

논문 2012-50-3-26

손실 매질에 위치한 도체의 입력임피던스 수치계산

(Numerical Calculation for Input Impedance of a Conductor Located in the Loss Media)

안 창 환*

(Chang-Hwan Ahn)

요 약

본 논문은 대표적인 손실 매질인 대지에 위치한 도체의 입력임피던스를 MATLAB을 이용한 자체 프로그램을 활용하여 계산하고, 그 결과를 나타내었다. 도체의 입력임피던스는 안테나 이론의 전자계 모델에서 유도된 포클링턴방정식에 모멘트법이 적용되어 계산되었다. 결과의 정확도를 높이기 위해서 기저함수와 가중함수가 삼각함수인 갤러킨법을 적용하였다. 대지에 위치한 도체의 영상분은 수정된 영상법을 적용하여 고려하였다. 도체의 전류분포에 대한 자체 제작한 프로그램 결과와 NEC 프로그램의 결과를 비교하여 프로그램의 신뢰성을 확인하였다. 대지에 위치한 도체의 길이가 1 m, 2 m인 경우에 도전율에 따른 임피던스를 주파수에 따라 시뮬레이션 하였다. 실제 대지에 설치된 도체의 입력임피던스와 위상을 측정하고 동일한 조건에서의 시뮬레이션 결과와 비교하였다.

Abstract

This paper presents the numerical calculation for input impedance of a conductor located in the loss media by using the program with MATLAB. The input impedances of the conductor were numerically calculated with the moment of method. To increase an accuracy of results, the Galerkin's method which both the basic function and the weight function are the triangle function was applied. And by applying the modified image method, image sources of the conductor located in air were considered. According to the comparison between the current distributions at the conductor which were calculated with the MATLAB program and the NEC program, the reliability of the self-made program with MATLAB was obtained. In case of the conductor located in soil, which length are 1 m and 2 m, the input impedance were simulated as a function of both a conductivity and a frequency. Finally, input impedances and phases of the conductor located in soil were measured, and those results were compared with simulated results which calculated under the same conditions.

Keywords : moment of method, Galerkin's method, input impedance, image method, Pocklington's equation

I. 서 론

안테나 기지국과 중계소는 대부분 산 정상에 위치하기 때문에 낙뢰의 위험이 매우 높다. 낙뢰가 발생하였을 때 내부의 전자통신장비가 피해를 최소화하기 위한 보호대책으로 피뢰시스템이 설치된다. 피뢰시스템은 뇌격지점 및 유입경로에 따라 외부와 내부로 나뉘며, 각각의 피뢰소자로 구성된다. 외부피뢰시스템으로는 피뢰

침, 인하도선 그리고 접지극이 대표적이며, 내부피뢰시스템으로는 서지보호기가 대표적인 예이다. 서지보호기는 낙뢰로 인한 직·간접적인 서지가 전원선 또는 통신선을 통해서 들어오는 서지를 보호하는 역할을 하게 된다. 따라서 기지국에 직접 낙뢰가 들어온 경우 서지보호기만으로는 전자통신장비를 완벽히 보호할 수 없기 때문에 외부 피뢰시스템의 효과적인 성능이 함께 이루어져야 한다.

외부 피뢰시스템 중에서 피뢰침과 인하도선은 규격에서 요구하는 사항을 만족한다면, 설치 조건 혹은 제품의 종류에 따른 피뢰 성능의 차이가 크지 않다. 하지만 접지극의 경우 규격에서 요구하는 조건을 만족한다

* 정회원, 인하공업전문대학 디지털전자과
(Department of Digital Electronics, Inha Technical College)
접수일자:2012년12월19일, 수정완료일:2013년2월21일

고 해도 설치 조건에 따라 다양한 성능이 나타나는 특성을 갖는다. 한 예로 접지전극의 요구사항 중에 가장 중요한 접지저항값은 요구된 저항값을 만족하게 설치를 하더라도 낙뢰에 의한 과도접지임피던스는 접지전극의 설계 구조에 따라 다르게 나타난다. 낙뢰의 전류파형은 다양한 주파수 성분을 포함한 임펄스파형이기 때문에 직류성분만을 고려한 접지저항으로는 접지전극의 성능을 전부 검증하기가 어렵다. 이런 이유로 접지전극의 접지저항값 보다 접지전극의 임피던스값으로 접지전극의 성능을 평가하게 된다^[1].

접지전극의 임피던스를 분석하는 가장 좋은 방법은 현장에서 실시하는 실험이다. 하지만 접지전극이 설치되는 여러 조건상 실험의 어려움이 많아 시뮬레이션이 주로 사용된다. 시뮬레이션에서 주로 사용되는 방법은 전송선로법^[2-4]과 안테나 이론에 바탕을 둔 EM법^[5-7]이 있다. 본 논문에서는 EM법 중에서 안테나 이론에 의한 포클링턴 방정식에서 모멘트법을 이용하여 전류분포를 계산하였다^[8]. 안테나는 대기 중에 위치하기 때문에 안테나의 영상분이 대지에 위치하지만, 접지전극인 경우 영상분이 대지에 위치하게 된다. 이에 대한 부분을 고려하여 접지전극의 임피던스를 계산해야 한다.

본 논문에서는 포클링턴방정식을 모멘트법으로 계산할 수 있는 프로그램을 MATLAB으로 직접 제작하여 손실매질에 위치한 도체의 임피던스를 계산하였다. 상용프로그램인 NEC 프로그램의 해석결과와 비교하여 프로그램의 신뢰성을 확인한 후 매질의 도전율에 따른 도체의 임피던스를 계산하였다. 또한 실제 손실매질에 위치한 도체의 임피던스를 측정된 값과 시뮬레이션 값을 비교하였다.

II. 이 론

1. 전계적분방정식

맥스웰의 전자방정식은 전류의 함수인 스칼라전위(ϕ)와 벡터자위(\mathbf{A})로 표현이 가능하다. 전류 $\mathbf{I}(\mathbf{r}')$ 와 전하 $\sigma(\mathbf{r}')$ 에 의해 만들어지는 전극 표면의 한 점 \mathbf{r} 에서의 산란 전계 $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mathbf{A}(\mathbf{r}) - \nabla\phi(\mathbf{r}) \quad (1)$$

여기에서 Lorentz조건^[9]과 벡터자위 \mathbf{A} 는 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -j\omega\mu\epsilon\phi \quad (2)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mu \iiint_V g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3)$$

여기에서 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 는 그린함수(Green function)이며^[9], 다음과 같다.

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \quad (4)$$

여기에서 r 은 $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 이며, k 는 손실매질에서의 전파속도로 다음과 같다.

$$k = jw \sqrt{\mu\epsilon_{eff}} \quad (5)$$

유효 유전율(effective permittivity) ϵ_{eff} 은 손실 매질에서의 복소유전율로 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_0\epsilon_r - j\frac{\sigma}{\omega} \quad (6)$$

ϵ_r 은 매질의 비유전율이고, σ 는 매질의 도전율이다. 도체가 위치한 매질의 종류에 따라 비유전율과 도전율을 선택한다. 매질은 균일매질로 가정한다. 도체의 각 지점에서 흐르는 전류(longitudinal current)는 바로 전 지점에서 흐르는 전류에서 해당 지점에서 매질로 빠져나간 전류(leakage current)를 제외한 값이 된다.

식 (1)은 식 (3)과 같이 이루어진 3차원 적분을 계산되어야 하지만 계산의 편의를 위해서 도체를 가는 도선으로 가정하는 세선 근사(thin wire approximation)를 적용한다. 즉, 도체 세그먼트의 길이와 반지름의 비가 1보다 훨씬 큰 경우에 적합하다. 세선 근사를 적용하였을 때 접지전극에서의 전류밀도는 다음과 같다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \frac{I_z(z)}{2\pi a} \mathbf{z} \quad (7)$$

a 는 도체의 반지름이다. 식 (7)의 관계에 따라 식 (3)은 다음과 같이 표현된다^[10].

$$A_z(\rho, z) = \mu \int_{-L/2}^{L/2} I_z(z') g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dz' \quad (8)$$

식 (2), (7)에 의해 식 (1)은 다음과 같이 표현된다.

$$E_z^s = \frac{j}{\omega\mu\epsilon_{eff}} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] A_z \quad (9)$$

또한 도체가 저항성분이 없는 완전도체라고 가정한다면 도체 내부의 전계가 존재하지 않게 되어 도체 표

면에서 얻어지는 경계조건에 의해 방정식이 더 간소화될 수 있다^[11]. 접선성분의 전체 전계는 도체 표면에서 사라지게 되며, 다음과 같이 표현된다^[10].

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s) = 0 \quad (10)$$

따라서 식 (9)는 식 (8)과 식 (10)에 의해서 다음과 같은 포클링턴방정식으로 유도된다^[10].

$$E_z^i = \frac{j}{\omega \epsilon_{eff}} \int_{-L/2}^{L/2} I_z(z') \left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k^2 \right] \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} dz' \quad (11)$$

여기에서 $r = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}$ 이다.

2. 모멘트법

도체의 임피던스를 구하기 위해서는 식 (11)에서 도체의 전류분포 $I_z(z')$ 를 알아야 한다.

식 (11)은 비제차(inhomogeneous) 형태의 방정식

$$L(I) = g \quad (12)$$

으로 표현이 가능하다^[8]. 여기서 L 은 선형 연산자인 적분항과 미분항을 의미하며, g 는 입사전계로 소스(source) 함수이고, I 는 구하고자 하는 각 위치에서의 전류밀도이다. 만약 식 (12)의 해가 존재하고 모든 g 에 대해 유일하면, 선형 연산자의 역함수인 L^{-1} 이 존재하여 식 (13)에 의해서 I 를 구할 수 있다.

$$I = L^{-1}(g) \quad (13)$$

식 (13)과 같은 방정식을 해석적으로 바로 풀 수 있는 경우는 매우 드물기 때문에 방정식을 선형 연립방정식의 형태로 변형하는 것이 요구된다.

미지함수 I 는 L 의 정의역에서 무한 함수열로 표현이 가능하다.

$$I = \sum_n a_n f_n \quad (14)$$

여기에서 a_n 은 결정해야 할 정수이다. f_n 은 기저함수(basis function)로서 서로 정규직교(orthonormal) 함수의 집합이다. 무한 함수열 대신 n 개의 유한 함수열로 표현한다면 미지함수 I 와 유사한 값을 갖는 함수를 얻을 수 있다.

$$I \cong I_n = \sum_{i=1}^n a_i f_i \quad (15)$$

식 (15)을 식 (12)에 대입하면 다음과 같다.

$$L(I) \cong L(I_n) = \sum_{i=1}^n a_i L(f_i) = g_n = P_n(g) \quad (16)$$

$P_n(g)$ 를 영사(projection) 연산자라 한다^[8]. 이 때 참값(g)과 유사값($P_n(g)$)의 차를 오차 R_n 이라 하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_n = L(I_n) - g = P_n(g) - g \quad (17)$$

내적의 정의에 따라 오차 R_n 은 가중함수(weighting function)에 의해서 영(zero)이 될 수 있다^[8].

$$\langle R_n, W_j \rangle = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

여기서 내적은 다음과 같이 정의된다.

$$\langle R_n, W_j \rangle = \int_{\Omega} R_n W_j^* d\Omega \quad (19)$$

여기서 Ω 는 해당되는 영역이다. 이와 같이 미지함수가 있는 복잡한 미적분방정식을 연립 선형대수 방정식계로 근사해서 풀이하는 과정을 모멘트법이라 한다^[8-9].

3. 갤러킨법

포클링턴방정식의 해를 구할 때 기저함수와 가중함수의 선택에 따라 결과의 정확도가 달라진다. 기저함수와 가중함수의 선택 방법에는 점정합법(point-matching)과 갤러킨법(Galerkin's method)이 있다^[10-11]. 기저함수와 가중함수를 서로 다른 함수로 정의하여 도체의 전류분포를 구하는 것이 점정합법이며, 기저함수와 가중함수를 서로 같은 함수로 정의하여 전류분포를 구하는 것이 갤러킨법이다^[12]. 점정합법은 파장에 비해 도체가 짧은 경우 이상적인 전류분포에 접근하지 못하는 한계가 있기 때문에 갤러킨법을 선택하였다.

갤러킨법에 사용되는 함수는 펄스함수, 삼각함수, 부분정현함수가 있다. 펄스함수보다 삼각함수와 부분정현함수가 보다 정확한 해를 구할 수 있기 때문에 펄스함수를 피했으며, 수치계산의 편의를 위해서 삼각함수를 선택하였다. 삼각함수는 식 (20)과 같이 정의되며, 그림 1에 나타내었다.

$$f_n(z) = \frac{z - z_{n-1}}{z_n - z_{n-1}}, \quad z_{n-1} \leq z \leq z_n$$

$$f_n(z) = \frac{z_{n+1} - z}{z_{n+1} - z_n}, \quad z_n \leq z \leq z_{n+1} \quad (20)$$

III. 해석 결과

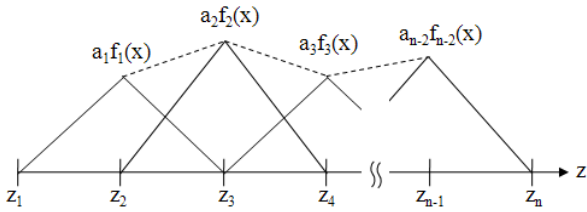


그림 1. 삼각함수
Fig. 1. Triangle functions.

식 (20)에서 삼각함수는 두 개의 모노폴(monopole)로 구성된 한 개의 다이폴(dipole)이며, n 개의 세그먼트에서 $n-1$ 개의 삼각다이폴이 존재하게 된다.

도체의 모든 세그먼트로부터의 영향을 고려할 때, 식 (11)은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{i=1}^n [Z]_{ji} [I]_i = [V]_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

여기에서 n 은 도체 세그먼트의 전체 수이며, $[Z]_{ji}$ 는 i 번째 세그먼트에 있는 소스에 의한 j 번째 세그먼트의 관측점에서 상호임피던스(mutual impedance) 매트릭스를 나타낸다^[7]. 상호임피던스는 오직 도체의 형상, 주파수 그리고 매질의 특성에 의존하는 값이다. 그리고 지표면을 고려한 도체의 영상분은 수정된 영상법을 적용하여 계산하였다^[13].

도체에 흐르는 전류분포가 결정이 되면, 도체의 전압은 다음과 같다.

$$V^s(x) = -\frac{1}{j4\pi w \epsilon} \int_0^L \frac{\partial I(x')}{\partial x'} g(x, x') dx' \quad (22)$$

이 때 기저함수와 가중함수를 삼각함수로 사용했기 때문에 식 (22)의 전류분포 미분항은 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\frac{\partial I(x')}{\partial x'} = I_i \frac{\partial f_i}{\partial x'} + I_{i+1} \frac{\partial f_{i+1}}{\partial x'} = \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta x} \quad (23)$$

따라서 식 (22)는 다음과 같이 표현이 가능하다.

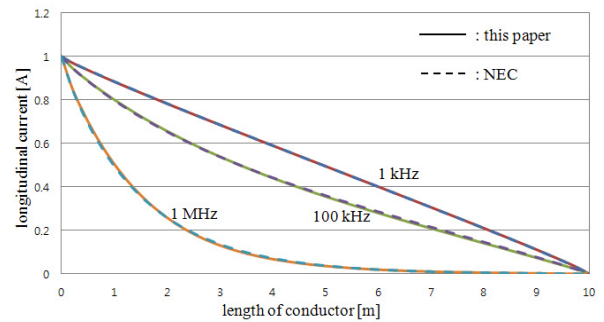
$$V^s(x) = -\frac{1}{j4\pi w \epsilon} \sum_{i=1}^M \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{I_{i+1} - I_i}{\Delta x} g(x, x') dx' \quad (24)$$

이 때 인가전류가 1 A라고 하면 도체의 임피던스는 식 (24)에서의 전압과 동일하다.

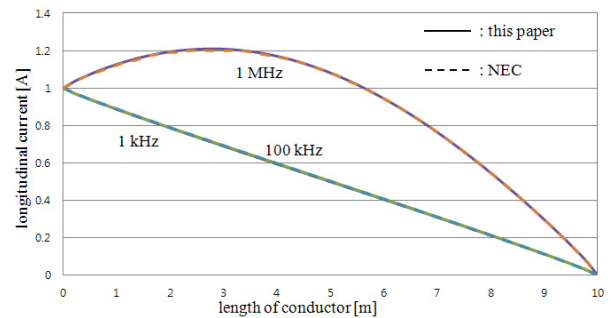
기저함수와 가중함수를 삼각함수로 동일하게 적용한 캘러킨법을 적용하여 도체에서의 전류분포를 MATLAB을 이용한 자체 제작한 프로그램으로 계산하였다. 먼저 제작한 프로그램의 정확도를 검증하기 위해서 사용 프로그램인 NEC와의 해석 결과를 비교하였다.

시뮬레이션 조건은 도체의 한쪽 끝에서 전류를 인가한 경우에 대해서 매질의 도전율을 변화시키면서 계산하였다. 도체의 길이는 10 m, 반지름은 5 mm 그리고 세그먼트 수는 100개로 하였다. 인가 전류의 크기는 1 A이고, 주파수는 1 kHz, 100 kHz 그리고 1 MHz에서 각각 계산하였으며, 해석 결과를 그림 2에 나타내었다.

손실 매질의 도전율이 0.1 S/m와 0.001 S/m 인 경우에 도체의 전류분포는 NEC 프로그램 결과와 일치하는 것을 확인하였다. 하지만 주파수가 1 MHz인 경우에 전류분포가 최대 약 1 %의 정도의 차이가 나타났다. 그 이유는 기저함수와 가중함수의 차이에서 기인하는 것



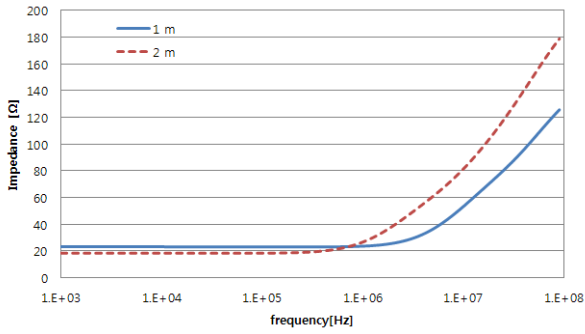
(a) 도전율 0.1 S/m



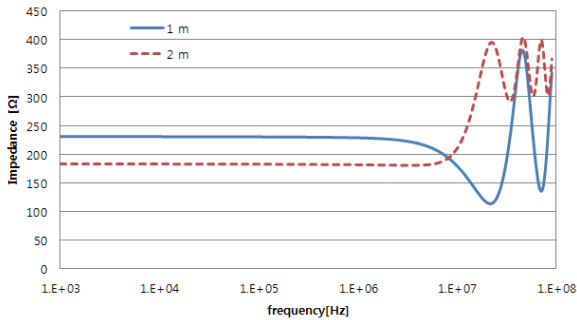
(b) 도전율 0.001 S/m

그림 2. 매질의 도전율과 주파수에 따른 도체의 전류분포

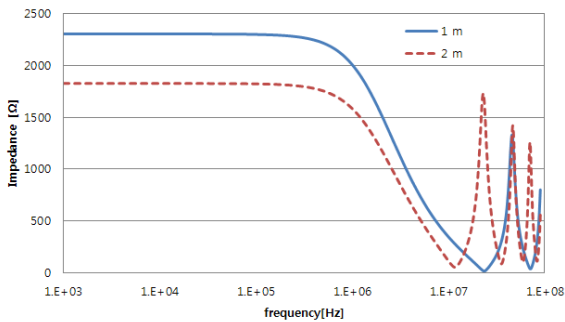
Fig. 2. Longitudinal current distribution of conductor as a function of frequency and conductivity of media.



(a) 도전율 0.1 S/m



(b) 도전율 0.01 S/m



(c) 도전율 0.001 S/m

그림 3. 도전율에 따른 도체의 입력임피던스

Fig. 3. Input impedance of a conductor as a function of conductivity.

로 판단된다. NEC 프로그램은 정현파를 기저함수와 가중함수로 적용되었으며, 본 논문에서는 삼각함수를 사용하였다. 그림 2의 결과에 따라 자체 제작된 프로그램의 해석 결과의 신뢰성을 확인하였다.

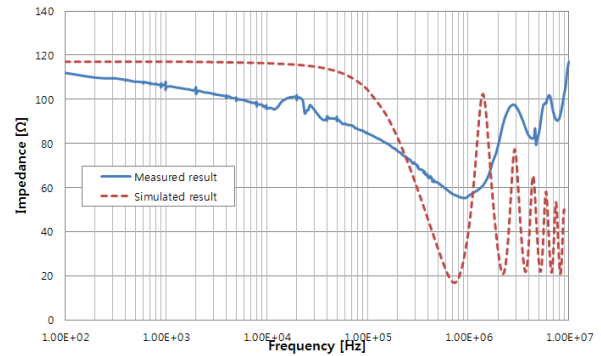
길이가 1 m와 2 m이고, 반지름이 1 mm인 도체가 손실매질에 위치하고, 전류가 한쪽 끝 지점에서 인가되었을 때 주파수에 따른 입력 임피던스를 계산하였다. 도전율을 변화시키면서 임피던스를 계산하였으며, 그 결과를 그림 3에 나타내었다.

실제 대지에 매설된 도체에 대한 입력임피던스를 측정하였다. 측정 장비와 방법은 [14]와 동일하게 적용하여 측정하였다. 측정에 사용된 가변주파수형 접지임피

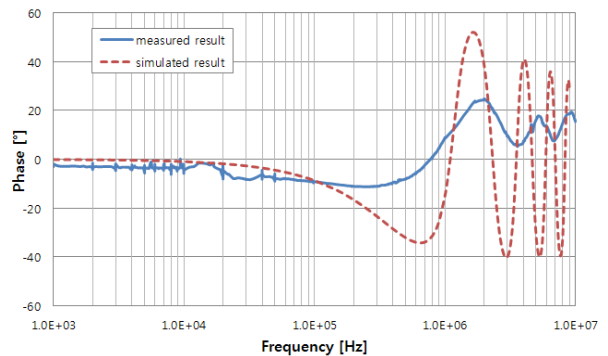


그림 4. 가변주파수형 접지임피던스 장치

Fig. 4. Changeable-frequency type equipment of ground impedance



(a) 임피던스



(b) 위상

그림 5. 측정값과 시뮬레이션값 비교

Fig. 5. Comparison between measured and simulated values.

던스를 그림 4에 나타내었다. 함수발생기에서 발생된 정현파를 증폭기를 통해 인가하였으며, 상대적으로 노

이즈가 많은 전압 및 전류신호는 필터를 적용하였다. 측정된 주파수의 범위는 10 MHz까지이며, 이는 뇌격전류의 최대 주파수 성분을 고려하여 선정하였다. 도체의 길이는 10 m, 반지름은 5 mm 그리고 매설깊이는 0.5 m이며, 이 때 측정된 입력임피던스와 위상을 시물레이션값과 비교한 결과를 그림 5에 나타내었다.

그림 5(a)는 주파수에 따른 도체의 입력임피던스를 나타내며, 그림 5(b)는 위상을 나타낸다. 측정된 도체의 입력임피던스는 1 MHz까지 감소하는 경향을 보이다가 다시 증가하는 특성이 나타났다. 앞부분에서 임피던스가 점점 감소하는 이유는 도전률이 매우 낮은 대지의 경우 토양의 용량성 특성이 지배적으로 나타났기 때문이다. 1 MHz에서부터 다시 증가하는 이유는 도체의 인덕턴스 특성이 임피던스에 크게 작용하였기 때문이다. 이때의 위상을 살펴보면 약 800 kHz에서부터 유도성 특성이 나타나는 것을 알 수 있다. 주파수가 증가하면서 입력임피던스의 측정값과 시물레이션 값에서 차이가 발생하는 가장 큰 이유는 시물레이션에서는 단일 대지로 모의했기 때문이다. 대지 속에는 물을 포함하여 도전율에 영향을 주는 요소들이 많이 있어 도체의 임피던스 변화에 영향을 준다. 따라서 보다 정확한 분석을 위해서는 도체가 매설된 대지의 대지구조를 분석하여 도전율을 산출하여 시물레이션에 적용한다면 차이를 줄일 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 손실매질인 대지에 설치되어 있는 도체의 입력임피던스를 계산하기 위해서 안테나 이론의 전자계 이론을 적용한 프로그램을 제작하여, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 안테나 이론을 적용한 포클링턴방정식을 모멘트법을 적용하여 도체의 임피던스를 계산하는 프로그램을 MATLAB을 이용하여 제작하였다.

(2) 손실 매질에 위치한 도체의 전류분포를 계산하여 NEC 해석 결과와 비교를 통해서 프로그램의 신뢰성을 확인하였다.

(3) 실제 대지에 위치한 도체의 임피던스와 위상을 시물레이션한 결과 측정된 값과 유사한 경향을 나타내는 것을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] ANSI/IEEE Std 81-1983, "IEEE Guide for measuring earth resistivity, ground impedance, and earth surface potentials of a ground system", pp.16~28, 1983.
- [2] Yaqing Liu, Zitnik, M., Thottappillil, R., "An improved transmission line model of grounding system", *IEEE Trans. EMC*, Vol.43, No.3, pp.348~355, 2001.
- [3] Ala, G., Di Silverstre, M.L., "A simulation model for electromagnetic transients in lightning protection systems", *IEEE Trans. EMC*, Vol.44, No.4, pp.539~554, 2003.
- [4] Lorentzou, M.I., Hatzargyriou, N.D., Papadias, B.C., "Time domain analysis of grounding electrodes impulse response", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol.18, No.2, pp.517~524, 2003.
- [5] Grcev, L., Dawalibi, F., "An electromagnetic model for transients in grounding systems", *IEEE Trans. Power Delivery*, Vol.5, No.4, pp.1773~1781, 1990.
- [6] Grcev, L.D., Menter, F.E., "Transient electromagnetic fields near large earthing systems", *IEEE Trans. Magnetics*, Vol.32, No.3, pp.1525~1528, 1996.
- [7] Poljak, D., Roje, V., "The integral equation method for ground wire input impedance", *Integral methods in science and engineering*, Vol. I, U.K., pp.139~143, 1997.
- [8] R. F. Harrington, "Field computation by moment methods", Macmillan, New York. pp.1~21, 1968.
- [9] A. T. Adams, "Method of moments applications. Volume I - An Introduction to the Method of Moments", Report RADC-TR-73-217, Syracuse University, pp.5~23, 1974.
- [10] W. C. Gibson, "The method of moments in electromagnetics", Chapman & Hall/CRC, pp.33~79, 2008.
- [11] I. Y. Yang, S. S. Lee, S. Y. Oh, "The analysis of the current distribution and input impedance of an antenna by the moment method", *IEEK*, Vol.11, No.4, pp.1-38, 1974.
- [12] M. K. Seo, "Study of radiation pattern for antennas and its simulation using the method of moment", Inje University Physics, pp.4~24, 2002.
- [13] T. Takashima, T. Nakae, R. Ishivashi, "High frequency characteristics of impedance to ground and field distributions of grounding electrodes", *IEEE Transactions on Power Apparatus Systems*, Vol. PAS-100, No.4, 1981.
- [14] J. H. Choi, B. H. Lee, "An analysis of

conventional grounding impedance based on the impulsive current distribution of a horizontal electrode”, Journal of Electrical Power System Research, Vol.85, pp.30-37, 2012.

— 저 자 소 개 —



안 창 환(정회원)

1983년 원광대학교 공과대학
전기공학과 학사 졸업

1991년 인하대학교 대학원
전기공학과 석사 졸업

1999년 인하대학교 대학원
전기공학과 박사 졸업.

2005년~현재 인하공업전문대학 디지털 전자과
교수.

<주관심분야 : EMI/EMC, 통신, 신호처리>