk and Robust Portfolio Optimization : A Conic Programming Approach," *Operations Research*, Vol.51, No.4 (2003), pp.543-556.

[15] Elton, E.J. and M. Gruber, "Modern Portfolio Theory, 1950 to Date," *Journal of Banking and Finance*, Vol.21, No.11/12(1997), pp.1743-1759.

[16] Friend, I. and D. Vickers, "Portfolio Selection and Investment Performance," *The Journal of Finance*, Vol.20, No.3(1965), pp.391-415.

[17] Frost, P.A. and J.E. Savarino, "An Empirical Bayes Approach to Efficient Portfolio," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.21, No.3(1986), pp.293-305.

[18] Garlappi, L., R. Uppal, and T. Wang, "Portfolio Selection with Parameter and Model Uncertainty : A Multi-Prior Approach," *Review of Financial Studies*, Vol.20, No.1(2006), pp.41-81.

[19] Goldfarb, D. and G. Iyengar, "Robust Portfolio Selection Problems," *Mathematics of Operations Research*, Vol.28, No.1(2003), pp. 1-38.

[20] Hillier, F.S., M.S. Hillier, K. Schmedders, and M. Stephens, *Introduction to Management Science-A Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets(3rd ed.)*, New York : McGraw-Hill, 2008.

[21] Hillier, F.S. and M.S. Hillier, *Introduction to Operations Research(8th ed.)*, New York : McGraw-Hill, 2005.

[22] Hui, T., E.K. Kwan, and C. Lee, "Optimal Portfolio Diversification : Empirical Bayes Versus Classical Approach," *The Journal of the Operational Research Society*, Vol.44, No.11(1993), pp.1155-1159.

[23] Interactive Brokers(http://individuals.interactivebrokers.com/en/p.php?f = commission).

[24] Jagannathan, R. and T. Ma, "Risk Reduction in Large Portfolios : Why Imposing the Wrong Constraints Helps," *The Journal of Finance*, Vol.58, No.4(2003), pp.1651-1683.

[25] James Jr., F.E., "Monthly moving averages-

An effective investment tool?," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.3, No.3(1968), pp.315-326.

[26] Jobson, J.D. and B. Korkie, "Estimation for Markowitz Estimation Efficient Portfolios," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.75, No.371(1980), pp.544-554.

[27] Jobson, J.D. and B. Korkie, "Putting Markowitz theory to work," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.7, No.4(1981), pp.70-74.

[28] Kan, R. and G. Zhou, "Optimal Portfolio Choice with Parameter Uncertainty," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.42, No.3(2007), pp.621-656.

[29] Ledoit, O. and M. Wolf, "Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection," *Journal of Empirical Finance*, Vol.10, No.5 (2003), pp.603-621.

[30] Markowitz, H., "Portfolio Selection," *The Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.

[31] Markowitz, H., *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investment*, New York : Wiley, 1959.

[32] Michaud, R.O., "The Markowitz Optimization Enigma : Is 'Optimized' Optimal?," *Financial Analysts Journal*, Vol.45, No.1(1989), pp.31-42.

[33] Pantaleo, E., M. Tumminello, F. Lillo, and R.N. Mantegna, "When do improved covariance matrix estimators enhance portfolio optimization? An empirical comparative study of nine estimators," *Quantitative Finance*, Vol.11, No.7(2011), pp.1067-1080.

[34] Pástor, Ľ., "Portfolio Selection and Asset," *The Journal of Finance*, Vol.55, No.1(2000), pp.179-223.

[35] Siegel, A.F. and A. Woodgate, "Performance of Portfolios Optimized with Estimation Error," *Management Science*, Vol.53, No.6(2007), pp.1005-1015.

[36] Sharpe, W.F., "The Sharpe ratio," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.21, No.1 (1994), pp.49-58.

[37] Tütüncü, R.H. and M. Koenig, "Robust asset allocation," *Annals of Operations Research*, Vol.132, No.1(2004), pp.157-187.