

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-B.2013.37.4.323>

ISSN 1226-4881

최적화기법에 의한 나뭇잎 그물맥 시뮬레이션[§]

첸레이* · 리웨이정* · 장강원** · 백태현***†

* 군산대학교 대학원 기계공학과, ** 세종대학교 기계항공우주공학부, *** 군산대학교 기계자동차공학부

Simulation of Woody Leaf Netted Venation Based on Optimization Technique

Lei Chen*, Weizheng Li*, Gang Won Jang** and Tae Hyun Baek***†

* Dept. of Mechanical Engineering, Graduate School, Kunsan Nat'l Univ.,

** Faculty of Mechanical and Aerospace Engineering, Sejong Univ.,

***School of Mechanical and Automotive Engineering, Kunsan Nat'l Univ.

(Received March 23, 2012 ; Revised September 21, 2012 ; Accepted January 12, 2013)

Key Words: Simulation of Netted Venation(그물맥 시뮬레이션), Topology Optimization(위상최적화), P1-Nonconforming Element(P1-비적합요소), Darcy-Stokes Flow(다시-스토크스 유동), Multiphysical Domain(다중물리 영역)

초록: 본 연구에서는 나뭇잎 그물맥 구조를 시뮬레이션하기 위해 잎 그물맥을 상·하 보강 박막판과 비압축성 유체가 흐르는 중간층 구조로 모델링하여 다중물리 현상으로 간주하고, 위상 최적화법을 다중물리 설계영역에 적용하였다. Mindlin-Reissner 판 모델에 기인한 횡방향 전단잠금 문제를 해결하기 위해 P1 비적합 요소와 선택 감소 적분법을 이용하였다. 다시-스토크스 유체 유동 채널에 대해 최적설계법을 적용하여 유동 시스템의 다중물리 모델을 해석하였으며, 잎의 그물맥 시뮬레이션을 수행하였다. 계산된 최적형상을 잎의 자연 그물맥 패턴과 비교하였으며 비슷한 형상을 얻었다. 이와 같은 학제간 연구를 통해 나무 잎 그물맥 시스템을 이해할 수 있는 계기가 될 것으로 사료된다.

Abstract: This study attempts to simulate the structure of a woody leaf netted venation system by using topology optimization techniques. Based on finite element method (FEM) analysis of an incompressible fluid, a topology optimal design is applied to those woody leaf netted venation models. To solve the transverse shear locking problem of a thin plate caused by the Mindlin-Reissner plate model where a leaf netted venation is assumed to be a thin plate, a P1-nonconforming element and selective reduced integration are employed. Topology optimal design is applied to multiple physical domains. Combined with the Darcy-Stokes flow problems and extended to the optimal design of fluid channels, the multiple physical models of the flow system are analyzed and venation patterns of leaves are simulated. The calculated optimal shapes are compared with the natural shapes of woody leaf venation patterns. This interdisciplinary approach may improve our understanding of the leaf venation system.

1. 서론

자연에 존재하는 식물 잎의 그물맥(netted venation) 분포 상태는 매우 다양하고 정교한 패턴을 나타내고 있다. 특히 속씨식물(angiosperm)인 단풍잎의 경우, 잎그물맥 분포패턴의 기본적인 기능 중 하나는 그물맥이 서로 합류(anastomose)하고 있다. 이러한 구조는 식물성장에 필요한 유

체의 흐름이 일어나도록 하기 위한 자연적인 최적화 과정으로 생각할 수 있다.

본 논문에서는 잎 그물맥의 시뮬레이션을 시도하였다. 잎의 그물맥 시뮬레이션을 위하여 위상 최적화기법⁽¹⁻³⁾을 적용하였다. 위상 최적화기법은 재료의 레이아웃(layout)을 최적화하기 위한 수학적 접근법이다.

잎의 그물맥을 상·하 보강 박막판과 비압축성 유체가 흐르는 중간층으로 된 다층판 구조로 모델링하여 다중물리(multi-physical model) 현상으로 간주하고, Mindlin-Reissner판 모델에 기인한 횡방향 전단잠금 문제를 해결하기 위해 P1 비적합 요

§ 이 논문은 2012년도 대한기계학회 바이오공학부문 춘계학술대회(2012. 3. 28.-30., 전남대) 발표논문임

† Corresponding Author, thbaek@kunsan.ac.kr

© 2013 The Korean Society of Mechanical Engineers

소(P1-nonconforming element)와 선택 감소 적분법(selective reduced integration)을 이용하였다. 중간층에 위상 최적화기법을 비압축성 뉴턴 유동 문제에 적용하여, P1 비적합 판요소로부터 흐름 경로를 생성하도록 다중 물리영역에 적용하였다.

탄성 구조물 재료의 비압축성^(4,6)으로 인하여 표준 변위를 기반으로 한 일반적인 유한요소법을 사용하였을 경우, 수렴된 해를 얻기가 어렵다. 제약함수의 민감도를 계산함으로써 주어진 질량과 설계 영역의 최소 소산에너지(minimum dissipated energy)를 동적 접근법(MMA: method of moving asymptote)에 의해 계산 하였다. 비압축성 다시-스토크스 유동(Darcy-Stokes flow) 문제에 관한 다층판 문제를 해석하였으며, 계산된 최적 형상을 잎맥 분포상태 패턴의 자연 형상과 비교하였다.

2. 최적화이론

2.1 비적합 요소

탄성구조물 재료의 비압축성으로 인하여 표준 변위를 기반으로 한 유한요소법은 종종 수렴되지 않은 경우가 발생한다. 이러한 이유는 푸아송 잠금(Poisson's locking) 또는 체적잠금(volumetric locking)에 기인하며, 비압축성 재료의 체적변형률 제로조건(zero volumetric strain condition)이 표준 변위요소로 분할된 구조 변형을 구속하기 때문이다. 푸아송 잠금은 푸아송 비가 0.5에 근접하거나 또는 이와 비슷한 고무와 같은 비압축성 재료에 나타나며, 강성반응(stiffness response)이 과도하게 높아진다. 이 문제를 해결하기 위해 비적합 요소를 사용한다.

P1 비적합 사변형요소⁽⁷⁾는 푸아송 잠금이 일어나지 않는 요소(Poisson's locking-free element) 중의 한 가지 종류이다. 더욱이 이러한 요소는 가장자리 중간점에서 정의된 선형함수(linear shape function)를 갖는다.

따라서 P1 비적합 요소는 다른 사변형 비적합 요소에 비해 자유도(degree of freedom) 수가 적으므로, 이 요소를 사용하면 계산 시간을 단축시킬 수 있다. 이러한 장점으로 인해 P1 비적합 요소는 비압축성 유체 문제해석에 사용되는 경우가 많다. 유한요소 해석(FEA)을 기반으로 하여, 비압축성 유체 영역에 이러한 요소를 적용함으로써 위상 최적화 설계를 수행할 수 있다. P1 비적합 요소를 그림으로 나타내면 Fig. 1과 같다.

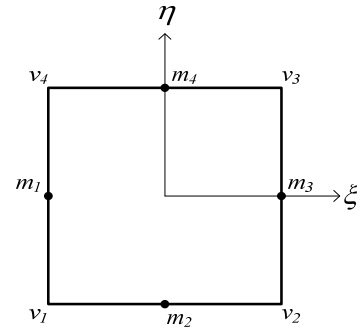


Fig. 1 P1-nonconforming element

P1 비적합 요소는 일반적으로 사용되는 적합요소(conforming element)와 비교할 때, Fig. 1과 같이 P1 요소에서는 절점(node)이 가장자리 변의 중간인 m_1 , m_2 , m_3 , 그리고 m_4 에 위치하고 있는 특징이 있다. 이러한 속성으로 인하여 단지 변의 중간점에 연속이 되도록 요소의 모델을 분할할 수 있다. P1 비적합 요소의 형상함수⁽⁷⁾는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{\phi}_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi - \eta) \quad (1a)$$

$$\tilde{\phi}_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi - \eta) \quad (1b)$$

$$\tilde{\phi}_3 = \frac{1}{2}(1 + \xi + \eta) \quad (1c)$$

$$\tilde{\phi}_4 = \frac{1}{2}(1 - \xi + \eta) \quad (1d)$$

위의 식 (1a)~(1d)에서 $\tilde{\phi}_1$, $\tilde{\phi}_2$, $\tilde{\phi}_3$, 그리고 $\tilde{\phi}_4$ 는 4개의 형상함수이며, ξ 와 η 는 Fig. 1에 나타난 고유좌표계(intrinsic coordinate)를 의미한다.

P1 비적합 요소에서 변위(displacement)는 다음 식과 같다.

$$u = u(m_1)\tilde{\phi}_1 + \{u(m_2) - u(m_1)\}\tilde{\phi}_2 + \{u(m_3) - u(m_2) + u(m_1)\}\tilde{\phi}_3 \quad (2)$$

절점인 중간점들은 정점 또는 꼭지점(vertex) v_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 값을 이용하여 계산할 수 있다. 따라서 변위 u 는 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$u = \frac{\tilde{\phi}_1}{2}u(v_1) + \frac{\tilde{\phi}_2}{2}u(v_2) + \frac{\tilde{\phi}_3}{2}u(v_3) + \frac{\tilde{\phi}_4}{2}u(v_4) \quad (3)$$

2.2 비압축성 유체의 위상최적화 응용

점성이 일정한 비압축성 뉴턴 유체의 경우, 다 시-스토크스(Darcy and Stokes) 지배방정식⁽⁸⁾은 다음과 같다.

$$-\nabla \cdot (\mu \nabla u) - \nabla P + \alpha u = f + \mu \nabla s \quad (4)$$

위의 식에서 μ 는 점성(viscosity), P 는 압력벡터 (pressure vector), u 는 속도벡터(velocity vector), 그리고 f 는 물체력(body force)을 나타낸다. 또한 s 는 체적원(volume source), 그리고 α 는 역삼투성(inverse permeability)을 의미한다.

압력벡터 P 는 아래의 식⁽⁹⁾으로 나타낸다.

$$P = -\kappa \dot{\epsilon}_u = -\kappa \nabla \cdot u \quad (5)$$

위의 식에서 κ 는 팽창 점성(dilatational viscosity)이고, $\dot{\epsilon}_u$ 는 체적 변형률(volumetric strain rate)이다.

체적원 s 는 다음 식⁽¹⁰⁾과 같이 쓸 수 있다.

$$s = \nabla \cdot u \quad (6)$$

따라서, 식 (5)와 (6)을 식 (4)에 대입하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$-\nabla \cdot (\mu \nabla u) - \nabla (\kappa \nabla \cdot u) + \alpha u = f + \mu \nabla (\nabla \cdot u) \quad (7)$$

갤러킨법(Galerkin formulation)을 사용하여 가중 함수(weight function) w 를 식의 양변에 곱한 후, 부분 적분(integration by parts)을 적용하면 식 (7)의 약화된 식, 즉 약형식(weak form)은 아래와 같게 된다.

$$\begin{aligned} &-\int_{\Omega} w \cdot \nabla \cdot (\mu \nabla u) dA - \int_{\Omega} w \cdot \nabla (\kappa \nabla \cdot u) dA + \int_{\Omega} w \cdot \alpha u dA \\ &= \int_{\Omega} w \cdot f dA + \int_{\Omega} w \cdot \mu \nabla (\nabla \cdot u) dA \end{aligned} \quad (8)$$

위의 식 (8)로부터 요소의 강성행렬(stiffness matrix)은 다음 식으로 구분하여 나타낼 수 있다.

$$K_e = K_{e,\mu} + K_{e,\kappa} + K_{e,\alpha} \quad (9)$$

위의 식 (9)에서 각각의 항은 다음 식들과 같다.

$$K_{e,\mu} = \int_{\Omega} w \cdot \nabla \cdot (\mu \nabla u) dA \quad (9a)$$

$$K_{e,\kappa} = \int_{\Omega} w \cdot \nabla (\kappa \nabla \cdot u) dA \quad (9b)$$

$$K_{e,\alpha} = \int_{\Omega} w \cdot \alpha u dA \quad (9c)$$

식 (9a)~(9c)에서 매개변수 (parameter) α 와 μ 는 채널에서 유체 흐름 저항을 나타낸다. 이들은 설계변수(design variable) ρ 를 사용하여 다음 식과 같이 각각의 변수로 나타낼 수 있다.

$$\mu = \underline{\mu} + (\bar{\mu} - \underline{\mu})\rho \quad (0 \leq \rho \leq 1) \quad (10a)$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + (\underline{\alpha} - \bar{\alpha})\rho \frac{1+q}{\rho+q} \quad (0 \leq \rho \leq 1) \quad (10b)$$

위의 식에서 α 는 채널 유동에서 흐름저항, $\underline{\alpha}$ 는 흐름저항이 없는 유체 영역(최소값), 그리고 $\bar{\alpha}$ 는 유동이 없는 고체영역을 의미하는 최대값을 의미한다.

따라서, 매개변수를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\rho = \begin{cases} 0 \rightarrow \alpha = \bar{\alpha}, \mu = \underline{\mu} \rightarrow \text{Darcy flow} \\ 1 \rightarrow \alpha = \underline{\alpha}, \mu = \bar{\mu} \rightarrow \text{Stokes flow} \end{cases} \quad (11)$$

계산시간을 절약하기 위하여 스토크스 유체에서 속도장(velocity-field)만을 고려하기로 한다. 최적화 문제에 대한 다중 목적함수(multi-objective function)는 고체 재료의 평균 컴플라이언스(compliance)와 유체의 소산에너지(dissipated power)를 포함한 전체 위치에너지를 최소화하는 것이다.

$$\text{Minimize: } f(\rho) = (1-\alpha)c(\rho) + \alpha(\rho) \quad (12a)$$

$$\text{Subject to: } \sum_{e=1}^{N_D} \rho_e v_e \leq V^* \quad (12b)$$

$$\mathbf{K}_s \mathbf{U}_s = \mathbf{F}_s \quad \text{and} \quad \mathbf{K}_f \mathbf{V}_f = \mathbf{F}_f \quad (12c)$$

위의 식에서, $0 \leq \rho_e \leq 1$ 이고 $e = 1, 2, \dots, N_D$ 이며, $c(\rho)$ 와 $\phi(\rho)$ 는 각각 다음 식과 같다.

$$c(\rho) = \mathbf{U}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{U}_s^T, \quad \phi(\rho) = \mathbf{V}_f^T \mathbf{K}_f \mathbf{V}_f^T \quad (12d)$$

위의 식에서 아래첨자 s 는 고체해석(structural analysis), 그리고 f 는 유체해석(fluid analysis)을 의미한다. 식 (12a)에서 계수 α 는 가중 파라미터(weight parameter)로서 $0 \leq \alpha \leq 1$ 의 값을 갖는다.

식 (12c)에서 속도벡터 \mathbf{V}_f 는 혼합 변수(mixed

variable)가 아니고 필드 변수(field variable)로서 사용된다. 왜냐하면 P1 비적합요소가 재료의 비압축성을 제어⁽⁹⁾할 수 있기 때문이다. 구조의 평균 컴플라이언스와 유체 에너지 소산에 관한 민감도(sensitivity)는 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial c}{\partial \rho_e} = -(\mathbf{u}_s^e)^T \frac{\partial \mathbf{k}_s^e}{\partial \rho_e} \mathbf{u}_s^e \quad (13a)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \rho_e} = -(\mathbf{v}_f^e)^T \frac{\partial \mathbf{k}_f^e}{\partial \rho_e} \mathbf{v}_f^e \quad (13b)$$

위의 식에서, \mathbf{k}_s^e 는 고체 구조물의 요소 강성행렬, 그리고 \mathbf{k}_f^e 는 유체 시스템의 요소 강성행렬을 나타낸다. 또한 \mathbf{u}_s^e 는 고체요소의 변위를, 그리고 \mathbf{v}_f^e 는 유체의 속도 벡터를 의미한다.

식 (13)에서 $\partial \mathbf{k}_s^e / \partial \rho_e$ 와 $\partial \mathbf{k}_f^e / \partial \rho_e$ 는 각각 재료 물성을 포함하는 행렬을 직접 적분하여 계산할 수 있다.

3. 위상 최적화기법을 이용한 잎 그물맥 시뮬레이션

3.1 수치계산 예

그물맥 시뮬레이션 예비 작업으로 그물맥을 상하 보강 박막판과 비압축성 유체가 흐르는 중간층 구조로 모델링하였다. 다층으로 된 판의 최적형상은 유체층(fluid layer)과 판층(plate layer)의 위치에너지 최소값을 계산하여 구할 수 있다. 여기서, 위쪽과 아래쪽 층(layer)은 균일한 분포하중을 받는 것으로 간주하였다.

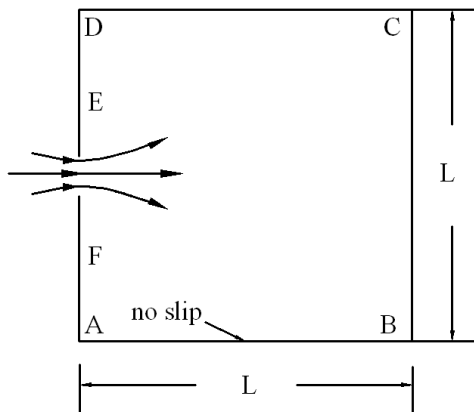


Fig. 2 Model of Darcy and Stokes flow problem

다시-스토크스 유체는 중간층에 흐름이 있는 조건으로 계산을 진행하였다. 층 두께의 치수는 위, 아래, 그리고 중간 모두 2.54 mm로 같게 취하였다. 다시-스토크스 모델을 시험하기 위한 설계 영역 및 조건은 Fig. 2와 같다.

Fig. 3에 나타낸 설계영역(design domain)은 160×160 요소로 나누었다. 가중 인수(weight factor)는 0.5로 선택하였다. 판의 체적율 (volume fraction)은 20%로 제한하였으며, 벌칙 지수(penalization power)는 3으로 하였다. 가중인수와 벌칙지수는 설계 요구조건에 따라 설계자가 시험 계산한 결과에 의해 얻은 경험 값으로, 설계자가 결정할 수 있는 상수이다.

다층판재 최적설계 조건으로 계산된 결과는 Fig. 3과 같다.

3.2 잎 그물맥 패턴 시뮬레이션

식 (12)에 나타낸 다중 목적 문제(multi-objective problem)를 자연 잎의 그물맥(netted venation) 구조 문제에 적용하였다. Fig. 4(a)와 Fig. 5(a)는 계산을 위해 참고로 사용된 두 종류의 나뭇잎을 나타낸다.

잎의 영역을 P1 비적합 요소를 사용하여 분할하였으며, 위상 최적화를 하기 위한 설계영역으로 설정하였다.

구조 문제에 대해서는 잎맥은 잎의 보강 부재(reinforcing member)로서 평탄한 판 구조물로 간주하였다. 스토크스 유동문제에 관해서는 그물맥은 채널로 설정하였으며, 수분(water)은 줄기로부터 채널을 통하여 잎으로 확산된다고 가정하였다.

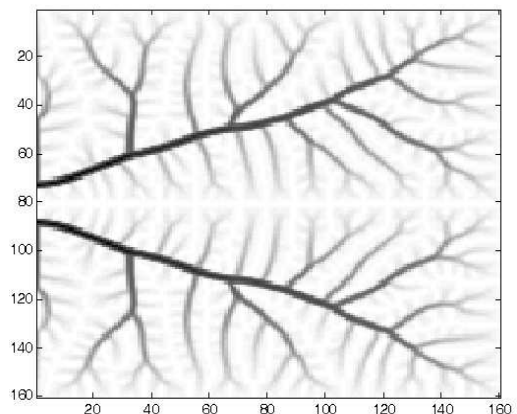


Fig. 3 Optimization design of multilayer plate



Fig. 4(a) The first model of natural leaf of woody plant

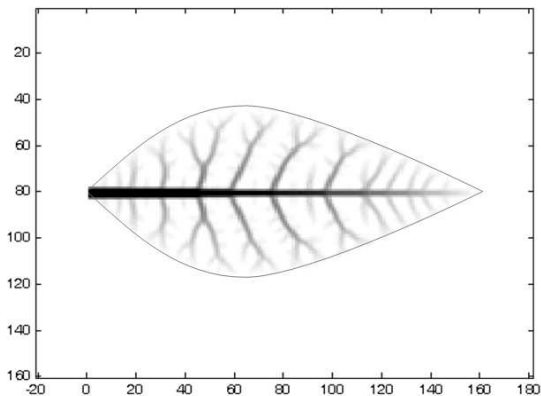


Fig. 4(b) Optimal shape of multi-object

설계영역은 동일한 두께를 갖는 세 개의 층, 즉 상부, 하부, 그리고 중간층으로 구성하였다. 잎의 평탄한 구조물은 판의 중간에 위치하며 최적화 과정에서 변형되지 않는다고 가정하였다. 보강 부재는 최적화 과정에서 상부 및 하부 층에 분포한다.

하나의 설계변수는 구조 및 유동해석에서 재료 물성을 동시에 제어하는 것으로 간주하였다.

따라서 만일 $\rho_e = 1$ 이면 상부 층과 하부 층 요소 e 가 모두 보강되며, 따라서 판은 세 배로 두꺼워지게 된다. 이 경우에는 $\rho_e = 0$ 에 비해 높은 굽힘 강성(bending rigidity)을 갖는다.

유체문제에서 $\rho_e = 1$ 일 경우에는 요소 e 의 중간층은 유체가 흐를 수 있는 공간으로 간주한다. 이 경우, 역 투과율(inverse permeability)을 설계변수 파라미터로 나타낼 수 있다. 만일 $\rho_e = 0$ 이면 요소의 상부와 하부 층은 구조적인 측면에서 빈공간이 되고, 중간층은 유체가 모두 충만되어 있는 것으로 간주한다.

경계조건으로 잎의 자중(self weight)은 표면력(surface force)으로 작용하고, 줄기의 연결부는 고

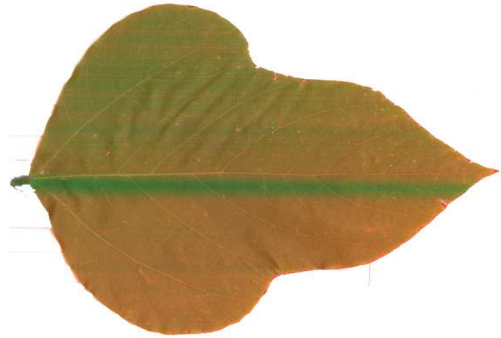


Fig. 5(a) The second model of natural leaf of woody plant

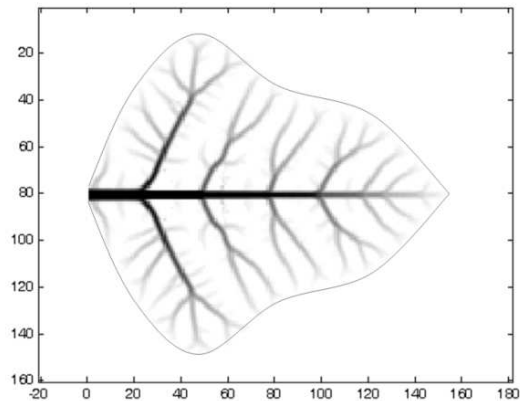


Fig. 5(b) Optimal shape of multi-object

정된 것으로 간주한다.

부가하여 유체는 유입속도는 줄기로부터 잎의 연결부에 0.1 mm/s의 속도로 흘러들어 가며, 잎 표면의 수분은 1×10^{-4} mm/s의 일정한 속도로 증발되는 조건으로 계산하였다.^(11,12) 채널이나 보강 영역의 체적은 설계 영역에서 20% 이하로 제한 조건을 설정하였다.

위와 같은 조건으로 최적화 과정을 수행한 결과 Fig. 4(b) 및 Fig. 5(b)에 보인 바와 같이 나뭇잎의 잎자루 부분으로부터 주맥과 측맥 형상은 거의 일치하였으나 세맥 형상은 약간 달리 분포되었음을 관찰할 수 있다. 추후, 잎맥 분포의 정량적인 비교를 위해 관련 지표에 대한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

4. 결론

나뭇잎의 그물맥은 기계적인 강성유지의 필요, 수분의 흐름에 대한 구속 조건과 기타 여러 미지 사항이 서로 관련되어, 기능적으로 진화되었다고 가정하여 관계되는 여러 복합적인 인수를 추정할

수 있다.⁽¹³⁾

본 논문에서는 P1 비적합 요소를 푸아송 잠금 특성(Poisson's locking property)이 없는 비압축성 유체 흐름에 적용하였다. 나뭇잎을 판 구조물과 유체 유동이 결합된 다중 물리현상으로 모델링 하여, 잎의 그물 맥 시뮬레이션을 하기 위한 계산을 수행하였다. 순수 변위를 기반으로 한 다시-스토크스 식을 이용하여 위상 최적화에 확장, 응용하였으며, 비 압축성 뉴턴 유체를 위상 최적화 하여 잎맥 분기와 구조물 그물망 형태를 얻을 수 있었다. 계산 결과를 자연의 잎과 비교하여 비슷한 결과를 얻었다.

잎맥은 생물학적으로 잎에서 광합성에 의해 만들어진 포도당이나 전분을 다른 조직에 전달하고, 뿌리에서 흡수한 물과 무기양분을 잎이 이루는 잎살 세포에 전달하는 역할을 한다. 또한 잎맥은 구조적으로 잎을 줄기에 지탱시켜주는 역할을 한다. 따라서 잎맥 시뮬레이션 결과를 자연 잎과 정량적인 비교를 하기 위해 관련된 지표에 대한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

본 논문에서와 같이 고체와 유체의 학제적인 접근 방식으로 최적화기법을 사용하면 잎의 그물맥 구조 시스템의 물리적인 현상 발견이 가능할 것으로 추정된다. 이와 같은 학제간 연구를 통해 잎의 그물맥 시스템을 이해할 수 있는 계기가 될 것으로 사료된다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (No. 2012-0007525).

참고문헌

- (1) Sigmund, O. and Clausen, P. M., 2005, "Topology Optimization Using a Mixed Formulation: An Alternative Way to Solve Pressure Load Problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, pp. 1874~1889.
- (2) Bruggi, M. and Venini, P., 2006, "Topology Optimization of Incompressible Media Using Mixed Finite Elements," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, pp. 3151~3164.
- (3) Bendsoe, M. P., 1989, "Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem," *Struct. Optim. Vol. 1*, pp. 193~202.
- (4) Brenner, S. and Sung, L., 1992, "Linear Finite Element Methods for Planar Elasticity," *Mathematics of Computation*, Vol. 59, pp. 321~338.
- (5) Douglas, J. Jr., Santos, J. E. and Sheen, D., 2000, "A Nonconforming Mixed Finite Element Method for Maxwell's Equations," *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, Vol. 10, No. 4, pp. 596~613.
- (6) Douglas, Jr. J., Santos, J. E. and Sheen, D., 2001, "Nonconforming Galerkin Methods for the Helmholtz Problem," *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Vol. 17, pp. 475~494.
- (7) Park, C. and Sheen, D., 2003, "P1-Nonconforming Quadrilateral Finite Element Method for Second-Order Elliptic Problems," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, Vol. 41, No. 2, pp. 624~640.
- (8) Borrvall, T. and Petersson, J., 2003, "Topology Optimization of Fluids in Stokes Flow," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 41, pp. 77~107.
- (9) Paganiban, H., Jang, G. W. and Chung, T. J., 2010, "P1-Nonconforming Quadrilateral Finite Element for Topology Optimization," *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 84, pp. 685~707.
- (10) Wiker, N., Klarbring, A. and Borrvall, T., 2007, "Topology Optimization of Regions of Darcy and Stokes Flow," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 69, pp. 1374~1404.
- (11) James M. V., Wayne T. S., Gregory J. H. and Barton D. C., 2000, "Leaf Water Relations and Sapflow in Eastern Cottonwood Trees Planted for Phytoremediation of a Groundwater Pollutant," *International Journal of Phytoremediation*, Vol. 2, pp. 53~73.
- (12) Smith, D. M. and Allen, S. J., 1996,

“Measurement of Sap Flow in Plant Stems,”
Journal of Experimental Botany, Vol. 47, pp.
1833~1844.

(13) Roth-Nebelsick, A., Uhl, D., Mosbrugger, V.

and Kerp, H. 2001, “Evolution and Function of
Leaf Venation Architecture: A Review,” *Annals
of Botany*, Vol. 87, pp. 553~566.