

다양한 외부흐름에 대한 평탄한 지형을 통과하는 파랑의 반사율 산정

The Calculation of Reflection Coefficients of Water Waves over Various Shear Currents with a Uniform Depth Topography

이 준 환* / 조 용 식**

Lee, Jun-Whan / Cho, Yong-Sik

Abstract

The reflection coefficients of monochromatic water waves over various shear currents flowing on a constant topography are estimated analytically in this study. The region of varying shear currents is represented by a finite number of tiny steps with a uniform depth topography. The proper numbers of steps and evanescent modes needed for the analysis are proposed by a series of convergence tests. The characteristics of reflection coefficients for various shear currents conditions are also examined.

Keywords : eigenfunction expansion method, diffraction, shear currents, reflection coefficient

요 지

본 연구에서는 다양한 외부흐름에 대한 평탄한 지형을 통과하는 파랑의 반사율을 해석적으로 계산하였다. 수심이 일정한 지형에 외부흐름을 작은 구간의 계단형으로 단순화하였다. 계산에 필요한 적절한 구간의 수와 소멸파 성분의 개수를 제안하였다. 아울러, 외부흐름의 변화와 다양한 양상에 따른 반사율의 특징을 서술하였다.

핵심용어 : 고유함수전개법, 회절, 외부흐름, 반사율

1. 서 론

심해에서 발생한 파랑은 해안선 부근으로 전파하며 해저지형 변화, 외부흐름(shear currents) 변화 및 인공적인 구조물과의 상호작용, 파랑과 파랑의 상화작용 등으로 인하여 다양한 물리적 현상을 경험한다. 특히, 외부흐름은 상당량의 바닷물을 냉각수로 사용한 후 이를 다시 주변에 방류하는 원자력발전소 또는 해안가에 위치한 화력발전소의 취수구 및 배수구와 하천이 유입되는 해안가에서 수십의 큰 변화 없이도 입사파를 다시 외해로 반사시킨다. 본 연구에서는 다양한 외부흐름에 의한 파랑의 반사율을

고유함수전개법(eigenfunction expansion method)을 이용하여 해석한다.

고유함수전개법을 이용한 해저지형의 변화에 따른 파랑의 반사와 전달은 이미 많은 연구가 발표되었으며(Kirby and Dalrymple, 1983; Cho and Lee, 1998; Bender and Dean, 2003), 특히 정현파형(sinusoidally varying topography)과 같이 규칙적인 해저지형을 지나는 파랑의 파장이 해저지형 파장의 두 배가 될 때 발생하는 Bragg 반사에 관한 많은 연구가 발표되었다(Liu and Cho, 1993; Mei and Liu, 1993). 그리고 Kirby et al. (1987)은 트렌치 지형에 작용하는 일정한 외부흐름에 의한 파의 변형을 연

* 한양대학교 건설환경공학과 석사과정 (e-mail: junwhan89@hanyang.ac.kr)

Graduate Student, Dept. of Civil and Environ. Engrg., Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

** 교신저자, 한양대학교 공과대학 건설환경공학과 교수 (e-mail: ysc59@hanyang.ac.kr, Tel: 02-2220-0393)

Corresponding Author, Professor, Dept. of Civil and Environ. Engrg., Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

하여 파랑의 변형을 해석한다.

Eqs. (2a) and (2b)를 각 영역에서 해석하기 위해서는 두 영역이 만나는 경계에서 두 개의 접합조건(matching conditions)이 필요하다. 첫째 접합조건은 운동학적 경계조건으로 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sigma_m} \frac{\partial \Phi_m}{\partial x} = \frac{1}{\sigma_{m+1}} \frac{\partial \Phi_{m+1}}{\partial x}, \quad x = x_m, -h_m \leq z \leq 0 \quad (6)$$

Eq. (6)는 구간의 경계에서 x 축 방향의 연속방정식을 만족한다는 것을 의미한다. 두 번째 접합조건은 동역학적 경계조건으로 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_m \Phi_m = \sigma_{m+1} \Phi_{m+1}, \quad x = x_m, -h_m \leq z \leq 0 \quad (7)$$

Eq. (7)은 경계면에서 압력이 연속함을 의미한다.

Eqs. (2a) and (2b)를 접합조건 Eqs. (6) and (7)에 대입하면 선형행렬식을 얻을 수 있다. 고유함수 전개법의 직교성(orthogonality)을 이용하여 선형행렬식의 미지수를 획기적으로 줄여 미지수인 진폭을 자유수면 역학조건으로부터 구할 수 있다.

$$a_l = g^{-1} |A_1^l| \sigma_1 \cosh k_1 h_1, \quad a_r = g^{-1} |A_j^r| \sigma_j \cosh k_j h_j \quad (8)$$

여기서 a_l 과 a_r 은 각각 첫 구간의 반사한 진폭과 j 번째 구간의 통과한 진폭의 절대값을 나타낸다. 본 연구에서는 $|A_1^l| = 1$ 로 가정하여 반사율과 통과율은 다음과 같이 간략하게 결정할 수 있다.

$$R = |A_1^l|, \quad T = \frac{\sigma_j \cosh k_j h_j}{\sigma_1 \cosh k_1 h_1} |A_j^r| \quad (9)$$

3. 모형 구성 및 검증

3.1 수심 및 외부흐름의 구성

본 연구에서는 수심은 변하지 않으며 단지 외부흐름에 의한 파랑의 반사율을 계산하기 위하여 수심을 $h_1 = h_2 = h_3 = h$ 로 가정한다. 외부흐름의 분포 양상의 경우, 흐름의 특성을 반영한 4가지를 선정하였다. 먼저 Liu et al. (1992)이 연구에 사용한 top-hat형으로 Fig. 2(a)와 Eq. (10)에 나타나 있다. 취수구와 배수구 그리고 하천의 유입과 같은 외

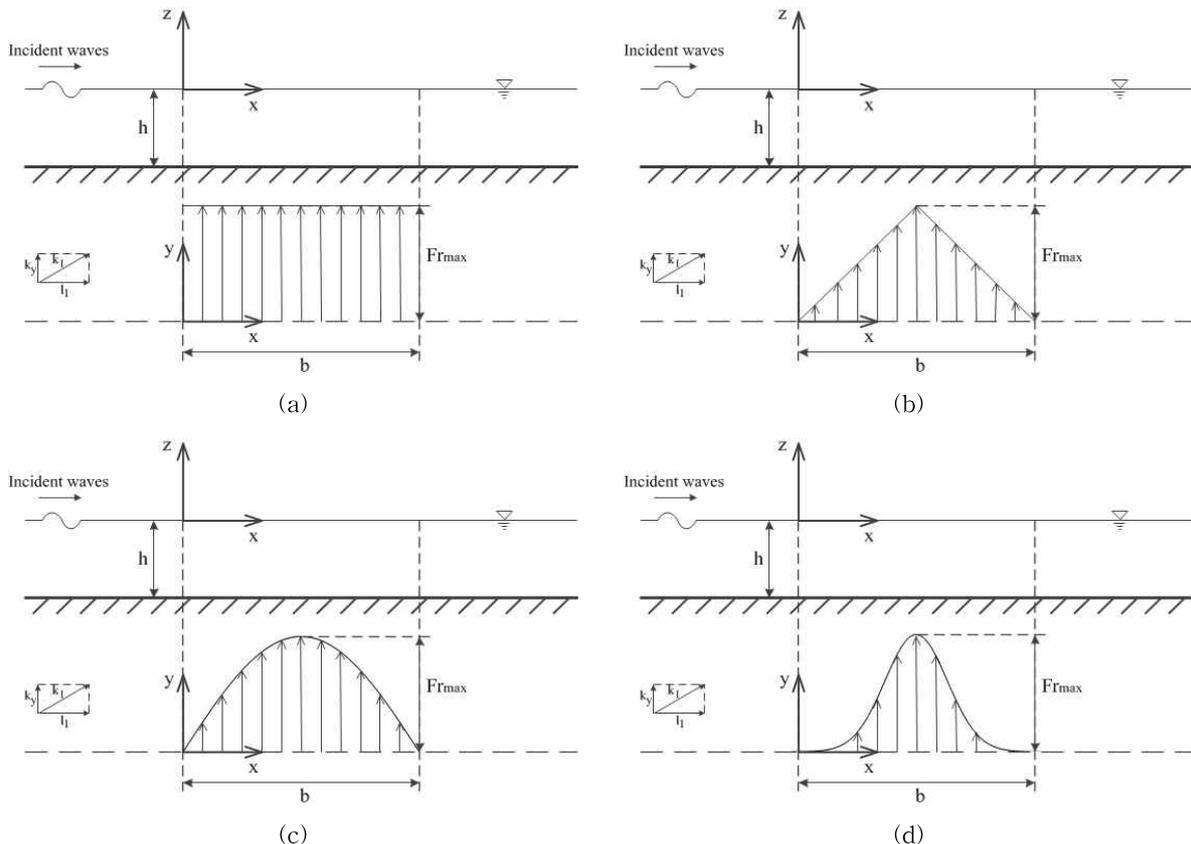


Fig. 2. Definition Sketch of Four Types of Computational Domain: (a) top-hat; (b) triangular; (c) sinusoidal; (d) exponential shape

부흐름은 직접적으로 영향을 받는 중심부에서 가장 속도가 빠르며 주변으로 점점 느려지는 분포이다. 이러한 특성을 반영하는 이상적인 양상으로써 삼각형(Fig. 2(b) and Eq. (11))과 정현형(Fig. 2(c) and Eq. (12)) 그리고 지수형(Fig. 2(d) and Eq. (13))을 선정했다. 여기서 $0 \leq x \leq b$ 이외의 영역에서는 $Fr(x) = 0$ 이다.

$$Fr(x) = Fr_{\max}, \quad 0 \leq x \leq b \quad (10)$$

$$Fr(x) = \begin{cases} \frac{2Fr_{\max}}{b}x, & 0 \leq x \leq \frac{b}{2} \\ -\frac{2Fr_{\max}}{b}(x-b), & \frac{b}{2} < x \leq b \end{cases} \quad (11)$$

$$Fr(x) = Fr_{\max} \sin\left(\frac{x}{b}\pi\right), \quad 0 \leq x \leq b \quad (12)$$

$$Fr(x) = Fr_{\max} \exp\left(-\left(\frac{2x-b}{4}\right)^2\right), \quad 0 \leq x \leq b \quad (13)$$

3.2 수렴성 검증

앞 절에서 선정한 외부흐름의 분포 양상을 해석하기 위해서는 구간 수(m)와 소멸과 성분의 수(n)의 수렴성 검토가 선행되어야 한다. 구간을 적게 나누면 해의 정확도가 낮아지며, 필요 이상으로 많이 나누었을 경우에는 선형행렬식 계산시간이 증가하므로 적절한 구간 수를 선정하는 것은 매우 중요하다.

본 연구에서는 상대수심 변화에 따른 반사율을 중점으로 하여, 대상을 천해 및 중간수심영역의 상대수심($kh = 1.40$)까지로 한정했다. Fig. 3(a)는 외부흐름이 삼각형 일 때,

진행과 성분만 고려하며 입사각(θ) 30° , 단위수심 당 폭(b/h) 10, Fr_{\max} 0.2인 경우에 15구간, 55구간 그리고 65구간을 비교한 것이다. 구간 수의 Fr_{\max} 인 지점을 한 구간(1)으로 구성하며 좌우대칭(2a)으로 구성하여 모든 경우에 홀수($m = 2a + 1$)이다. Fig. 3(a)로부터 구간의 수는 최소 55구간 이상이어야 수렴한다는 것을 알 수 있다.

다음은 구간 수를 55구간으로 유지하며 진행과 성분 뿐만 아니라 소멸과 성분의 수를 변화하여 소멸과 성분의 수렴성을 검토했다. Fig. 3(b)는 Fig. 3(a)와 마찬가지로 외부흐름이 삼각형 일 때, 입사각 30° , 단위수심 당 폭 10, Fr_{\max} 0.2인 경우에 소멸과 성분의 수 0개, 4개, 8개의 경우를 비교한 것이다. Kirby and Dalrymple (1983)에 따르면, 급변하는 지형의 경우에는 16개의 소멸과 성분을 고려하면 수렴한다고 설명하고 있다. 그러나 본 연구에서는 수심은 일정하며 외부흐름의 변화를 위주로 고려한다. 그러므로 Fig. 3(b)와 같이 상대수심이 작은 구간에서는 소멸과 성분 수에 따른 차이가 거의 없으며, 상대수심이 증가함에 따라 반사율의 미소한 차이를 보이는데 소멸과 성분을 4개 고려 시 수렴한다는 것을 알 수 있다. 외부흐름이 정현형(Figs. 4(a) and 4(b)) 그리고 지수형(Figs. 5(a) and 5(b))인 경우에도 삼각형과 동일한 결과를 보인다. 따라서 본 연구에서는 위의 결과를 바탕으로 다양한 외부흐름에 대한 반사율을 해석하기 위해 55구간, 소멸과 수 4개를 이용한다.

3.3 모형 검증

고유함수전개법을 이용하여 구한 반사율과 통과율이 정확하다면 다음과 같은 에너지 보존식을 만족한다(Cho

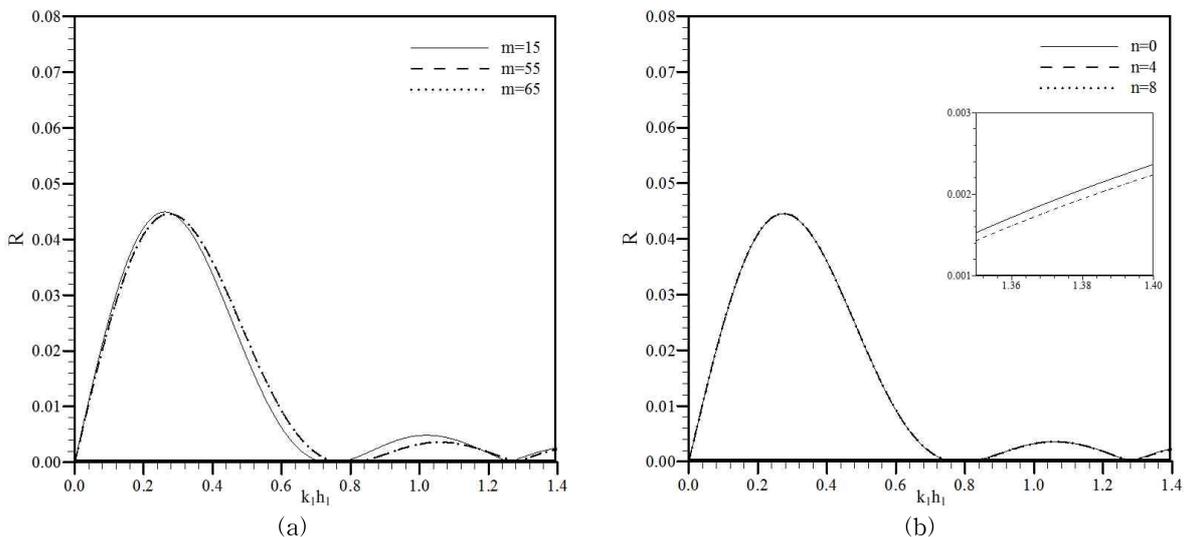


Fig. 3. Reflection Coefficients for Triangular Shape Shear Currents with Different Numbers of (a) Steps and (b) Evanescent Modes

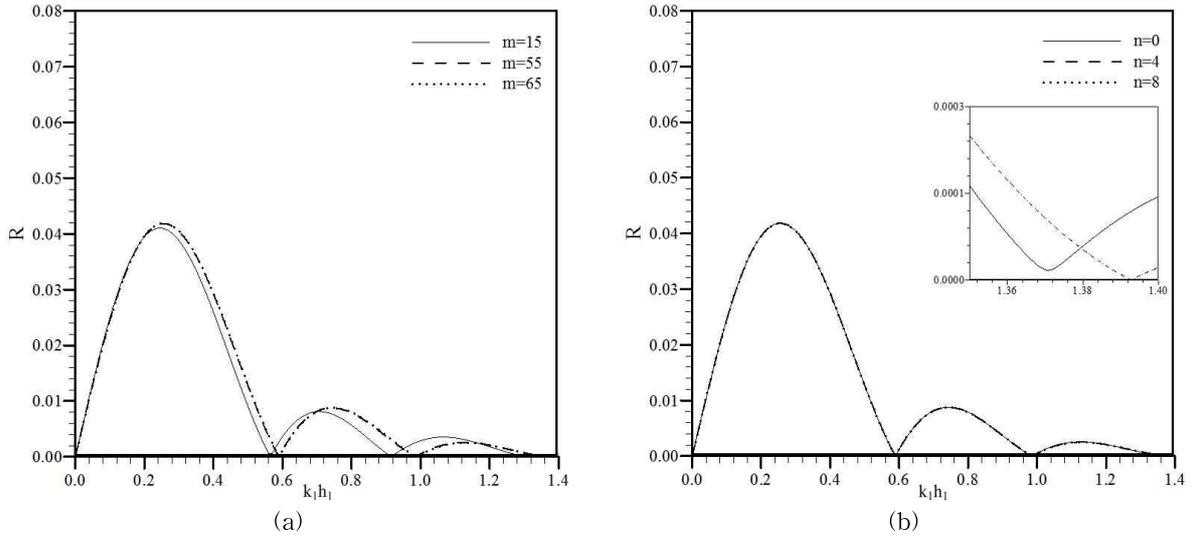


Fig. 4. Reflection Coefficients for Sinusoidal Shape Shear Currents with Different Numbers of (a) Steps and (b) Evanescent Modes

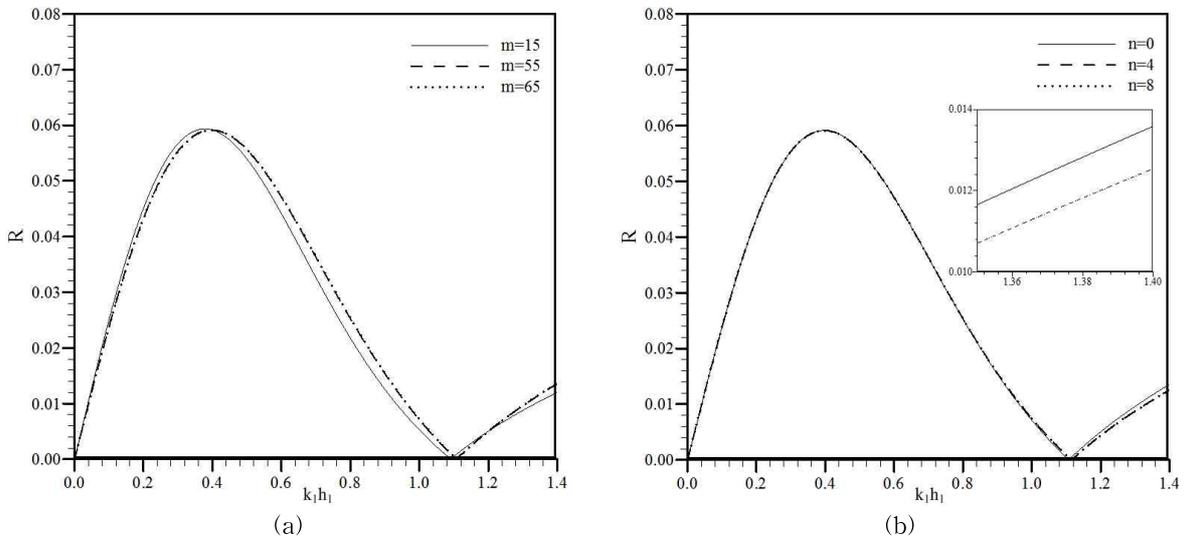


Fig. 5. Reflection Coefficients for Exponential Shape Shear Currents with Different Numbers of (a) Steps and (b) Evanescent Modes

and Lee, 1998).

$$R^2 + \frac{n_j k_1 \cos \theta_j}{n_1 k_j \cos \theta_1} T^2 = 1 \quad (14)$$

여기서, n_j 는 Eq. (15)와 같다.

$$n_j = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2k_j h_j}{\sinh 2k_j h_j} \right] \quad (15)$$

수렴성 검증을 통해 결정한 55개의 구간수와 4개의 소멸 파수를 반사율 및 통과율 산정에 적합한지를 검증하기 위

하여 Eq. (14)를 이용하였다. 본 연구에서 설정한 천해 및 중간수심영역의 상대수심($kh = 1.40$)의 범위에서는 에너지 보존 법칙을 충분히 만족하며 Table 1은 그 중 반사율이 극부적으로 최대가 되는 지점의 최소 $k_1 h_1$ 와 반사율 및 마지막 구간의 통과율을 소수점 12자리까지 나타낸 것이다.

4. 결과 분석

4.1 외부흐름 유무에 따른 반사율

외부흐름의 영향을 조사하기 위하여, 외부흐름의 유무

Table 1. Values of T and $k_1 h_1$ when the Reflection Coefficient is Maximum with Different Shapes of Shear Currents

Shear currents shape	$k_1 h_1$	R_{\max}	T	$R_{\max}^2 + \frac{n_j k_1 \cos \theta_j}{n_1 k_j \cos \theta_1} T^2$
Triangular	0.27	0.044560673993	0.999006679824	1.000000000000
Sinusoidal	0.26	0.041819035575	0.999125201496	1.000000000000
Exponential	0.40	0.059109618295	0.998251497883	1.000000000000

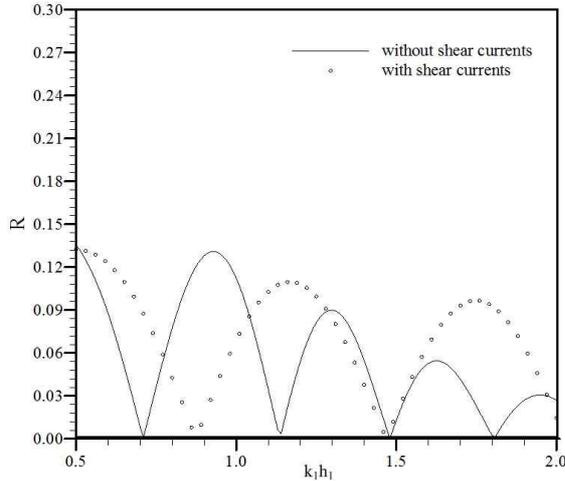


Fig. 6. Reflection Coefficients for Trench with/without Shear Currents

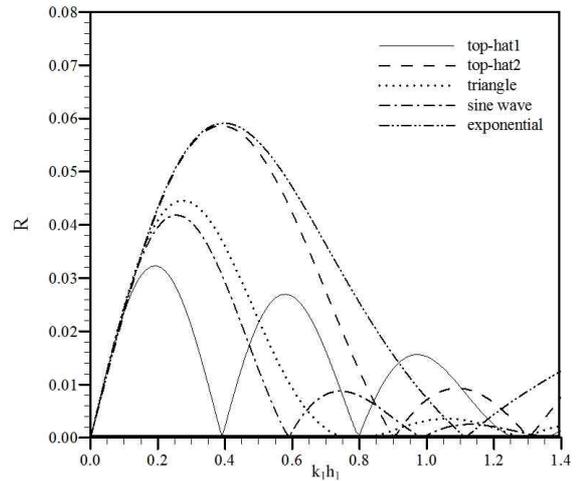
에 따른 입사파의 반사율을 계산하였다. Fig. 6은 $h_1 = h_3$, $h_2/h_1 = 2$, $b/h_1 = 10$ 으로 동일한 트렌치(trench)지형에, 입사각이 30° 인 파랑의 반사율과 Liu et al. (1992)의 Fig. 9와 동일하게 $0 \leq x \leq b$ 구간에 외부흐름이 top-hat형 ($Fr_{\max} = 0.1$)으로 작용하는 경우의 반사율을 비교한 것으로 동일한 지형이라도 외부흐름이 고려되면 흐름특성이 현저히 다르게 변한다는 것을 알 수 있다.

4.2 외부흐름 양상에 따른 반사율 및 통과율

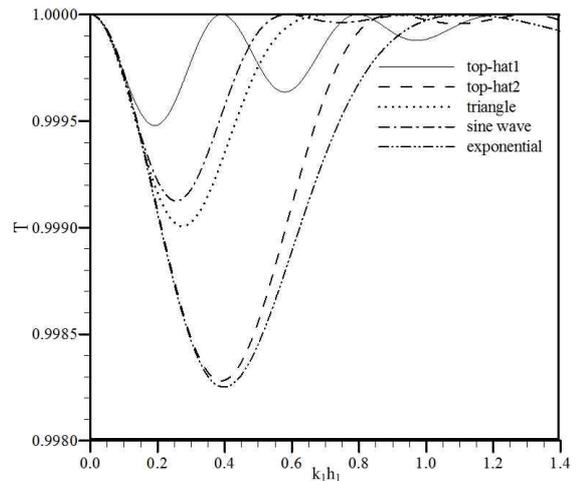
Fig. 7은 3절에서 선정한 4가지 양상을 비교한 것으로 입사각 30° 로 동일하며 top-hat1형은 단위수심 당 폭 10, Fr_{\max} 0.10이며, top-hat2형은 단위수심 당 폭 5, Fr_{\max} 0.20이다. 그리고 삼각형과 정현형 그리고 지수형의 경우 단위수심 당 폭 10에 아래와 같은 조건을 만족하는 Fr_{\max} 를 사용했다.

$$\int_0^b Fr(x) dx = h \quad (16)$$

반사율의 경우, 상대수심이 증가함에 따라 국부 최대 반사율은 감소하나 최대 반사율과 반사율이 0이 되는 상대수



(a)



(b)

Fig. 7. (a) Reflection Coefficients and (b) Transmission Coefficients for Various Shear Currents

심이 외부흐름 양상에 따라 다르다. 최대 반사율 및 반사율이 0이 되는 최소 상대수심은 외부흐름의 폭이 같을 경우, Fr_{\max} 가 큰 순서인 지수형, 삼각형, 정현형, top-hat1형 순으로 감소한다. 통과율의 경우, 상대수심이 증가함에 따라 국부 최소 통과율은 증가하나 최소 통과율과 통과율이 1이

되는 상대수심이 외부흐름의 양상에 따라 다르다. 외부흐름의 폭이 같을 경우, Fr_{max} 가 큰 순서인 지수형, 삼각형, 정현형, top-hat1형 순으로 최소 통과율은 증가하며 통과율이 1이 되는 최소 상대수심은 감소한다. 지형에 변화 없이 오직 외부흐름에 의한 파랑의 변형은 상대적으로 통과율보다 반사율에 영향을 많이 준다는 것을 알 수 있다.

4.3 외부흐름의 세기, 폭 및 입사각 변화에 따른 반사율

Fig. 8(a)는 입사각 30° , 단위수심 당 폭 10, 외부흐름이 삼각형인 경우에 Fr_{max} 를 0.05, 0.10, 0.15, 0.20로 변경하며 반사율을 계산한 것으로 Fr_{max} 가 증가함에 따라 최대 반사율이 비례하여 증가하며, 반사율이 0이 되는 상대수심은 유사하다.

Fig. 8(b)는 입사각 30° , Fr_{max} 0.20, 외부흐름이 삼각형일 때, 단위수심 당 폭을 5, 10, 15, 20로 변경하여 반사율을 계산한 것이다. 폭이 증가함에 따라 최대 반사율이 미소하게 증가하며, 반사율이 0이 되는 최소 상대수심이 작아짐을 알 수 있다.

그리고 입사각 30° 에 외부흐름의 양상은 삼각형이며, Fr_{max} 와 단위수심 당 폭의 곱이 2로 일정한 경우, Fig. 8(c)와 같이 상대수심이 증가함에 따라 반사율이 증가하는 비율이 최대 반사율 부근까지 일정하다. Figs. 8(a) and 8(c)를 통해 최대 반사율은 Fr_{max} 가 지배적이며, Figs. 8(b) and 8(c)를 통해 반사율이 0이 되는 상대수심은 외부흐름의 폭이 주요 인자임을 알 수 있다.

Fig. 8(d)는 단위수심 당 폭 10, Fr_{max} 0.20, 삼각형인 경우에, 입사각을 10° , 20° , 30° 로 변경하며 반사율을 계산

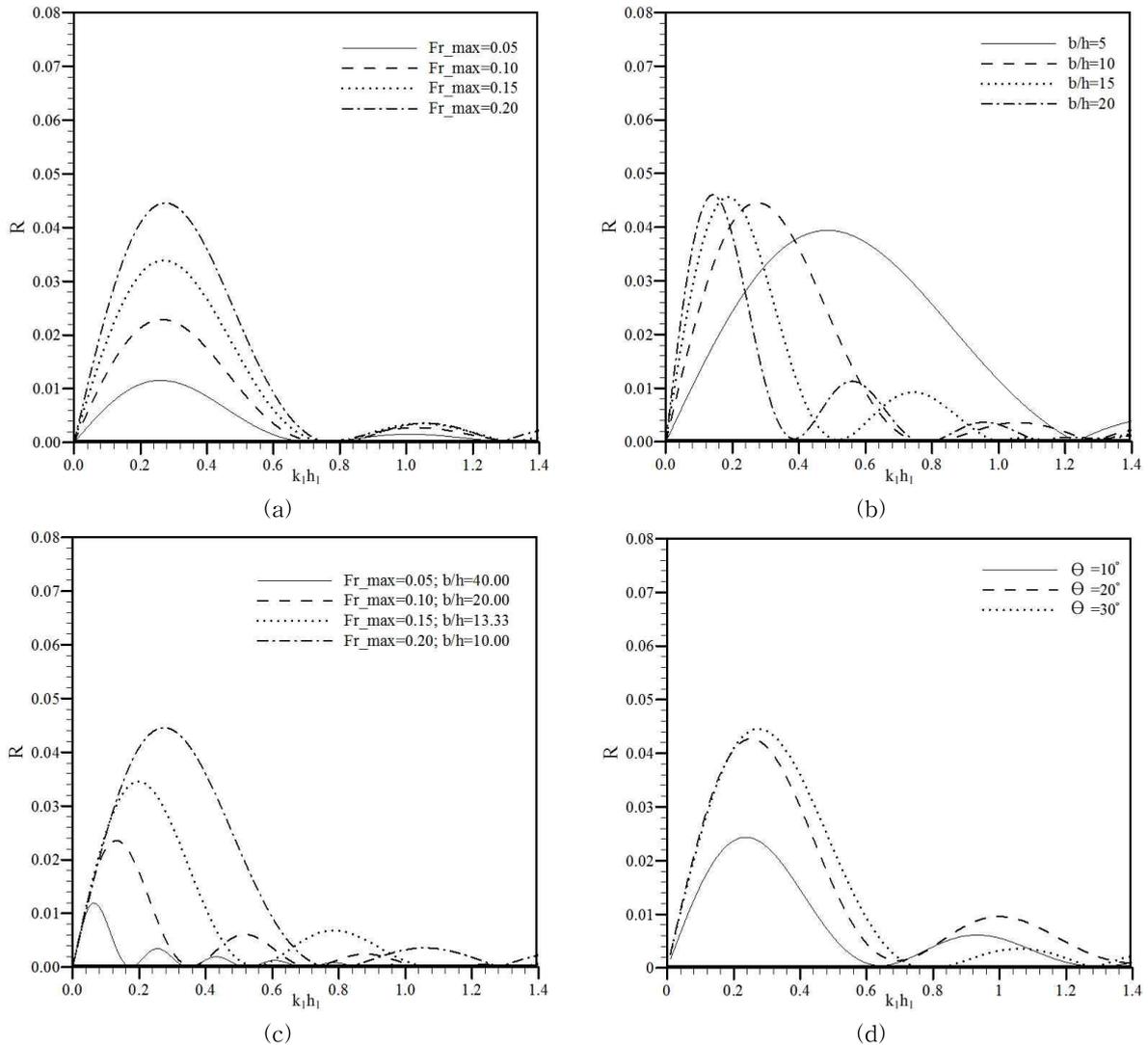


Fig. 8. Reflection Coefficients for Triangular Shape Shear Currents with Different Scale

한 것으로 입사각이 커지면 최대 반사율이 증가한다.

5. 결 론

본 연구에서는 고유함수전개법을 이용하여 다양한 외부흐름에 따른 입사파의 반사율을 계산하였다. 기존의 대부분의 연구에서는 지형의 변화를 주로 연구하였으나 본 연구에서는 지형의 변화없이 순수하게 외부흐름에 따른 변화를 중점적으로 고려하였다. 그리고 계산에 필요한 적절한 구간의 수와 소멸파 성분의 개수를 수렴성 검토를 통해 55구간과 4개의 소멸파 수로 제안하였다.

지형 변화에 의한 입사파의 반사율보다 비록 그 크기는 상대적으로 작았으나 외부흐름에 의해서 입사파가 일부 반사됨을 알 수 있었다. 또한 외부흐름의 양상에 따라 최대 반사율과 반사율이 0이 되는 최소 상대수심이 현저하게 달라짐을 알 수 있었다. 그리고 동일한 양상일 경우, 최대 반사율은 Fr_{max} 에 결정되며 반사율이 0이 되는 최소 상대수심은 외부흐름의 폭에 의해 결정됨을 알았다. 따라서 원자력 발전소의 취수구와 배수구 또는 하천과 만나는 해안 근처에 수중구조물 및 해안구조물을 설계하는 경우, 지형의 변화뿐만 아니라 외부흐름의 영향이 매우 크다는 점을 인지하여, 설계에 외부흐름의 양상에 의한 반사율을 반영할 필요가 있다.

감사의 글

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2010-0022337).

REFERENCES

Belibassakis, K.A. (2005). "Propagation of water waves through shearing currents in general bathymetry." *Proceedings 14th Congress of IMAM, Lisbon, Portugal*, pp. 981-989.

Bender, C.J., and Dean, R.G. (2003). "Wave transformation by two-dimensional bathymetric anomalies with sloped transitions." *Coastal Engineering*, Vol. 50,

pp. 61-84.

Cho, Y.-S., and Lee, C. (1998). "Calculation of reflection and transmission coefficients of waves over a varying topography." *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 18, No. 4B, pp. 351-358.

Cho, Y.-S., and Lee, C. (2000). "Resonant reflection of waves over sinusoidally varying topographies." *Journal of Coastal Research*, Vol. 16, No. 3, pp. 870-876.

Kirby, J.T., and Dalrymple, R.A. (1983). "Propagation of obliquely incident water waves over a trench." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 133, pp. 47-63.

Kirby, J.T., Dalrymple, R.A., and Seo, S.N. (1987). "Propagation of obliquely incident water waves over a trench. Part 2. Currents flowing along the trench." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 176, pp. 95-116.

Lee, C., and Cho, Y.-S. (2002). "Investigation of importance of evanescent modes in predicting the transformation of water waves by the linear wave theory: 1. Derivation of Equations of wave energy." *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, Vol. 14, No. 4, pp. 282-285.

Liu, P.L.-F., Cho, Y.-S., Kostense, J.K., and Dingemans, M.W. (1992). "Propagation and trapping of obliquely incident wave groups over a trench with currents." *Applied Ocean Research*, Vol. 14, pp. 201-213.

Liu, P.L.-F., and Cho, Y.-S. (1993). "Bragg reflection of infragravity waves by sandbars." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 98, pp. 22,733-22,741.

Mei, C.C., and Liu, P.L.-F. (1993). "Surface waves and coastal dynamics." *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 25, pp. 215-240.

Simons, R.R., and Maciver, R. (1998). "Wave refraction across a current with strong horizontal shearing." *Proceedings of the 26th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, Copenhagen, Denmark, Vol. 1, pp. 692-705.

논문번호: 12-095	접수: 2012.08.14
수정일자: 2012.09.24/10.25	심사완료: 2012.10.25