

능동 자기 베어링을 위한 동기 노치필터 제어기와 스위칭 제어기의 성능 비교 연구

유 승 열* · 노 명 규**†

* 한국해양과학기술원 해양시스템연구부, ** 충남대학교 메카트로닉스공학과

Comparative Study of Performance of Switching Control and Synchronous Notch Filter Control for Active Magnetic Bearings

Seong Yeol Yoo* and Myounggyu Noh**†

* Institute of Advanced Transportation and Vehicle Research, Chungnam Nat'l Univ.,

** Dept. of Mechatronics Engineering, Chungnam Nat'l Univ.

(Received September 13, 2012 ; Revised December 1, 2012 ; Accepted December 3, 2012)

Key Words: Active Magnetic Bearing(능동형 자기베어링), Power Minimization Control(전력 최소화 제어), Switching Control(스위칭 제어), Synchronous Notch Filter(동기 노치 필터)

초록: 능동 자기베어링의 바이어스 선형화 방법은 자기베어링의 동역학적 성능과 선형성을 확보하지만, 바이어스 전류에 의한 상시 소모전력이 발생하여 시스템의 효율이 저하된다. 반면, 스위칭 제어기는 바이어스 전류를 사용하지 않아 베어링의 소비 전력을 최소화할 수 있다. 본 논문에서는 능동 자기베어링 시스템에 적용되는 스위칭 제어기와 동기 노치필터를 포함하는 비례-미분 제어기의 성능을 비교하였다. 공정하고 객관적인 비교를 위해 기준제어기인 동기 노치필터 제어기를 합리적으로 설계하고, 스위칭 제어기가 기준제어기와 동일한 동역학 특성을 갖도록 하였다. 회전축의 굽힘 유연모드 및 센서와 증폭기의 특성을 포함하는 시스템의 동역학 모델을 수립하고 성능 비교 지표를 수립하였다. 불평형 질량에 응답 측면에서 제어기를 비교하여, 저속 영역에서 스위칭 제어기가 기준제어기 대비 10 배 이상 동손을 저감할 수 있으나, 회전축의 굽힘 유연모드와 일치하는 회전 속도 근방에서는 스위칭 제어기가 유효하지 않음을 확인하였다.

Abstract: Switching controllers for active magnetic bearings are claimed to minimize the copper losses because they do not use bias currents. In this study, we compare the performances of the switching controller with those of the widely used proportional-derivative (PD) controller. The PD controller is combined with a synchronous notch filter to reduce the effect of the unbalance disturbance. For a fair and objective comparison, the PD controller is designed systematically. The switching controller is designed so that the dynamics of the two controllers are almost identical. A system model is developed. This model includes the flexible modes of the rotor and the dynamics of the sensors and amplifiers. The simulation results show that the switching controller indeed reduces the copper loss at lower speeds. However, it fails to operate around the speed close to the bending mode of the rotor.

- 기호설명 -

f_{mag} 자기베어링에 의한 힘
 g_0 자기베어링 공극
 θ 극 각도

A_g 극 단면적
 c_f 힘 상수
 μ_0 공기의 투자율(permeability)
 I_b 바이어스 전류
 i_c 제어 전류
 R_{coil} 코일 저항
 σ 최대 특이값(singular value)

† Corresponding Author, mnoh@cnu.ac.kr

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

1. 서론

자기베어링(magnetic bearing)은 자기력으로 회전축을 부상하여 비접촉으로 지지하는 기계요소이다.⁽¹⁾ 기존의 기름베어링이나 구름베어링에 비해 손실이 매우 적어 고속 회전이 가능하며, 진공 및 초저온 등 극한 환경에서도 우수한 성능을 유지한다. 자기베어링은 수동형과 능동형으로 나눌 수 있는데, 수동 자기베어링⁽²⁾은 영구자석 혹은 초전도체를 이용하여 회전축을 부상 지지하는 장치를 말하며, 능동 자기베어링(active magnetic bearing)은 제어기를 통해 회전축의 위치에 따라 전자석의 부상력을 변화시켜 안정적 부상을 유지한다.

능동 자기베어링은 회전축의 안정적 부상과 함께 제어기를 활용하여 시스템의 동역학 특성을 변화시킬 수 있는 장점이 있어 다양한 경우에 적용되었다. 예를 들어 고강성의 지지가 필요한 가공기 스피들,⁽³⁾ 불평형 질량에 의한 진동제어가 필수적인 플라이휠 에너지저장장치,⁽⁴⁾ 초고속 진공펌프 등에 능동 자기베어링이 활용되었고, 그 적용 범위가 확대되어 가고 있다.⁽¹⁾

능동 자기베어링은 속응성(high slew rate)을 확보하고 힘-전류 관계식의 선형화를 위해 바이어스 전류를 사용한다.⁽⁵⁾ 바이어스 전류는 자기베어링 코일에 상시 공급되는 전류로서 플라이휠 에너지 저장장치와 같이 운전 손실이 최소화되어야 하는 경우, 바이어스 전류를 줄이거나 제거함으로써 시스템 효율을 높이고자 하는 노력이 있었다. Tsiotras와 Wilson⁽⁶⁾은 바이어스 전류가 아예 없거나 낮은 경우에 사용할 수 있는 비선형 제어기를 제안하였으나, 전압 포화의 문제점을 안고 있다. Sahinkaya와 Hartavi⁽⁷⁾는 적응제어기법을 통해 부하조건에 따라 바이어스 전류를 조절하는 방법을 제안하였으나, 적응제어기의 안정성이 검증되지 않았다. Sivrioglu 등⁽⁸⁾은 궤환 선형화(feedback linearization) 기법과 비선형 스위칭 제어기를 통해 바이어스 전류를 제거하는 방법을 제안하였으며, 실험을 통해 입증하였다.

이러한 기존의 자기베어링 전력최소화 연구는 몇 가지 문제점을 안고 있다.⁽⁹⁾ 우선, 전력최소화 제어기와 비교하는 기준제어기에 대한 적절한 설계가 이루어지지 않았다. 또한, 합리적 비교 지표가 제시되어 있지 않아 공정한 제어기의 비교가 이루어지지 않았다. 마지막으로, 회전축 유연모드 등의 급격한 동역학적 변화가 운전 범위 내에 있는 경우 전력최소화 제어기가 정상적으로 작동할

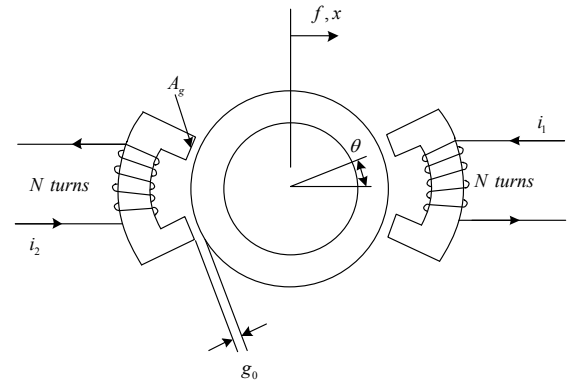


Fig. 1 One degree-of-freedom (DOF)

수 있는지에 대한 분석이 이루어지지 않았다.

본 연구에서는 능동 자기베어링에 가장 흔히 사용되는 비례-미분(proportional-derivative, PD)제어기와 불평형 질량에 의한 영향을 최소화하는 동기 노치필터(synchronous notch filter)⁽¹⁰⁾를 결합하여 기준제어기를 설계하고, Sivrioglu의 스위칭 제어기⁽⁸⁾와 비교하였다. 객관적이고 공정한 비교를 위해 회전축의 굽힘 유연 모드를 포함하는 자기베어링 시스템의 동역학 모델을 수립하였으며, 기준제어기와 스위칭 제어기에 의한 동역학 특성이 동일하고 회전축의 굽힘 유연모드를 포함하는 운전범위 전 영역에서 안정성이 유지되도록 제어기를 설계하였다. 불평형 질량에 의한 응답과 베어링의 전력 소비 측면에서 제어기를 비교하였다.

2. 자기베어링의 바이어스 선형화

자기 베어링의 입력 전류 대 출력 힘의 관계는 비선형이다. 예를 들어 Fig. 1과 같은 1자유도 자기베어링에서 누설 자속 및 코어의 자기저항(reluctance)를 무시하면, 수평 방향의 힘과 좌우 코일 전류 간의 관계는 식 (1)과 같다.⁽¹⁾

$$f_{\text{mag}} = c_f \left[\frac{i_1^2}{(g_0 - x \cos \theta)^2} - \frac{i_2^2}{(g_0 + x \cos \theta)^2} \right] \quad (1)$$

식 (1)에서 힘 상수 c_f 는

$$c_f = \frac{\mu_0 N^2 A_g \cos \theta}{4} \quad (2)$$

로 정의되며, μ_0 는 공기의 투자율(permeability), N 은 권선수, A_g 는 전자석의 극단면적, g_0 는 공극, i_1 과 i_2 는 코일에 인가된 전류이다. 자기 베어링의 제어기를 설계함에 있어 식 (1)의 비선형 관계를 직접 이용할 수도 있겠으나,⁽¹¹⁾ 식 (1)을 선형화하

여, 선형 제어기를 적용하는 것이 일반적이다. 식 (1)을 선형화하는 다양한 방법^(12,13)이 존재하지만, 가장 흔히 사용되는 방법은 바이어스 선형화(bias linearization) 방법이다.⁽⁵⁾

바이어스 선형화 방법은 좌우 코일의 전류를 일정한 바이어스 전류(I_b)와 제어 전류(i_c)의 선형 조합으로 나타내며,

$$\begin{aligned} i_1 &= \max(0, I_b + i_c) \\ i_2 &= \max(0, I_b - i_c) \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 표현할 수 있다. 식 (3)에서 전류는 양의 값만을 갖도록 되어 있으며 이는 식 (1)의 비선형 관계에서 알 수 있듯이 자기베어링이 인력(attractive force)만을 낼 수 있기 때문이다. 식 (2)로부터

$$|i_c| < I_b \quad (4)$$

를 유추할 수 있으며 이 경우, ISO 규정에 따라 Class-A 운전으로 분류된다.⁽¹⁴⁾

식 (3)의 전류 분배식을 식 (1)에 대입한 후 테일러 급수로부터 선형화를 진행하면

$$f_{\text{mag}} \approx K_x x + K_i i_c \quad (5)$$

와 같은 선형 모델을 구할 수 있다. 식 (5)에서 자기 베어링의 전류 상수 K_i 는

$$K_i = 4c_f \frac{I_b}{g_0^2} \quad (6)$$

이며 개루프(open-loop) 강성계수 K_x 는 다음과 같이 정의된다.

$$K_x = -K_i \frac{I_b}{g_0} \cos \theta \quad (7)$$

식 (7)에서 알 수 있듯이, 자기 베어링의 개루프 강성은 음수이며, 따라서 불안정하다. 안정화를 위해 폐환 제어가 필요하며 통상 회전체의 위치를 폐환하여 제어한다.

바이어스 선형화 방법을 사용하는 경우, 바이어스 전류에 의해 전력 손실이 발생한다. 회전체에 작용하는 외란이 불평형 질량(mass imbalance)에 의한 원심력이라면 식 (3)에서의 제어 전류 i_c 는 정현파 형태를 띄게 되고 Fig. 1과 같은 1 자유도 베어링의 경우, 코일의 RMS (root-mean-square) 소비전력 P_{RMS} 는

$$P_{\text{RMS}} = \frac{R_{\text{coil}}}{2\pi} \int_0^{2\pi} (I_b + i_c \sin \phi)^2 d\phi = (2I_b^2 + i_c^2)R_{\text{coil}} \quad (8)$$

와 같이 구할 수 있다. 식 (8)에서 바이어스 전류에 의한 전력 손실은 자기 베어링의 부하용량과 관계 없는 전력 손실로서 자기 베어링의 효율 저하에 주요 요인이라고 할 수 있다. 자기 베어링에

의해 지지된 플라이휠 에너지 저장장치⁽⁴⁾와 같이 효율의 극대화가 최우선인 경우, 바이어스 전류에 의한 전력 손실을 줄여야만 한다.

Sivrioglu의 스위칭 제어기⁽⁸⁾는 바이어스 전류를 사용하지 않음으로 바이어스 전류에 의한 전력 손실을 근본적으로 제거하였다. 그러나, 플라이휠 에너지 저장장치와 같은 실제 시스템에 스위칭 제어기를 적용하려면 어떤 상황에서 스위칭 제어기가 유효하며, 시스템의 성능에 어떤 변화가 있는지 객관적으로 평가하여야 한다. 본 연구에서는 노치 필터를 포함하는 비례-미분 제어기를 기준 제어기로 하여 스위칭 제어기의 성능을 비교하였다.

제어기의 비교는 Fig. 2에 도시된 자기 베어링 시스템을 대상으로 이루어졌다. 2개의 8극 반지름

Table 1 Specifications of the rotor and AMB

PARAMETER	VALUE	UNIT
Rotor		
Mass	16.6	kg
Axial length	0.624	m
Polar moment of inertia	0.043	kg·m ²
Transverse moment of inertia	0.32	kg·m ²
Maximum speed	18,000	rpm
1st bending mode freq. (free-free)	234	Hz
2nd bending mode freq. (free-free)	600	Hz
Magnetic bearings		
Pole face area, A_g	900	mm ²
Nominal gap, g_0	0.6	mm
Pole angle, θ	22.5	deg.
Coil turn, N	50	turns
Inductance, L	9.4	mH
Coil resistance, R_{coil}	0.6	Ohm

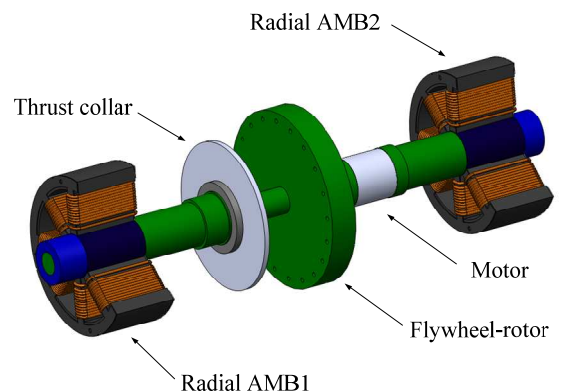


Fig. 2 Target system for controller comparison

방향 자기 베어링이 회전축을 지지하고 있으며, 그림에 도시되지 않은 축방향 자기 베어링으로 5 자유도 부상이 완성된다. 통상 축방향 자유도와 반지름 방향 자유도는 독립적이므로, 본 논문에서는 반지름 방향 자유도만을 고려한다. Table 1은 회전축과 반지름 방향 자기 베어링의 주요 제원을 정리하고 있다.

3. 제어 알고리즘

모든 제어기와 마찬가지로 자기 베어링 제어기도 안정성 및 성능 요구 조건을 만족하여야 한다. 특히, 본 논문에서 고려한 제어 대상인 회전축의 경우, 운전 속도 범위(0~18,000 rpm) 내에 회전축의 유연 모드(234 Hz)가 있어, 이에 대한 각별한 주의가 요구된다. 다음 절에 기술하는 바와 같이 회전체의 동역학 특성은 회전 속도에 따라 변하게 되어, 제어기가 제공하는 안정성은 반드시 전 속도 영역에서 확인하여야 한다. 제어기가 만족하여야 하는 성능 요구 조건으로는 회전체에 불평형 질량에 의한 원심력과 같은 외란이 작용할 때, 자기 베어링 위치에서 회전체의 반지름 방향 변위가 자기베어링의 여유공극을 넘지 않아야 하며, 전류 증폭기가 제공하는 최대 전류 이하로 코일 전류가 유지되어야 한다.

본 논문에서는 전력 손실 최소화 제어기 중의 하나인 스위칭 제어기의 성능을 객관적으로 평가하기 위해 비례-미분(PD) 형태의 제어기를 기준 제어기로 채택하였다. 기준 제어기는 불평형 외란에 따른 전력 손실을 줄이기 위해 동기 노치 필터를 포함하고 있으며 전 속도 영역에서 안정성을 제공하고, 모든 성능 지표를 만족한다.

3.1 기준 제어기

비례-미분(proportional-derivative) 제어기는 제어 알고리즘 중 가장 널리 사용되는 방법 중 하나이며, 대부분의 자기베어링 시스템에서 사용되고 있다. 경우에 따라서는 위상 선행 필터(phase lead filter)라고도 한다. 본 논문에서는 고주파 영역에서의 이득을 제한하고자 변형된 형태의 PD 제어기를 채택하였으며, 제어기의 전달함수는 다음과 같다.

$$C(s) = K_p \frac{\omega_{cp}^2 (\tau s + 1)}{s^2 + 2\zeta_{cp} \omega_{cp} s + \omega_{cp}^2} \quad (9)$$

여기서, K_p 는 비례 이득이며 미분 이득이 K_D 인 경우, 미분기의 시상수 τ 는

Table 2 Parameters for the reference controller

PARAMETER	VALUE	UNIT
Proportional gain, K_p	9.535	V/mm
Derivative gain, K_D	0.0253	Vs/mm
PD controller pole, ω_{cp}	3204	rad/s
PD controller damping ratio, ζ_{cp}	0.6	
Time constant for notch zero, τ_{nz}	0.555	ms
Time constant for notch pole, τ_{np}	0.631	ms
Damping for notch zero, ζ_{nz}	0.03	
Damping for notch pole, ζ_{np}	0.09	
Damping for sync. notch zero, ζ_{z_syn}	0.06	
Damping for sync. notch pole, ζ_{p_syn}	0.08	

$$\tau = \frac{K_D}{K_p} \quad (10)$$

로 정의된다. 제어기 극점 위치는 ω_{cp} 로 결정되며 극점의 댐핑 비는 ζ_{cp} 를 통해 정한다.

식 (9)에서 비례 이득 K_p 는 DC를 포함하는 저주파 영역에서 자기 베어링의 강성과 직결된다. 본 논문에서는 베어링의 강성이 8.8×10^5 N/m가 되도록 K_p 를 정하였다. 또한 운전 영역에서 충분한 위상 보상이 되도록 K_D 와 τ 를 정하였다.

앞서 기술한 바와 같이 회전축의 첫 굽힘 유연 모드가 운전 영역 내에 위치하며, 유연 모드로 인해 식 (8)의 제어기 만으로는 안정성을 확보할 수 없다. 이러한 경우, 통상 사용되는 방법은 노치 필터(notch filter)를 적용하는 것이다.^(15,16) 본 논문에서 사용한 노치 필터는 식 (11)의 형태이다.

$$N(s) = \frac{(\tau_{nz} s)^2 + 2\zeta_{nz} \tau_{nz} s + 1}{(\tau_{np} s)^2 + 2\zeta_{np} \tau_{np} s + 1} \quad (11)$$

노치 필터를 포함하는 제어기의 전달함수는

$$C(s) = K_p \frac{\omega_{cp}^2 (\tau s + 1)}{s^2 + 2\zeta_{cp} \omega_{cp} s + \omega_{cp}^2} \cdot N(s) \quad (12)$$

이며, 제어기의 파라미터는 Table 2에 정리되어 있다.

플라이휠 에너지 저장장치나 원심분리기와 같은 고속 회전기기의 경우 외란의 주된 요소는 불평형 질량에 의한 원심력이며, 회전축의 진동에서 회전 속도와 일치하는 동기 진동(synchronous vibration)이 대부분을 차지한다. 자기베어링에 의해 지지된 회전체의 동기 진동을 저감하는 방법으로 동기 노

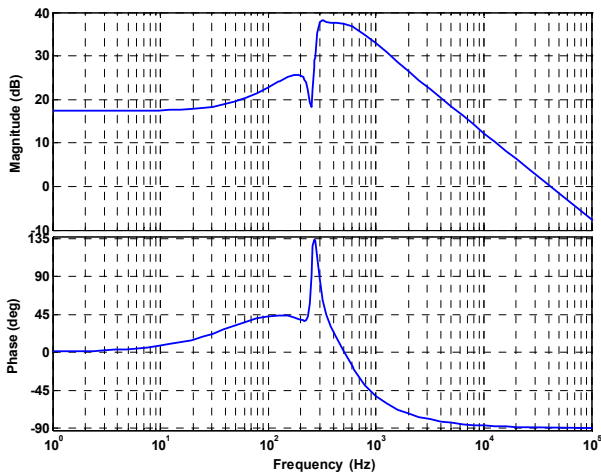


Fig. 3 Bode plot of the reference controller

치 필터(synchronous notch filter)가 널리 사용된다.⁽¹⁰⁾ 동기 노치 필터는 노치 주파수를 회전속도와 동기시키는 필터로서, 회전속도를 Ω 로 표기할 때, 식 (13)과 같은 형태를 가진다.

$$N_{syn}(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_{z_{syn}}\Omega + \Omega^2}{s^2 + 2\zeta_{p_{syn}}\Omega + \Omega^2} \quad (13)$$

동기 노치 필터에서 노치의 폭과 깊이는 댐핑 비 $\zeta_{z_{syn}}$ 와 $\zeta_{p_{syn}}$ 로 결정되며 그 값은 Table 2에 정리되어 있다.

본 논문에서 사용한 기준제어기는 식 (8)의 PD 제어기와 식 (10)의 노치 필터, 식 (12)의 동기 노치 필터로 이루어져 있으며

$$C(s) = K_p \frac{\omega_{cp}^2(\tau s + 1)}{s^2 + 2\zeta_{cp}\omega_{cp}s + \omega_{cp}^2} \cdot N(s) \cdot N_{syn}(s) \quad (14)$$

와 같이 쓸 수 있다. Fig. 3은 정지상태에서($\Omega = 0$) 식 (14)의 Bode 선도를 나타내고 있다. 앞에서 설명한 바와 같이 K_p 에 의해 저주파에서 DC를 가지며, 굽힘 유연모드 영역에서 충분히 위상보상을 가지도록 설계되었고 유연모드에 대한 노치필터의 영향도 확인할 수 있다.

3.2 스위칭 제어기

본 논문에서는 자기 베어링의 전력손실을 최소화하기 위해 제안된 제어 알고리즘 중에 실질적이며 실험적으로 검증된 스위칭 제어기⁽⁸⁾를 비교 대상으로 하였다. 스위칭 제어기는 바이어스 전류를 사용하지 않는 비선형 제어알고리즘으로서, 궤환 선형화(feedback linearization) 기법을 이용하여 제어 대상을 선형화하고 선형 제어기를 통해 안정성 및

성능 지표를 만족하도록 한다. 그 과정을 간단히 살펴 보면, 식 (1)의 자기력이 부상체에 작용할 때, 강체 운동만을 고려한 동역학 식은

$$m\ddot{x} = f_{mag} \quad (15)$$

으로서, 부상체의 관점에서 보면 힘 대 변위의 관계는 선형이다. 즉, 만일 제어기의 출력이 힘이라면, 제어기를 포함하는 전체 시스템은 선형이며 선형 이론에 따른 해석이 가능하다.

바이어스 전류를 사용하지 않고, 제어기의 출력이 힘의 형태가 되도록, Sivrioglu 등⁽⁸⁾은 다음과 같은 스위칭 알고리즘을 제안하였다. Fig. 1에서 부상체가 오른쪽으로 움직이면 ($x > 0$),

$$i_1 = 0$$

$$i_2 = (g_0 + x) \sqrt{\frac{f_{mag}}{c_f}} \quad (16)$$

왼쪽으로 움직이는 경우 ($x < 0$),

$$i_1 = (g_0 - x) \sqrt{\frac{f_{mag}}{c_f}} \quad (17)$$

$$i_2 = 0$$

와 같이 코일 전류를 정하면, 식 (1)에 따라 제어기 출력은 f_{mag} 가 된다. 식 (16)와 (17)의 스위칭 알고리즘은 부상체의 위치에 따라 한쪽 코일만 작동되므로 ISO 규정에 따라 Class-C 제어기로 분류될 수 있다.⁽¹⁴⁾ 식 (16)와 (17)이 유효하려면 변위와 힘 간의 관계 식 (15)에 따라 변위와 힘 간의 위상차가 180도를 유지하여야만 한다. 다음 장에서 기술하는 바와 같이 회전체의 유연 모드 및 센서와 전류증폭기의 동역학 특성을 고려하면, 변위와 힘 간의 위상차가 180도를 벗어 나게 되며, 이에 따라 식 (16)와 (17)이 유효하지 않을 수 있다.

궤환 선형화가 적용되면 회전체를 포함한 제어 대상의 입력을 힘으로 하여 선형 모델을 수립할 수 있으며, 제어기는 식 (14)와 동일한 형태를 사용할 수 있다. 단, 기준 제어기는 회전체의 변위로부터 제어 전류 i_c 를 생성하며, 스위칭 제어기는 회전체의 변위로부터 제어력 f_{mag} 를 생성하므로, 기준 제어기로부터 생성하는 식 (5)의 f_{mag} 와 동일하도록 스위칭 제어기의 비례 이득을 조정하였다.

4. 시스템의 동역학 모델 수립

자기 베어링 시스템은 회전체, 변위 센서, 제어기, 전류 증폭기 등 여러 구성 요소로 이루어져 있다. 제어 알고리즘에 따라 변하는 자기 베어링

의 소비전력을 실험적으로 비교할 수도 있겠으나, 제어기를 제외한 모든 구성 요소의 일관성을 보장하기 어렵고, 실험의 특성 상 측정할 수 있는 정보가 제한되어 비교의 폭이 좁아질 수 있다. 본 논문에서는 앞 장에서 기술한 기준 제어기와 스위칭 제어기를 공정하고 객관적으로 비교하기 위해 수학적 모델을 수립하고, 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 연구의 장점은 실험적으로 구현하기 어려운 조건도 모사할 수 있으며, 시스템의 안정성 여부와 불안정 원인을 쉽게 파악할 수 있다.

수학적 모델을 통한 시뮬레이션 결과를 신뢰하려면, 모델이 실제 시스템을 최대한 정확하게 모사하여야 한다. 본 논문에서는 각 구성 요소의 수학적 모델을 실험이나 제조사 제공 측정치를 통해 검증하여 모델의 신뢰도를 확보하였다.

4.1 회전체 모델

자기 베어링 시스템에서 회전체는 가장 핵심적인 요소이며, 시스템 동역학 특성의 대부분을 결정한다. 회전체의 동역학은 단순한 강체 모델로부터 매우 복잡한 유한요소 모델에 이르기까지 다양한 방법으로 기술할 수 있다. 본 논문에서 다루고 있는 시스템의 회전속도 범위 내에 유연 모드가 존재하므로 강체 모델은 적합하지 않으며, 유한요소 모델은 지나치게 많은 자유도로 인해 해석에 많은 시간이 소요되고, 수치 오차가 발생할 수 있다. 본 논문에서는 보 이론에 기초하여 42 개의 절점을 가지며 자이로 효과에 의한 교호 작용(cross-coupling)을 포함하는 유한요소 모델⁽¹⁷⁾을 수립하고, modal truncation 방법⁽¹⁸⁾을 이용하여 축소 유연체 모델을 구하였다.

본 논문에서는 2 차 굽힘 유연 모드까지 포함하는 축소 유연체 모델을 사용하였으며, 모델의 검증은 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS 결과와의 비교를 통해 이루어졌다. 12,475 개의 요소를 가진 유한요소 모델로부터 얻은 모드 주파수와 축소 유연체 모델로부터 얻은 모드 주파수를 비교하였으며, 1 차 유연 모드는 1% 이내, 2 차 유연 모드는 10% 이내의 오차를 가짐을 확인하였다.

4.2 센서 및 전류 증폭기 모델

자기 베어링 시스템에서 변위 센서는 회전체의 위치를 측정하여 제어기에 제공하는 역할을 한다. 주로 와전류형 변위 센서가 사용되는데, 본 논문에서는 AEC사의 PU5505 를 기준으로 모델링하였다. 와전류 센서의 동역학 특성은 1 차 저역 통과 필터(low-pass filter)로 가정하였으며, 제조사 자료

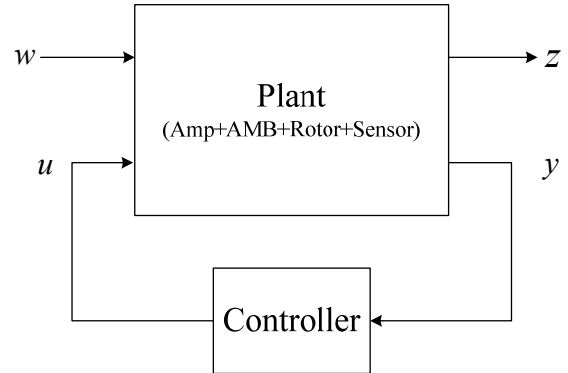


Fig. 4 Interconnection between the plant and controller

에 따라 필터 주파수를 24kHz 로 하였다. 변위 센서의 출력은 anti-aliasing 필터를 거쳐 A/D 변환 후 디지털 제어기로 전달된다. 디지털 제어기의 특성 상 샘플 지연(sampling delay)이 존재한다. 센서 모델의 신뢰도를 높이기 위해 anti-aliasing 필터와 샘플 지연을 센서 모델에 포함하였다. Anti-aliasing 필터는 필터 주파수 1kHz 를 가지는 2 차 저역 통과 필터, 0.2 ms 의 샘플 지연은 Pade 근사화 과정을 통해 3 차 필터 형태로 구현하였다.⁽¹⁾

전류 증폭기는 Copley 사의 JSP-180-20 을 기준으로 모델을 수립하였다. Table 1 의 자기 베어링과 유사한 인덕턴스와 저항을 가지는 부하에 대해 주파수 응답을 측정하여 이를 근사하는 2 차 모델을 구하였다. 그 결과 1kHz 의 대역을 가지는 2 차 저역 통과 필터 형태의 모델을 수립하였다.

4.3 시스템 모델

앞서 기술한 회전체 모델, 센서 모델, 전류 증폭기 모델을 모아 제어 대상 플랜트 모델을 수립하였다. 이를 상태 방정식 형태로 표현하면, 식 (18) 과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{\text{plant}} &= \mathbf{A}_{\text{plant}} \mathbf{x}_{\text{plant}} + \mathbf{B}_{\text{plant}_z} \mathbf{u} + \mathbf{B}_{\text{plant}_w} \mathbf{w} \\ \mathbf{z}_{\text{plant}} &= \mathbf{C}_{\text{plant}_z} \mathbf{x}_{\text{plant}} + \mathbf{D}_{\text{plant}_{uz}} \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_{\text{plant}} &= \mathbf{C}_{\text{plant}_y} \mathbf{x}_{\text{plant}} + \mathbf{D}_{\text{plant}_{yy}} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (18)$$

위 식에서 \mathbf{u} 는 제어 입력을 의미하며, \mathbf{w} 는 외란을 표시한다. 고려할 수 있는 외란으로는 센서 잡음과 불평형 질량에 의한 원심력이다. 신호 \mathbf{z} 는 성능 지표를 확인하기 위해 수립되었으며, 코일 전류, 베어링 위치에서의 변위 등을 포함한다. 신호 \mathbf{y} 는 센서 출력으로서 제어기의 입력 신호로 사용된다. 식 (18)에서 행렬 $\mathbf{A}_{\text{plant}}$ 는 회전 속도에 따라 변하며, 48×48 크기의 행렬로서 유연 회전체와, 센서, 증폭기를 포함하는 반지름 방향 동역학

을 기술한다. 또한, \mathbf{x}_{plant} 는 상태벡터이며 48×1 의 크기를 가지며, \mathbf{B}_{plant_u} 는 제어입력, \mathbf{B}_{plant_w} 는 외란에 대한 입력행렬이다. 출력방정식에서 \mathbf{C}_{plant_z} 와 \mathbf{C}_{plant_y} 는 각각 성능지표와 센서 출력을 추출하는 출력 행렬이며, \mathbf{D} 행렬들은 입력 신호가 직접 출력으로 연결된 경우에 생성된다.

플랜트 모델과 제어기 간의 연결은 Fig. 4의 블록 선도에 표시되어 있다. 식 (14)의 제어기가 4개의 반지름 방향 자기 베어링에 동일하게 적용되는 것으로 가정하였다. 제어기를 포함하는 전체 시스템 모델도 상태 방정식 형태로 표현할 수 있으며, 식 (19)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{sys} &= \mathbf{A}_{sys} \mathbf{x}_{sys} + \mathbf{B}_{sys} \mathbf{w} \\ \mathbf{z} &= \mathbf{C}_{sys} \mathbf{x}_{sys} \end{aligned} \quad (19)$$

플랜트 모델에서와 같이 \mathbf{x}_{sys} 는 상태벡터, \mathbf{B}_{sys} 는 입력행렬, \mathbf{C}_{sys} 는 출력행렬이고, \mathbf{w} 는 외란을 의미하며 \mathbf{z} 는 성능 지표를 의미한다. 불평형 질량에 의한 외란 만을 고려하면, 불평형량이 me 일 때 외란 신호 \mathbf{w} 는

$$\mathbf{w} = me\Omega^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

로 표현되며, 시스템 행렬 \mathbf{A}_{sys} 와 마찬가지로 회전 속도 Ω 의 함수이다. 입력 신호의 속도 의존성을 시스템 모델에 포함시키기 위하여 새로운 입력 행렬

$$\tilde{\mathbf{B}}_{sys} = me\Omega^2 \mathbf{B}_{sys} \quad (21)$$

를 정의하면, 시스템의 전달함수는

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_{sys} (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{sys})^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_{sys} \bar{\mathbf{w}} = \mathbf{G}(s; \Omega) \bar{\mathbf{w}} \quad (22)$$

와 같다. 식 (22)에서 입력 신호 $\bar{\mathbf{w}}$ 는 크기가 1인 단위 벡터이다.

전달함수가 회전 속도의 함수이므로, 주파수 영역의 해석은 주파수가 회전 속도와 동기되는 점에서 이루어졌다. 즉, 속도 Ω 에서의 성능 지표의 크기는

$$|\mathbf{z}| = |\mathbf{G}(s; \Omega)|_{s=j\Omega} \quad (23)$$

로부터 구할 수 있다. 경우에 따라서는 식 (23)으로 시스템의 상태를 파악하는데 어려움이 있을 수 있다. 예를 들어 외란에 의한 회전체의 변위를 구할 때, 베어링 간의 교호 작용(cross-coupling), 반지름 방향 축 간의 교호 작용 등으로 인해 변위의 크기를 종합적으로 파악하기 어렵다. 이러한 경우, 특이값의 최대치를 이용하면 간편하다.⁽¹⁹⁾ 즉,

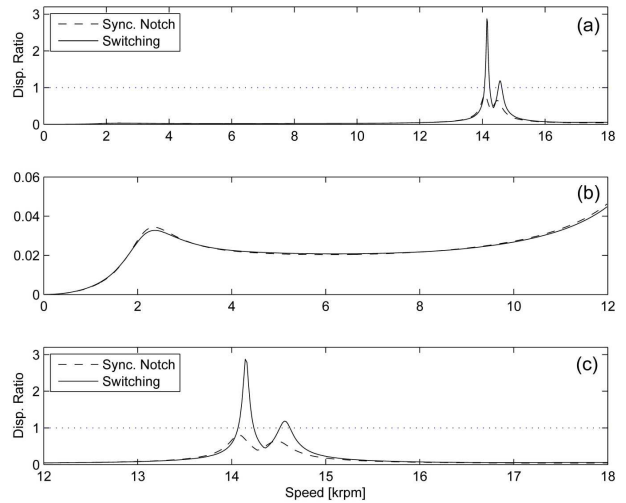


Fig. 5 Unbalance responses with respect to rotating speed

$$z_{max} = \bar{\sigma}(\mathbf{G}(s; \Omega)_{s=j\Omega}) \quad (24)$$

으로 구한 z_{max} 는 입력에 의한 시스템의 가장 큰 출력을 나타낸다.

5. 결과 및 고찰

Fig. 5은 동기 노치 필터를 포함하는 기준제어기와 스위칭 제어기가 각각 사용되었을 때, 시스템의 운전 구간 내에서 불평형 질량에 의한 응답을 시뮬레이션을 통해 얻은 결과이다. 총 4개의 반지름 방향 응답 중 식 (24)을 통해 얻은 최대값을 자기베어링의 여유공극으로 나누어 표현하였다. 즉 변위 비(displacement ratio)가 1보다 크면 응답이 베어링의 여유공극을 넘어선 것을 의미한다. Fig. 5(b)는 0에서 12,000 rpm 구간을 확대한 것이며, Fig. 5(c)는 12,000 rpm에서 18,000 rpm 구간을 확대한 것이다.

Fig. 5(b)에서 확인할 수 있는 바와 같이 기준제어기와 스위칭 제어기에 의한 응답은 저속 영역에서 매우 유사하며, 시스템 관점에서 두 제어기는 동등하다고 할 수 있다. 회전축의 굽힘 유연 모드에 근접한 구간에서의 응답은 두 제어기가 매우 다른 양상을 보여준다. 기준제어기의 경우 변위 응답은 베어링 여유공극을 넘지 않으며 전 속도 구간에서 정상 운전이 이루어지는 반면, 스위칭 제어기를 사용한 경우 14,100 rpm 근방에서 베어링 여유공극의 3배 이상의 변위가 발생한다. 이는 물리적으로 불가능한 결과이며, 스위칭 제어기로는 시스템이 정상 작동하지 않음을 의미한다.

회전축의 굽힘 유연 모드로 인한 스위칭 제어기

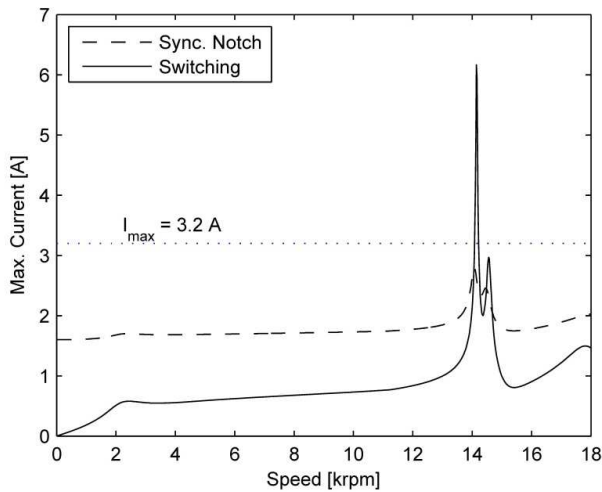


Fig. 6 Maximum coil currents due to unbalance disturbance

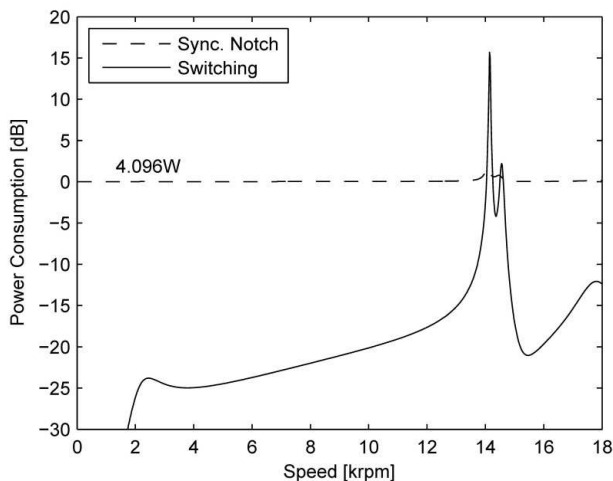


Fig. 7 Power consumption due to coil currents

의 문제점은 코일 전류의 크기로부터도 확인할 수 있다. Fig 6 는 자기베어링의 모든 코일 전류 중 최대값을 식 (24)을 통해 구한 결과이다. 저속 영역에서는 스위칭 제어기를 사용하였을 때 현저히 낮은 코일 전류가 사용되지만, 회전축의 굽힘 유연 모드 근방에서는 기준제어기보다 많은 전류가 필요하다. 특히, 전류증폭기의 최대전류인 3.2 A 보다 큰 전류가 요구되어, 전류 측면에서도 스위칭 제어기는 유연모드를 극복하지 못하는 것을 확인할 수 있다.

스위칭 제어기는 자기베어링의 바이어스 전류에 의한 전력 소비를 제거하기 위해 제안되었다. Fig. 5(b)와 Fig. 6 에서 볼 수 있는 바와 같이 스위칭 제어기를 사용하면 저속 영역에서는 낮은 전류로도 기준제어기와 동일한 동역학적 특성을 얻을 수 있다. 따라서, 코일 전류에 의한 전력 소비도 현저

히 줄어든다. Fig. 7 은 기준제어기와 스위칭제어기가 사용되었을 때 식 (8)에 의해 구한 자기베어링의 소비 전력을 비교한 것이다. 저속 영역에서 기준제어기에 의한 전력 소비는 4.096 W 이며 이를 기준값으로 하여 비를 구하고 dB 를 계산하였다. Fig. 7 으로부터 기준제어기의 경우 코일 전류에 의한 전력 소비는 거의 일정함을 알 수 있다. 스위칭 제어기가 사용된 경우 저속영역에서 기준제어기에 비해 20 dB 이상의 소비 전력을 저감할 수 있지만, 회전축의 굽힘 유연 모드 근방에서는 전력 소비가 급격하게 증가하여 기준제어기 대비 15 dB 이상의 추가 전력이 필요함을 볼 수 있다.

스위칭 제어기가 유효하려면 자기베어링이 생성하는 힘과 그에 따른 회전축의 변위가 180 도의 위상차를 유지하여야 한다. 저주파수 영역에서는 이 가정이 적절하며 스위칭 제어기는 정상적으로 작동한다. 그러나, 굽힘 유연 모드에서는 힘과 변위 간의 위상차가 180 도로부터 벗어나게 되어 스위칭 제어기가 정상적으로 작동하기 어렵다. Fig. 5, Fig. 6 및 Fig. 7 의 결과를 종합할 때 굽힘 유연 모드 근방에서 스위칭 제어기의 성능이 기준제어기에 비해 현저히 떨어지며, 물리적으로 불가능한 응답을 보이는 이유는 힘 대 변위의 위상차가 180 도로부터 벗어나 스위칭 제어기가 유효하지 않음을 추정할 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 자기베어링 시스템의 전력최소화 제어기 중 하나인 스위칭 제어기와 동기 노치필터를 포함하는 비례-미분 형태의 기준제어기의 성능을 비교하였다. 비교 방법으로 회전축의 굽힘 유연 모드를 포함하는 자기베어링 시스템의 동역학 모델을 수립하고 주파수 영역에서의 시뮬레이션을 통해 불평형 질량 외란에 대한 시스템 응답을 구하였다.

저속 영역에서는 스위칭 제어기가 목표하는 바와 같이 기준제어기에 비해 10 배 이상의 소비 전력 저감이 가능하였다. 그러나, 회전축의 굽힘 유연 모드 근방에서는 스위칭 제어기가 정상 작동하지 않음을 확인하였다. 자기베어링 시스템의 운전 영역이 회전축의 굽힘 유연 모드로부터 멀리 벗어난 구간에서만 작동한다면 스위칭 제어기를 통해 자기베어링의 소비 전력을 현저히 낮출 수 있을 것이다. 자기베어링 시스템에 가장 널리 사용되는 비례-미분 형태의 제어기는 소비전력 측면에서 스위칭 제어기에 비해 단점이 있으나, 회전축의 굽

힘 유연 모드와 같은 시스템의 변화에 매우 강건하며 이로 인해 높은 신뢰도를 기대할 수 있다.

후 기

이 논문은 2011 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2011-0002643).

참고문헌

- (1) Schweitzer, G. and Maslen, E. H., eds., 2009, *Magnetic Bearings*, Springer, New York.
- (2) Yoo, S., Kim, W., Kim, S., Lee, W., Bae, Y. and Noh, M., 2011, "Optimal Design of Permanent Magnet Thrust Bearings," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 35, No. 4, pp. 353~358.
- (3) Sawicki, J., Maslen, E. and Bischof, K., 2007, "Modeling and Performance Evaluation of Machining Spindle with Active Magnetic Bearings," *J. Mech. Sci. Tech.*, Vol. 21, pp. 847~850.
- (4) Yoo, S., Lee, W., Bae, Y. and Noh, M., 2010, "Design of Magnetically-Levitated Rotors in a Large Flywheel Energy Storage System from Stability Standpoint," *J. Mech. Sci. Tech.*, Vol. 24, pp. 231~235.
- (5) Maslen, E. H. and Meeker, D. C., 1995, "Fault Tolerance of Magnetic Bearings by Generalized Bias Current Linearization," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 31, pp. 2304~2314
- (6) Tsiotras, P. and Wilson, B. C., 2003, "Zero- and Low-Bias Control Designs for Active Magnetic Bearings," *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, Vol. 11, pp. 889~904.
- (7) Sahinkaya, M. N. and Hartavi, A., 2007, "Variable Bias Current in Magnetic Bearings for Energy Optimization," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, pp. 1052~1060.
- (8) Sivrioglu, S., Nonami, K. and Saigo, M., 2004, "Low Power Consumption Nonlinear Control with H_{∞} Compensator for a Zero-Bias Flywheel AMB System," *J. Vibration and Control*, Vol. 10, pp.1151~1166.
- (9) Yoo, S., 2012, *A Comparative Study of Power Minimizing Controllers for Active Magnetic Bearings in Flywheel Energy Storage Systems*, Ph. D. Dissertation, Chugnam National University.
- (10) Herzog, R., Buhler, P., Galher, C. and Larsonneur, R., 1996, "Unbalance Compensation Using Generalized Notch Filters in the Multivariable Feedback of Magnetic Bearings," *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, Vol.4, No. 5, pp. 580~586.
- (11) Charara, A., Miras, J. and Caron, B., 1996, "Nonlinear Control of a Magnetic Levitation System Without Premagnetization," *IEEE Trans. Contr. Sys. Tech.*, Vol.4, No.5, pp. 513~523.
- (12) Trumper, D., Olson, S. and Subrahmanyam, P., 1997, "Linearizing Control of Magnetic Suspension Systems," *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, Vol. 5, No. 4, pp. 427~438.
- (13) Li, L., 1999, "Linearizing Magnetic Bearing Actuators by Constant Current Sum, Constant Voltage Sum, and Constant Flux Sum," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 35, pp. 528~535.
- (14) ISO Standard 14839-1, *Mechanical Vibration – Vibration of Rotating Machinery Equipped with Active Magnetic Bearing: Part 1 Vocabulary*, 2002.
- (15) Lei, S. and Palazzolo, A., 2008, "Control of Flexible Rotor Systems with Active Magnetic Bearings," *J. Sound and Vibration*, Vol. 314, pp. 19~38.
- (16) Yoo, S., Lee, W., Bae, Y. and Noh, M., 2011, "Optimal Notch Filter for Active Magnetic Bearing Controllers," *IEEE/ASME Int. Conf. Adv. Intell. Mechatr. (AIM2011)*, pp. 707~711.
- (17) Nelson, H. and McVaugh, J., 1976, "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements," *ASME J. Eng. Ind.*, Vol. 98, pp. 593~600.
- (18) Childs, D., 1993, *Turbomachinery Rotordynamics*, New York, John Wiley & Sons.
- (19) Cloud, C., Li, G., Maslen, E. and Barret, L., 2005, "Practical Applications of Singular Value Decomposition in Rotordynamics," *Australian J. Mech. Eng.*, Vol. 2, pp. 21~32.